

Une toise vaut  $1^m,94904$  ; la toise coûtera donc  $1,94904$  fois  $6^f,15684$ , ou  $11^f,999$  etc., ou 12 francs à moins de  $0^f,001$ .

3<sup>e</sup> PROBLÈME. *Comparer entre elles les mesures et les monnaies des différens pays.*

1<sup>er</sup> EXEMPLE. *Déterminer combien 24787 pieds anglais valent de pieds russes.*

On trouve (page 317) que

Le pied anglais =  $304^{\text{millimètres}}$ , et que le pied russe =  $354^{\text{millimètres}}$ .

$$\text{Donc, } \frac{1^{\text{pi}} \text{ Anglais}}{1^{\text{pi}} \text{ Russe}} = \frac{304,8}{354,1} = \frac{3048}{3541}.$$

Le pied anglais vaut donc  $\frac{3048}{3541}$  pieds russes.

Les 24787 pieds anglais valent donc 24787 fois  $\frac{3048}{3541}$  pieds russes, ou 21336 pieds russes.

2<sup>e</sup> EXEMPLE. *Calculer combien 14220 guinées d'or de 21 schillings d'Angleterre, valent de ducats d'or de l'empereur d'Autriche.*

On trouve (page 317) qu'une guinée vaut  $26^f,47$  et que un ducat vaut  $11^f,85$ . Par suite,

$$\frac{1^{\text{guinée}}}{1^{\text{ducat}}} = \frac{2647}{1185}; \text{ donc } 1^{\text{guinée}} = \frac{2647^{\text{ducats}}}{1185}.$$

Les 14220 guinées valent donc 14220 fois  $\frac{2647^{\text{duc.}}}{1185}$ , ou 31764 ducats.

3<sup>e</sup> EXEMPLE. *Calculer combien 31764 ducats d'or de l'empereur d'Autriche valent de guinées d'or de 21 schillings d'Angleterre.*

On déduit du tableau (page 317) que

$$\frac{1^{\text{ducat}}}{1^{\text{guinée}}} = \frac{1185}{2647}; \text{ d'où } 1^{\text{ducat}} = \frac{1185^{\text{guinées}}}{2647}.$$

Les 31764 ducats valent donc

$$31764 \text{ fois } \frac{1185^{\text{guinées}}}{2647}, \text{ ou } 14220 \text{ guinées.}$$

## CHAPITRE VII.

### PROBLÈMES.

508. Les méthodes exposées dans les chapitres précédens, fournissent le moyen d'effectuer les diverses opérations de l'arithmétique sur les nombres abstraits et concrets; nous allons voir comment on peut en déduire la solution de tous les problèmes de l'arithmétique. Nous aurons recours à deux méthodes principales : la première, que nous nommerons *méthode de l'unité*, n'exige que la connaissance des quatre premières règles; elle offre le double avantage de fournir les solutions de plusieurs problèmes qu'on ne savait pas résoudre arithmétiquement, et d'exercer les élèves en les préparant à l'étude de l'*Algèbre* (\*). La seconde méthode est fondée sur la théorie des proportions.

#### § 1<sup>er</sup>. Règles de trois directes et inverses.

##### Règle de trois directe.

509. 1<sup>er</sup> PROBLÈME. *Quatre ouvriers ont fait 20 mètres d'ouvrage; combien 9 ouvriers en feront-ils?*

1<sup>re</sup> MÉTHODE. Puisque 4 ouvriers ont fait  $20^m$  d'ouvrage, un ouvrier ferait le quart de  $20^m$ , ou  $\frac{20^m}{4}$ .

Les 9 ouvriers feront donc 9 fois  $\frac{20^m}{4}$ , ou  $\frac{20^m \times 9}{4}$ , ou 45 mètres.

En général : lorsqu'on connaît l'ouvrage exécuté par des

(\*) J'ai trouvé ces méthodes en 1800. Je les ai publiées à cette époque, sous le titre d'*Introduction à l'Algèbre*.

ouvriers, pour trouver l'ouvrage qui serait exécuté par d'autres ouvriers de même force, on détermine d'abord ce qui serait fait par un seul ouvrier, en divisant l'ouvrage des premiers ouvriers par leur nombre. Pour en déduire l'ouvrage cherché, il suffit de multiplier l'ouvrage d'un ouvrier par le nombre des nouveaux ouvriers.

2<sup>e</sup> MÉTHODE. Tous les ouvriers étant supposés de même force, les quantités d'ouvrage qu'ils exécutent sont nécessairement *proportionnelles* aux nombres des ouvriers; c'est-à-dire que le nombre 4 des premiers ouvriers, est au nombre 20 de mètres d'ouvrage qu'ils ont exécuté, comme le nombre 9 des seconds ouvriers, est au nombre  $x$  de mètres qui sera exécuté par ces 9 ouvriers. Ainsi, l'inconnue  $x$  sera déterminée par la proportion

$$4 : 20 :: 9 : x; \text{ d'où } x = \frac{20 \times 9}{4} = 45.$$

On voit que pour obtenir le nombre  $x$  de mètres cherché, les deux méthodes conduisent également à multiplier 20 par 9 et à diviser le produit par 4.

Il en sera de même dans tous les problèmes qui dépendront des proportions; en comparant les deux méthodes et en ne faisant qu'indiquer les opérations, on reconnaîtra que ces deux méthodes ne diffèrent que par la forme des raisonnemens; de sorte qu'on sera toujours conduit par les deux procédés, à effectuer des calculs absolument identiques sur les nombres donnés, pour en déduire les valeurs des quantités inconnues.

Nous désignerons par  $x$ , le nombre abstrait des unités de la quantité cherchée.

En général, lorsque le nombre des ouvriers employés à un ouvrage devient  $n$  fois *plus grand*, la quantité d'ouvrage exécutée devient nécessairement  $n$  fois *plus grande*; le quotient du nombre des ouvriers par le nombre des mètres d'ouvrage qu'ils exécuteront, doit donc rester constant; et par conséquent, si un certain nombre d'ouvriers ayant exécuté un cer-

tain nombre de mètres d'ouvrage, on veut en déduire combien tout autre nombre d'ouvriers exécuteraient de mètres du même ouvrage, il suffira d'observer que le rapport des deux premiers nombres devant être égal au rapport des deux autres, on a la proportion

*Le premier nombre d'ouvriers,*  
*est au nombre de mètres d'ouvrage qu'ils ont exécutés,*  
*comme le deuxième nombre d'ouvriers,*  
*est au nombre  $x$  de mètres d'ouvrage qu'ils exécuteront.*

Les trois premiers termes de cette proportion étant connus, le principe du n<sup>o</sup> 205 (1<sup>o</sup>), servira à calculer  $x$ .

REMARQUE. Les quantités d'ouvrage exécutées par des ouvriers étant proportionnelles aux nombres des ouvriers, on dit que les ouvrages exécutés par des ouvriers sont dans le *rapport direct* ou en *raison directe* du nombre de ces ouvriers.

2<sup>e</sup> PROBLÈME. Cinq ouvriers ont fait 728<sup>m</sup>,25 d'ouvrage; combien 9 ouvriers en feraient-ils?

On trouvera, par l'une quelconque des deux méthodes précédentes, que le nombre  $x$  de mètres cherché est 1310,85.

#### Règle de trois inverse.

510. 3<sup>e</sup> PROBLÈME. Trois ouvriers ont fait un ouvrage en 15 heures; combien 5 ouvriers mettront-ils d'heures à exécuter le même ouvrage?

1<sup>re</sup> MÉTHODE. Puisque 3 ouvriers ont mis 15 heures à faire l'ouvrage, un ouvrier mettrait 3 fois plus de temps, c'est-à-dire  $15^h \times 3$ ; les 5 ouvriers mettront 5 fois moins de temps, c'est-à-dire  $\frac{15^h \times 3}{5}$ , ou 9 heures.

Pour plus de clarté, on dispose ainsi les calculs:

Puisque 3 ouvriers ont fait l'ouvrage en 15 heures,  
un ouvrier ferait le même ouvrage en  $15^h \times 3$ .  
Les 5 ouvriers feront donc l'ouvrage en  $\frac{15^h \times 3}{5}$ , ou en 9 heures.

En général, lorsqu'on connaît le temps employé par des

ouvriers pour exécuter un ouvrage, si l'on veut trouver combien il faudrait de temps à d'autres ouvriers de même force pour faire le même ouvrage, on déterminera d'abord le temps qu'un seul ouvrier mettrait à exécuter l'ouvrage, en multipliant le temps que les premiers ouvriers ont mis à faire l'ouvrage, par le nombre de ces ouvriers. Pour en déduire combien les seconds ouvriers mettraient de temps à faire le même ouvrage, il suffira de diviser le temps qu'un seul ouvrier mettrait à faire l'ouvrage, par le nombre des seconds ouvriers.

2<sup>e</sup> MÉTHODE. Lorsque le nombre des ouvriers employés à exécuter un ouvrage devient *n* fois plus petit, le temps qu'ils mettent à exécuter la même quantité d'ouvrage devient nécessairement *n* fois plus grand; le produit du nombre des ouvriers par le nombre d'heures qui leur sera nécessaire pour exécuter un même ouvrage, doit donc rester constant; et par conséquent, si un certain nombre d'ouvriers ayant mis un certain nombre d'heures à exécuter un ouvrage, on veut en déduire le nombre d'heures que mettraient tout autre nombre d'ouvriers à exécuter le même ouvrage, il suffira d'observer que le produit des deux premiers nombres devant être égal au produit des deux autres, le principe du n° 205 (2<sup>o</sup>) fournit la proportion,

*Le 2<sup>e</sup> nombre d'ouvriers, est au 1<sup>er</sup> nombre d'ouvriers, comme le nombre d'heures employées par les premiers ouvriers pour faire l'ouvrage, est au nombre *x* des heures que les seconds ouvriers mettront à faire le même ouvrage.*

Les trois premiers termes de cette proportion étant connus, le principe du n° 205 (1<sup>o</sup>) servira à calculer *x*.

Ainsi, dans le 3<sup>e</sup> problème, le nombre *x* d'heures demandé sera fourni par la proportion,

$$5 : 3 :: 15 : x; \text{ d'où } x = \frac{15 \times 3}{5} = 9.$$

REMARQUE. Lorsque le nombre des ouvriers employés à

exécuter un ouvrage devient *n* fois plus petit, le temps qu'ils mettront à faire cet ouvrage, devient au contraire *n* fois plus grand. On dit, par ce motif, que le temps employé par des ouvriers pour faire un ouvrage, est dans le rapport inverse ou en raison inverse du nombre de ces ouvriers.

Or, les deux nombres d'ouvriers sont 3 et 5, les deux nombres d'heures correspondans sont 15 et *x*; et le 1<sup>er</sup> rapport étant (par définition) l'inverse du 2<sup>e</sup>, on voit que pour établir une proportion entre ces deux rapports, il a suffi de renverser d'abord l'ordre des termes du 1<sup>er</sup> rapport, et d'égaliser ensuite ce rapport ainsi renversé au 2<sup>e</sup> rapport.

311. En général : *Pour établir une proportion entre un rapport direct et le rapport inverse correspondant, il suffit de transposer les termes de l'un de ces rapports, et d'égaliser ensuite ce nouveau rapport à l'autre rapport.*

312. 4<sup>e</sup> PROBLÈME. *Les difficultés de deux ouvrages sont comme 5 est à 7; un ouvrier a fait 21 mètres du 1<sup>er</sup> ouvrage; combien ferait-il de mètres du 2<sup>e</sup> ouvrage.*

1<sup>re</sup> MÉTHODE. Si la difficulté du 1<sup>er</sup> ouvrage au lieu d'être exprimée par 5, était 1, c'est-à-dire 5 fois plus petite, l'ouvrier ferait 5 fois plus d'ouvrage, c'est-à-dire 5 fois 21 mètres, ou  $21^m \times 5$ ; mais la difficulté du 2<sup>e</sup> ouvrage est représentée par 7, c'est-à-dire qu'elle est 7 fois plus grande que si elle était exprimée par 1; l'ouvrier fera donc 7 fois moins d'ouvrage que si la difficulté était 1; il fera donc  $\frac{21^m \times 5}{7}$  du 2<sup>e</sup> ouvrage, ce qui se réduit à 15 mètres.

On voit donc que les difficultés de deux ouvrages étant comme 5 est à 7, l'ouvrier qui a fait 21 mètres du premier ouvrage, ferait 15 mètres du second ouvrage.

2<sup>e</sup> MÉTHODE. La quantité d'ouvrage qu'on peut exécuter pendant un temps déterminé, étant d'autant moindre que la difficulté de l'ouvrage est plus grande, les nombres de mètres du 1<sup>er</sup> et du 2<sup>e</sup> ouvrage qui seraient exécutés par un même ouvrier, seront dans le rapport inverse de 5 à 7, c'est-à-dire dans le rapport de 7 à 5 (n° 311); le nombre *x* de mètres du 2<sup>e</sup> ou-

vrage, qui serait exécuté par l'ouvrier qui a fait 21 mètres du 1<sup>er</sup> ouvrage, sera donc déterminé par la proportion

$$7 : 5 :: 21 : x; \text{ d'où } x = \frac{21 \times 5}{7} = 15.$$

5<sup>e</sup> PROBLÈME. Combien doit-on prendre de mètres de toile à  $\frac{5}{8}$  pour servir de doublure à 30 mètres de drap à  $\frac{6}{8}$ ?

1<sup>re</sup> MÉTHODE. Si la toile avait  $\frac{6}{8}$  de large, il en faudrait 30 mètres,

si la toile n'avait que  $\frac{5}{8}$ , il en faudrait 6 fois plus, c'est-à-dire  $30 \times 6$ .

La toile ayant  $\frac{5}{8}$ , il n'en faut que  $\frac{30 \times 6}{5}$ , c'est-à-dire 36 mètres.

2<sup>e</sup> MÉTHODE. Il faut d'autant *plus* de mètres de toile qu'elle est *moins* large. Or, les largeurs du drap et de la toile sont dans le rapport de 6 à 5 (n<sup>o</sup> 199); les nombres de mètres de drap et de toile devant être dans le rapport *inverse* de ces largeurs, seront dans le rapport de 5 à 6; le nombre inconnu  $x$  de mètres de toile sera donc déterminé par la proportion

$$5 : 6 :: 30 : x \text{ (n<sup>o</sup> 311)}; \text{ d'où } x = \frac{30 \times 6}{5} = 36.$$

La méthode qui a été employée pour résoudre les problèmes des n<sup>os</sup> 309, 310 et 312, se nomme *règle de trois*, parce qu'il n'entre que *trois* nombres donnés dans l'énoncé de la question. Suivant que les deux rapports sont *directs* (n<sup>o</sup> 309), ou *inverses* (n<sup>os</sup> 310 et 312), on dit que la *règle de trois* est *directe* ou qu'elle est *inverse*.

*Règle de trois composée.*

313. 6<sup>e</sup> PROBLÈME. Deux ouvriers ont mis 3 heures à faire 7 mètres d'ouvrage; combien 15 ouvriers feront-ils de mètres du même ouvrage pendant 11 heures?

1<sup>re</sup> MÉTHODE. On obtiendra le nombre  $x$  de mètres cherché à l'aide de raisonnemens analogues à ceux du n<sup>o</sup> 309, en ayant

égard successivement au nombre des ouvriers et au nombre des heures. En effet :

1<sup>o</sup>. Connaissant l'ouvrage fait par 2 ouvriers, pour en déduire l'ouvrage exécuté dans les mêmes circonstances par les 15 ouvriers, on dira :

Puisque 2 ouvriers ont fait 7 mètres d'ouvrage, un ouvrier ferait la moitié de 7<sup>m</sup> ou 3<sup>m</sup>,5; les 15 ouvriers feront donc 15 fois 3<sup>m</sup>,5 ou 52<sup>m</sup>,5. Les 15 ouvriers feront donc 52<sup>m</sup>,5 en 3 heures.

2<sup>o</sup>. De même, pour déduire de l'ouvrage 52<sup>m</sup>,5 fait en 3 heures, l'ouvrage qui sera fait en 11 heures, tout restant d'ailleurs égal, on dira :

Puisque l'ouvrage fait en 3<sup>h</sup> est 52<sup>m</sup>,5, l'ouvrage fait en 1<sup>h</sup> sera le tiers de 52<sup>m</sup>,5 ou 17<sup>m</sup>,5, l'ouvrage fait en 11<sup>h</sup> sera 11 fois 17<sup>m</sup>,5 ou 192<sup>m</sup>,5. Les 15 ouvriers feront donc 192<sup>m</sup>,5 en 11 heures.

REMARQUE. On simplifie les calculs en ne faisant qu'indiquer les multiplications et les divisions, parce qu'il arrive souvent que ces opérations se détruisent en partie.

En opérant de cette manière, on trouve que les 15 ouvriers, travaillant pendant 11<sup>h</sup>, feront

$$\frac{7^m \times 15 \times 11}{2 \times 3}, \text{ ou } \frac{7^m \times 3 \times 5 \times 11}{2 \times 3}, \text{ ou } \frac{7^m \times 5 \times 11}{2}, \text{ ou } 192^m,5.$$

Cette manière d'opérer s'applique à tous les problèmes que nous allons résoudre. Nous effectuerons successivement les multiplications et les divisions; mais les élèves devront se borner à indiquer d'abord toutes les opérations, afin de profiter ensuite des simplifications qui pourront se présenter.

2<sup>e</sup> MÉTHODE. La quantité d'ouvrage exécutée par des ouvriers de même force étant en *raison directe* du nombre des ouvriers et du temps pendant lequel ils ont travaillé, on pourra résoudre le problème à l'aide de deux règles de trois directes.

1<sup>o</sup>. On sait que 2 ouvriers travaillant 3<sup>h</sup> font 7<sup>m</sup>; pour trouver combien 15 ouvriers travaillant 3<sup>h</sup> feront de cet ouvrage,

on observe que le nombre des heures étant le même, il suffit de résoudre cette question :

2 ouvriers ont fait 7<sup>m</sup>, combien 15 ouvriers en feront-ils?

Les quantités d'ouvrages étant proportionnelles aux nombres d'ouvriers, l'ouvrage cherché sera le 4<sup>e</sup> terme de la proportion,  $2:7::15:x$ ; d'où  $x=52,5$ .

Ainsi, les 15 ouvriers travaillant pendant 3 heures feraient 52<sup>m</sup>,5.

2<sup>o</sup>. Pour trouver combien ces 15 ouvriers feront d'ouvrage en 11 heures, on observe que le nombre des ouvriers ne changeant pas, les ouvrages exécutés sont proportionnels aux nombres des heures de travail. Le nombre  $x$  de mètres cherché sera donc déterminé par la proportion

$$3:52,5::11:x; \text{ d'où } x=192,5.$$

Les 15 ouvriers travaillant pendant 11 heures, feront donc 192<sup>m</sup>,5. Cette 2<sup>e</sup> méthode, exigeant l'emploi de plusieurs règles de trois directes, est une règle de trois composée directe.

3<sup>e</sup> MÉTHODE. On peut résoudre le problème, à l'aide d'une seule règle de trois simple. En effet; 2 ouvriers travaillant pendant 3 heures font autant d'ouvrage qu'un ouvrier qui travaillerait seul pendant 2 fois 3<sup>h</sup> ou 6 heures; et 15 ouvriers qui travaillent pendant 11 heures, font autant d'ouvrage qu'un ouvrier qui travaillerait seul pendant 15 fois 11<sup>h</sup> ou 165 heures. La question est donc réduite à cette autre :

Un ouvrier a mis 6<sup>h</sup> à faire 7<sup>m</sup> d'ouvrage; combien ferait-il du même ouvrage en 165 heures?

Le nombre  $x$  de mètres cherché sera donc le 4<sup>e</sup> terme de la proportion:  $6:7::165:x$ ; d'où  $x=192,5$ .

7<sup>e</sup> PROBLÈME. Trente mètres de drap de 1<sup>re</sup> qualité à  $\frac{9}{12}$  de large coûtent 720 francs; trouver le prix de 50 mètres de drap de 2<sup>e</sup> qualité à  $\frac{8}{12}$ ; à dimensions égales, le prix d'un mètre de 2<sup>e</sup> qualité est les  $\frac{15}{16}$  du prix d'un mètre de 1<sup>re</sup> qualité.

1<sup>re</sup> MÉTHODE. 30<sup>m</sup> de drap de 1<sup>re</sup> qualité à  $\frac{9}{12}$ , coûtent ..... 720<sup>f</sup>,

1<sup>m</sup> de 1<sup>re</sup> qualité à  $\frac{9}{12}$ , coûte le 30<sup>e</sup> de 720<sup>f</sup>, ou.. 24<sup>f</sup>,

50<sup>m</sup> de 1<sup>re</sup> qualité à  $\frac{9}{12}$ , coûtent 24<sup>f</sup> × 50, ou.. 1200<sup>f</sup>,

50<sup>m</sup> de 1<sup>re</sup> qualité à  $\frac{9}{12}$  coûtent le 9<sup>e</sup> de 1200<sup>f</sup>, ou  $\frac{1200<sup>f</sup>}{9}$ ,

50<sup>m</sup> de 1<sup>re</sup> qualité à  $\frac{8}{12}$ , coûtent  $\frac{1200<sup>f</sup>}{9} \times 8$ , ou  $\frac{9600<sup>f</sup>}{9}$ .

Les 50<sup>m</sup> de drap de 2<sup>e</sup> qualité à  $\frac{8}{12}$  coûteront donc  $\frac{9600<sup>f</sup>}{9} \times \frac{15}{16}$  ou 1000<sup>f</sup>.

2<sup>o</sup> MÉTHODE. Les prix des draps de même qualité étant proportionnels aux nombres des mètres et aux largeurs, on trouvera le prix de 50<sup>m</sup> de drap de 1<sup>re</sup> qualité à  $\frac{9}{12}$ , en faisant deux règles de trois simples et directes. En effet :

1<sup>o</sup>. Puisque 30<sup>m</sup> de drap de 1<sup>re</sup> qualité à  $\frac{9}{12}$  coûtent 720<sup>f</sup>, le prix de 50<sup>m</sup> du même drap sera déterminé par la proportion

$$30:720::50:x; \text{ d'où } x=1200.$$

2<sup>o</sup>. Les 50<sup>m</sup> de 1<sup>re</sup> qualité à  $\frac{9}{12}$  coûtent 1200<sup>f</sup>, le prix de 50<sup>m</sup> de même qualité à  $\frac{8}{12}$ , sera fourni par la proportion

$$\frac{9}{12}:1200::\frac{8}{12}:x; \text{ d'où } x=\frac{1200 \times 8}{9}=\frac{9600}{9}.$$

Ainsi, 50<sup>m</sup> de 1<sup>re</sup> qualité à  $\frac{9}{12}$  valent  $\frac{9600<sup>f</sup>}{9}$ . Les 50<sup>m</sup> de drap de 2<sup>e</sup> qualité à  $\frac{8}{12}$  coûteront donc  $\frac{9600<sup>f</sup>}{9} \times \frac{15}{16}$  ou 1000<sup>f</sup>.

514. 8<sup>e</sup> PROBLÈME. Un ouvrage a été exécuté en 5 jours par 24 ouvriers qui ont travaillé 7 heures par jour; en combien de jours la même quantité d'ouvrage serait-elle exécutée par 21 ouvriers qui travailleraient 4 heures par jour.

1<sup>re</sup> MÉTHODE. Suivant que le nombre des ouvriers ou des heures de travail par jour devient un certain nombre de fois *plus grand*, le nombre de jours nécessaire pour exécuter un même ouvrage, devient, au contraire, le même nombre de fois *plus petit*. Cela posé : puisque pour faire l'ouvrage donné,

24 ouvr. travaillant 7<sup>h</sup> par jour ont mis 5 jours,  
un ouvr. travaillant 7<sup>h</sup> par jour mettrait 24 fois 5, ou  $5i \times 24$ ,

21 ouvr. travaillant 7<sup>h</sup> par jour mettraient  $\frac{5i \times 24}{21}$ ,

21 ouvr. travaillant 1<sup>h</sup> par jour mettraient 7 fois  $\frac{5i \times 24}{21}$ , ou  $\frac{5i \times 24 \times 7}{21}$ .

Les 21 ouvr. travaillant 4<sup>h</sup> par jour mettraient donc  $\frac{5i \times 24 \times 7}{21 \times 4}$ , ou 10 jours.

2<sup>e</sup> MÉTHODE. Le nombre de jours nécessaire pour exécuter un ouvrage étant en *raison inverse* du nombre des ouvriers et du nombre des heures de travail par jour, on obtiendra le nombre de jours demandé, à l'aide de deux règles de trois inverses, en ayant égard successivement au nombre des ouvriers et au nombre des heures ; ce qui conduira au calcul suivant :

$$21 : 24 :: 5 : x ; \text{ d'où } x = \frac{24 \times 5}{21} ;$$

$$4 : 7 :: \frac{24 \times 5}{21} : x ; \text{ d'où } x = \frac{24 \times 5 \times 7}{21 \times 4} = 10.$$

Les 21 ouvriers mettront donc dix jours à faire l'ouvrage.

REMARQUE. La méthode qui a servi à résoudre les problèmes des nos 515 et 514, est une *règle de trois composée*, parce qu'elle conduit au résultat à l'aide de plusieurs règles de trois simples ; et suivant que ces règles de trois sont *directes* ou *inverses*, la *règle de trois composée* est dite *directe* (n° 515), ou *inverse* (n° 514).

515. 9<sup>e</sup> PROBLÈME. Deux ouvriers ont fait 8 mètres d'ouvrage ; combien 5 ouvriers feront-ils de mètres d'un autre ouvrage ? Les difficultés de ces ouvrages sont comme 3 est à 4.

1<sup>re</sup> MÉTHODE. Puisque 2 ouvriers ont fait 8<sup>m</sup> du 1<sup>er</sup> ouvrage, un ouvrier ferait 4<sup>m</sup> du 1<sup>er</sup> ouvrage ; les 5 ouvriers feraient 5 fois 4<sup>m</sup> ou 20<sup>m</sup> du 1<sup>er</sup> ouvrage.

Puisque la difficulté du 1<sup>er</sup> ouvrage étant 3, les 5 ouvriers font 20<sup>m</sup>, si la difficulté était 1, les 5 ouvriers feraient 20<sup>m</sup>  $\times$  3 ou 60<sup>m</sup>.

La difficulté du 2<sup>e</sup> ouvrage étant 4, les 5 ouvriers feront  $\frac{60^m}{4}$  ou 15<sup>m</sup>.

2<sup>e</sup> MÉTHODE. Les quantités d'ouvrage exécutées par des ouvriers étant proportionnelles aux nombres des ouvriers, et 2 ouvriers ayant fait 8<sup>m</sup> du 1<sup>er</sup> ouvrage, on trouvera combien 5 ouvriers feraient de cet ouvrage, à l'aide de la proportion,

$$2 : 8 :: 5 : x ; \text{ d'où } x = 20.$$

Les 5 ouvriers feraient donc 20<sup>m</sup> du 1<sup>er</sup> ouvrage. Pour trouver combien ces 5 ouvriers feront du 2<sup>e</sup> ouvrage, on observe que les difficultés des ouvrages étant comme 3 est à 4, les nombres de mètres de ces ouvrages exécutés par les 5 ouvriers seront dans le rapport de 4 à 3 (n° 511) ; le nombre  $x$  de mètres du 2<sup>e</sup> ouvrage fait par les 5 ouvriers, sera donc déterminé par la proportion  $4 : 3 :: 20 : x$  ; d'où  $x = 15$ .

La méthode précédente est une *règle de trois composée directe et inverse*, parce qu'on parvient au résultat à l'aide de deux règles de trois, l'une *directe*, l'autre *inverse*.

## § II. Règle de compagnie ou de société.

516. Cette règle est ainsi nommée parce qu'elle sert à partager entre plusieurs associés le bénéfice qui résulte de leur société. Le bénéfice de chaque associé est proportionnel au gain total, à sa mise, et au temps pendant lequel cette mise est restée dans la société.

10<sup>e</sup> PROBLÈME. Les mises de trois associés sont 300<sup>f</sup>, 500<sup>f</sup> et 700<sup>f</sup> ; le gain total est 126<sup>f</sup>. Trouver le gain de chaque associé.

1<sup>re</sup> MÉTHODE. La somme des mises étant 1500<sup>f</sup>, on dira :

Puisque la mise 1500<sup>f</sup> procure le gain 126<sup>f</sup>,

la mise 1<sup>f</sup> donne le gain  $\frac{126^f}{1500}$  ou 0<sup>f</sup>,084.

Les gains relatifs aux mises 300<sup>f</sup>, 500<sup>f</sup> et 700<sup>f</sup> sont donc les produits de 0<sup>f</sup>,084 par les nombres 300, 500 et 700 ; c'est-à-dire 25<sup>f</sup>,2, 42<sup>f</sup> et 58<sup>f</sup>,8 ; leur somme est effectivement égale au gain total 126 francs.