

doivent poursuivre, est d'accroître le bonheur total de l'espèce humaine, et par suite de supprimer tout ce qui peut nuire à ce bonheur, en d'autres termes, de supprimer toute cause de dommage. Mais toute punition est un dommage : toute punition est un mal. D'après les principes utilitaires, le châtement ne doit donc être admis tout au plus que dans la mesure où le châtement est utile pour supprimer un mal plus grand. » (Bentham.)

« Si notre patrimoine intellectuel est commun à tous les hommes, la raison aussi, grâce à laquelle nous sommes des êtres raisonnables, est commune; s'il en est ainsi, commune aussi est la raison qui nous ordonne ce qu'il faut faire, qui nous défend ce qu'il ne faut pas faire; s'il en est ainsi, il y a une loi commune à tous les hommes; s'il en est ainsi, nous sommes tous concitoyens; par suite, nous sommes membres d'un même corps social, et, par suite encore, le monde est en un sens un État. » (Marc-Aurèle.) On ne doit pas supposer que toutes ces transitions reposent chacune sur un syllogisme distinct : quelques-unes ne sont que des inférences immédiates ou de pures identités.

## CHAPITRE II.

### ADDITIONS RÉCENTES A LA THÉORIE DU SYLLOGISME.

#### Additions d'Hamilton.

SIR WILLIAM HAMILTON a principalement fondé l'extension qu'il a donnée à la théorie du syllogisme et de ses modes, sur la *quantification* du prédicat, et sur le développement complet des deux formes de la quantité : l'extension et la compréhension. Ses ouvrages contiennent aussi une foule de critiques de détail sur divers points de la théorie syllogistique.

Nous avons déjà vu (p. 129) que la quantification parfaite du prédicat donnè lieu à quatre nouvelles formes de propositions : ce qui fait huit en tout. Deux de ces formes sont affirmatives : « Tout X est *tout* Y. » — « Quelque X est tout Y. » Ces formes ont été considérées par Mill et de Morgan comme des formes composées ; mais elles ont été adoptées par quelques autres logiciens, par exemple, Thomson (*Lois de la pensée*) et Spalding. Les deux autres formes sont négatives : « Tout X n'est pas quelque Y. » — « Quelque X n'est pas tout Y. » Elles ont été généralement rejetées, pour la raison qu'elles ne se rencontrent pas dans l'usage ordinaire.

L'addition de deux nouvelles formes de propositions accroît singulièrement le nombre des modes possibles du syllogisme. En examinant toutes les combinaisons possibles de trois propositions, qui peuvent prendre six formes.

différentes, et après avoir écarté toutes celles qui violent les lois du syllogisme, toutes celles qui en répètent d'autres, le docteur Thomson a trouvé vingt-deux modes dans la première figure, vingt modes dans la seconde, vingt modes dans la troisième; de telle sorte qu'en mettant à part la quatrième figure, dont on ne tient pas compte, il y a en tout soixante-deux modes. Nous donnerons, comme exemples, quelques-uns de ces modes nouveaux.

UUU est un syllogisme qui contient trois propositions universelles affirmatives avec des prédicats universels :

Tout Y est tout Z.  
 Tout X est tout Y.  
 Tout X est tout Z.

C'est un syllogisme auquel rien ne répond dans la nature, à moins que les termes ne soient seulement des mots différents employés pour désigner le même objet; comme par exemple : « Toute eau est tout oxyde d'hydrogène. » Nous pourrions trouver aussi une proposition dont les termes auront une égale extension, et constituer ainsi une majeure : « Toute matière est toute chose pesante; » mais nous ne trouverons probablement jamais une mineure qui soit de la même nature et qui puisse lui être associée, à moins, nous le répétons, que les termes ne désignent le même objet.

U E E est un autre exemple, qui constitue une exception à la règle de la première figure, qui veut que la mineure soit affirmative :

Tout Y est tout Z.	Toute matière est toute chose pesante.
Aucun X n'est Y.	L'esprit n'est point matière.
Aucun X n'est Z.	L'esprit n'est point pesant.

Ici la quantification universelle du grand terme Z évite l'irrégularité que crée la règle citée, et qui dépend d'une extension illégitime du grand terme.

Aucune forme utile ne peut sortir de ces modes additionnels du syllogisme; et même, comme exercice formel et purement abstrait, personne ne croit que ce soit un tra-

vail qui en vaille la peine que de les exposer complètement. Encore bien moins pourrait-on songer à chercher des exemples concrets qui leur correspondent.

Hamilton seul (suivi par le professeur Spencer Baynes) a essayé d'énumérer les modes syllogistiques qui dérivent des huit formes de propositions qu'il distingue. Et même il n'arrive pas toujours au même total. Dans sa première exposition il compte trente-six modes valables pour chaque figure (en laissant de côté la quatrième), c'est-à-dire douze affirmatifs et vingt-quatre négatifs. Le docteur Thomson a dressé la liste de ces modes, et il s'accorde en cela avec Hamilton; mais il a rayé de la liste d'Hamilton, comme des variétés inutiles, quoique possibles, quatorze modes de la première figure, dix de la seconde, et seize de la troisième. Il réduit ainsi les cent huit modes d'Hamilton à soixante-deux. Hamilton lui-même, dans une exposition plus récente, n'a compté que quarante-deux syllogismes, réductibles à vingt-un.

*Le syllogisme considéré au point de vue de l'extension ou de la compréhension.* C'est pour Hamilton une grande affaire de montrer que le syllogisme ordinaire est imparfait, en ce qu'il n'est pas exprimé à la fois au point de vue de l'extension et de la compréhension. Il se plaint que tous les logiciens, sauf peut-être Aristote, aient borné leur examen au syllogisme exprimé au point de vue de la quantité ou de l'extension. Il explique ainsi qu'il suit la différence des deux formes du syllogisme :

## SYLLOGISME EXTENSIF.

B est A.  
 C est B.  
 C est A.

Tous les hommes sont mortels.  
 Caius est un homme.  
 Caius est mortel.

## SYLLOGISME COMPRÉHENSIF.

C est B.  
 B est A.  
 C est A.

Caius est un homme.  
 Tous les hommes sont mortels.  
 Caius est mortel.

Dans le premier exemple, la classe « mortel » comprend la classe « homme », dans le second exemple les attributs d'un « homme » contiennent l'attribut « mortel ».

Voici un exemple en *Celarent* :

EXTENSION.	COMPRÉHENSION.
Aucun homme n'est Dieu.	Les rois sont hommes.
Tous les rois sont hommes.	Les hommes ne sont pas dieux.
Aucun roi n'est Dieu.	Les rois ne sont pas dieux.

La seconde forme (compréhension) peut être lue ainsi :  
— « Les attributs d'un roi comprennent les attributs d'un homme. Les attributs d'un homme ne comprennent pas les attributs d'un Dieu. Les attributs d'un roi ne comprennent donc pas les attributs caractéristiques d'un Dieu. »

Il faut remarquer, touchant ce système de doubles syllogismes fondé sur ce que les termes sont considérés dans leur extension ou dans leur compréhension, — dans leur largeur ou dans leur profondeur, — qu'en réalité les deux formes ont le même sens, et que ce sens fondamental unique est la compréhension ou la connotation des termes employés. Le véritable sens du dernier exemple est d'abord que les attributs connotés par le terme « homme » n'accompagnent pas les attributs connotés par le terme « Dieu » (*grand terme*), et sont incompatibles avec eux ; que les attributs connotés par le terme « roi » coïncident avec les attributs connotés par le terme « homme ». L'autre forme cependant, la forme extensive, celle qui indique que les classes sont comprises ou non l'une dans l'autre, est plus conforme aux habitudes du langage. Les hommes sont exclus de la classe des dieux ; les rois sont compris dans la classe des hommes. Par conséquent les rois sont exclus de la classe des dieux. C'est là une forme plus concrète, plus intelligible. En tout cas elle n'est nullement le contraire de l'autre. Nous ne pouvons nous faire de cette forme une idée juste et correcte, sans concevoir le sens des termes tel qu'il est déterminé par leur connotation. L'extension est limitée uniquement par la compréhension. Ce n'est pas le moins du monde comme si nous avions sous les yeux une liste complète des hommes, une liste complète des rois, et si nous constatons matériellement que les noms

des rois se mêlent à ceux des hommes, tandis qu'ils ne se mêlent pas aux noms des dieux ; ce qui serait dans sa forme littérale et exacte le vrai raisonnement extensif. Or ne suffit-il pas de l'exposer avec cette rigueur pour se convaincre que nous ne raisonnons pas ainsi ? Lorsque nous parlons d'une classe d'êtres, nous parlons d'une manière figurée ; nous supposons comme un ordre de bataille d'après lequel seraient rangés les individus de cette classe, ordre de bataille qui n'existe pas ; le mot que nous employons est simplement un symbole, une marque distinctive, pour reconnaître les objets de cette classe partout où ils se présenteront. L'extension du mot « homme » est l'ensemble imaginaire de tous les êtres qui par leurs caractères correspondent aux qualités que le terme désigne et qui sont les traits spécifiques de l'humanité ; si nous perdons un instant de vue la connotation du mot, nous sommes incapables de rien saisir dans nos conceptions. Par conséquent la compréhension est partout inséparable de l'extension. C'est là un fait constant, qu'on ne peut détruire qu'en bouleversant la théorie du syllogisme, ou en constituant deux listes parallèles de modes compréhensifs et de modes extensifs.

Les formes de syllogismes compréhensifs que Hamilton a distinguées dérivent uniquement de ce qu'il a introduit dans sa théorie l'idée « d'un contenu et d'un contenant », pour désigner les groupes d'attributs que représentent les termes d'une proposition. Un roi a plus d'attributs qu'un homme ; l'individu qu'on appelle Frédéric II a plus d'attributs qu'un roi. De la sorte Frédéric est le terme le plus compréhensif, au point de vue du nombre des attributs ; homme est le moins compréhensif. Par suite nous pouvons, en forçant un peu la métaphore, faire intervenir ici la relation du tout et de la partie, du contenant et du contenu, de même que nous l'avons appliquée déjà au point de vue de l'extension pour les classes et les idées considérées dans leur extension, hommes, rois, Frédéric ; nous pouvons enfin pousser l'analogie jusqu'à construire des syllo-

gismes qui correspondent aux syllogismes extensifs. Mais nous n'arriverons point par là à un sens nouveau et distinct, et ce ne sera pas une meilleure et plus intelligible manière d'exprimer une vieille idée.

Hamilton, en discutant les conditions de la clarté des idées, remarque justement qu'on ne peut atteindre au plus haut degré de clarté et de netteté, sans avoir déterminé la compréhension, ou, en d'autres termes, le sens, la définition ou la connotation du terme. (*Leçons sur la Logique*, I, 168). Il remarque aussi que la quantité de l'extension est une création de l'esprit, une création qui dérive de la quantité de la compréhension, puisqu'elle en est abstraite : tandis que la quantité de la compréhension est donnée directement par l'expérience, par la nature même des choses (p. 218). Observations qui tendent à cette conséquence que la compréhension est tout ce que nous pensons, tout ce que nous concevons, dans une idée : par suite la compréhension ne peut jamais être laissée de côté, quand il s'agit de rendre compte d'une forme syllogistique. C'est le pouvoir qui se cache derrière le trône, même lorsque l'extension se revêt de tous les attributs royaux extérieurs.

Dans ses objections à la quatrième figure, qu'il rejette, Hamilton se fonde sur ce que les prémisses y dérivent de la catégorie de la compréhension, tandis que la conclusion y dérive de la catégorie contraire de l'extension. Voici comment il s'explique : La forme de la figure est :

P est M.  
M est S.  
S est P.

Dans les prémisses P est contenu dans M, et M dans S ; de sorte que nous attendons de la conclusion qu'elle nous montre P contenu dans S. Mais ici nous sommes déçus : car le raisonnement tourne court dans la conclusion, qui affirme seulement que S est une partie de P. (Ce n'est pas tout à fait exact : car « S » est déterminé par « quelques » ; de telle sorte que S peut encore être le terme le plus extensif :

Quelque S est P.) Si nous avons un syllogisme affirmatif dans la forme suivante :

Tout P est M.	Tous les rois sont hommes.
Tout M est S.	Tous les hommes sont faillibles.
Tout S est P.	Tous les êtres faillibles sont rois ;

nous aurons une conclusion fautive, à laquelle nous échapperions sans aucun doute, si nous l'écrivions ainsi :

Tous les *attributs* des êtres faillibles sont *contenus* dans les attributs des rois.

Mais personne n'a jamais songé à écrire ce raisonnement en ces termes.

#### Additions de M. de Morgan.

Nous avons déjà vu les théories de M. de Morgan, relatives aux termes, et l'énumération qu'il donne des propositions fondamentales. Avant d'en venir aux additions qu'il a faites à la théorie du syllogisme, nous devons examiner ses remarques sur la copule.

Il se plaint que le « *est* » des logiciens ne soit pas limité, d'une façon assez nette, à un seul sens. Ce mot se donne pour un mot abstrait, pour un lien formel entre deux termes, n'ayant par lui-même aucun sens, et n'obéissant à aucune loi, si ce n'est dans la mesure où il est nécessaire pour rendre justes les diverses formes de l'inférence. X *est* Y, ne nous apprend rien de particulier. Cependant les logiciens emploient quelquefois ce mot dans le sens de l'identité.

De Morgan pense qu'on devrait, de préférence à *est*, employer un *symbole* qui servirait de copule. Il y aurait à cela l'avantage de donner à la copule le caractère abstrait qui est assuré aux termes eux-mêmes par l'usage des lettres X, Y, Z. Si un pareil symbole était usité, il faudrait déter-

miner les *conditions copulatives* (*copular conditions*). Elles sont au nombre de deux. La première est la *transitivité* (*transitiveness*): c'est-à-dire que si X est avec Y dans une certaine relation, et Y dans la même relation avec Z, X est précisément avec Z dans la relation donnée. Un grand nombre de copules expriment cette relation transitive: est — conclut — conduit à — aboutit à — est supérieur à — est l'ancêtre de — est le frère de — est uni à — dépend de — est plus grand que — est égal à — est moindre que, s'accorde avec (dans une particularité donnée), etc.

La seconde condition est la *convertibilité*, c'est-à-dire que la relation est corrélatrice à elle-même: tout ce que X est à Y, Y l'est à X. Dans un certain nombre des exemples précédents se présentent des relations convertibles: est — est le frère de — est égal à — s'accorde avec. Il y a des cas de convertibilité qui n'ont pas de caractère transitif, par exemple: cause avec — est dans l'habitude de rencontrer — est le cousin de — est en controverse avec, etc.

D'un autre côté il y a des copules qui ne sont pas convertibles, mais qui sont *corrélatives*: A donne à B: B reçoit de A. Des raisonnements exacts peuvent être construits avec ces formes, par exemple: Tout X donne à Y: Quelques Xs ne donnent à aucun Y; aucun X ne donne à Y: Tout X reçoit de Y; quelques Xs ne reçoivent pas de Ys; — voilà des exemples de propositions basées sur ce type. Elles sont toutes susceptibles de conversion; il suffit pour cela de substituer la copule corrélatrice.

M. de Morgan prétend qu'en admettant les relations en général, et en distinguant les diverses espèces de relations, on rapproche davantage la logique des formes ordinaires de la pensée. Réduire toutes les relations à une seule « est » — « l'esprit agit sur le corps — l'esprit est une chose qui agit sur le corps »: c'est, dit-il, un subterfuge systématique, contraire aux progrès de la science.

Les logiciens ont pris garde que la forme « A égale B, B égale C, A égale C », n'est pas réductible au syllogisme. De même pour la relation « plus grand que » dans l'argu-

ment à *fortiori*. Cependant ces inférences sont pour l'esprit aussi naturelles, aussi fortes, aussi rapides que l'inférence syllogistique. M. de Morgan, par suite, propose d'enfermer toutes ces formes de raisonnements dans une même catégorie, en leur appliquant une *copule de relation* générale, copule qui serait formellement introduite et symbolisée dans chaque proposition. Ainsi:

Tout X a une relation avec quelque Y,  
Tout Y a une relation avec quelque Z;

de là sortira l'inférence: « Tout X a une relation complexe avec quelque Z; » cette relation complexe est composée des relations de X avec Y et de Y avec Z. En adoptant cette forme nous raisonnerons ainsi: Jean peut contrôler Thomas, Thomas peut contrôler Guillaume: Jean peut contrôler Guillaume. En dehors de cette copule de relation très-générale et très-compréhensive, on peut déterminer des modes spécifiques pour arriver à des résultats spécifiques. La copule logique la plus usitée est l'équivalent de « est attaché » « est associé avec » « coexiste avec », et peut servir aux opérations logiques les plus importantes. La copule de l'égalité et de l'inégalité a pour domaine les mathématiques; et une inférence qui use de cette copule pourra être considérée avec vraisemblance comme une inférence mathématique.

La copule de relation convertible « cause » peut être distinguée des autres en raison de sa grande importance: — « A cause B, B est causé par A. » Nous pouvons dans la pratique construire des syllogismes avec des propositions de cette espèce.

Ces remarques de M. de Morgan sont à coup sûr justes et pleines de force: elles ont une grande importance, parce qu'elles peuvent émanciper les études logiques des limites fixées par Aristote, et parce qu'elles appellent l'attention sur le vague et l'incertitude de la copule ordinaire. Mais nous ne pouvons affronter le travail qu'il faudrait faire pour suivre les développements techniques d'une demi-douzaine

de copules. Il est bon sans doute de constater que ces développements ne sont pas seulement exacts en eux-mêmes, mais qu'ils sont nécessaires pour formuler dans leur vaste ensemble toutes nos pensées et tous nos raisonnements habituels. Mais, après nous être assurés de ce fait, nous devons nous contenter de construire une forme adaptée à la plus fréquente des relations d'idées; forme qui doit être considérée comme un exemple pour toutes les autres, *una ex multis*. Un logicien qui aurait le génie de M. de Morgan pour la construction des formes logiques aurait raison de développer un certain nombre de relations copulatives. On pourrait ensuite emprunter à ce travail des extraits qui agrandiraient le domaine où les étudiants s'exercent d'ordinaire aux inférences.

L'extension que M. de Morgan a donnée à la théorie du syllogisme est fondée sur la détermination complète des contraires, telle qu'il la présente dans son système de huit propositions fondamentales. Grâce à l'emploi de certains symboles pour représenter les contraires, il peut exposer toutes les négations comme si elles étaient des assertions : Aucun X n'est Y, tout X est Y (U-Y). Par suite, le syllogisme unité peut être présenté sous forme affirmative : « Si un X est un Y, si ce même Y est un Z, alors le X est un Z. »

Tous les syllogismes dérivent des combinaisons des prémisses suivantes :

1° Tous les Xs sont Ys, et tous les Ys sont Zs. La conclusion est : Tous les Xs sont Zs; syllogisme qu'on peut prendre pour unité, pour type. Il y a ici une inversion dans l'ordre des prémisses tel que l'avait réglé Aristote; mais, dans les vues de l'auteur, cette inversion constitue l'ordre propre et régulier.

2° Quelques Xs sont Ys, tous les Ys sont Zs; quelques Xs sont Zs. Le syllogisme unité est ici réduit par abréviation à cette forme : aussi souvent qu'il y a des Xs dans la première prémisses, aussi souvent il y en a dans la conclusion.

3° Quelques Xs sont tous les Ys; quelques Ys sont Zs.

Conclusion : Quelques Xs sont Zs. Au point de vue de la forme, c'est le cas précédent avec inversion. Le moyen terme universel (tous les Ys) passe de la seconde prémisses à la première.

4° Quelques Xs sont tous les Ys; tous les Ys sont Zs; quelques Xs sont Zs. Ici, bien qu'il y ait un moyen terme universel, qui se présente dans les deux prémisses, il n'y a pas une conclusion plus forte que dans les deux cas précédents, où le moyen terme n'est pris universellement qu'une fois.

Voilà les quatre couples possibles de prémisses affirmatives, en laissant de côté toute détermination des termes contraires. Or toutes les négations peuvent être ramenées à des affirmations qui portent sur des contraires, et par suite l'application de ces quatre cas à toutes les combinaisons de propositions, directes ou contraires, nous donnera toutes les formes possibles de syllogismes valides.

Si nous prenons X, Y, Z, et leurs contraires  $x, y, z$ , il y a huit combinaisons de trois termes : X Y Z,  $x Y Z$ ,  $x y Z$ ,  $x y z$ , X Y  $z$ , X  $y Z$ , X  $y z$ ,  $x Y z$ . A chacune de ces combinaisons peuvent être appliqués les quatre modes d'inférence; et si nous lisons  $x, y, z$ , comme étant les contraires de X, Y, Z, nous obtenons l'expression exacte du syllogisme. Ainsi le premier syllogisme, ou le syllogisme unité, appliqué à  $x y Z$ , donne Tout  $x$  est  $y$ , Tout  $y$  est Z, par conséquent Tout  $x$  est Z. En donnant les équivalents des termes contraires  $x, y$ , sous les formes X, Y, le syllogisme entier pourra être lu ainsi :

Tout  $x$  est  $y$  (Tout non X est non Y) est la même chose que : Aucun Y n'est X, ou Tout Y est X, ou Quelques Xs sont tous les Ys.

Tout  $y$  est Z (Tout non Y est Z) est la même chose que : Tout est ou Y ou Z (une des nouvelles formes de propositions de M. de Morgan).

De la même façon, la conclusion Tout  $x$  est Z (Tout non X est Z) est : Toute chose est ou X ou Z. Le syllogisme est donc alors :