La parte segunda de la Regla se refiere á los cálculos que los negociantes verifican para conocer qué utilidad ó qué pérdida tienen al cambiar un efecto de precio determinado por otro efecto de cierto valor.

EJEMPLO.—El barril de aguardiente vale á precio de plaza, ó lo que es igual, vendido al contado $18, y en trueque ó cambio por cera de la Habana, á $20 el barril: la arroba de cera que vale $14, ¿á cuánto subirá en el trueque?

ANÁLISIS.—Si el barril de aguardiente sube de precio en el cambio, proporcionalmente deberá subir la arroba de cera; por lo mismo para resolver esta cuestion se verificará por una Regla de Tres en la cual deberá resultar mayor consecuente en la segunda razon, planteándola, en consecuencia, como sigue:

$$18 : 20 :: 14 : x =$$

$$\begin{array}{r|l} 20 & \\ \hline 280 & 18 \\ \cline{2-2} 100 & 15\frac{10}{18} \\ 10 & \end{array}$$

Operacion para encontrar la utilidad ó pérdida habida en el Trueque.

Resultó la @ de cera en el trueque		$15\frac{10}{18}$
Vale la @ de cera al contado		14
Pérdida aparente		$1\frac{10}{18}$
Resultó el barril de aguardiente en el trueque	20	
Vale al contado	18	
Utilidad aparente	2	2
Utilidad neta		$0\frac{8}{18}$

Se notará en las operaciones hasta aquí expuestas, el poco uso que de las fracciones decimales se ha hecho, lo cual así se ha verificado con el fin de encontrar *con absoluta exactitud* los resultados de las operaciones que con otras, resueltas con distintos procedimientos, debian comprobarse. Además, el que escribe esta parte de Aritmética tiene absoluta conviccion de lo conveniente é indispensable que es para el calculista el conocimiento perfecto de las operaciones de quebrados, y de que tales conocimientos se necesitan extraordinariamente para el fundamental de los mismos decimales.

QUINTA SECCION

Teorías y práctica de la Regla de Compañía.

La *Regla de Compañía* sirve para encontrar las utilidades ó pérdidas que correspondan á los socios que hayan puesto capitales para un negocio, y cuyas utilidades ó pérdidas se distribuyen en proporcion de caudales y tiempo que en la cuestion se determine.

Esta Regla se considera bajo dos casos:

El primero consiste en que los capitales ministrados por los socios y para un negocio convenido permanezcan igual tiempo en el fondo: á esto se le llama *Regla de Compañía Simple.*

El segundo se diferencia en que los capitales impuestos por los asociados permanezcan distinto tiempo en el fondo. Tal circunstancia constituye lo que se denomina *Regla de Compañía Compuesta ó con Tiempo.*

Los dos casos se resuelven esencialmente por la Regla de Tres, con la diferencia de que el segundo debe reducirse al primero antes de resolverlo por la Regla de Tres.

La práctica y teorías que siguen determinan claramente lo que se deja indicado.

PRIMER CASO.

PROBLEMA.—Se estableció por tres interesados un negocio con $1500: el 1º ministró $700, el 2º $500 y el 3º $300. Girados estos capitales por igual tiempo produjeron $600 de utilidad: ¿cuánto corresponde á cada asociado?

ANÁLISIS.—Segun el problema anterior, los capitales impuestos perma-

necieron igual tiempo; por lo mismo el caso es de *Compañía Simple*, y se resolverá segun la regla siguiente:

Súmense los capitales entregados por los socios. Luego se formarán tantas Reglas de Tres *como distintos capitales impuestos haya. Cada* Regla de Tres *de las indicadas se raciocinará de esta manera:*

La suma total de capitales es á la cantidad que impuso cada socio, como la utilidad ó pérdida total habida es á la utilidad ó pérdida correspondiente á cada interesado.

Por consiguiente, el problema se resuelve como sigue:

Primera Regla de Tres.—$1500 : 700 :: 600 : x = | $280 ganancia del 1º

600
420000 | 1500
12000 280
00000

Segunda Regla de Tres.—$1500 : 500 :: 600 : x = | $200 ganancia del 2º

600
300000 | 1500
000000 200

Tercera Regla de Tres.—$1500 : 300 :: 600 : x = | $120 ganancia del 3º

600
180000 | 1500 | $600 utilidad total.
03000 120
00000

Como se ve en la operacion anterior, sumadas las utilidades proporcionales correspondientes á los socios, producen la misma utilidad general divisible, y esto constituye la comprobacion del problema.

Como el primer caso de que se acaba de tratar no presenta dificultad alguna en su esencia, bastará con el ejemplo expuesto para su perfecta comprension.

SEGUNDO CASO.

PROBLEMA.—En una compañía formada por cuatro socios, impuso el primero $800 por *dos* años; el segundo $1200 por *ocho* meses, contados desde el 1º de Enero; el tercero $3000 por *veintiocho* dias, y el cuarto $4000 por *quince* dias. Ganaron $2400; ¿cuánto corresponde á cada uno?

ANÁLISIS.—Como se dejó indicado en la parte anterior, el segundo caso de la Regla de Compañía es el que comprende diversos capitales impuestos

en el fondo por distintos tiempos, lo que se verifica en el problema que antecede.

En tal caso, y como se comprende fácilmente, no hay más que convertir en homogéneas las unidades de tiempo que se indican en el problema. Para esto se tomará por tipo ó unidad de base la inferior de las determinadas en el problema, reduciendo las superiores de que constare el mismo problema á la especie que la del tipo indicada. Por esto en la operacion de que se trata habrá que reducir á dias los dos años y los ocho meses que los dos capitales primeros permanecieron en el fondo. Hecha tal conversion, que el problema del segundo caso ó *Regla de Compañía con Tiempo* exige, se resolverá con el procedimiento de la *Regla de Compañía Simple.*

Para la reduccion de los años y meses á dias, hay que advertir como circunstancia interesante que el año se considera para los cálculos de dos maneras, que son: "*año natural ó civil de* 365 *dias, ó* 366 *si es bisiesto,*" y "*año mercantil ó comercial de* 360 *dias.*" El año natural se llama propiamente así, porque de la naturaleza misma proviene su formacion ó division. Civil se nombra, porque la ley, por razon de su orígen, así lo manda considerar para los cálculos en sus oficinas ú operaciones fiscales. El año mercantil ó comercial es combinado por los comerciantes con el fin de abreviar y facilitar los cálculos. Sin embargo, esta combinacion comprende la falta crasísima de la inexactitud en los resultados de las operaciones numéricas.

Cada mes del año natural ó civil comprende los dias que naturalmente le correspondan. En cuanto á los meses provenidos de la consideracion del año mercantil ó comercial, siempre resultarán y se consideran con treinta dias cada uno.

El calculista que comprenda debidamente la esencia y objeto de las matemáticas, no podrá aceptar seguramente ni el año ni el mes mercantil ó comercial. La razon de esto resalta, supuesto que con tal consideracion se destruye desde su base el principio fundamental de las matemáticas, que es el de LA EXACTITUD ABSOLUTA.

En apoyo de lo últimamente expuesto, se copia textualmente lo que sobre ello expone el distinguido escritor frances Luis Deplanque en su clásica obra de Contabilidad, pág. 422, 3ª edicion traducida al castellano por Rafael Cancino, que dice:

"Antes de pasar adelante, debemos hablar de un uso que esos calcula-
"dores de *poco más ó menos* han introducido en las costumbres comerciales;
"queremos hablar de la costumbre de no considerar el año sino como com-
"puesto de 360 dias, dividido en 12 meses, de una duracion igual de 30

"dias cada uno. Estos calculadores no se han sujetado, como los matemá-
"ticos, á acomodar la regla á las necesidades del problema, sino que, por el
"contrario, han forjado el problema segun las necesidades de su regla fan-
"tástica. Tomando el año tal como Dios lo ha hecho, de 365 ó 366 dias,
"lo han tendido en su regla como en el lecho de Procusto, y hallándole más
"largo que el que ellos se han imaginado, le han cortado valientemente
"cinco ó seis dias.

"En una obra menos séria que esta podria creerse que nos permitimos
"una burla; pero aquí, para ser burlones, basta decir lo que es. Sea cual
"fuere el mérito de esta bella invencion, nos vemos obligados, para ser úti-
"les, á dar tablas dispuestas de modo que pueda uno servirse de ellas, sea
"que se tome por base de los cálculos este ridículo año de 360 dias, lla-
"mado *año comercial*, sea que, arreglándose á la lógica y al derecho, se
"sirva uno del año de 365 dias ó 366 (bisiesto) llamado *año civil*."

Segun todo lo expuesto, se plantea el problema indicado como sigue:

1º	$ 800 × 730 dias de 2 años	=	584000
2º	$1200 × 243 dias de 8 meses	=	291600
3º	$3000 × 28 dias	=	84000
4º	$4000 × 15 dias	=	60000
			1019600

La operacion anterior proporciona los datos precisos para establecer la *Regla de Compañía Simple*, supuesto que los nuevos capitales que han resultado equivalen á los que en *un dia* producirán el mismo interes que los capitales originarios en los tiempos que respectivamente les corresponden. Por consecuencia, las nuevas cantidades encontradas, y las cuales en tal caso resultan como capitales ó *números diarios*, ya son homogéneas en tiempo ó de una misma especie, circunstancia que constituye la *Regla de Compañía Simple*.

Posteriormente se aclarará, cuanto es necesario, la doble acepcion con que se considera la palabra número en las operaciones superiores de Aritmética.

$$1\,0\,1\,9\,6(0\,0 : \left\{\begin{array}{r} 5\,8\,4\,0(0\,0 \\ 2\,9\,1\,6(0\,0 \\ 8\,4\,0(0\,0 \\ 6\,0\,0(0\,0 \end{array}\right\} :: 2\,4\,0\,0 : x = \left\{\begin{array}{r} 1\,3\,7\,4{,}6\,6 \\ 6\,8\,6{,}3\,9 \\ 1\,9\,7{,}7\,2 \\ 1\,4\,1{,}2\,3 \end{array}\right.$$

$$\underline{\underline{2\,4\,0\,0{,}0\,0}},$$ cantidad neta que por utilidad debia repartirse proporcionalmente entre los asociados y que realmente se verificó.

Con los dos ejemplos expuestos, basta para dar á comprender todo lo relativo á la *Regla de Compañía*.

Como se dejó indicado en el curso de esta regla, se determina en seguida la doble acepcion de *número* considerado en las operaciones superiores de Aritmética.

Se llama número en su doble acepcion al producto que resulta de multiplicar un capital dado por el tiempo que haya permanecido devengando interes. Si ese tiempo se considera *en dias*, el capital nuevo que resultare se llama *número diario*. Si el tiempo se considerare en *meses*, el nuevo capital que se hallare se nombra *número mensual*, y si el tiempo expresare *años*, el distinto capital que se obtuviere se denomina *número anual*.

Cada uno de los capitales referidos, como *diario*, *mensual*, ó *anual*, equivale en tal caso al que en *un dia*, *un mes*, ó *un año*, produjera los mismos efectos ó el mismo interes que los capitales originales en sus tiempos primitivos.

La razon fundamental de esto consiste en que al multiplicar el capital por cierto número de unidades de tiempo, ese capital resulta esas mismas veces mayor, y por consecuencia equivalente al que se necesitaria para que en una de esas unidades de tiempo produjera los mismos efectos que el capital original en el tiempo que le correspondia.

Esta operacion práctica determina la teoría que antecede.

$1000 *en quince dias* equivalen á $15000 *en un dia*. Ó lo que es igual y que patentiza la teoría referida:

$1000 × 15 dias = 15000, *número diario*.

Con lo expuesto se da por concluida esta regla.

SEXTA SECCION

Teorías y práctica de la Regla de Falsa Posicion.

Se da este nombre á la operacion que sirve para encontrar cantidades verdaderas por medio de otras análogas supuestas.

Para facilitar la comprension de los procedimientos que en esta Regla se observan, es conveniente advertir que las cantidades en general se pueden descomponer en *adicionales*, *diferenciales* y *proporcionales*. Las primeras son las que se consideran como sumandos ó para sumarse; las segundas las que resultan como sustraendos ó que deben deducirse, y las terceras son las que aparecen ó se deben tomar como múltiplos ó submúltiplos, ó lo que es igual, como productos ó cuocientes.

Este conocimiento facilita extraordinariamente el planteo y resolucion de un considerable número de problemas relativos á la Regla de que se trata, supuesto que muchas veces comprenden las cuestiones de este género cantidades de las tres especies indicadas, y sin cuya separacion muy dificil seria resolver las cuestiones referidas.

Supuesto un problema con los datos necesarios para encontrar un número ó cantidad que se desconozca, el número falso que se elija podrá ser el primero que ocurra, sin atender á circunstancia alguna para su eleccion. En tal caso, procediendo regularmente, el resultado satisfactorio se lograria, pero con muchos más inconvenientes y dificultades que si el número supuesto se hubiera elegido con la analogía respectiva á los datos del verdadero que se busca. Por lo mismo, siempre se preferirá lo segundo.

Problema.—Se compraron un reloj, un carruaje y un cintillo en $1100: el carruaje costó el cuádruplo del reloj, más $200, y el cintillo la octava parte del carruaje, más $50. ¿Cuánto costó cada objeto?

ANÁLISIS.—El valor que aquí debe suponerse es el correspondiente al reloj, en razon de que de él han de proceder los otros como múltiplos y submúltiplos; pero á fin de facilitar la operacion, y como se dejó indicado, se elige un número que cuadruplicado dé octava parte exacta. Este número será 2, el cual representa la primera cantidad proporcional que de este problema resulta; la segunda proporcional, segun el mismo problema, la representará el cuádruplo del anterior, y la tercera se hallará tomando la octava parte de la segunda proporcional que es lo que el problema exige. Buscadas así las partes proporcionales, se colocarán como sumandos para reunirse en una sola cantidad, la que expresará la suma de las partes proporcionales provenida del número supuesto. En columna distinta se pondrán por separado los datos adicionales de $200 provenidos del valor del carruaje, los $50 dimanados del aumento del cintillo, y los $25 como octava parte que completa el valor del referido cintillo con respecto á los $200 relativos al valor del carruaje. Sumando ambas columnas, dará la primera el total de las partes proporcionales supuestas, y la segunda el importe de las adicionales verdaderas. Este importe se restará de $1100, valor total de los efectos, representando la diferencia que se encontrare el monto de las partes proporcionales verdaderas.

En este estado el problema, ya ministra los datos proporcionales y necesarios para hallar el cuarto término que se busca, equivalente al valor del reloj.

RESOLUCION PRÁCTICA.

Partes proporcionales.		Partes adicionales.	
Número supuesto	2		
Cuádruplo	8	+ 200	
Octava parte	1	+ 50	
		+ 25	por octava de 200.
Suma de partes proporcionales.	11	275	suma de adicionales.
		1100	valor de los objetos.
		825	monto proporcional verdadero.

$$11 : 825 :: 2 : x =$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & \\ \hline 1650 & 11 \\ \hline 055 & 150 \text{ valor verdadero del reloj.} \\ 000 & \left.\begin{array}{l} 600 \\ 200 \end{array}\right\} \text{id. id. del carruaje.} \\ & \left.\begin{array}{l} 75 \text{ por } \frac{1}{8} \text{ de } 600 \\ 25 \text{ por } \frac{1}{8} \text{ de } 200 \\ 50 \ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \text{valor del cintillo.} \\ & \overline{1100} \text{ suma que comprueba.} \end{array}$$

PROBLEMA.—Un copista de música copia una ópera en dos meses, otro en tres, y otro en cinco: repartida la copia entre los tres, ¿en qué tiempo la harán?

ANÁLISIS.—En esta clase de problemas es indispensable buscar la homogeneidad respecto del trabajo que en una misma unidad de tiempo debe hacer cada individuo. Conseguido esto se suman las parcialidades de los trabajos que en una misma unidad de tiempo pueden practicarse. Con esta operacion se consigue el conocimiento de los tres términos con que se formará la Regla de Tres que ha de producir por cuarto término el dato que se buscaba.

Los tres términos indicados serán:

1º La suma de las parcialidades de las copias hechas en una unidad de tiempo.

2º La unidad que representa toda la obra ó trabajo.

3º La unidad de tiempo que sirvió de punto de partida y á que se refieren las parcialidades.

4º El tiempo que en el problema se pide, y que se hallará por resultado de la Regla de Tres que de todo esto resulta.

PRÁCTICA.

Supuesto que el mes aparece en el problema como unidad comun de tiempo, se deberá prefijar la parte de copia que en esa unidad de tiempo hará cada copista, encontrando así las parcialidades indicadas. Por esto el que en dos meses hacia la obra, en un mes hará $\frac{1}{2}$; el que la hacia en tres meses, en uno hará $\frac{1}{3}$, y el que la hacia en cinco, en uno hará $\frac{1}{5}$. De la suma de estos quebrados, que á continuacion se verifica, se seguirá el procedimiento expuesto.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{15}{30} + \frac{10}{30} + \frac{6}{30} = \frac{31}{30}$$

$$\frac{31}{30} : 1 :: 1 : x =$$

$$\frac{1}{1} \div \frac{31}{30} = \frac{30}{31} \text{ avos de mes, tiempo pedido.}$$

PROBLEMA.—Un capital se distribuye entregando su cuarta parte á un heredero; á otro un quinto del mismo capital; la suma de las dos partes anteriores al tercero, y al último $6000. ¿Qué capital será el divisible?

Resolucion.—Se supone el número 20 que contiene cuarta y quinta parte.

	20
Para el primero	5
Para el segundo.	4
Para el tercero	9
Partes proporcionales .	18
Capital supuesto.	20

2 número equivalente á los $6000 correspondientes al último interesado, y cuyo número servirá de base para encontrar el capital pedido. Los tres términos de la Regla de Tres, serán: 2 y $6000, términos equivalentes; y 20 capital supuesto, y x capital verdadero que debe encontrarse.

Práctica.—$2 : 6000 :: 20 : x = \$60000$, capital pedido.

$$\begin{array}{r|l} 20 & \\ \hline 120000 & 2 \\ \hline 00000 & 60000 \end{array}$$

Comprobacion.—

Capital total hallado. .	$60000
Para el primero $\frac{1}{4}$ . . .	15000
Para el segundo $\frac{1}{5}$ . . .	12000
Para el tercero, la suma de las dos partes ant.s	27000
Para el cuarto.	6000
Suma.	$60000, igual al capital total.

La parte expuesta respecto de esta Regla, basta para darla á comprender; advirtiendo que dicha regla es una de las que mayor práctica necesitan para llegarla á poseer.

SÉTIMA SECCION

Teorías y práctica de la Regla de Aligacion.

Regla de Aligacion es la que sirve para encontrar el precio medio á que deben venderse distintos objetos de diversos precios designados, á fin de hallar el mismo producto que vendidos á los precios primitivos, ó bien la que determina las porciones que de distintos objetos deban mezclarse proporcionalmente para poderse vender á un precio medio fijado, obteniendo el mismo producto que el que resultara vendiendo las porciones á sus respectivos precios.

Como de la definicion anterior se deduce, esta regla comprende dos casos generales.

El primero se refiere á encontrar el precio medio entre otros varios, de los cuales unos sean mayores y otros menores, circunstancia indispensable para que el primero sea en realidad precio medio.

La regla que para tal caso debe aplicarse se reduce á la que en seguida se expone.

Dados los objetos con sus precios correspondientes, se colocan los primeros en forma de sumandos, y los segundos se ponen en seguida bajo el mismo órden, interponiéndoles el signo de multiplicar. Despues se multiplicará cada número de los objetos por su precio indicado, colocando á continuacion cada producto y en el órden debido para verificar su suma. Dicha suma se dividirá por la de los objetos, expresando el cuociente que se hallare el precio medio pedido.

Problema del primer caso.—¿A qué precio medio se podrá vender un