

Les propositions *disjonctives* expriment une alternative : « Jean est dans la maison ou dans l'office. » — « Le granit est ou bien un dépôt sédimentaire, ou le résultat d'une action ignée. » — « Être ou ne pas être, voilà la question. »

Les propositions de ce genre peuvent être considérées comme associant des conditions telles que, si l'une est réalisée, l'autre ne l'est pas : « Si Jean n'est pas dans la maison, il est dans l'office, et s'il n'est pas dans l'office, il est dans la maison. »

Chacune de ces classes de propositions sert de fondement à une catégorie spéciale de transformations logiques, qui constitue une variété supposée du raisonnement syllogistique. Le mot *hypothétique* exprime à la fois les formes conditionnelles et disjonctives, et le mot *catégorique* représente toutes les autres propositions.

7. En combinant l'une avec l'autre la différence des propositions au point de vue de la *quantité* et leur différence au point de vue de la *qualité*, on obtient quatre classes de propositions.

- | | |
|----|---|
| 1° | Les propositions universelles affirmatives A. |
| 2° | id. particulières affirmatives I. |
| 3° | id. universelles négatives E. |
| 4° | id. particulières négatives O. |

Ces quatre espèces de propositions sont représentées par les symboles A, I, E, O. Les deux premières formes dérivent leurs symboles des voyelles contenues dans le mot *AffIrmer*. La troisième et la quatrième les tirent des voyelles du mot *nEgO*.

- A : — Tous les hommes sont faillibles : tout X est Y.
 I : — Quelques hommes sont sages : quelque X est Y.
 E : — Aucun homme n'est Dieu : aucun X n'est Y.
 O : — Quelques hommes ne sont pas sages : quelque X n'est pas Y.

THÉORIE DE HAMILTON SUR LA QUANTITÉ DU PRÉDICAT.

8. Les quatre formes indiquées sont les formes vulgairement admises dans le syllogisme, formes qui suffisent pour l'usage ordinaire. Remarquons cependant que dans ces propositions la quantité dont on tient compte est seulement la quantité du *sujet* ; rien n'est explicitement dit de la quantité du *prédicat*. Pour suppléer à cette omission, Hamilton a indiqué quatre formes additionnelles.

Ainsi, prenons pour exemple : tout X est Y ; tous les hommes sont faillibles. Y peut être pris en deux sens : désigner tout Y ou seulement quelque Y ; tous les êtres faillibles, ou seulement quelques êtres faillibles. — Il y a par suite deux formes possibles :

1° Tous les Xs sont quelques-uns (une partie) des Ys : tous les hommes sont quelques-uns (une partie) des êtres faillibles. C'est là le sens présumé de la forme ordinaire, où la quantité du prédicat n'est pas déterminée. Comme rien n'indique que les Xs sont tous les Ys, — que les hommes sont les seuls êtres faillibles qui existent, — nous devons supposer qu'il y a, en dehors des hommes, d'autres Ys, d'autres êtres faillibles, et par conséquent supposer qu'on accorde seulement que les hommes font partie des êtres faillibles, qu'il y ait oui ou non d'autres êtres faillibles. Ordinairement nous n'avons pas à nous préoccuper d'une recherche plus complète ; il nous suffit de savoir, dans une circonstance particulière, qu'un homme, qu'un certain nombre d'hommes, sont faillibles, ou, pour prendre un autre exemple, qu'une substance est vénéneuse, sans nous embarrasser de chercher, pour le moment, si d'autres substances que celle que nous avons dans la main ont la même propriété. Ceci est une recherche distincte, indépendante de notre affirmation présente, recherche qui peut être utile dans certains cas, mais qui ne l'est pas dans tous, ni même dans la majorité des cas. Il est important pour nous de savoir que « les vins sont des stimulants » : qu'il y ait ou non d'autres stimulants. C'est une découverte tout à fait distincte, et qui peut avoir son utilité spéciale, d'apprendre

qu'il y a d'autres stimulants que les vins. La forme commune s'applique au premier cas ; la forme à quantité déterminée (*quantified*), — tous les vins sont quelques-uns des excitants, il y a d'autres excitants que les vins, — s'applique et convient au second cas.

Dans le sens strict du mot *quelques* (quelques-uns au moins, et peut-être tous), la forme déterminée, tout X est quelque Y, est la même que la forme non déterminée, tout X est Y. Il y a seulement cette différence que, dans la forme déterminée, l'attention est appelée sur cette circonstance qu'il y a peut-être plus de Ys qu'il n'y a de Xs, tandis que, dans la forme ordinaire, la question n'est pas soulevée, ni même suggérée, quant aux Ys qui peuvent exister en dehors des Xs. Si le mot quelques-uns est pris dans son sens usuel « quelques-uns au plus », la détermination particulière que ce mot ajoute à l'attribut ne représente plus le sens de la forme non déterminée.

Nous verrons, dans l'exposé que nous donnerons ci-après de la logique de Boole, que cet écrivain considère comme une nécessité d'exprimer par un symbole que le prédicat d'une proposition affirmative est pris seulement dans un sens limité, que son extension est partielle.

2^e Lorsque le prédicat est pris universellement, la forme A devient « tout X est tout Y », il n'y a pas d'Ys excepté les Xs. Mais ce n'est pas une forme usuelle. Dans le plus grand nombre des propositions affirmatives le prédicat a plus d'extension que le sujet ; il comprend le sujet et en même temps d'autres êtres : « la monnaie du pays est en métal ; » il y a beaucoup d'autres objets que la monnaie qui sont en métal. « Les étoiles sont des corps célestes ; » ici encore l'attribut n'appartient pas exclusivement au sujet.

Pour donner des exemples de ce genre de propositions, il faut citer des définitions, comme celle-ci : « Le sel commun est du chlorure de sodium, » ce qui signifie qu'il n'y a pas d'autre chlorure de sodium que le sel commun. Mais ces termes sont coextensifs, uniquement parce qu'ils sont sy-

nonymes ; ce sont deux noms différents pour exprimer une seule et même chose. Les propositions qui définissent doivent avoir des attributs et des sujets d'une égale extension.

Si nous cherchons des exemples dans les propositions réelles, nous pourrions citer celui-ci : « Tous les triangles équilatéraux sont des triangles équiangles. » De tels exemples sont rares, même en géométrie, où les propositions affirment des *propria*, et non pas des qualités concomitantes.

Il n'y a qu'un très-petit nombre de cas où des propriétés uniques donnent lieu à des propositions dont le sujet ait la même extension que le prédicat. « Le mercure est un métal liquide » doit être entendu en ce sens qu'il n'y a pas d'autre métal liquide que le mercure. Dans de semblables exemples, il est utile de noter que le sujet et le prédicat ont une extension égale ; en disant par exemple, le mercure est le *seul* métal liquide : il n'y a pas de métal liquide à la température ordinaire, si ce n'est le mercure. Comme ici le prédicat a un caractère exceptionnel, il est nécessaire d'en avertir le lecteur. C'est un exemple analogue que cite Hamilton : « Les êtres raisonnables sont des êtres qui rient, » car cela veut dire qu'il n'y a que les êtres raisonnables qui soient capables de rire.

Dans les propositions les plus générales où l'on associe des qualités distinctes, qui s'accompagnent constamment, il est tout à fait rare de trouver une proposition où le sujet et le prédicat aient une extension égale. Pour le moment, nous n'en connaissons qu'un seul exemple bien caractérisé : « Tout corps gravite ; » ce qui veut dire que la propriété essentielle de la matière, — l'inertie, — est toujours liée à l'attraction ou à la gravitation. Ces deux attributs sont distincts, mais coextensifs ; il n'y a pas d'autres choses qui gravitent que les corps ; il n'y a pas d'objet qui, dépourvu d'inertie, possède cependant la pesanteur. Cependant on pourrait remarquer que, s'il est facile de concevoir l'inertie sans la pesanteur, il est au contraire difficile d'imaginer la pesanteur sans l'inertie.

La polarisation et la réfraction double sont aussi des propriétés coextensives.

M. de Morgan, comme nous le verrons tout à l'heure, donne à cette forme le nom de *proposition complexe*, parce qu'elle équivaut à deux propositions : Tout X est Y, et tout Y est X.

M. Mill adresse en substance les mêmes critiques à la théorie d'Hamilton. Tout ce qui peut être prouvé de cette proposition : « Tout A est B, » peut être prouvé, selon les anciennes formes, de l'un de ses éléments ou de tous les deux : « Tous les As sont des Bs; et tous les Bs sont des As. » Tout ce qui peut être prouvé de cette proposition : « Quelque et seulement quelque A est quelque B, (ou tous les Bs), » peut être prouvé, selon les anciennes formes, des éléments de cette proposition : Quelques As sont des Bs, quelques As ne sont pas des Bs, et (dans le cas mentionné en dernier lieu), tous les Bs sont des As (Mill, *Hamilton*, ch. XXII). Dire « toute philosophie est toute poésie », c'est affirmer ces deux propositions : « La poésie est la philosophie, et la philosophie est la poésie. »

L'affirmative particulière I se présente sous deux formes, lorsque la quantité du prédicat est déterminée : Quelque X est quelque Y (la forme usuelle); quelques Xs sont *tous* les Ys. Quelques planètes sont quelques corps célestes; quelques mortels sont *tous* les hommes. La seconde forme est celle que Hamilton ajoute aux anciennes. La meilleure raison à donner pour la justifier, c'est qu'avec la forme commune, le caractère du prédicat disparaît dans une proposition affirmative universelle convertie; ainsi : Tous les X sont des Y, ou Tous les hommes sont mortels, devient, après conversion : quelques mortels sont les hommes; ce qui veut dire : *quelques Xs*, quelques hommes, tandis que nous avons ici le droit de dire : *tous* les Xs, tous les hommes.

Ces deux formes affirmatives additionnelles ont été acceptées par quelques logiciens, par Thomson, dans ses *Lois de la pensée*, et par Spalding; elles ont été prises

comme le principe d'un nouveau développement du syllogisme. L'affirmation universelle — Tout X est tout Y — est représentée par U (Thomson), ou par A² (Spalding). L'affirmation particulière avec un prédicat universel par Y (Thomson), ou par I² (Spalding).

Les additions proposées par Hamilton aux formes négatives n'ont été acceptées jusqu'à présent par aucun autre logicien. Dans la forme E, aucun X n'est Y, « aucun mortel n'est Dieu », le sujet et le prédicat sont l'un et l'autre universels. Il y a ici une négation, une exclusion totale et réciproque. Aucun individu de la classe des hommes ne peut être confondu avec aucun individu de la classe des dieux. La coïncidence d'un homme avec un dieu est niée *seriatim*. Le prédicat est pris universellement. Nous pourrions cependant établir une forme où le prédicat serait particulier : Aucun X n'est quelque Y. « Aucun homme n'est certaine classe d'animaux. » Il y a des classes d'animaux dont l'homme ne peut aucunement faire partie. Si ces classes d'animaux peuvent être spécifiquement définies, si elles représentent les quadrupèdes, les poissons, etc., la proposition revient à la forme usuelle; car alors l'attribut est encore pris universellement, puisqu'il désigne toute une classe.

Dans la négative particulière O, « quelque X n'est pas Y », le sujet est particulier, et le prédicat universel. Quelques Xs ne se trouvent pas parmi les Ys : « quelques hommes ne sont pas Européens : » « quelques corps célestes ne brillent pas d'une lumière qui leur soit propre. »

Cependant une quantité particulière peut être, dans cette forme, attribuée au prédicat, par exemple : quelque X n'est pas quelque Y; quelques Xs ne se rencontrent pas parmi quelques Ys. Quelques hommes ne se confondent pas avec quelques-uns des mammifères. Si l'expression « quelques mammifères » peut être déterminée spécifiquement et équivaut à « quadrupèdes carnivores » ou « quadrupèdes à peau épaisse », nous retrouvons la vieille forme en O, où le prédicat est universel. En réponse à l'objection que l'on a

dressée à la nouvelle forme négative, à savoir qu'elle n'est amais pratiquement réalisée, Hamilton soutient que c'est la forme par laquelle exclusivement nous *déclarons qu'un ensemble, qu'un tout* quelconque est divisible. Ainsi, en divisant le genre « soldat », nous dirons en nous-mêmes : « Quelque soldat n'est pas quelque soldat; car quelque soldat est fantassin; quelque soldat est cavalier, etc.; mais quelque infanterie n'est pas quelque cavalerie. »

ÉNUMÉRATION DES PROPOSITIONS D'APRÈS DE MORGAN.

9. Pour épuiser l'énumération de tous les modes possibles de prédication, il est nécessaire de faire rigoureusement connaître la nature des *contraires*.

Conformément aux vues très-exactes que M. de Morgan a présentées sur la contrariété, la négative est ce qui reste, une fois qu'on a enlevé la partie positive d'un tout : la négative de X est $U - X$; on peut la symboliser par une marque distincte, x ; par conséquent, X et x seront les deux contraires dans un tout donné : *non-X* est x , et *non-x* est X, car, « quelques Xs ne sont pas Ys » peut être remplacé par quelques Xs sont ys , et ainsi de suite.

Nous avons maintenant, au lieu des deux termes X et Y, les quatre termes X, Y, x , y . Par suite, au lieu d'une seule couple X, Y, pouvant prendre les quatre formes de prédication A, E, I, O, nous avons quatre couples distinctes : X, Y; X, y ; x , Y; et x , y . Chacune d'elles peut se présenter sous la forme A, sous la forme E, I ou O. Conséquemment, il y a seize arrangements possibles. Après examen cependant, huit de ces combinaisons apparaissent comme n'étant que la répétition des huit autres.

Nous pouvons exposer l'opération ainsi qu'il suit : Prenons d'abord A, ou l'affirmation universelle, et les quatre couples seront :

- 1° Tout X est Y (forme ordinaire).
- 2° Tout X est y (non Y).
- 3° Tout x (non X) est Y.
- 4° Tout x (non X) est y (non Y).

La seconde forme : Tout X est y (non Y), est la même que E dans le vieux système : Aucun X n'est Y.

La troisième : Tout x (non X) est Y, est la même que aucun non X n'est non Y; rien n'est à la fois non X et non Y; toute chose est ou bien X ou bien Y. Aucun non-esprit n'est non-matière; toute chose est ou bien esprit ou bien matière. C'est là une forme nouvelle. Elle signifie que toute chose est dans X ou dans Y (ou dans les deux à la fois).

La quatrième : Tout x (non X) est y (non Y), (tous les non-mortels sont non-hommes), est la même chose que, Tout Y est X, une forme qui n'a de nouveau que la transposition des symboles.

Prenons maintenant les quatre couples qui correspondent à l'affirmation particulière I :

- Quelque X est Y.
- Quelque X est y (non Y).
- Quelque x (non X) est Y.
- Quelque x (non X) est y (non Y)

La première est la forme ordinaire; la seconde, la négative particulière. La troisième : Quelque non X est Y, peut être transformée en : « Quelques Ys sont non Xs, » ou bien : « Tous les Xs sont non Quelques Ys; » dans ces termes, elle est reçue parmi les formes additionnelles. La dernière : « Quelque non X est non Y, » « Quelques choses sont ni Xs, ni Ys, » tous les contraires de X sont les contraires de Y. L'infanterie n'est ni artillerie ni cavalerie : la négative de X (cavalerie) est la négative de Y (artillerie), c'est-à-dire, l'infanterie.

La même méthode, appliquée aux négatives universelles et particulières, complète l'exposition, et nous donne une nouvelle forme, déjà notée :

Quelque Y est non X.

laquelle, comme la forme — Tout Y est X — est simplement due à la transposition des lettres de O. L'auteur a des raisons particulières pour comprendre ces deux variétés parmi les formes des propositions.

Ainsi, en outre des vieilles formes fondamentales A, I, E, O, nous aurons quatre autres formes :

1° Chaque Y est X.

2° Quelque Y est non X.

Ces deux formes ne sont que A et O, avec les termes transposés.

3° Toute chose est ou bien X ou bien Y.

4° Quelques choses ne sont ni X ni Y.

Ces deux dernières formes sont une couple contraire de propositions *disjonctives*, qui doivent être ajoutées aux quatre formes régulières dont le caractère commun est d'être catégoriques.

L'auteur examine ensuite la compatibilité ou l'incompatibilité de ces formes variées. Il y a trois alternatives : 1° Les propositions distinctes peuvent être telles qu'il soit *impossible qu'elles coexistent*. 2° Elles peuvent être telles qu'il soit *nécessaire qu'elles coexistent*. 3° Elles peuvent exister ou bien l'une avec l'autre ou bien l'une sans l'autre, dans un état de *concomitance indifférente*. Il est évident, par exemple, par rapport aux vieilles formes, que A ne peut coexister avec E ou avec O; si tout X est Y, il ne peut être vrai, soit que aucun X n'est Y, soit que quelque X est non Y. D'un autre côté, si A existe, I doit exister, et de même pour E et O, la proposition particulière étant enfermée dans la proposition universelle. Enfin les propositions particulières I et O peuvent coexister ou non. Quelques hommes sont sages; quelques hommes ne sont pas sages : voilà deux propositions qui sont entre elles dans un état de concomitance indifférente.

Après cela l'auteur arrive à définir ce qu'il appelle une *proposition complexe* : « une proposition qui comprend en elle-même l'affirmation ou la négation de toutes les huit propositions simples. » Ainsi supposons que X et Y soient tels qu'aucune des quatre universelles ne soit vraie; alors les quatre particulières sont vraies. C'est là un des deux cas, appelé une proposition particulière complexe. L'autre cas, c'est lorsqu'une des quatre universelles est vraie; alors cinq

autres propositions sont établies, soit par affirmation, soit par négation; et il y a deux concomitants qui sont des contradictions, de sorte qu'un seul d'entre eux est vrai. A ce cas général se rattachent six formes différentes, qui ont chacune leur intérêt spécial.

Prenons A (la vieille forme), tout X est Y, comme vrai. Alors E et O sont niés, et I est compris dans A. Des quatre formes nouvelles, le concomitant neutre est tout Y est X : cette proposition peut coexister avec A; et prises ensemble elles donnent la proposition complexe — Tout X est Y, et tout Y est X; en d'autres termes X et Y coexistent et sont identiques. Or, c'est la proposition affirmative universelle d'Hamilton, avec un prédicat dont la quantité est universelle : tous les Xs sont tous les Ys. De telle sorte que, d'après de Morgan, cette forme n'a pas droit à être comptée parmi les propositions simples ou fondamentales; elle est une proposition complexe ou composée, qui dérive des formes simples, par les procédés indiqués. Il appuie cette théorie sur cet argument que la proposition en question n'admet pas une simple négation, comme le fait toute proposition fondamentale; elle est contredite, soit par : quelques Xs sont non Ys, soit par : quelques Ys sont non Xs; c'est-à-dire, par l'expression disjonctive : ou bien quelques Xs sont non Ys, ou quelques Ys sont non X; et il n'est pas nécessaire de déterminer laquelle de ces deux propositions doit être mise en avant, de telle sorte que la contradiction est ambiguë et incertaine.

OPPOSITION DES PROPOSITIONS.

10. La négation dans son sens absolu se manifeste dans l'opposition d'une affirmative universelle à une négative universelle : A opposé à E, comme : « tous les hommes sont sages, aucun homme n'est sage. » C'est ce qu'on appelle, en logique, l'opposition des **CONTRAIRES**.

La contradiction, dans ce sens, est l'opposition d'une universelle négative à une universelle affirmative, ou d'une universelle affirmative à une universelle négative. Tout X est Y; aucun X n'est Y. « Tout l'équipage du bateau a