

De même, le quotient de 10^2 par $\frac{1}{10^3}$ étant $10^2 \times 10^3$ (n° 116), ou 10^5 (n° 51), on voit que le logarithme $+5$ de ce quotient est égal au reste qu'on obtient en ôtant du logarithme $+2$ du dividende, le logarithme -3 du diviseur.

*244. Pour démontrer que les propriétés du n° 233 conviennent aux nombres qui ne font pas partie des progressions primitives du n° 243, il suffit de concevoir, comme dans le n° 232, qu'on insère successivement assez de moyens géométriques et arithmétiques entre les termes de ces progressions, pour que dans les progressions qui en résultent, tous les nombres plus grands et plus petits que l'unité puissent être considérés comme faisant partie de la nouvelle progression géométrique à laquelle correspondra la nouvelle progression arithmétique.

On voit que dans le système de logarithmes déterminé par ces deux dernières progressions, les nombres plus grands que l'unité ont des logarithmes positifs qui sont d'autant plus grands que ces nombres sont plus grands, tandis que les nombres positifs moindres que l'unité ont des logarithmes négatifs qui sont d'autant plus grands que ces nombres sont plus petits.

REMARQUE. Dans ce système, les nombres négatifs n'ont pas de logarithmes; car tous les termes de la progression géométrique primitive étant positifs, en insérant des moyens géométriques entre ces termes, on ne saurait obtenir que des nombres positifs dans la nouvelle progression géométrique.

243. Pour calculer les logarithmes des nombres entiers, on considère les progressions primitives

$$\begin{aligned} &:: 1 : 10 : 100 : 1\ 000 : 10\ 000 : 100\ 000 : 1\ 000\ 000 : \text{etc.}, \\ &:: 0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . \text{etc.}, \end{aligned}$$

dans lesquelles, les termes $0, 1, 2, 3, \dots$, de la progression arithmétique, sont les logarithmes des termes correspondans $1, 10, 100, 1000, \dots$, de la progression géométrique. Pour trouver les logarithmes des autres nombres entiers à moins d'une unité décimale du $n^{\text{ième}}$ ordre, c'est-à-dire à

moins de $\frac{1}{10^n}$, on conçoit (comme dans le n° 232) qu'on insère successivement m moyens géométriques entre deux termes consécutifs quelconques de la progression géométrique, et m moyens arithmétiques entre les termes correspondans de la progression arithmétique; l'ensemble de tous ces termes formera deux nouvelles progressions (n° 224 et 217) dans lesquelles, les termes de la progression arithmétique seront les logarithmes des termes correspondans de la progression géométrique.

On déduit des principes des n° 224 et 217, que la raison R de la nouvelle progression géométrique sera $\sqrt[m+1]{10}$, et que la raison r de la nouvelle progression arithmétique sera $\frac{1}{m+1}$. De sorte que les termes des nouvelles progressions seront

$$\begin{aligned} 1, R, R^2, R^3, \dots, R^{m+1} &= 10, R^{m+2}, R^{m+3}, \dots \\ 0, r, 2r, 3r, \dots, (m+1)r &= 1, (m+2)r, (m+3)r, \dots \end{aligned}$$

Or, R étant égal à $\sqrt[m+1]{10}$, le principe du n° 196 donne

$$R^2 = \sqrt[m+1]{10^2} = \sqrt[m+1]{100}, R^3 = \sqrt[m+1]{1000}, R^4 = \sqrt[m+1]{10000}, \dots$$

Les nouvelles progressions seront donc

$$\begin{aligned} &:: 1 : \sqrt[m+1]{10} : \sqrt[m+1]{100} : \sqrt[m+1]{1000} : \sqrt[m+1]{10000} : \dots : 10 : \dots \\ &:: 0 . \frac{1}{m+1} . \frac{2}{m+1} . \frac{3}{m+1} . \frac{4}{m+1} \dots \dots \dots 1 \dots \end{aligned}$$

Le nombre entier m étant arbitraire, on pourra toujours lui donner une valeur telle que $m+1 = 10^n$; car cela revient à prendre $m = 10^n - 1$.

La valeur de m étant ainsi déterminée, les deux dernières progressions fourniront le moyen de calculer les logarithmes des nombres entiers avec l'approximation demandée.

En effet; soit proposé de trouver le logarithme d'un nombre

entier N à moins de $\frac{1}{10^n}$; on cherche d'abord, les deux termes consécutifs de la progression géométrique qui comprennent N ; pour trouver ces termes, on forme la $(m+1)^{i\text{ème}}$ puissance de N , et on cherche parmi les nombres 10, 100, 1000, etc., ceux qui comprennent N^{m+1} . Supposons qu'on reconnaisse ainsi que N^{m+1} tombe entre 1000 et 10000; on sera certain que N tombe entre $\sqrt[m+1]{1000}$ et $\sqrt[m+1]{10000}$; $\log N$ sera donc compris entre les logarithmes, $\frac{3}{m+1}$, $\frac{4}{m+1}$, des nombres $\sqrt[m+1]{1000}$, $\sqrt[m+1]{10000}$; la différence entre ces deux derniers logarithmes étant $\frac{1}{m+1}$ ou $\frac{1}{10^n}$, l'erreur E que l'on commettra en prenant $\frac{3}{m+1}$ ou $\frac{4}{m+1}$ pour le logarithme de N sera nécessairement moindre que $\frac{1}{m+1}$ ou que $\frac{1}{10^n}$.

EXEMPLE. Soit proposé de calculer le logarithme de 2 à moins de $\frac{1}{10}$ d'unité.

Dans ce cas, $n=1$; et par suite $m=9$. Les progressions générales (page 215) deviennent

$$\begin{array}{cccccccc} \div \div & 1 & : & \sqrt[10]{10} & : & \sqrt[10]{100} & : & \sqrt[10]{1000} & : & \sqrt[10]{10000} & : & \dots & : & 10\dots \\ \div & 0 & . & \frac{1}{10} & . & \frac{2}{10} & . & \frac{3}{10} & . & \frac{4}{10} & . & \dots & . & 1\dots \end{array}$$

Or, $2^{10} = 1024$; 2^{10} tombe donc entre 1000 et 10000; 2 est donc compris entre $\sqrt[10]{1000}$ et $\sqrt[10]{10000}$; $\log 2$ est donc compris entre les logarithmes $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{10}$, des nombres $\sqrt[10]{1000}$, $\sqrt[10]{10000}$, c'est-à-dire entre 0,3 et 0,4; chacun de ces deux derniers nombres exprime donc $\log 2$ à moins de 0,1. Et en

effet, si l'on calculait $\log 2$ avec une plus grande approximation, on trouverait $\log 2 = 0,301$ etc.

Cet exemple suffit pour faire concevoir la possibilité de calculer les logarithmes des nombres entiers avec une approximation donnée. Les procédés algébriques fourniront le moyen de simplifier ces calculs.

Nous ferons voir (n° 248), que lorsque les valeurs approchées des logarithmes des nombres entiers 1, 2, 3, ..., 9999, seront ainsi déterminées, on pourra en déduire les logarithmes de tous les autres nombres positifs plus grands et plus petits que l'unité.

246. Si l'on pouvait réunir, dans une table, les valeurs exactes des logarithmes de tous les nombres, les propriétés du n° 235 fourniraient le moyen, à l'aide de cette table, de réduire les multiplications, les divisions, les formations des puissances et les extractions des racines, à des additions, à des soustractions, à des multiplications et à des divisions très simples, qui fourniraient les valeurs exactes des résultats cherchés. Mais, comme il est impossible de former une table aussi étendue, on s'est borné (dans la table placée à la fin de cette arithmétique) à mettre les valeurs, à moins d'un demi-cent-millième d'unité, des logarithmes des nombres entiers compris entre zéro et 10000 (*). Nous verrons (n° 248) que cette table fournit le moyen de calculer la valeur (à moins d'un cent-millième d'unité), du logarithme d'un nombre quelconque, non compris dans la table. En opérant avec cette table, on n'obtient que des valeurs approchées des résultats cherchés. Lorsqu'on voudra obtenir un plus grand degré d'approximation, on pourra faire usage de la table de logarithmes de LALANDE, étendue à sept décimales, par F.-C.-M. Marie.

247. Nous allons faire connaître la disposition et les usages de la table de logarithmes, placée à la fin de cette Arithmé-

(*) Pour obtenir ce degré d'approximation, on a calculé les logarithmes avec six décimales, c'est-à-dire à moins d'un milliennième d'unité; et on a supprimé ensuite la dernière décimale d'après la règle du n° 442.

tique. Les nombres entiers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7..., 9999, sont dans les colonnes intitulées N; les parties décimales de leurs logarithmes sont à droite dans les colonnes intitulées Log.; de sorte que le premier chiffre à droite de ces parties décimales exprime des cent-millièmes d'unité. On n'a pas mis les caractéristiques des logarithmes; mais il est facile d'y suppléer, en se rappelant que *la caractéristique du logarithme d'un nombre entier contient autant d'unités moins une qu'il y a de chiffres dans ce nombre* (n° 253, 1°).

La différence entre les logarithmes de deux nombres entiers consécutifs, compris entre 1000 et 10000, se trouve à droite dans la colonne intitulée D, au milieu de l'espace qui sépare ces logarithmes; le premier chiffre à droite de cette différence exprime des cent-millièmes d'unité.

On trouve ainsi que les valeurs, à moins d'un demi-cent-millième d'unité, des logarithmes des nombres 3284, 3285, sont 3,51640 et 3,51654; la différence entre ces logarithmes *tabulaires* est 14 cent-millièmes, ou 0,00014.

Les différences entre les logarithmes des nombres entiers moindres que 1000 ne sont pas dans la *table*, parce que, comme nous le verrons, on peut se dispenser d'en faire usage.

248. Pour être en état d'opérer avec une *TABLE de logarithmes*, il suffit de savoir résoudre les deux problèmes suivans :

1^{er} PROBLÈME. *Calculer le logarithme d'un nombre donné.*

Le nombre donné N pouvant être plus grand ou plus petit que l'unité, nous allons considérer successivement ces deux cas.

1^{er} CAS. Lorsque le nombre donné N est plus grand que l'unité, son logarithme est positif.

Quand N est un nombre, entier ou décimal, la caractéristique de $\lg N$ étant connue d'avance (n° 253, 1°), on pourrait se borner à déterminer la partie décimale de $\lg N$. Mais, afin de rendre les démonstrations plus claires, nous conserverons les caractéristiques dans tout le cours des raisonnemens; il est d'ailleurs indispensable de conserver les caractéristiques lorsqu'on cherche le logarithme d'une fraction ordinaire,

parce que la caractéristique du logarithme d'une fraction n'est pas connue d'avance. Cela posé :

1°. *Supposons d'abord que N soit un nombre entier de n chiffres; la caractéristique de $\lg N$ sera $n - 1$.*

Si N est moindre que 10000, la partie décimale de $\lg N$ sera dans la table. On voit ainsi que,

$$\lg 2159 = 3,33425, \lg 3478 = 3,54133, \lg 9 = 0,95424.$$

Si N est plus grand que 10000, on divise d'abord N par une puissance 10^m de 10 telle que le quotient A soit compris entre 1000 et 10000; ce qui revient à placer la virgule sur la droite des quatre premiers chiffres à gauche de N ; la partie décimale de $\lg N$ est la même que celle de $\lg A$, car $\lg N = \lg A + m$ (n° 253, 2°). Pour calculer $\lg A$, on prend d'abord dans la table le logarithme de la partie entière de A . Pour trouver ce qu'il faut ajouter à ce dernier logarithme pour obtenir $\lg A$, on suppose que les différences entre les nombres sont proportionnelles aux différences entre les logarithmes de ces nombres; l'erreur qui résulte de cette hypothèse est d'autant moindre que les nombres sont plus grands ().*

EXEMPLE. *Calculer le logarithme de 21598.*

On divise d'abord 21598 par 10, ce qui donne 2159,8. On a, $\lg 21598 = \lg 2159,8 + 1$.

Pour calculer $\lg 2159,8$, on prend dans la table le logarithme de 2159 qui est 3,33425. On détermine ensuite ce qu'il faut ajouter à ce dernier logarithme pour obtenir celui de 2159,8; à cet effet, on observe que la différence entre les logarithmes des nombres, 2159 et 2160, étant 20 cent-millièmes ou 0,00020, on peut dire,

Si pour une unité ajoutée au nombre 2159, il faut ajouter 0,00020 au logarithme 3,33425 de 2159; combien pour 0,8 ajoutés à 2159, doit-on ajouter au logarithme 3,33425 de 2159.

Désignant cette inconnue par x , on pose la proportion

$$(1) \dots 1 : 0,00020 :: 0,8 : x; \text{ d'où } x = 0,00016.$$

(*) On n'est pas encore parvenu à démontrer cette propriété sans le secours de l'Algèbre.

On ajoute 0,00016 à 3,33425, la somme 3,33441 est le logarithme de 2159,8, à moins d'un cent-millième d'unité. On en déduit $l_{21598} = 4,33441$.

1^{re} REMARQUE. La proportion (1) fait voir qu'on obtient ce qu'il faut ajouter au logarithme de la partie entière du nombre décimal A , en multipliant la partie décimale de A par la différence tabulaire entre les logarithmes des deux nombres entiers consécutifs qui comprennent A .

2^e REMARQUE. Lorsque le quotient A de N par 10^m est un nombre entier, la partie décimale de LA se trouve immédiatement dans la table.

EXEMPLE. Calculer le logarithme de 2560000.

On divise 2560000 par 10^3 ; le quotient 2560 étant un nombre entier, on trouve immédiatement dans la table que $l_{2560} = 3,40824$.

Or, $l_{2560000} = l_{2560} + 3$; donc $l_{2560000} = 6,40824$.

3^e REMARQUE. Nous avons fait dépendre la recherche des logarithmes des nombres entiers plus grands que 10000, de celle des logarithmes des nombres compris entre 1000 et 10000, parce que ces derniers nombres sont les plus grands qui soient dans la table, et parce que l'erreur due à la proportion dont on a fait usage (page 219) est d'autant moindre que les nombres sont plus grands. En opérant de cette manière, la proportion indiquée conduira à la valeur du logarithme cherché à moins d'un cent-millième d'unité. De sorte que dans le calcul du quatrième terme de la proportion indiquée (page 219) on devra négliger les unités inférieures aux cent-millièmes.

La recherche du logarithme d'un nombre entier ne pouvant plus offrir de difficulté, nous allons faire voir comment on peut en déduire les logarithmes des autres nombres.

2^o. Lorsque N est un nombre décimal, dont la partie entière renferme m chiffres, et qui contient n décimales, la caractéristique de LN est $m - 1$. Pour obtenir la partie décimale de LN , on cherche le logarithme du nombre entier A résultant de la suppression de la virgule dans N ; on diminue LA de n

unités, le reste exprime LN ; car d'après les propriétés démontrées dans les nos 126 et 255 (1^o), on a,

$$N = \frac{A}{10^n}, \quad LN = LA - l_{10^n} = LA - n.$$

EXEMPLE. Calculer le logarithme de 21,598.

On supprime la virgule dans 21,598, ce qui revient à multiplier ce nombre par 10^3 . On cherche le logarithme de 21598 par la méthode indiquée (page 219); on trouve $l_{21598} = 4,33441$. On diminue ce dernier logarithme de 3 unités; le reste 1,33441 exprime le logarithme de 21,598, car

$$l_{21,598} = l_{\frac{21598}{10^3}} = l_{21598} - l_{10^3} = l_{21598} - 3.$$

On trouvera de même que les logarithmes des nombres

	2,1598,	215,98,	878,5,	8,785,
sont	0,33441,	2,33441,	2,94374,	0,94374.

3^o. Lorsque N est un nombre fractionnaire plus grand que l'unité, on obtient LN en retranchant le logarithme du dénominateur de celui du numérateur; le reste (qui est positif) exprime LN (n^o 255, 3^o).

EXEMPLE. Déterminer le logarithme de $\frac{3478}{9}$.

$$\text{On a, } l_{\frac{3478}{9}} = l_{3478} - l_9 = 3,54133 - 0,95424 = 2,58709.$$

2^e CAS. Lorsque le nombre donné N est moindre que l'unité, son logarithme est négatif (n^o 244). Pour calculer LN , on pourrait ramener la question au 1^{er} cas, en multipliant d'abord N par une puissance 10^m de 10, telle que $N \times 10^m$ soit plus grand que l'unité; on obtiendrait $LN \times 10^m$ par une des méthodes indiquées dans le 1^{er} cas; ce dernier logarithme diminué de m unités donnerait un reste négatif (n^o 240) qui exprimerait LN (n^o 255, 2^o).

Mais, il est plus simple d'opérer directement sur le nombre donné, à l'aide des méthodes que nous allons indiquer.

1^o. Pour calculer le logarithme d'un nombre décimal N , moindre que l'unité, qui renferme n décimales, on peut

opérer comme il a été indiqué dans le 1^{er} cas (2°); on cherche le logarithme du nombre entier A qui résulte de la suppression de la virgule dans N ; on diminue LA de n unités; le reste $LA - n$ (qui est nécessairement négatif), calculé d'après la règle du n° 240, exprime LA .

1^{er} EXEMPLE. Calculer $10,00021598$.

On supprime d'abord la virgule décimale, ce qui revient à multiplier $0,00021598$ par 10^8 . On cherche le logarithme du résultat 21598 , par la méthode indiquée dans le 1^{er} cas (1°). On trouve

$l21598 = 4,33441$ (page 220). On a, $10,00021598 = 4,33441 - 8$.

D'après la règle du n° 240, pour obtenir le reste de cette dernière soustraction, il suffit d'ôter $4,33441$ de 8 , et de donner le signe — au reste $3,66559$. On a donc

$$10,00021598 = -3,66559.$$

1^{re} REMARQUE. On peut donner une autre forme au logarithme de $0,00021598$, en observant que

$$4,33441 - 8 = 4 - 8 + 0,33441 = -4 + 0,33441 = \bar{4},33441.$$

Le signe — placé au-dessus de la caractéristique 4 , indique qu'elle est seule négative; de sorte que dans l'expression $\bar{4},33441$ de $10,00021598$, la partie décimale $0,33441$ doit être ajoutée à — 4 .

$$\text{Ainsi, } 10,00021598 = -3,66559 = \bar{4},33441.$$

2^e EXEMPLE. Calculer le logarithme de $0,000267$.

On cherche le logarithme de 267 . On trouve dans la table que $l267 = 2,42651$.

Or, $10,000267 = l267 - 6$. Donc

$$10,000267 = 2,42651 - 6 = -3,57349.$$

On peut mettre le logarithme de $0,000267$ sous une autre forme, car

$$2,42651 - 6 = 2 - 6 + 0,42651 = \bar{4},42651.$$

En général, le logarithme d'un nombre décimal moindre que l'unité est susceptible de deux formes :

Quand on demande que le logarithme soit entièrement négatif, le calcul se réduit à chercher la partie décimale du logarithme du nombre entier qui résulte de la suppression de la virgule dans le nombre proposé, et à soustraire cette partie décimale de 100000 (ce qui revient à ôter de 10 le premier chiffre à droite de cette partie décimale, et à retrancher de 9 tous les autres chiffres décimaux); le reste est la partie décimale du logarithme cherché; la caractéristique de ce logarithme contient autant d'unités qu'il y a de zéro entre la virgule et le premier chiffre décimal significatif du nombre donné.

Quand on veut que la caractéristique soit seule négative, le calcul se réduit à chercher la partie décimale du logarithme du nombre entier résultant de la suppression de la virgule dans le nombre décimal proposé, et à affecter cette partie décimale d'une caractéristique négative qui contienne autant d'unités plus une qu'il y a de zéro entre la virgule et le premier chiffre décimal significatif du nombre donné.

On trouve de cette manière,

$$10,21598 = -0,66559 = \bar{1},33441,$$

$$10,021598 = -1,66559 = \bar{2},33441.$$

2^e REMARQUE. L'emploi des logarithmes dont la caractéristique seule est négative offre cet avantage, que quelles que soient les puissances de 10 par lesquelles on multiplie ou on divise un nombre, les nombres qui en résultent, ont des logarithmes dont la partie décimale reste constamment la même; ce qui n'aurait pas lieu, pour les nombres moindres que l'unité, si l'on faisait usage des logarithmes entièrement négatifs.

D'après cette observation, lorsque des nombres entiers ne diffèrent que par le nombre des zéro placés sur leur droite, et quand des nombres décimaux ne diffèrent que par la position de la virgule, les logarithmes de ces nombres ont la même partie décimale. Ainsi, le logarithme de 2159 étant $3,33425$, les logarithmes des nombres

21590000 , $21,59$, $0,02159$ et $0,000002159$,
sont $7,33425$, $1,33425$, $2,33425$ et $\bar{6},33425$.

2°. Pour calculer le logarithme d'une fraction, moindre que l'unité, on retranche le logarithme du dénominateur de celui du numérateur; le reste, qui est entièrement négatif (n° 240), exprime le logarithme demandé (n° 255, 3°).

EXEMPLE. Calculer le logarithme de $\frac{9}{3478}$.

$$\text{On a, } l \frac{9}{3478} = l9 - l3478 = 0,95424 - 3,54133 = -2,58709.$$

1^{re} REMARQUE. On voit que le calcul se réduit à retrancher le logarithme du numérateur de celui du dénominateur, et à placer le signe — devant le reste.

* 2^e REMARQUE. Si l'on veut que la caractéristique du logarithme cherché soit seule négative, on observera que

$$\begin{aligned} l \frac{9}{3478} &= l \frac{9000}{3478} - 3 = -3 + l9000 - l3478 \\ &= -3 + 3,95424 - 3,54133 = -3 + 0,41291 = \bar{3},41291. \end{aligned}$$

249. 2° PROBLÈME. Trouver à quel nombre x appartient un logarithme donné.

1^{er} CAS. Lorsque le logarithme donné est positif, il appartient à un nombre x plus grand que l'unité; et d'après ce qu'on a vu (n° 255, 1°), la caractéristique augmentée d'une unité, indique combien il y a de chiffres dans la partie entière du nombre inconnu x . Cela posé :

1°. Si la caractéristique du logarithme proposé est égale à 3, le nombre x est compris entre 1000 et 10000. Pour trouver x , on cherche la partie décimale du logarithme donné, dans les colonnes intitulées Log., parmi les parties décimales des logarithmes des nombres entiers de quatre chiffres.

Quand la partie décimale du logarithme donné se trouve dans la table, le nombre cherché est placé à gauche de cette partie décimale dans la colonne intitulée N.

On trouve ainsi, que les logarithmes

$$3,00043, \quad 3,94374, \quad 3,33425 \quad \text{et} \quad 3,99939,$$

appartiennent aux nombres

$$1001, \quad 8785, \quad 2159 \quad \text{et} \quad 9986.$$

Quand la partie décimale du logarithme donné ne se trouve pas dans la table, elle tombe entre les parties décimales des logarithmes de deux nombres entiers consécutifs de quatre chiffres; le plus petit de ces deux derniers nombres exprime la partie entière du nombre décimal x auquel appartient le logarithme donné.

Pour obtenir la partie décimale du nombre x cherché, on opère d'une manière analogue à celle qui a été indiquée (page 219) en supposant toujours que les différences entre les nombres sont proportionnelles aux différences entre les logarithmes de ces nombres. L'erreur qui résulte de cette hypothèse est telle, que dans le calcul du quatrième terme de la proportion, on doit se borner à chercher le chiffre des dixièmes; il arrive même quelquefois que ce chiffre n'est pas exact.

EXEMPLE. Déterminer à quel nombre x appartient le logarithme 3,33441.

La partie décimale 33441 ne se trouve pas dans les colonnes intitulées Log., parmi les parties décimales des logarithmes des nombres entiers de quatre chiffres; mais elle tombe entre les parties décimales 33425, 33445, des logarithmes des nombres 2159 et 2160; le logarithme 3,33441 appartiendra donc au nombre 2159 augmenté d'une quantité inconnue z moindre que l'unité.

Pour calculer z , on prend dans la colonne intitulée D, la différence 20 cent-millièmes, ou 0,00020, entre $l2159$ et $l2160$; on cherche la différence 0,00016, entre le logarithme donné et le logarithme tabulaire immédiatement plus petit, et on dit :

Si pour 0,00020 de plus au logarithme de 2159, il faut ajouter 1 à 2159, combien pour 0,00016 de plus au logarithme de 2159, doit-on ajouter à 2159?

La proportion (2)... 0,00020 : 1 :: 0,00016 : z
se réduit à 20 : 1 :: 16 : z , (n° 207); d'où $z = 0,8$.

Le logarithme 3,33441 appartient donc au nombre 2159,8.

REMARQUE. La proportion (2) démontre qu'on obtiendra la partie décimale du nombre cherché en prenant la différence entre le logarithme donné et le plus petit des logarithmes tabu-