Quelques Xs sont tout les Ys. (Tout Y est X.)
Toute chose est ou bien Y ou bien Z.
Toute chose est ou bien X ou bien Z;

c'est-à-dire un syllogisme qui ne figure pas parmi les formes d'Aristote. En raison de la très-grande portée de la forme, Toute chose est ou bien Y ou bien Z, il ne peut y avoir qu'un petit nombre d'applications de ce syllogisme.

Quelques choses étendues sont toutes les choses matérielles.
Toute chose ou bien est matérielle, ou appartient à l'esprit.
Toute chose ou bien est étendue, ou appartient à l'esprit.

Les sept autres formes une fois exprimées et développées de la même manière, on a les huit formes de syllogismes *universels*, c'est-à-dire des syllogismes à *prémisses universelles* et à *conclusion universelle*.

Appliquons maintenant le second cas aux mêmes huit formes : Quelques X*s* sont Y*s*, tous les Y*s* sont Z*s*, quelques X*s* sont Z*s*; et alors on a huit syllogismes à *mineure particulière* et à *conclusion particulière*.

En appliquant le troisième cas : Quelques X*s* sont tous les Y*s*, quelques Y*s* sont Z*s*, quelques X*s* sont Z*s*, on a huit syllogismes à *majeure particulière* et à *conclusion particulière*.

Enfin avec le quatrième cas : Quelques X*s* sont tous les Y*s*, Tous les Y*s* sont Z*s*, Quelques X*s* sont Z*s*; nous avons huit syllogismes *particuliers*, à *prémisses universelles* et à *conclusion particulière*. Ici les prémisses sont plus fortes qu'il n'est besoin pour arriver à la conclusion.

Les trente-deux formes ci-dessus exposées sont les seules qui produisent une inférence, sur les soixante-quatre combinaisons possibles de prémisses. Les trente-deux autres formes pourraient être exprimées en présentant les huit combinaisons de formes, X Y Z, *x* Y Z, etc., d'après les quatre variétés de prémisses que l'auteur a distinguées. Ainsi : 1° Quelques X*s* sont quelques Y*s*, quelques X*s* sont tous les Y*s*; 2° Tous les X*s* sont quelques Y*s*; quelques X*s* sont quelques Y*s*; 3° Quelques X*s* sont quelques Y*s*; quelques choses ne sont ni X*s* ni Y*s*; 4° Quelques X*s* sont Y*s*; Tous les X*s* ne sont pas quelques Y*s*. On ne saurait tirer d'inférence d'aucune de ces combinaisons.



Voici quel est, d'après M. de Morgan, le critérium de la validité des syllogismes et la règle de l'inférence :

Il y a inférence : 1° lorsque les deux prémisses sont universelles; 2° lorsque, une prémisse étant particulière, le moyen terme a dans les prémisses des quantités différentes. Dans l'un et dans l'autre cas, on obtient la conclusion en effaçant le moyen terme. Les prémisses de *même* qualité donnent une conclusion *affirmative;* de qualité *différente*, une conclusion *négative*. Une conclusion universelle dérive seulement de propositions universelles, dans lesquelles le moyen terme est différemment quantifié. Deux prémisses particulières ne donnent pas d'inférence.

Une prémisse particulière, dans laquelle le *terme de la conclusion est universel*, donne lieu à une conclusion universelle; ainsi *Darii* peut devenir *Barbara*. Avec un *moyen terme* universel, la conclusion n'est pas nécessairement universelle, et, malgré un surplus d'affirmation dans les prémisses, le syllogisme reste particulier. Ainsi *Darapti*, dans la troisième figure :

Tout Y est Z.
Tout Y est X.
Quelque X est Z.

Le moyen terme est universel dans les deux prémisses, alors qu'il suffirait qu'il le fût une fois. L'inférence aurait lieu encore avec une mineure qui serait : « Quelque Y est X. » *Felapton* et *Fesapo* sont d'autres exemples.

Nous trouvons un autre cas dans *Bramantip*. Les deux propositions universelles « Tout Z est Y, Tout Y est X », donnent lieu à une conclusion universelle : « Tout Z est X; » mais cette conclusion, par suite d'une transposition des termes, devient une simple proposition particulière : « Quelque X est Z. »

Chaque forme de proposition correspond à certaines formes *opposées*. Si, par exemple, les propositions A, B, donnent C, elles ne peuvent donner *c* (le contraire de C). A et *c* étant vrais, B est faux ou *b* est vrai; c'est-à-dire que A, *c*, donnent *b* : en d'autres termes, l'*une des deux prémisses associée au contraire de la conclusion donne comme conclusion le contraire de l'autre prémisse.* Ainsi il y a deux formes opposées à tout syllogisme. Et les syllogismes peuvent être groupés en catégories de trois, de telle sorte qu'à chacun d'eux correspondent les deux autres comme formes opposées. *Barbara*, par exemple, aura pour formes opposées *Baroko* et *Bokardo*.

M. de Morgan estime qu'il importe de remarquer que l'adjectif « Tout », qui exprime la quantité universelle, a deux sens, qui doivent être distingués avec soin. Il peut signifier « tous » dans un sens collectif, la collection entière des individus : c'est ce que M. de Morgan appelle la forme *cumulaire*. Il peut, en second lieu, signifier « tous » distributivement, dans le sens de « chacun » : c'est ce que M. de Morgan appelle la forme *exemplaire*. Il soutient que, dans le langage d'Aristote et de ses successeurs immédiats, Tout était pris dans le sens *exemplaire,* et non pas *cumulaire;* πᾶς ἄνθρωπος, veut dire *chaque* homme, *tout* homme, et non *tous* les hommes. L'expression « Tous les hommes », prise comme genre collectif, comprend des parties, les différentes variétés ou races de l'espèce humaine. « Tout homme », au contraire, n'a pas de parties, mais indique une affirmation qui porte sur chaque individu dont se compose le genre humain.

La forme *exemplaire* est celle qu'on emploie dans les preuves géométriques. Une proposition d'Euclide porte sur *un* cas, et la démonstration est telle, que le cas auquel elle s'applique peut être un cas quelconque. Il serait peut-être utile d'admettre en géometrie la forme : « N'importe quel X est n'importe quel Y. »

Dans les propositions négatives, c'est la forme *exemplaire* qui est nécessaire. « Tous les hommes ne sont pas des



poissons » n'est pas la négation de « Tous les hommes sont des poissons ». La négation véritable sera : Tout homme n'est pas un poisson (1).

A proprement parler, la proposition *cumulaire* ne peut être prouvée que par des propositions exemplaires; par suite les propositions exemplaires précèdent dans l'ordre de la pensée; circonstance qui justifie leur adoption comme principe d'un système logique. D'après cela la *quantité* sera *un mode de sélection par des exemples;* universel sera remplacé par *tout à fait indéfini;* particulier par *non tout à fait indéfini*.

Les formes des propositions seraient modifiées ainsi qu'il suit :

| | |
|---|---|
| N'importe quel X est n'importe quel Y. | X et Y singuliers et identiques. |
| Quelque X n'est pas quelque Y. | Ou bien X n'est pas singulier, ou Y n'est pas singulier, ou, s'ils sont tous les deux singuliers, ils ne sont pas identiques. |
| N'importe quel X est quelque Y. | Tous les X*s* sont quelques Y*s*. |
| Quelque X n'est pas n'importe quel Y. | Quelques X*s* ne sont pas (tous les) Y*s*. |
| Quelque X est n'importe quel Y. | Quelques X*s* sont tous les Y*s*. |
| N'importe quel X n'est pas quelque Y. | Quelques X*s* ne sont pas quelques Y*s*. |
| N'importe quel X n'est pas n'importe quel Y. | Tous les X*s* ne sont pas (tous les) Y*s*. |
| Quelque X n'est pas quelque Y. | Quelques X*s* sont quelques Y*s*. |

Le « syllogisme numériquement défini » est un système d'inférence qui suppose que des nombres exacts sont donnés.

(1) M. Mill, dans une note ajoutée à son chapitre sur le rôle du syllogisme, fait la remarque suivante : « La terminologie logique serait plus conforme à la nature réelle du procédé du raisonnement, si les propositions universelles, au lieu d'être énoncées sous la forme de « tous les hommes sont mortels », ou « chaque homme est mortel », l'étaient sous celle-ci : « Un homme quelconque est mortel ». Ce mode d'expression qui est comme le type de tous les raisonnements fondés sur l'expérience : « Les hommes A, B, C, etc., sont ceci et cela », ferait mieux comprendre que le raisonnement inductif est toujours au fond une inférence du particulier au particulier, et que l'unique fonction des propositions générales dans le raisonnement, est de garantir la légitimité de ces inférences. »

Si sur cent cas de n'importe quelle chose, soixante-dix sont X*s*, et trente, Y*s*, alors au moins vingt X*s* doivent être Y*s*. L'auteur développe avec ampleur un système symbolique fondé sur cette donnée.

Les syllogismes à quantité numériquement définie se rencontrent rarement dans le cours ordinaire de la pensée. Mais il arrive que des cas se présentent où le nombre des cas d'un terme est le nombre total des cas de l'autre terme : « Pour chaque Z il y a un X qui est Y; quelques Z*s* ne sont pas Y*s*. » « Pour chaque homme dans la maison il y a une personne qui est âgée : quelques hommes ne sont pas âgés; » d'où il dérive, mais par un syllogisme qui ne rentre dans aucune des formes ordinaires, que « quelques personnes dans la maison ne sont pas des hommes ».

L'auteur applique à ce cas la désignation de « syllogisme à quantité *transposée* ». Parmi les termes communément employés, le seul qui donne des syllogismes de cette espèce est le terme « la plupart ». « La plupart des Y*s* sont X*s*; la plupart des Y*s* sont Z*s*; par conséquent *quelques* X*s* sont Z*s*. »

Considérant la distinction des figures, M. de Morgan appelle la première, figure de *transition directe;* la quatrième, qui n'est que la première avec une conclusion *convertie*, figure de *transition invertie :* la seconde est la figure de *rapport au* (moyen terme); la troisième la figure de *rapport du* (moyen terme). En dehors de la conversion de la conclusion, la quatrième figure est la plus naturelle; elle distribue les prémisses dans l'ordre le plus simple.

Dans le système de l'auteur, la figure n'a d'importance qu'en raison d'une vue plus large de la relation copulative.

M. de Morgan compare son système avec celui d'Aristote dont il prétend n'être que le continuateur, et qu'il pense avoir complété en ajoutant aux prédicats les contraires (Hamilton prétend aussi avoir développé les vues d'Aristote, mais d'après un autre principe). Tous les syllogismes d'Aristote peuvent être déterminés d'après le système de M. de Morgan, grâce aux modifications suivantes : 1° L'exclusion de toute idée d'un tout limité, des noms contraires, et des propositions telles que : « Toute chose est ou X ou Y », « quelques choses ne sont ni X*s* ni Y*s* » ; 2° l'exclusion de la forme de conversion « quelques X*s* sont tous les Y*s* » ; 3° l'exclusion de toute copule, excepté la copule *transitive* et *convertible;* 4° le fait de considérer les couples identiques : — Aucun X n'est Y, aucun Y n'est X, et quelque X est Y, quelque Y est X — comme des propositions distinctes, qui déterminent d'elles-mêmes une distinction de figure et de mode : *Celarent* et *Cesare, Ferio* et *Ferison*, etc.; 5° l'introduction de la distinction des figures; 6° l'habitude d'écrire la majeure la première, et la mineure la seconde, au lieu de les écrire dans l'ordre inverse.



De plus, dans le système d'Aristote, il y a quatre syllogismes fondamentaux dans la première figure, et à chacun d'eux correspond un autre syllogisme dans la seconde et dans la troisième figure. A *Barbara* correspondent *Baroko* et *Bokardo.* Il y a trois syllogismes fondamentaux dans la quatrième figure (*Dimaris*, *Camenes*, *Fresison*); chacun d'eux a pour formes opposées les deux autres. Il y a donc en tout quinze syllogismes fondamentaux. Les quatre autres sont des syllogismes particuliers à prémisses universelles, *Darapti* (III), *Felapton* (III), *Fesapo* (IV), et un syllogisme universel à conclusion plus faible que les prémisses, *Bramantip* (IV).

La règle d'Aristote, que le moyen terme doit être pris au moins une fois universellement, ne s'accorde pas avec l'introduction des contraires. La règle qu'il faut lui substituer est celle-ci : — Toutes les couples de propositions universelles donnent une conclusion, mais une prémisse universelle avec une prémisse particulière exigent que le moyen terme soit aussi universel une fois, particulier une fois, universel dans une prémisse, particulier dans l'autre.

Il faut aussi modifier la règle qui dit que deux prémisses négatives ne forment pas un syllogisme. Dans le système complété par les contraires, il y a huit syllogismes de cette espèce; autant qu'il y a de syllogismes avec deux prémisses affirmatives. Mais dans ces cas, comme nous l'avons déjà remarqué, les prémisses au fond ne sont pas toutes les deux négatives.

Quant à la règle « que deux prémisses particulières ne donnent pas de conclusion », l'auteur expose comme une inférence légitime le raisonnement suivant : « La plupart des Y*s* sont X*s*, la plupart des Y*s* sont Z*s*; par conséquent quelques X*s* sont Z*s*. » Il développe longuement cette forme dans un système symbolique, sous le nom de « syllogisme numériquement défini ».

Le système de M. de Morgan, dans son ensemble, est caractérisé par une grande multiplicité, non pas seulement de formes symboliques, mais de désignations verbales, employées pour exprimer les relations qui résultent du syllogisme.

---

### Additions de Boole.

Le professeur Boole, de Belfast, a publié deux volumes de logique formelle. Le premier, et le moins considérable, intitulé : « *l'Analyse mathématique de la Logique* », comprend une exposition algébrique du syllogisme, et montre comment tous les modes peuvent être symboliquement déduits. Le second volume, le plus considérable, intitulé : « *Recherches sur les lois de la Pensée*, qui servent de fondements aux théories mathématiques de la logique et des probabilités », a une portée plus grande encore, et nous présente une application entièrement nouvelle des méthodes symboliques de l'algèbre à l'inférence immédiate et à l'inférence médiate; l'auteur accorde cependant la plus large part de son attention à la première, c'est-à-dire à l'inférence immédiate. Il étend aussi la même nomenclature, le même système à la théorie des probabilités.

Outre l'emploi nouveau des procédés algébriques, l'ouvrage est destiné à produire de bons résultats sur d'autres points. Par le titre : « *les Lois de la Pensée* », l'auteur indique que sa théorie du raisonnement a pour but d'éclaircir les opérations de l'intelligence. Il estime que nos vues sur la science de la logique doivent influencer et peut-être déterminer absolument nos opinions sur la nature des facultés intellectuelles. Par exemple, la question de savoir si le raisonnement consiste simplement à appliquer certaines vérités premières ou nécessaires, primitivement gravées dans l'esprit, si l'esprit est lui-même un ensemble de lois, ou si au contraire tout raisonnement a pour point de départ des propositions particulières, cette question, dis-je, intéresse non pas seulement la logique, mais aussi la théorie des facultés intellectuelles. On ne saurait affirmer d'ailleurs que l'auteur ait réussi à déterminer quelle est la solution exacte.



Il se propose aussi d'éclaircir le rapport délicat qui unit la logique et les mathématiques; il se demande jusqu'à quel point une théorie commune est applicable aux deux espèces de raisonnement, et aussi sur quels points la ressemblance fait défaut. Il maintient que les lois ultimes de la logique sont mathématiques dans leur forme, qu'elles sont, excepté sur un point, identiques avec les lois générales du nombre. L'exposition de la logique sous forme de calcul n'est pas arbitraire; les lois ultimes de la pensée rendent la chose possible, et font que la science ne peut arriver à la perfection que sous cette forme. Les mathématiques ne sont pas nécessairement liées aux seules idées du nombre et de la quantité. L'auteur n'a pas l'intention d'écarter, par ses procédés symboliques, les formes communes du raisonnement; néanmoins, il se présente des cas où la valeur du procédé scientifique, même pour des choses qui rentrent dans le raisonnement ordinaire, peut être appréciée et reconnue.

Le système de Boole commence par l'examen du langage, considéré comme un instrument, non pas seulement de communication, mais de raisonnement; son intention est de substituer au langage ordinaire un système de symboles, imaginés pour remplir le même rôle avec plus d'efficacité.

Les signes dont se compose le langage, et qui ont pour but d'aider le raisonnement, sont caractérisés dans la définition suivante : « Un signe est une marque arbitraire, dont l'interprétation est fixée, et qui peut se combiner avec d'autres signes, selon certaines lois constantes qui dépendent de leur interprétation réciproque. » La première partie de cette définition est évidente : un signe, dans son origine, est purement arbitraire; *home* et *domus* sont également aptes à remplir les fonctions du langage. Il est évident aussi que chaque signe doit avoir un sens déterminé, que sa signification ne doit pas être ambiguë. Le langage ordinaire est malheureusement trop sujet à l'ambiguïté : de là une de ses imperfections comme instrument de raisonnement. Enfin les signes doivent être susceptibles de combinaisons avec d'autres signes, et ces combinaisons sont réglées par des lois qui dépendent de leur mutuelle interprétation.

L'auteur passe ensuite à l'exposition des symboles artificiels qu'il destine à remplacer, par un mécanisme plus compliqué, les mots de notre langage ordinaire. Les symboles et les signes qui les unissent sont empruntés à l'algèbre; on les emploiera d'après les procédés de l'algèbre, en tenant compte cependant de la différence qui existe entre l'objet de la logique et l'objet des mathématiques (nombre et quantité).

Toutes les opérations du langage, considéré comme instrument de raisonnement, peuvent être accomplies grâce à un système de signes composé des éléments suivants : —

*D'abord* les symboles, les lettres $x$, $y$, $z$, etc., représentent les choses comme objets de nos conceptions. Pour l'objet « homme » nous pouvons employer $x$, pour « une brute », $y$, pour la qualité « vivant », $z$, et ainsi de suite.

*En second lieu*, les signes $+$, $-$, $\times$ serviront à indiquer les opérations d'après lesquelles on combine ces conceptions, ou d'après lesquelles, après les avoir combinées, on



les réduit à leurs éléments. « Les hommes et les brutes » peuvent être représentés par $x + y$.

*En troisième lieu*, le signe de l'identité $=$.

Ces symboles logiques sont employés selon des lois définies, qui en partie diffèrent des lois de l'algèbre, et en partie leur ressemblent.

La première classe des symboles ci-dessus indiqués comprend les signes descriptifs ou appellatifs, qui expriment ou bien des choses connues, ou bien les qualités des choses; en d'autres termes, ces signes sont les équivalents des deux parties appellatives du discours : les noms et les adjectifs. Ainsi admettons que $x$ dénote les hommes ou tous les hommes; que $y$ dénote l'adjectif *bon :* alors on exprimera tous les hommes bons par une combinaison de $x$ et $y$. Or la combinaison qui convient pour exprimer une chose qualifiée par un attribut, ou la coexistence de deux ou plusieurs attributs, est le produit $x \times y$ ou $x y$. Pourquoi le produit, et non la somme $x + y$? C'est ce que l'auteur n'explique pas suffisamment; ici, comme dans les autres sciences symboliques, les moyens doivent être justifiés par la fin, c'est-à-dire par l'exactitude du résultat. Ainsi admettons que $x$ représente « blanc » ou « objets blancs », que $y$ représente « mouton », $x y$ signifiera « moutons blancs », et si $z$ désigne « cornus », $x y z$ voudra dire « moutons blancs et cornus ». Dans ce symbolisme, l'ordre des symboles est sans importance, de même que la place de l'adjectif et du substantif est indifférente par rapport au sens : « homme bon », « *bonus vir* », sont également acceptés par l'esprit, pour suggérer la pensée que la conception « homme » est limitée par la conception « bon ». Aussi nous pouvons arbitrairement dire : $xy$ et $yx$; $xyz$ et $zyx$, etc.

C'est une loi du discours qu'un mot ne gagne rien à être répété, si ce n'est peut-être au point de vue de la rhétorique : « bon, bon » est la même chose que « bon »; « cheval, cheval » est la même chose que « cheval ». Pour approprier cette loi aux symboles, $x x$ n'aura pas une quantité supérieure à $x$, c'est-à-dire, en employant le signe algébrique $=$ pour indiquer l'équivalence ou l'identité, $xx = x$. Ici la logique et l'algèbre ne sont plus d'accord, et les méthodes à suivre pour combiner les symboles logiques varieront aussi. L'auteur montre que la forme $xx = x$ ou $x^2 = x$ a une signification plus profonde encore.

Viennent ensuite les signes qui expriment la réunion des parties dans un tout (quantité ou extension) ou la séparation d'un tout en ses parties. Ces symboles correspondent aux conjonctions « et », « ou », du langage commun : « les arbres *et* les minéraux » ; « les montagnes stériles *ou* les fertiles vallées ». Ici le signe de l'addition est nécessaire : prenons $x$ pour arbres, $y$ pour minéraux ; l'expression complexe sera $x + y$. L'emploi de ce signe est si intimement uni à l'addition en arithmétique, qu'il peut être employé d'après le même principe. D'un autre côté prenons $x$ pour les hommes, $y$ pour les femmes, $z$ pour les Européens ; alors « Les hommes et les femmes de l'Europe » seront représentés par

$$z(x+y) = zx + zy.$$

L'addition implique la soustraction. « Tous les hommes, moins les Européens », sera exprimé par $x - y$. « Tous les hommes blancs, excepté les Asiatiques blancs » ($x$, hommes, $y$, Asiatiques, $z$, blancs).

$$z(x-y) = zx - zy.$$

Pour exprimer les propositions, il est nécessaire de considérer le sens de la copule. Pour cela, toutes les propositions seront réduites à la forme « est » ou « sont ». « César conquit la Gaule » sera ramené à « César *est* celui qui a conquis la Gaule ». C'est là une copule d'identité, la forme la plus générale de la relation qui existe entre le sujet et le prédicat.

Elle peut être exprimée par le signe $=$, et le sens ici coïncide si exactement avec le sens algébrique que l'équation diffère peu de l'équation algébrique.



Prenons la proposition : « Les étoiles sont les soleils et les planètes ». Admettons que « étoiles » est représenté par $x$, « soleils » par $y$, et « planètes » par $z$ : alors,

$$x = y + z;$$

d'où nous pouvons déduire :

$x - y = z$. Les étoiles, excepté les soleils, sont les planètes.
ou $x - z = y$. Les étoiles, excepté les planètes, sont les soleils.

Ainsi, dans l'équation logique, nous pouvons appliquer les axiomes mathématiques : « des quantités égales ajoutées à d'autres quantités égales donnent des sommes égales » ; « des quantités égales soustraites de quantités égales donnent des différences égales ».

Si deux classes d'objets, $x$ et $y$, sont identiques, c'est-à-dire si tous les membres de l'une font aussi partie de l'autre, alors tous les membres de la première classe, qui posséderont une certaine qualité $z$, seront identiques aux membres de l'autre classe qui possèdent la même qualité. Par suite, si nous avons l'équation

$$x = y,$$

alors, quelle que soit la classe ou la propriété que $z$ représente, nous avons aussi

$$zx = zy.$$

Ceci correspond exactement à la loi algébrique : si deux membres d'une équation sont multipliés par la même quantité, les produits sont égaux.

L'analogie ne s'étend pas jusqu'à la division. Car supposons que les membres de la classe $x$, en possession de la qualité $z$, soient identiques avec les membres de la classe $y$, qui possèdent la même qualité, il ne s'ensuit pas que les membres de la classe $x$ soient tous identiques aux membres de la classe $y$. Par suite, on ne peut inférer de l'équation :

$$zx = zy$$