

16. Il y a deux méthodes pour déterminer les classes les plus générales des prédicats. L'une consiste à faire un examen détaillé des propositions réelles. L'autre à s'en rapporter à la classification des choses qui peuvent être nommées. Les deux méthodes se complètent l'une l'autre.

Par l'examen détaillé des propositions, nous trouverons tout de suite un grand nombre de propositions qui appartiennent à la classe déjà déterminée, et où l'on affirme la coexistence : la coexistence de deux choses, de deux faits, de deux propriétés. L'homme est mortel, — coexistence de l'humanité et de la mort. Le baromètre baisse, c'est signe de pluie, — coexistence de deux faits : la pluie, le baromètre qui baisse.

Passons maintenant de la coexistence à la qualité qui lui fait contraste : la succession, et demandons-nous s'il y a des propositions qui affirment la succession de deux ou plusieurs choses. Nous trouverons beaucoup de propositions de cette espèce : « Le vent soulève la mer ; » « Le soleil est la cause de la végétation ; » « César renversa la république romaine, » voilà des propositions de succession. A parler généralement, partout où il y a production, causalité, changement, il doit y avoir succession : un certain état de choses est suivi d'un autre état de choses. Dans le rapport de cause à effet, auquel se rattache une si large portion des recherches humaines, il y a toujours succession ; ce qu'on appelle cause est suivi de ce qu'on appelle effet.

Nous avons vu de plus que les propositions impliquent l'affirmation de la ressemblance ou de la différence. Ce contraste est un fait universel, inséparable de tout prédicat ; le fondement de la connaissance se trouve, on le sait, dans la ressemblance ou la différence. Mais il y a certains cas où le caractère spécial d'une proposition consiste dans la ressemblance ou la différence, comme dans les propositions numériques. Deux fois deux font quatre, voilà une affirmation d'égalité ; pour établir la vérité de cette proposition, il faut une méthode qui prouve l'égalité ou l'inégalité. Cette proposition ne saurait être rattachée à la coexistence

ou à la succession ; elle se rapporte au contraire, avec une parfaite convenance, aux propositions qui expriment l'accord ou la différence dans la quantité.

17. Un regard jeté sur la classification des choses qui peuvent être nommées prouve combien est grande la portée de ces trois affirmations : coexistence, succession, égalité ou inégalité.

Parmi les choses qui peuvent être nommées, nous trouvons (voir l'*Appendice C*) les attributs spéciaux à l'objet, les attributs spéciaux au sujet, les attributs communs à l'objet et au sujet. Les attributs communs sont la quantité, la coexistence, la succession. Nous pouvons donc, sur l'autorité de cette énumération, indiquer comme formes universelles de prédicats les attributs de l'objet et du sujet, dont on déclare qu'ils s'accordent ou non en *quantité*, en *coexistence*, en *succession*.

18. I. — Les propositions de QUANTITÉ comprennent l'ensemble des sciences mathématiques, et toutes les applications numériques des autres sciences. Le prédicat est alors l'*égalité* ou l'*inégalité*.

Ainsi, en arithmétique, l'addition et la soustraction, la table de multiplication, la règle de trois, — qui sont les opérations fondamentales de cette science, — sont des affirmations qui établissent l'accord ou le désaccord en fait de quantité.

Trois et quatre font sept ; cinq de neuf reste quatre ; six fois huit font quarante-huit ; ce que deux est à dix, six l'est à trente, voilà des affirmations d'égalité, ou de convenance en quantité numérique.

Les propositions de géométrie peuvent toutes être résolues de la même façon. L'angle compris dans un quart de cercle est égal à un angle droit. Le volume d'une sphère est égal aux deux tiers du cylindre circonscrit. Deux côtés d'un triangle pris ensemble sont plus grands que le troisième côté (inégalité).

Dans l'algèbre, nous n'avons qu'à rappeler en passant la méthode si importante qui opère par *équations*.

Dans tous les arts, dans toutes les manifestations de la vie, l'occasion se présente souvent de mesurer la quantité, c'est-à-dire d'affirmer l'égalité ou l'inégalité, le plus ou le moins. Même lorsque la quantité ne se prête pas à une appréciation numérique, comme quand il s'agit des nuances diverses du sentiment et du caractère humain, nous pouvons encore comparer la quantité; nous dirons, par exemple, qu'un homme est plus énergique, plus clairvoyant qu'un autre.

19. Le trait caractéristique des sciences de la quantité, c'est d'être purement déductives. Elles ont sans doute, comme les autres sciences, des fondements inductifs, mais c'est par des opérations purement déductives qu'elles accomplissent la plus grande partie de leur tâche.

Cette remarque détermine la méthode et le caractère logiques des mathématiques. Tout ce qui rentre dans ces sciences appartient à la branche de la logique appelée DÉDUCTION.

20. II. — Les propositions de COEXISTENCE sont de deux espèces. Dans le premier cas, il s'agit de la situation; elles peuvent alors être considérées comme des propositions de *contiguïté dans l'espace*. Elles se rapportent exclusivement à l'objet ou au monde extérieur.

L'objet, ou le monde extérieur, est une vaste multitude de choses, répandues dans l'espace, et auxquelles on attribue une situation, une relation mutuelle par rapport à l'étendue. Ainsi les étoiles sont placées sur la voûte céleste à des distances déterminées. La géographie est une série de propositions de coexistence dans l'espace : un océan, une chaîne de montagnes, un fleuve, sont des objets dont la géographie détermine, par rapport aux autres objets, la situation locale. On leur applique les propositions de grandeur qui sont le plus complètement mathématiques ou quantitatives.

Quelques propositions de coexistence dans l'espace n'affirment pas autre chose que le rapport du contenant et du contenu; elles déclarent qu'un objet est ou n'est pas dans

un autre : Jean est dans la chambre; la constellation d'Orion est dans l'hémisphère boréal; Sainte-Hélène est dans l'Atlantique; le British Muséum contient le vase de Portland. Ces propositions pourraient être appelées les plus vagues et les plus indéterminées des propositions de quantité. Le degré de précision, dans ce cas, dépend de la grandeur relative du contenant et du contenu. Un objet, dont on affirme qu'il est dans une maison, est mieux défini qu'un objet contenu dans une villa, et moins bien qu'un objet contenu dans une boîte.

On établit d'une autre façon la contiguïté dans l'espace en affirmant la proximité. Une chose qui est en dehors d'une autre, mais en contact avec elle, a une situation déterminée qu'on exprime par des mots comme « près de », « à côté de », « au-dessus de », « au-dessous de ». S'il y a un intervalle, on a recours à une mesure de distance.

Les propositions de contiguïté les plus précises sont celles qui établissent la situation mutuelle par l'indication numérique de la distance ou de l'étendue. Tout fait de contiguïté pourrait être réduit à cette forme, si nous avions les connaissances suffisantes, et si cette détermination nous semblait désirable et nécessaire. Ainsi la situation réciproque des étoiles dans la sphère des cieux est établie dans les termes d'une mesure angulaire; la situation sur la terre est déterminée exactement par la longitude et la latitude, et aussi, s'il est nécessaire, par des distances linéaires. La détermination et l'expression de cette relation peut donc être rapportée à l'arithmétique et à la géométrie. L'indication précise de la situation relative est l'objet propre de la géométrie analytique.

La description de tous les objets du monde extérieur qui comprennent des parties, et qui ont une situation définie, exige des propositions de contiguïté conformes à l'une ou à l'autre des méthodes précédentes. Citons en ce genre les édifices, les machines, les plantes, les animaux, les agrégats, et les collections d'objets.

21. La seconde forme de la coexistence est l'*inhérence dans un même sujet*.

Il s'agit ici d'une variété distincte des propositions de coexistence. Au lieu d'une certaine situation locale, avec des intervalles qui peuvent être appréciés numériquement, nous avons la coexistence de deux ou plusieurs attributs placés en un même lieu. Une masse d'or contient dans chacun de ses atomes les attributs qui caractérisent ce métal, le poids, la couleur, le lustre, la dureté, etc. Un animal, outre qu'il est composé d'organes qui occupent chacun une place distincte, a des fonctions, des attributs qui coexistent dans chacun de ces organes et que manifeste chaque molécule de sa substance. Chaque corpuscule sanguin a un grand nombre de propriétés qui en sont inséparables.

L'esprit, qui ne peut donner lieu à des propositions de contiguïté, possède des facultés qui lui sont inhérentes. Nous affirmons que dans l'esprit coexistent le sentiment, la volonté, la pensée, et nous considérons ces facultés non pas comme localement séparées, mais comme unies dans leurs manifestations. Chaque sentiment agréable a son influence sur la volonté, et laisse une impression dans la mémoire ; tous les attributs moraux s'unissent dans l'unité de l'esprit.

Une grande partie des connaissances scientifiques se rangent dans cette catégorie de propositions. Les propriétés des minéraux, des plantes, de l'organisme physique et moral des animaux, sont exprimées dans des affirmations de coexistence de ce genre. La recherche de ces coexistences spéciales ou générales est une branche des méthodes scientifiques ou de la logique ; elle se rattache à l'induction, quoiqu'elle ne constitue pas la partie la plus considérable du domaine inductif.

22. III. — A la SUCCESSION comme à la coexistence se rapportent deux espèces de propositions. A la première espèce appartiennent les propositions qui déterminent la *contiguïté dans le temps*.

Cette première catégorie correspond aux propositions de

contiguïté dans l'espace. Beaucoup d'affirmations se bornent à indiquer l'ordre de succession des événements, sans déterminer de relations plus étroites. Le monde étant gouverné par la loi du changement, il y a entre les phénomènes un ordre de succession que l'on peut exposer comme dans un récit. L'hiver précède le printemps, qui précède l'été. La jeunesse succède à l'enfance. Les traités de 1815 suivirent Waterloo.

La relation des événements peut être déterminée par leur succession immédiate. D'abord la semence, ensuite l'épi, enfin la graine. Henri VIII succéda à Henri VII, et précéda Édouard VI. Un ordre de succession étant donné, la situation occupée dans cette série est déterminée par les événements contigus, ou par un nombre, comme par exemple quand on dit le sixième Comte.

Ici, comme pour la contiguïté dans l'espace, la méthode précise consiste dans l'emploi des nombres. Le cours du temps ayant été divisé en années, mois, jours, heures, etc., la situation de chaque événement est fixée par les nombres et les fractions de nombres. Ceci n'est encore qu'une pure application de l'arithmétique. Dans les questions compliquées de l'astronomie, l'élément du temps peut exiger des formules algébriques d'une grande difficulté. Il n'y a pas cependant de recherche scientifique distincte et nouvelle impliquée dans les propositions de pure succession, quelque soin que l'on mette à les rechercher et à les enregistrer.

23. La seconde forme de la succession est celle que l'on désigne sous le nom de *rapport de cause à effet*. C'est à ce rapport que se rattache la plus grande partie des recherches inductives.

La cause et l'effet se présentent sous l'apparence de la succession, mais ce rapport comprend quelque chose de plus que les simples successions. Il suppose l'existence d'un lien, d'un *nexus*, d'une énergie, d'un pouvoir déterminé, ou vertu duquel un phénomène donne naissance à un autre. Voici des exemples de propositions de causalité :

l'explosion de la poudre à canon projette la balle ; la combustion du charbon transforme l'eau en vapeur ; la lumière est un agent de décomposition ; le chagrin affaiblit la santé ; une bonne récolte fait descendre le prix du blé ; Démosthène excitait les Athéniens contre Philippe.

La logique inductive s'occupe, en premier lieu, des propositions relatives aux attributs inhérents dans un même sujet ; en second lieu, des propositions de causalité. Bien que les principes des sciences de la quantité soient eux aussi inductifs, ces inductions sont si simples et si bornées, qu'on peut se contenter, pour les connaître, de l'exposé qu'en donne la logique déductive.

La théorie qui précède est une modification apportée à la théorie de M. Mill sur les propositions, ramenées à leurs catégories fondamentales, en vue de trouver les divisions de la logique.

M. Mill énumère cinq prédicats ultimes, cinq classes de prédicats : l'*existence*, la *coexistence* (comprenant la contiguïté dans l'espace), la *succession*, la *causalité*, la *ressemblance*.

En dehors de l'existence, ce sont en substance les catégories de propositions que nous avons nous-même adoptées. La COEXISTENCE, telle que l'entend M. Mill, comprend la contiguïté dans l'espace et aussi les propriétés des espèces naturelles (livre III, chap. xxii), qui sont présentées comme des attributs inhérents dans le même sujet. Par SUCCESSION, M. Mill entend les successions les moins étroites, celles que nous rattachons à la contiguïté dans le temps. La succession de cause et d'effet est donnée comme un prédicat distinct, la CAUSALITÉ. A la RESSEMBLANCE M. Mill rattache les propositions qui expriment l'identité, identité constatée dans la classification ; mais la ressemblance existe partout où il y a une proposition générale et ne saurait constituer une division scientifique des propositions. M. Mill indique cependant en terminant les propositions de quantité ou mathématiques comme formant la catégorie spéciale des propositions de ressemblance.

Quant au prédicat de l'EXISTENCE, nous devons remarquer qu'aucune science, aucune partie de la méthode logique n'en dérive spécialement. En réalité, toutes les propositions de ce genre sont plus ou moins abrégées ou elliptiques ; lorsqu'elles sont complètement exprimées, elles rentrent dans la coexistence ou la succession. Lorsque nous disons qu'il *existe* une conspiration pour un but spécial, nous voulons dire qu'il y a en ce moment une société d'hommes qui se sont réunis pour atteindre un but ; ce qui revient à une affirmation complexe, réductible à une proposition de coexistence et à une proposition de succession (causalité). L'assertion que le dronte ou *dodo* n'existe pas, signifie que cet animal, autrefois connu dans certains pays, a disparu, que sa race s'est éteinte, que son existence n'est plus liée à tel ou tel pays ; toutes choses qui pourraient être dites sans employer le verbe exister. C'est une question débattue de savoir si « l'éther existe » ; mais une forme plus correcte de cette question serait celle-ci : « La chaleur et la lumière se propagent-elles dans un milieu éthéré, répandu à travers l'espace ? » ce qui serait une proposition de causalité. La question de l'existence de la divinité ne doit pas être discutée sous la forme pure de l'existence. Elle revient à se demander s'il y a une première cause de l'univers, et si cette cause se manifeste sans cesse par des actes providentiels.

—

Diverses formes de propositions équivalentes. — Inférence immédiate ou apparente.

24. Une grande importance est attachée aux formes équivalentes employées pour exprimer le même fait, la même proposition. L'opération par laquelle on transforme une expression dans une autre est si utile au raisonnement qu'on l'a quelquefois appelée « inférence ».

Voici l'énumération des formes équivalentes :

- I. Propositions universelles et particulières.
- II. Degrés dans la connotation.

- III. Obversion.
- IV. Conversion.
- V. Inférence hypothétique.
- VI. Propositions synonymes.

Chacune de ces formes équivalentes, depuis la première jusqu'à la cinquième, obéit à un plan défini, susceptible de règles précises. Ce sont là les formes logiques à proprement parler. La sixième — les expressions synonymes — est indéterminée; on ne peut la réduire à des règles, mais elle mérite cependant d'être comptée après les autres.

On verra, par l'exposition de ces différentes formes, que dans aucun cas il n'y a, à proprement parler, d'inférence, c'est-à-dire de transition d'un fait à un autre; il y a simplement transition d'une expression à une autre. De là les désignations « d'inférence *immédiate* » et « d'inférence *apparente* » employées pour distinguer ces opérations verbales des inférences médiates et réelles.

PROPOSITIONS UNIVERSELLES ET PARTICULIÈRES.

DEGRÉS DANS LA DÉNOTATION.

25. Une proposition universelle étant la même chose que les propositions particulières qui la composent, on ne fait pas en réalité une inférence, on fait une tautologie, en disant : Tout A est B, par conséquent quelque A est B : tous les hommes souffrent, donc quelques hommes souffrent.

Une proposition universelle est la somme équivalente de plusieurs propositions particulières; elle n'a point de sens au-delà ou en dehors de l'ensemble de ces propositions particulières. Par suite, lorsque nous établissons un cas particulier, nous ne faisons que résoudre une proposition universelle en ses éléments; nous prenons ces éléments à part, tels qu'ils étaient avant que la proposition universelle fût formée. « Toutes les maisons de la rue sont nouvellement bâties, » c'est simplement le total ou l'abrégé de l'énumération des propositions particulières; le n° 1 est neuf, le n° 2 est neuf, etc. Dire que toutes les maisons sont neuves, et

que par conséquent le n° 6 est neuf, ce n'est pas faire un progrès dans la connaissance, c'est simplement passer de la proposition générale à une des propositions particulières qui la composent. La loi de la consistance veut que quiconque affirme universellement un fait reste fidèle à cette affirmation dans chaque cas particulier. Un marchand annonce la vente d'un certain nombre d'articles à un schelling chacun : l'acheteur, le prenant au mot, choisit un article, et paye un schelling.

DEGRÉS DANS LA CONNOTATION.

26. Par rapport à la connotation ou à la compréhension d'un mot, il n'y a pas inférence à affirmer le moins après avoir affirmé le plus.

Lorsque nous disons « Jean est un homme », nous affirmons qu'il possède chacune des propriétés connotées par le mot « homme ». Il n'y a pas, par conséquent, d'affirmation nouvelle, il y a simplement une explication détaillée de ce que comprenait en abrégé le mot « homme », à affirmer que Jean est un être vivant, un animal, un composé d'esprit et de corps. Quiconque n'est pas prêt à admettre ces affirmations n'admettrait pas que Jean soit un homme.

En affirmant que les quadrupèdes ont un esprit, nous affirmons en même temps qu'ils ont de la sensibilité, de la volonté, de l'intelligence; ce ne sera donc pas faire une inférence réelle qu'ajouter : « Les quadrupèdes sentent, les quadrupèdes veulent. »

Lorsque nous affirmons qu'une substance est de l'arsenic, nous lui attribuons toutes les propriétés connues de l'arsenic. Ce sera donc une forme équivalente ou identique que cette proposition : « La substance en question est un poison. »

Nous avons déjà rencontré ces affirmations détaillées des propriétés des choses sous la forme des propositions verbales, essentielles, identiques.

Nous sommes libres de joindre ou de disjoindre les attributs d'un objet, sans faire d'inférence réelle. Nous pouvons

dire ou bien « Socrate était sage, vertueux, un martyr », ou bien « Socrate était sage », « Socrate était vertueux », « Socrate était un martyr ». Donnez une proposition complexe, nous pouvons la réduire à ses éléments, donnez un certain nombre de propositions élémentaires, nous pouvons les associer de façon à n'en former qu'une. L'opération est ici plutôt grammaticale que logique.

« Socrate était vertueux. » « Il y avait en Grèce un homme vertueux. » Voilà une forme purement équivalente. Si nous examinons la connotation du mot « Socrate », nous trouvons, entre autres choses, qu'il signifie « un homme », « un seul homme ». Par suite dire que « un homme était vertueux », ce n'est pas exprimer une vérité nouvelle ; c'est seulement répéter une partie de la vérité primitive. Ainsi, après avoir dit : « Socrate était vertueux, » et « Socrate était pauvre », on ne fait pas la moindre inférence en disant : « Un homme était vertueux et pauvre, » ou bien : « Un homme pauvre était vertueux. » Cet exemple a quelque importance dans la théorie du syllogisme.

Sous cette appellation : — Inférence immédiate par l'addition de déterminatifs, Thomson expose le cas suivant (dans ses *Lois de la pensée*) : « Un nègre est le semblable de l'homme : par conséquent un nègre qui souffre est notre semblable souffrant. » Ceci paraît évident ; mais il y a néanmoins quelque différence entre ce cas et les cas précédents. Ce cas ressemble à l'inférence mathématique : $A = B$; par conséquent $A + C = B + C$; ce qui n'est pas un jugement immédiat, mais une inférence déductive de l'axiome : les sommes de quantités égales sont égales.

Même en appliquant à ce cas l'axiome de l'addition des sommes égales, nous ne devons l'admettre qu'avec précaution, et en tenant compte de la nature des objets. « La beauté est un plaisir ; la beauté excessive est par conséquent un plaisir excessif. » Il y a quelque imprudence dans cette inférence : la qualification *excessive* n'agit pas tout à fait également sur les deux sujets.

OBVERSION.

27. En affirmant une chose, nous devons être prêts à nier la chose contraire : « la route est plate, » « elle n'est pas en pente, » ces propositions n'expriment pas deux faits, mais le même fait sous deux aspects différents. Cette forme est ce qu'on appelle l'*obversion*.

D'après le principe de la relativité, toute proposition a deux caractères, deux aspects. Il y a toujours quelque chose à nier, quand il y a quelque chose à affirmer. Qui-conque est sage n'est pas fou. Nous devons accepter les deux propositions ou les repousser l'une et l'autre. De l'une à l'autre il n'y a pas de progrès, d'addition dans la connaissance. Nous ne faisons qu'une chose, compléter l'expression de notre pensée, qui, en général, est elliptique et incomplète, en raison de l'omission du fait corrélatif. « La direction de cet aimant n'est pas le nord, par conséquent elle est le sud. » Il n'y a pas là d'inférence ; car il est nécessaire que la direction soit le sud, si elle n'est pas le nord. « J'aime une route en pente, parce que je n'aime pas une route plate : » c'est une raison d'enfant, ou pas de raison du tout ; puisque c'est le même fait sous une autre forme.

A chacune des quatre formes de proposition A, I, E, O correspond une forme d'obversion.

Ainsi pour A :

Tout X est Y : tout homme est mortel. Nous devons d'abord opérer l'*obversion* du prédicat :

Tout X est non Y : tout homme est immortel.

Et ensuite *placer le signe de la négation* en tête de la proposition.

Aucun X est non Y : aucun homme n'est immortel.

De même : « Toute matière inerte est pesante : » « Aucune matière inerte n'échappe à la loi de la pesanteur. » « Tout or est précieux : » « Aucun or n'est sans prix. » « Toute vertu est profitable : » « Aucune vertu n'est inutile. » « La liberté du commerce favorise la paix : » « La liberté du commerce éloigne la guerre. » « Toute connaissance est utile : » « Aucune connaissance n'est inutile. »