Nous supposerons, dans les problèmes des nos **334**, ..., **339**, que l'intérêt de la somme placée au commencement de chaque année se joint au capital pour porter intérêt pendant l'année suivante. Lorsque le temps pendant lequel le capital reste placé sera composé d'un nombre entier d'années, et d'un nombre de mois moindre que 12, on prendra d'abord les intérêts composés d'année en année pendant ce nombre entier d'années; et ensuite, le nouveau capital qui en résultera sera placé à intérêt simple pendant le nombre de mois énoncé.

334. 30e Problème. *Calculer combien le capital* 480000 *francs, placé à intérêt composé à* 6 *pour* 100 *par an, vaudra dans trois ans.*

1re Méthode. D'après la règle du no **320**, les 480000f, placés au commencement de la 1re année, vaudront à la fin de cette année $480000^f \times 1{,}06$. Par une raison semblable, la somme $480000^f \times 1{,}06$, placée au comencement de la 2e année, vaudra à la fin de cette année, $480000^f \times 1{,}06$ multiplié par 1,06, ou $480000^f \times 1{,}06^2$. Enfin, cette dernière somme, que l'on place au commencement de la 3e année, vaudra à la fin de cette année, $480000^f \times 1{,}06^2$ multiplié par 1,06, ou $480000^f \times 1{,}06^3$, ou $480000^f \times 1{,}191016$, ou $571687^f{,}68$.

On voit que pour trouver combien une somme, placée à intérêt composé, à 6 pour 100 par an, vaut après un certain nombre entier d'années, il suffit de multiplier cette somme par une puissance de 1,06 marquée par le nombre des années.

En général, *pour trouver combien un capital vaudra au bout d'un nombre entier d'années, en ayant égard aux intérêts des intérêts d'année en année, on ajoute le taux de l'argent à* 100, *on divise la somme par* 100; *le quotient est un nombre décimal abstrait qui exprime combien le capital* 1f *vaut de francs à la fin de la* 1re *année; on multiplie le capital par une puissance de ce quotient marquée par le nombre entier des années pendant lequel le capital a été placé; le produit exprime la valeur cherchée du capital proposé au bout du temps donné.*

2e Méthode. L'intérêt annuel de 100f étant 6f, on voit que 100f payables au commencement d'une année, valent 106f à la fin de cette année. On trouvera donc combien le capital 480000f, placé au commencement de la 1re année, vaudra à la fin de cette année, en posant la proportion

$$100 : 106 :: 480000 : x; \quad \text{d'où } x = 508800.$$

Pour déterminer combien les 508800f placés au commencement de la 2e année, vaudront à la fin de cette année, on posera $100 : 106 :: 508800 : x$; d'où $x = 539328$.

Enfin, on trouve combien les 539328f placés au commencement de la 3e année, vaudront à la fin de cette année, en posant $100 : 106 :: 539328 : x$; d'où $x = 571687{,}68$.

3e Méthode. Si l'on désigne par x francs la valeur de 480000f au bout de trois ans, on aura

$$x = 480000 \times 1{,}06^3; \quad \text{d'où } lx = l480000 + 3l1{,}06 = 5{,}75717.$$

En cherchant à quel nombre correspond le logarithme 5,75717, on trouvera $x = 571700$. Or, la valeur exacte de x est 571687,68. L'erreur, due à l'emploi des logarithmes, est donc de $12^f{,}32$.

Remarque. On voit que l'*intérêt composé* de 480000 francs pendant 3 ans est $571687^f{,}68 - 480000^f$ ou $91687^f{,}68$. L'intérêt simple ne serait que de 86400 francs (no **321**).

335. 31e Problème. *Calculer combien le capital* 480000 *fr., placé à intérêt composé, à* 6 *pour* 100 *par an, vaudra dans* 3 *ans* 7 *mois.*

1re Méthode. On cherche d'abord combien le capital 1f vaudra au bout des 3 ans 7 mois. Or, 1f vaut au bout de 3 ans, $1^f \times 1{,}06^3$ (no **334**). Pour trouver combien cette dernière somme vaudra 7 mois plus tard, lorsqu'elle aura été augmentée de ses intérêts simples pendant 7 mois, on observe que

L'intérêt de 1f par an étant $0^f{,}06$,
L'intérêt de 1f par mois est le 12e de $0^f{,}06$, ou $0^f{,}005$,
L'intérêt de 1f pendant 7 mois est $0^f{,}005 \times 7$, ou $0^f{,}035$.
Le capital 1f vaudra donc au bout de 7 mois, $1^f + 0^f{,}035$, ou $1^f{,}035$, ou $1^f \times 1{,}035$.

Par conséquent, pour trouver combien une somme payable à une certaine époque, vaudra 7 mois plus tard, il suffit de multiplier cette somme par 1,035.

Le capital 1^f, qui valait $1^f \times 1{,}06^3$ au bout de 3 ans, vaudra donc au bout de 3 ans 7 mois, $1^f \times 1{,}06^3 \times 1{,}035$, ou $1{,}06^3 \times 1{,}035$ francs. Le capital 480000 francs vaudra donc dans 3 ans 7 mois, 480000 fois $1{,}06^3 \times 1{,}035$ francs, ou $480000^f \times 1{,}06^3 \times 1{,}035$, ou $591696^f{,}7488$.

Ainsi, pour trouver combien le capital 480000^f placé à intérêt composé, vaudra dans 3 ans 7 mois, il suffit de déterminer d'abord la valeur d'un franc au bout de ce temps, qui est $1{,}06^3 \times 1{,}035$ francs; et de multiplier ensuite le capital 480000^f par le nombre abstrait $1{,}06^3 \times 1{,}035$ qui exprime combien le capital 1^f vaudra de francs dans 3 ans 7 mois.

2e Méthode. On trouvera d'abord, par la 1re ou la 2e méthode du n° **334**, que les 480000^f comptant vaudront $571687^f{,}68$ à la fin de la 3e année. Il suffit donc d'augmenter cette dernière somme de son intérêt simple pendant 7 mois; ce qui revient à chercher combien $571687^f{,}68$ payables à une époque, vaudront 7 mois plus tard.

Or, l'intérêt de 100^f en 12 mois est 6^f; on obtiendra donc l'intérêt de 100^f en 7 mois, en posant la proportion

$$12 : 6 :: 7 : x; \quad \text{d'où} \quad x = 3{,}5.$$

Ainsi, 100^f comptant vaudront $103^f{,}5$ dans 7 mois.

On trouvera donc combien les $571687^f{,}68$ vaudront dans 7 mois, à l'aide de la proportion

$$100 : 103{,}5 :: 571687{,}68 : x; \quad \text{d'où} \quad x = 591696{,}7488.$$

3e Méthode. Si l'on désigne par x francs la valeur de 480000^f au bout de 3 ans 7 mois, la 1re méthode donnera

$$x = 480000 \times 1{,}06^3 \times 1{,}035; \text{ d'où}$$
$$lx = l480000 + 3l1{,}06 + l1{,}035 = 5{,}77211, \; x = 591714{,}2857.$$

Or, la valeur exacte de x est 591696,7488. L'erreur, en plus, due à l'emploi des logarithmes, est donc la différence $17^f{,}5369$ entre $591714^f{,}2857$ et $591696^f{,}7488$.

336. En général: 1°. Pour *trouver combien le capital* 1^f, *placé à intérêt composé, vaudra au bout d'un temps composé d'années et de mois*, on détermine d'abord la valeur d'un franc au bout du nombre entier des années contenues dans le temps donné (n° **334**); on multiplie ensuite cette valeur de 1^f par le nombre abstrait qui exprime combien le capital 1^f vaut de francs au bout du nombre des mois contenus dans le temps donné (n° **322**), le produit exprime la valeur demandée du capital 1^f au bout du temps donné.

2°. Pour *trouver combien un capital, placé à intérêt composé pendant un certain nombre d'années et de mois, vaudra au bout de ce temps*, il suffit de chercher la valeur d'un franc au bout du temps donné, et de multiplier le capital par le nombre abstrait qui exprime combien 1f comptant vaut de francs au bout du temps donné; le produit exprime la valeur du capital au bout du temps donné.

337. 32e Problème. *Trouver combien* $591696^f{,}7488$, *payables dans 3 ans 7 mois, valent en argent comptant. On a pris les intérêts des intérêts à 6 pour 100 par an.*

Il s'agit de trouver quel est le capital x francs qui vaudra $591696^f{,}7488$ dans 3 ans 7 mois, en prenant les intérêts composés à 6 pour 100 par an, d'après la convention du n° **333**.

1re Méthode. On a recours à la règle du n° **336**; à cet effet, on cherche d'abord la valeur de 1^f au bout de 3 ans 7 mois, qui est $1{,}06^3 \times 1{,}035$ francs (page 292). Les $591696^f{,}7488$ exprimant le produit du capital cherché par le nombre abstrait $1{,}06^3 \times 1{,}035$ qui exprime combien 1^f vaut de francs au bout de 3 ans 7 mois, si l'on divise 591696,7488 par $1{,}06^3 \times 1{,}035$, le quotient 480000 indiquera que le capital cherché est 480000 francs.

2e Méthode. On cherche d'abord combien les $591696^f{,}7488$ payables dans 3 ans 7 mois, valent dans 3 ans, c'est-à-dire 7 mois plus tôt. On trouve par la 2e méthode (page 292), que 100^f comptant valent $103^f{,}5$ au bout de 7 mois. On obtiendra donc combien les $591696^f{,}7488$ payables dans 3 ans 7 mois, valent dans 3 ans, en faisant la proportion

$$103{,}5 : 100 :: 591696{,}7488 : x; \quad \text{d'où,} \quad x = 571687{,}68.$$

La question est ainsi réduite à *chercher combien* $571687^f,68$ *payables dans* 3 *ans, valent comptant*. Or, 106^f payables dans un an, valent 100^f comptant; on trouvera donc combien les $571687^f,68$ payables à la fin de la 3ᵉ année, valent à la fin de la 2ᵉ année, en faisant la proportion

$$106 : 100 :: 571687,68 : x\,; \quad \text{d'où} \quad x = 539328.$$

On trouvera d'une manière semblable, à l'aide de deux proportions, que 539328 payables à la fin de la 2ᵉ année valent 508800^f à la fin de la 1ʳᵉ année, et que 508800^f payables à la fin de la 1ʳᵉ année, valent 480000^f comptant.

3ᵉ Méthode. Le produit du capital x francs demandé, par le nombre $1,06^3 \times 1,035$ devant être égal à $591696^f,7488$ (page 293), on a

$$x = \frac{591696,7488}{1,06^3 \times 1,035}\,; \quad \text{d'où}$$

$$lx = l591696,7488 - 3l1,06 - l1,035 = 5,68123.$$

On en déduit $x = 479988,88$ etc. Or, la valeur exacte de x est 480000. L'erreur en moins, due à l'emploi des logarithmes, est donc $480000^f - 479988^f,88$ etc., ou $11^f,11$ etc.

*338. Nous allons résoudre des problèmes sur les intérêts composés, dans lesquels *la quantité cherchée sera le temps pendant lequel le capital a été placé, ou le taux de l'argent*.

*33ᵉ Problème. *Trouver dans combien d'années le capital* 480000^f *vaudra* $571687^f,68$, *en prenant les intérêts des intérêts à* 6 *pour* 100 *par an*.

Si l'on désigne par x le nombre des années demandé, la valeur des 480000^f au bout de x années sera $480000^f \times 1,06^x$; il faut donc que

$$480000 \times 1,06^x = 571687,68\,; \quad \text{d'où} \quad 1,06^x = \frac{571687,68}{480000},$$

$$(l1,06) \times x = l571687,68 - l480000 = 0,07592,$$

$$x = \frac{0,07592}{l1,06} = \frac{0,07592}{0,02531} = 2,9996 \text{ etc.}$$

La valeur exacte de x étant 3 (page 290), l'erreur due à l'emploi des logarithmes est moindre que 0,0004.

34ᵉ Problème. *Trouver dans combien de temps le capital* 480000^f *vaudra* $591696^f,7488$, *en prenant les intérêts des intérêts à* 6 *pour* 100 *par an*.

1ʳᵉ Méthode. On cherche les valeurs successives du capital 480000^f au bout d'un an, au bout de deux ans, etc., jusqu'à ce qu'on parvienne au nombre $591696^f,7488$, ou à deux valeurs consécutives qui comprennent ce nombre. On trouve, d'après la règle du nº 334, que les 480000^f valent : 508800^f dans un an, 539328^f dans 2 ans, $571687^f,68$ dans 3 ans, et $605988^f,9408$ dans 4 ans. Les $591696^f,7488$ étant compris entre $571687^f,68$ et $605988^f,9408$, le temps cherché est compris entre 3 et 4 ans. Ce temps est donc composé de 3 ans, plus d'un nombre de mois moindre que 12, que nous allons déterminer.

Le capital 480000 francs valant $571687^f,68$ au bout de trois ans, il s'agit de déterminer pendant combien de mois cette dernière somme doit être placée à intérêt simple, pour devenir $591696^f,7488$. L'intérêt simple des $571687^f,68$, pendant le nombre de mois cherché, doit donc être égal à la différence $20009^f,0688$ entre $591696^f,7488$ et $571687^f,68$. Or, l'intérêt de $571687^f,68$ pendant 12 mois, est $571687^f,68 \times 0,06$ ou $34301^f,2608$. On trouvera donc pendant combien de mois le capital $571687^f,68$ doit être placé pour rapporter $20009^f,0688$ d'intérêt, en faisant la proportion

$$34301,2608 : 12 :: 20009,0688 : x\,; \quad \text{d'où} \quad x = 7.$$

Le temps cherché est donc 3 ans 7 mois.

2ᵉ Méthode. On désigne par x le nombre des années demandé. Les 480000 francs vaudront au bout de x années, $480000^f \times 1,06^x$ (nº 334). Il faut donc que

$$480000 \times 1,06^x = 591696,7488\,; \quad \text{d'où} \quad 1,06^x = \frac{591696,7488}{480000},$$

$$x \times l1,06 = l591696,7488 - l480000 = 0,09086,$$

$$x \times 0,02531 = 0,09086, \qquad x = \frac{0,09086}{0,02531} = 3,1 \text{ etc.}$$

Le temps cherché est donc compris entre 3 et 4 ans. Ainsi, le capital 480000^f doit être placé pendant 3 ans à intérêt composé, et ensuite à intérêt simple pendant un certain nombre de mois (moindre que 12), que nous désignerons par y.

Mais, l'argent étant à 6 pour 100 par an, l'intérêt de 1^f par mois est $0^f,005$ (page 291); l'intérêt de 1^f pendant y mois est donc $0^f,005 \times y$. Le capital 1^f vaudra donc après y mois, $1^f + 0^f,005 \times y$, c'est-à-dire $(1 + 0,005 \times y)$ francs. Soit $1 + 0,005 \times y = z$. Le capital 1^f vaudra z francs au bout de y mois. Or, 1^f argent comptant vaut $1^f \times 1,06^3$ au bout de 3 ans; 1^f comptant vaudra donc au bout de 3 ans plus y mois, $1^f \times 1,06^3 \times z$. Les 480000 francs vaudront donc au bout de ce dernier temps, $480000^f \times 1,06^3 \times z$. Il faut donc que

$$480000 \times 1,06^3 \times z = 591696,7488\text{ ; d'où}$$
$$lz = l591696,7488 - l480000 - 3l1,06.$$

Or, on a trouvé, en calculant le nombre des années, que

$$l591696,7488 - l480000 = 0,09086 \text{ (page 295)};$$

d'ailleurs, $\quad 3l1,06 = 0,07593$. On a donc,

$$lz = 0,09086 - 0,07593 = 0,01493; \quad \text{d'où} \quad z = 1,035.$$

Mais, $z = 1 + 0,005 \times y$; donc $0,005 \times y = 0,035$.

On en déduit $y = 7$. Le nombre de mois cherché est donc 7. Le capital 480000^f doit donc être placé pendant 3 ans 7 mois.

*35ᵉ Problème. *Le capital 480000 francs, placé à intérêt composé, vaut* $571687^f,68$ *après 3 ans. Il s'agit de trouver le taux de l'argent.*

Si x francs désigne la valeur d'un franc à la fin de la première année, les 480000 francs vaudront $480000 \times x^3$ francs, à la fin de la troisième année. On doit donc avoir,

$$480000 \times x^3 = 571687,68; \text{ d'où } lx = 0,02531 \text{ et } x = 1,06.$$

Cela posé : puisque 1^f vaut $1^f,06$ après un an, 100^f valent 106^f à la fin de la 1ʳᵉ année. L'intérêt de 100^f par an est donc 6^f. L'argent est donc à 6 pour 100 par an.

Remarque. Lorsqu'on connaît un capital, ainsi que sa valeur après un temps donné (composé d'années et de mois), les procédés arithmétiques ne suffisent plus pour calculer le taux de l'argent.

* 339. 36ᵉ Problème. *Un particulier qui doit 11000 francs, paie une rente de* 2200^f *par an pour l'intérêt des* 11000^f ; *il voudrait acquitter en deux ans la rente et le capital, au moyen de deux paiemens égaux effectués à la fin de chaque année. On a égard aux intérêts composés. Il s'agit de trouver la valeur x de chaque paiement.*

L'intérêt annuel de 11000^f étant 2200^f, l'intérêt annuel de 1^f est $\frac{2200^f}{11000}$ ou $0^f,2$. Ainsi, 1^f comptant vaut $1^f,2$ à la fin de l'année. On en déduit, que les 11000^f comptant vaudraient à la fin de la 2ᵉ année, $11000^f \times 1,2^2$ ou 15840^f (nº 334). Les deux paiemens réunis, évalués à cette dernière époque, doivent donc valoir 15840^f. Or, le 1ᵉʳ paiement x effectué à la fin de la 1ʳᵉ année, vaut $x \times 1,2$ à la fin de la 2ᵉ année; le 2ᵉ paiement effectué à la fin de la 2ᵉ année vaut x à cette époque. Les deux paiemens réunis, évalués à la fin de la 2ᵉ année, valent donc $x \times 1,2 + x$, ou x multiplié par $1,2 + 1$, ou $x \times 2,2$. Le produit de x par $2,2$ doit donc être égal à 15840^f. Ainsi, en divisant 15840^f par $2,2$, le quotient 7200^f exprimera la valeur de chaque paiement.

Et en effet : on paie 7200^f à la fin de la 1ʳᵉ année, on devait 2200^f pour la rente des 11000^f ; on n'acquitte donc que 5000^f sur le capital 11000^f qui se trouve ainsi réduit à 6000^f ; on ne doit donc tenir compte pendant la 2ᵉ année que de l'intérêt des 6000^f qui restent dus ; mais, on vient de voir que l'intérêt de 1^f est $0^f,2$; l'intérêt des 6000^f est donc 6000 fois $0^f,2$, ou 1200 francs; on ne redoit donc à la fin de la 2ᵉ année que $6000^f + 1200^f$, ou 7200^f; le second paiement de 7200^f, effectué à cette époque, acquitte donc le reste de la dette. Les questions de cette espèce s'appellent questions d'*annuités*.

§ VI. *Règles de fausse position et de double fausse position.*

*340. 37^e PROBLÈME. *On voudrait payer 32^f avec 10 pièces, en ne prenant que des pièces de 2^f et de 5^f.*

Si les 10 pièces étaient de 2^f, elles vaudraient 20^f au lieu de 32^f; il faut donc augmenter de 32^f — 20^f ou de 12^f la valeur de ces 10 pièces, sans en changer le nombre. Mais, chaque pièce de 5^f, substituée à une pièce de 2^f, augmente de 3^f la valeur des 10 pièces; on devra donc prendre autant de pièces de 5^f que 3^f est contenu de fois dans 12^f; or, le quotient de 12^f par 3^f est 4; il faut donc substituer 4 pièces de 5^f à 4 pièces de 2^f; on formera donc les 32^f avec 4 pièces de 5^f et 6 pièces de 2 francs.

Remarque. Pour que les questions de cette nature soient possibles, il faut que la somme à payer soit comprise entre les deux sommes que l'on obtient, en ne prenant successivement que des pièces de la plus petite et de la plus grande valeur; et il faut en outre que l'on trouve un nombre entier pour le nombre des pièces de chaque espèce.

La méthode précédente a reçu le nom de *règle de fausse position,* parce qu'elle conduit au résultat à l'aide d'*une fausse supposition.*

38^e PROBLÈME. *Un père, interrogé sur l'âge de son fils, répond : mon âge est le triple de celui de mon fils, et il y a dix ans qu'il en était le quintuple. On demande l'âge du fils.*

Si le fils a 24 ans, le père a 72 ans; il y a dix ans, le fils avait 14 ans et le père 62 ans; or, le quintuple de 14 surpasse 62 de 8; l'erreur est donc 8. On verra de même que si l'âge 24 ans du fils diminue d'une année, l'erreur 8 diminuera de 2. Par conséquent, pour que cette erreur devienne nulle, il faut que l'âge 24 ans du fils diminue de 4 années. Le fils a donc 20 ans et le père 60 ans; il y a dix ans, le fils avait 10 ans et le père 50 ans; l'âge du père était donc quintuple de celui du fils.

La méthode qui a servi à résoudre le problème précédent, se nomme *règle de double fausse position,* parce qu'elle conduit au résultat à l'aide de deux fausses suppositions.

§ VII. *Problèmes sur des mélanges et des alliages.*

*341. 39^e PROBLÈME. *Un mélange est composé de 4 litres de vin à 14 sous le litre, et de 6 litres à 24 sous. Trouver à combien revient le litre de ce mélange.*

Les 4 litres à 14^s le litre valent 4 fois 14^s, ou 56^s.
Les 6 litres à 24^s le litre valent 6 fois 24^s, ou 144^s.
Les 10 litres de ce mélange valent donc 56^s + 144^s, ou 200^s.
Un litre de ce mélange vaut donc le dixième de 200^s, ou 20^s.

En général : *Pour obtenir le prix d'une unité de mesure d'un mélange, il suffit de multiplier le prix d'une mesure de chaque espèce par le nombre de ces mesures, et de diviser la somme de ces produits par le nombre total des mesures du mélange.* Le prix d'une mesure du mélange est toujours compris entre le prix le plus élevé et le prix le moins élevé d'une même mesure des substances mélangées.

Par exemple, si l'on forme un mélange de 20 litres de vin à 5^s le litre, de 30^{lit} à 10^s, de 28^{lit} à 14^s et de 12^{lit} à 24^s, on trouvera que ce mélange revient à 12^s le litre.

*40^e PROBLÈME. *Mélanger des vins à 14^s et à 24^s le litre, de manière que le mélange revienne à 20^s le litre.*

Chaque litre à 14^s que l'on vendrait 20^s, procurerait 20^s—14^s ou 6^s de gain; et chaque litre à 24^s que l'on vendrait 20^s donnerait 24^s—20^s ou 4^s de perte. Par conséquent, pour que le gain compense la perte, il suffit de mêler 4 litres à 14^s avec 6 litres à 24^s; les 10 litres du mélange reviendront à 20^s le litre.

1re REMARQUE. Le plus petit nombre divisible par 6 et par 4 étant 12, il est facile de voir que si l'on divise successivement un multiple quelconque de 12, par 6 et par 4, les quotiens respectifs exprimeront les nombres de litres à 14^s et à 24^s que l'on peut mélanger pour former du vin à 20^s le litre.

2^e REMARQUE. *Quand le nombre total des litres du mélange* *est donné, on peut facilement trouver combien ce mélange doit contenir de litres de vin de chaque espèce;* car,

10 litres du mélange contenant 4^{lit} à 14^{f} et 6^{lit} à 24^{f},
Un litre de mélange contient $\frac{4^{lit}}{10}$ à 14^{f} et $\frac{6^{lit}}{10}$ à 24^{f}.

Par conséquent, le nombre de litres de vin à 14^{f} est les $\frac{4}{10}$ du nombre total des litres du mélange, et le nombre de litres de vin à 24^{f} est les $\frac{6}{10}$ du nombre des litres du mélange.

Par exemple, pour *composer* 30 *litres de vin à* 20^{f} *le litre*, on mélangera 30$^{lit}\times\frac{4}{10}$ ou 12^{lit} de vin à 14^{f} avec 30$^{lit}\times\frac{6}{10}$ ou 18 litres de vin à 24^{f}.

3^{e} Remarque. *Quand le nombre des litres à* 14^{f} *est donné, il est facile de trouver le nombre des litres à* 24^{f}. En effet; on vient de voir que 10 litres du mélange contiennent 4 litres à 14^{f} et 6 litres à 24^{f}; d'ailleurs, 6 est les $\frac{6}{4}$ ou les $\frac{3}{2}$ de 4; le nombre de litres à 24^{f} doit donc être les $\frac{3}{2}$ du nombre de litres à 14^{f}.

Par exemple, si l'on veut *composer du vin à* 20^{f} *le litre, en mélangeant du vin à* 24^{f} *le litre avec* 12 *litres à* 14^{f} *le litre*, le nombre de litres à 24^{f} sera les $\frac{3}{2}$ de 12 ou 18.

* 41^{e} Problème. *Combien faut-il ajouter d'eau à* 12 *litres de vin à* 15^{f} *le litre, pour que le mélange revienne à* 9^{f} *le litre.*

Le prix 9^{f} d'un litre du mélange demandé, multiplié par le nombre inconnu x des litres de ce mélange, devant être égal au prix total, 12 fois 15^{f} ou 180^{f} du mélange, on obtiendra la valeur de x en divisant 180^{f} par 9^{f}, ce qui donne 20. Le nombre cherché des litres d'eau est donc 20 — 12, ou 8.

*342. Des raisonnemens analogues à ceux du n° 341 vont nous conduire aux solutions des *problèmes sur les alliages.*

*42^{e} Problème. *On fait fondre* 70 *grammes d'or au titre de*

0,90 (n° **261**), *avec* 30 *grammes d'or au titre de* 0,80. *Trouver le titre de l'alliage qui en résultera.*

Le produit du nombre des grammes par le titre donnant la quantité d'or pur (n° **262**), on trouve que

70^{gr} d'or au titre de 0,90 contiennent 63^{gr} d'or pur,
30^{gr} d'or au titre de 0,80 contiennent 24^{gr} d'or pur.
Les 100^{gr} d'alliage contiennent donc 87^{gr} d'or pur.
Un gramme d'alliage contient donc 0^{gr},87 d'or pur.
Le titre de l'alliage est donc 0,87.

En général: *Pour trouver le titre de l'alliage qui résulte de la fonte de plusieurs lingots, il suffit de multiplier le poids de chaque lingot par son titre, et de diviser la somme de ces produits par le poids total de l'alliage.*

Par exemple, si l'on forme un alliage de 20^{gr} d'or à 0,05 de fin, de 30^{gr} à 0,10, de 28^{gr} à 0,14 et de 12^{gr} à 0,24, on trouvera que cet alliage est au titre de 0,12 par rapport à l'or.

* 43^{e} Problème. *Dans quelle proportion doit-on combiner de l'or à* 0,90 *de fin, avec de l'or à* 0,80, *pour composer un alliage au titre de* 0,87.

L'alliage cherché devant être au titre de 0,87, un gramme de cet alliage doit contenir 0^{gr},87 d'or fin. Ainsi,

1^{gr} d'or à 0,90 de *fin* contient de trop 0^{gr},90—0^{gr},87 ou 0^{gr},03 d'or fin,
et sur 1^{gr} d'or à 0,80 de *fin*, il manque 0^{gr},87—0^{gr},80 ou 0^{gr},07 d'or fin.

Il y aura donc compensation en combinant 7^{gr} d'or à 0,90 de *fin* avec 3^{gr} d'or à 0,80; car les 10^{gr} d'alliage qui résulteront de cette combinaison contiendront de trop 7 fois 0^{gr},03 ou 0^{gr},21 d'or fin, et il manquera 3 fois 0^{gr},07 ou 0^{gr},21 d'or fin. Chaque gramme de l'alliage demandé doit donc contenir 0^{gr},7 d'or à 0,90 de *fin* et 0^{gr},3 d'or à 0,80 de *fin.*

* 44^{e} Problème. *Un orfèvre a deux lingots d'or, dont les titres sont* 0,90 *et* 0,80. *Combien doit-il prendre de grammes de chaque lingot pour composer* 100^{gr} *d'alliage au titre* 0,87.

Les 100 grammes de l'alliage demandé doivent renfermer 87 grammes d'or; si l'on prenait 100^{gr} du 1er lingot, ils contiendraient 90^{gr} d'or au lieu de 87^{gr}, c'est-à-dire 3^{gr} de trop. Il faut donc remplacer des grammes d'or à 0,90 de fin