16. *Rios, Arenales y médanos.* Los primeros se indican cubriendo la superficie del papel con puntos y agrupados estos para los médanos, dándoles la aparencia de pequeños cerros.

Tierras incultas. Estas se expresarán de la misma manera que el terreno erial, cambiando únicamente la tinta de arena con la de carmin suave.

Advertencia. Las aguadas deben darse ántes del dibujo á la pluma para no exponerse á que se borren estas al contacto del agua.

En los márgenes de la lámina 5 constan los demas signos topográficos.

LAMINAS VI Y VII.

TEORIA DE LAS CURVAS DE NIVEL.—PROYECCIONES.—NORMALES.—DIVERSOS SISTEMAS DE REPRESENTACION DE MONTAÑAS.

Una de las partes mas importantes de la topografía es la que trata acerca del trazo de las curvas de nivel. Para representar la topografía de un terreno, debemos distinguir: primero, la planimetría ó sea la representacion de aquel por medio de sus proyecciones á

un plano horizontal: segundo, la representacion del mismo por sus proyecciones á un plano vertical, que dé á conocer el relieve ó sea la *configuracion.* Si se tratase de construir un perfil segun una línea determinada, por medio del cual puedan distinguirse á primera vista las diferentes alturas del suelo, su construccion no ofrece ningun obstáculo; mas si se pretendiese representar el terreno por la proyeccion de todos sus puntos al plano vertical, la construccion, á la vez que confusa, seria impracticable por la aglomeracion de puntos, de los cuales muchos tendrian una misma proyeccion. Para obviar este inconveniente, se adoptó la ingeniosa idea del geógrafo Bauche, y que mas tarde aplicó á la topografía Ducarla, de las *curvas de nivel ó secciones horizontales.*

Suponiendo el terreno cortado por varios planos paralelos horizontales, determinan en su superficie una serie de curvas que proyectadas en un plano igualmente paralelo y horizontal, forman las curvas de nivel; de manera, que en el plano de proyeccion están representadas cada una de aquellas secciones, con una sola acotacion; tal procedimiento, como se ve, facilita el modo de representar en un solo plano, tanto los puntos que conciernen á la planimetría como, los del relieve del terreno.

Para poder apreciar la altura de una montaña por medio de sus curvas de nivel, se supone á los planos paralelos que la cortan, equidistantes; y ademas, para

que la misma separacion de dos curvas consecutivas, puedan representar en planos de diferentes escalas una misma inclinacion, se ha adoptado la equidistancia *gráfica* ó reducida 0^m0005 que multiplicada por la escala de un plano dará la equidistancia natural segun la proporcion siguiente:

$$e : E :: 1 : R.$$

de donde E=R e, en la que E equidistancia natural, *e* equidistancia gráfica ó reducida, cantidad constante y R escala de la carta; así es que la equidistancia natural será de

2^m50	á.....	$\frac{1}{5,000}$
5	á.....	$\frac{1}{10,000}$
10	„.....	$\frac{1}{20,000}$
12^m50	„.....	$\frac{1}{25,000}$ etc.

Este procedimiento ofrece la manera ventajosa de reducir un plano por sus curvas de nivel, puesto que basta reproducir una curva en cada dos, tres ó cuatro, etc., si el plano se reduce á la mitad, tercera ó cuarta parte segun está indicado en la lámina

En ciertos casos conviene variar la equidistancia gráfica. Si el terreno es poco accidentado, las secciones horizontales determinadas por los planos paralelos equidistantes, producirán tan pocas curvas y tan separadas entre sí en el plano de proyecciones, que

no darán absolutamente idea del relieve del terreno; en este caso, es conveniente dar á *e* el valor de 0^m00025 lo que dará á la escala de un $\frac{1}{10,000}$, por ejemplo, una equidistancia natural de 2^m50. Segun la escala y la configuracion del terreno, se puede disminuir *e* hasta que las curvas estén suficientemente próximas para dar idea del relieve del terreno.

En los terrenos muy accidentados, la cantidad de curvas y su proximidad pueden perjudicar la claridad de los detalles de la planimetría; en este caso puede darse á *e* el valor de 0^m001 ó mayor si fuere necesario.

Para la carta general de Francia construida á $\frac{1}{40,000}$ y reducida para su impresion á $\frac{1}{80,000}$ se adoptaron 10^m para el primer caso y 20^m para el segundo por equidistancia natural.

En la lámina VI he indicado las proyecciones de cuatro cuerpos geométricos cortados por planos paralelos equidistantes. La primera figura es un cono recto; la segunda, un cono oblicuo; la tercera, una semiesfera, y la cuarta un cono oblicuo de base elíptica.

La seccion de un cono cortado por un plano paralelamente á la base, produce, como se sabe, un círculo; de suerte que en la figura primera, que se ha considerado el cono cortado por varios planos paralelos sin secciones, serán círculos de distintos radios, que proyectados en el plano A B producen una serie de circunferencias concéntricas equidistantes que debemos considerar como sus curvas de nivel.

El cono oblicuo tiene por proyecciones círculos excéntricos cuyos diámetros están determinados por los piés de las perpendiculares 0–0, 1–1, 2–2..... bajadas al plano de proyeccion A B de los puntos de interseccion de los planos con las generatrices del cono.

La semiesfera produce círculos concéntricos no equidistantes y el cono oblicuo de base elíptica una serie de elipses.

Examinando las figuras, se advierte que en el cono recto cuya inclinacion es uniforme, sus curvas de nivel están igualmente separadas; que en el cono las curvas de nivel mas próximas corresponden á la mayor pendiente y las mas separadas á la menor: lo mismo acontece en las otras dos figuras.

Por consiguiente, deberá tenerse siempre presente la regla general: cuanto mas próximas estén dos curvas entre sí, expresarán mayor pendiente y viceversa.

La figura 5 representa las proyecciones de las secciones de una montaña. Sea A S S′ B el perfil; A B la base de la montaña, A′ B′ el plano de proyeccion; S H y S′ H′ las alturas de las cimas S y S′. Si hacemos pasar perpendicularmente á las lineas S H y S′ H′ planos equidistantes, producirán en la superficie del terreno una serie de curvas. Si por los puntos de interseccion con el perfil 0, 1, 2, 3, etc., bajamos perpendiculares al plano A B se obtendrán las proyecciones de aquellos puntos 1, 2, 3, etc., por donde deben pasar las curvas. Si el cuerpo fuera simétrico muy fácil seria determinar las curvas de nivel; mas en uno tan irregular como lo es un cerro en general, es preciso construir otros perfiles en distintas direcciones, y repetir la misma operacion que hemos indicado para el longitudinal, teniendo cuidado de que las alturas de los nuevos perfiles se correspondan á las del primero, de manera que se obtendrán en los planos de proyeccion C D y E F otros puntos de la montaña proyectados: no resta mas que unir las curvas que correspondan á un mismo número. Cuanto mayor sea el número de perfiles, mayor será la exactitud en la forma de la montaña.

En esta figura se manifiestan mas las circunstancias que he indicado respecto á la separacion de las curvas, y observemos ademas lo que acontece cuando una parte de la montaña esté á pico, ó tenga una inclinacion inversa: en el primer caso todas las curvas tienen una misma proyeccion, de manera que se sobrepondrán y se irán separando á medida que la inclinacion del terreno se aleje de la vertical, lo que indicarán las mismas proyecciones (véase la lámina VI); en el segundo, las curvas serán reentrantes, indicándose con puntos la parte de ellas que se deba ocultar, y teniendo cuidado de unir las del mismo número y que se refieran á las secciones horizontales.

Dada la teoría de las curvas de nivel, pasaré á explicar ciertas lineas y lugares de las montañas que

constituyen sus accidentes, y que conviene conocer. Se dá el nombre de *montaña* á toda eminencia de considerable elevacion. La serie de montañas no interrumpida en determinada direccion, que arrojan á derecha é izquierda ramificaciones, forma una *cadena*. Las cadenas de corta extension ásperas y peñascosas se llaman *sierras*. Unas veces las cadenas de montañas partiendo del *núcleo ó nudo*, que es la mas elevada de ellas, se dirigen en distintas direcciones segun se observa en la *Sierra de los Pitos*, al Sur de Pachuca (lámina 10) y otras siguen una direccion recorriendo un inmenso espacio de terreno, tomando el nombre de *cordillera*, como la de los Andes en la América del Sur y de los Andes mexicanos (denominacion dada por el baron de Humboldt); raras veces se presentan las montañas aisladas y generalmente constituyen *picos volcánicos*, segun se observa en el Jorullo, San Andrés Tuxtla, etc.

Las montañas, ya estén aisladas ó formando una cadena, tienen á uno y otro lado descensos, flancos ó vertientes mas ó ménos rápidos: la parte de mayor inclinacion se llama *pendiente*, y la de menor *contrapendiente*. Las cadenas, como se ha dicho, arrojan ramificaciones, y estas á su vez arrojan otros ramales mas cortos y en direccion casi perpendicular, que tienen el nombre de *contrafuertes ó esperones*.

La parte mas elevada de una montaña es la *cumbre ó cima*, que segun su forma, toma distintas denominaciones: *cúpula*, si es esférica; *aguja*, si termina en punta aguda; *pico*, si sus pendientes son rápidas; *meseta*, si es plana de mas ó ménos extension.

Los monólitos que coronan las cimas de algunas montañas, se conocen con el nombre de *órganos*, como los órganos de Actopan, ó con otras denominaciones, segun las figuras caprichosas de las rocas.

La *base* de una montaña es el plano horizontal sobre que descansa; *pié*, el perímetro de la base; *altura*, la perpendicular que une la cumbre con la base.

La parte mas inmediata á la llanura se conoce con el nombre de *falda*, y de *colina* si se encuentra entre dos depresiones, y tiene, así como la montaña en general, descensos desigualmente rápidos que se llaman vertientes, pues es por donde derraman las aguas: la linea que separa á ambas vertientes, es decir, la pendiente de la contrapendiente se llama *linea* de la division de las aguas (véase la linea A B, fig. 6, lámina 7), que está determinada por una sucesion de normales á las curvas en los puntos en que estas cambian de direccion. En una misma zona estas normales serán mayores que las otras. Las lineas de division de las aguas son de *máxima pendiente*, pues observando de B á A (figura 6) á C y á D, A será el punto mas culminante que los otros dos situados en una curva inferior, y por consiguiente B A tendrá mayor inclinacion.

Por *colina* se entiende igualmente toda eminencia aislada de muy corta altura. El *cerro* es toda masa

de tierra aislada ó muy próxima á las montañas, que no tiene la considersble altura de estas, y son comunmente ásperos y peñascosos, como *Cerro Gordo*, el *Cerro de la Estrella* en Ixtapalapan. etc.

Las lomas son prominencias pequeñas y prolongadas con cortas pendientes hácia sus flancos, que se encuentran aisladas, como la de las Pintas en el Valle de México, ó próximas á las montañas, como las de Tacubaya.

Una serie de cumbres forma la *cresta ó espinazo* de una cadena: el eje de esta es la linea que une los centros de las bases, siendo por consiguiente, así como la linea del perímetro de las bases, sinuosa, ondulada y caprichosa. El *puerto ó collado* es una depresion del terreno entre dos cimas, que facilita el paso por la montaña.

La pendiente mas fuerte de las cimas que se acerca á la vertical, se conoce con el nombre de *tajo*, *escarpadura ó declivio*, que se convierten en *desfiladero*, si el paso es difícil por el puerto y limitado por la escarpadura.

Las grandes llanuras comprendidas entre cordilleras que las elevan gradualmente se llaman *mesas:* por ejemplo, las altiplanicies y mesa central de México.

La interseccion de dos vertientes opuestas forma un *thalwelg* ó sea camino del valle (voz alemana *thal* valle y *welg* camino) que es linea de mínima pendiente, puesto que las aguas han llegado á él despues de

haber recorrido aceleradamente las partes de mayor pendiente para entrar en su cauce ordinario: en efecto, si consideramos la inclinacion de la linea B A, figura 7, lám. 7, será menor que las de las lineas B C y B D, puesto que los puntos C y D están en la curva siguiente superior. Si esta depresion del terreno, cuyo límite está marcado por la linea del thalwelg es estrecha y muy profunda, toma el nombre de *barranca*, y de *barranco* si es de poca profundidad.

Obsérvese en la figura 10, que entre dos thalwelgs se encuentra siempre una colina y entre dos colinas un *thalwelg*. Las lineas F F′ son lineas de máxima pendiente ó linea de division de las aguas y las lineas TT′ lineas de mínima pendiente ó sean thalwelgs.

Las llanuras en la rigurosa acepcion de la palabra, no pueden existir, pues se hallan interrumpidas por ligeras depresiones.

Una extensa llanura cercada de montañas ú otras eminencias forma un *valle;* si este por algun punto permite salir sus aguas á los terrenos mas bajos fuera de él, el *valle* es abierto, y *cerrado* en el caso contrario, en que las aguas se depositen en él formando lagos: citaré como ejemplo, para el primer caso el valle de Toluca, cuyas aguas descienden hasta el puerto de San Blas, y para el segundo el de México, que deposita las aguas en sus grandes lagos.

Todo valle pequeño ó que esté formado por los ramales de una cadena, se llama *cañada;* en los Estados

fronterizos, los valles estrechos comprendidos entre dos sierras sensiblemente paralelas tienen el nombre de *cañon*, como el cañon de Guachichil, de Huajuco, de Santa Rosa, etc.

Una hondonada es un espacio ancho rodeado de terrenos mas altos; se llaman *quiebras* las hendeduras ó grietas en montes y valles causadas por las lluvias, y *pliegues* las quiebras poco sensibles.

Antes de tratar acerca de las plumeadas que se sustituyen á las curvas de nivel para dar mas relieve y efecto al dibujo, creo que es muy conveniente recordar en este lugar el siguiente teorema de la geometría descriptiva.

La *inclinacion* de una recta es el ángulo que esta forma con su proyeccion en el plano horizontal, y *pendiente* la tangente del ángulo de inclinacion, de manera que la pendiente será nula en 0° de inclinacion; la pendiente varia de 0^m á 1^m cuando la inclinacion varia de 0° á 45° y de 1^m al ∞ cuando varia la inclinacion de 45° á 90°, es decir, que la pendiente es infinita cuando la recta es vertical. Así es que, se pueden calcular las pendientes en un plano por medio de la fórmula: $\text{tang}\,\alpha = \frac{e}{n}$ en la que e es la equidistancia gráfica y n el intervalo entre dos curvas consecutivas, ó sea la normal.

Plumeadas. Para dar mas relieve al dibujo se trazan plumeadas de curva á curva, cuyo grueso y separacion depende del de las curvas: tal es el objeto del

diapason que se emplea en el ministerio de la guerra de Francia, que fija la relacion entre el grueso de las lineas y los espacios, de manera que la relacion del negro al blanco sea $\frac{3}{2}$ de la tangente de inclinacion; mas siendo de muy difícil aplicacion y no ser posible tenerle siempre á la vista para el trazo de las plumeadas, la práctica, copiando buenos modelos, y las reglas generales que voy á exponer, son suficientes para obtener en el dibujo de montañas el resultado que se desea.

Las pautas ó escalas de plumeadas que se adoptan tanto en el sistema frances como en el aleman, &c., se han calculado para inclinaciones de 0° á 45° por ser el límite accesible á la infantería, y porque las mayores pendientes pertenecen á las partes escarpadas ocupadas por las rocas que tienen designado su propio dibujo.

En el trazo de las plumeadas deben tenerse presentes, su direccion, su separacion, su grueso, &c., para lo cual indicaré las siguientes reglas generales. Todas las plumeadas entre dos curvas consecutivas, deben ser normales á ambas: por esta causa son rectas entre dos curvas concéntricas ó paralelas (fig. 1ª, lám. 7), y curvas entre las que no lo sean (fig. 2). Las normales marcan la direccion que en su caida trazaria en las vertientes de la montaña un cuerpo abandonado á su propio peso. La separacion de las plumeadas que en lo sucesivo llamarémos normales, será de $\frac{1}{4}$ de su

longitud; mas como de la fórmula tang $\alpha = \frac{e}{n}$ resulta, á la inclinacion de 15°, que la separacion n es de 0^m002 ó sea la longitud de la normal, no puede seguirse para mas de 15° esta regla general, por cuya razon se ha convenido en darles una separacion de 0°0005 próximamente. De esta fórmula se deduce que la inclinacion está en razon inversa de la longitud de la normal, de suerte que comparadas dos normales en dos planos distintos, ya sea que estén construidos en una misma ó en distintas escalas, la que sea doble de la otra corresponde á una pendiente dos veces menor. El grueso de las normales debe ser en razon inversa de su longitud y para trazarlas se comenzará por la mas fina para calcular el grueso progresivo de las demas de 0° á 45°. Como dos curvas van separándose gradualmente, se procurará ir engruesando las normales de la misma manera para dar el efecto de una tinta desvanecida. Es muy conveniente no trazar en algunos lugares de una zona las normales del mismo grueso en toda su longitud, sino dándoles mas grueso del que les corresponde en la parte superior al empezar, y terminarlas en su mayor parte en lineas finas: esto, ademas de quitar la monotonía, indica cambios repentinos del terreno que constituyen sus accidentes. Así está expresado en el punto * del plano de Pachuca.

Las normales de una zona no deben penetrar en la anterior ni dejar espacios, sino que deben empezar y

terminar precisamente en las curvas para evitar el mal efecto que de ello resulta, marcando de una ú otra manera las curvas de nivel. Si estas están muy separadas, para que no lo estén las normales, particularmente en su conclusion, puede intercalarse una curva; pero en ese caso su grueso no debe alterarse. En la lámina 7 se han dibujado las normales de los cuatro cuerpos geométricos cuyas proyecciones indicamos en la anterior. La primera figura, que es el cono recto no forma relieve á causa de la uniformidad de su pendiente. Los alumnos deben ejercitarse mucho en el dibujo de estas figuras para vencer la dificultad del trazo de las normales.

Sistema de Lehemann ó aleman. Este sistema, aunque difícil en la práctica, es de un efecto tan admirable y marca de tal manera los menores accidentes del terreno, que compensa la gran laboriosidad de su ejecucion, y ademas facilita la lectura inmediata de las pendientes.

Su escala está calculada para las inclinaciones de 0° á 45° y la relacion que existe en las plumeadas entre el negro y el blanco es la siguiente: (Véase la fig. 11, lám. 7).

á	0°	.....	blanco absoluto.		
	5°	.....	1 negro por 8 blanco.		
	10°	.....	2	„	7 „
	15°	.....	3	„	6 „
	20°	.....	4	„	5 „
	25°	.....	5	„	4 „
	30°	.....	6	„	3 „
	35°	.....	7	„	2 „
	40°	.....	8	„	1 „
	45°	.....	negro absoluto.		

Observando con cuidado estas relaciones se notará que las que corresponden entre el negro y el blanco á 20° y 25° están invertidas, y de la misma manera las de 15° y 30°, las de 10° y 35°, las de 5° y 40° y las de 0° y 45°.

De suerte que para formar la escala todo depende de la primera linea mas fina que corresponde á la inclinacion de 5°. La separacion de dos lineas será 8 veces su grueso. En 10° la linea será de doble grueso que la de 5° y el espacio será de 7 y así sucesivamente, de suerte que la linea de 5° cubrirá el espacio blanco de 40°, la de 10° cubrirá el de 35°, &c., &c. Con la práctica se tiene en la memoria esta relacion, y todo depende, al dibujar, del grueso de la linea mas fina, como ya se dijo; mas ántes de empezar el dibujo se marcan, segun la separacion de las curvas, las inclinaciones de 5°; las curvas cuya separacion sea la mitad de las anteriores se marcarán 10°, la de la 3ª

parte 15°, las que la tengan de la mitad de 10°, 20° y así sucesivamente.

La separacion de las normales no sigue la regla del sistema frances; esta en el aleman es constante de eje á eje y se dedude de su misma teoría, como hemos visto en la escala.

Las normales de una zona y las siguientes deben continuarse puesto que tienen la misma separacion y no alternarse como en el método frances, y terminar mas gruesas ó mas finas segun sea el grueso de las de la zona siguiente.

Cuando la separacion de las curvas sea muy grande pueden intercalarse otras curvas, pero sin alterar el grueso de las lineas que corresponda á la inclinacion.

Este sistema ha sido modificado en los Estados-Unidos, calculando las pendientes menores que 5°, que 10°, &c., apoyándose en que estas inclinaciones son las mas frecuentes; mas los alemanes sin fijar la escala lo verifican graduando el grueso, al dibujar, entre 5° y 10°, &c.

Tanto en este sistema como en el frances, en que las pendientes se calculan por el grueso de las lineas, está admitida la luz vertical: admitir la luz oblicua es un contrasentido, puesto que para lograr el objeto es preciso engruesar las lineas entre curvas muy separadas en que se suponga la sombra, dando por resultado esta alteracion en el grueso de las lineas, que las

normales correspondientes á la misma separacion de curvas expresarian distintas pendientes por solo la circunstancia de estar unas en luz y las otras en sombra. Sin embargo, pueden combinarse estos sistemas con la luz oblicua, dando ántes de trazar las normales, aguadas con tinta de china.

Para ejecutar mas fácilmente el dibujo de montañas, segun el sistema Lehemann, es conveniente trazar todas las normales tan finas como las que correspondan á la menor pendiente, dándoles la debida separacion, de suerte que toda la montaña dé el efecto de una sola tinta, y engruesarlas en seguida conforme á las diferentes pendientes, segun se ha indicado ántes. Este método, ademas de facilitar el dibujo, permite dar la separacion igual y constante á las normales de eje á eje.

Sistema del general prusiano von Müflyng. Lo mismo que el anterior calcula las inclinaciones de 5° en 5°, desde 0° á 45°, y su sistema consiste en la combinacion de lineas continuas, lineas de puntos, lineas onduladas y lineas mas ó ménos gruesas segun se manifiesta en la lámina VII, figura 12. Su aplicacion fácilmente se comprende, por eso no me detendré en explicarlo.

Si no se tiene la práctica suficiente en el bellísimo método Lehemann, puede emplearse en los planos militares el sistema frances con la modificacion que propongo, que permite leer inmediatamente las pendientes, (figura 13). Calculando como los sistemas anteriores de 0° á 45°, se les asigna á las normales un valor constante convencional de 5°, de manera que en esta inclinacion se trazarán, alternando, una linea de puntos y otra continua, en la de 10° una de puntos y dos continuas, en la de 15° una de puntos y tres continuas. . . . y en la de 45° una de puntos ó bien un guion para mayor claridad y nueve continuas. Como se ve, este sistema facilita el medio de leer las pendientes, pues basta ver el número de lineas continuas comprendidas entre dos de puntos, y multiplicándolo por 5 el producto dará la inclinacion. Su dibujo es muy violento y nada complicado.

En la lámina 7, la figura 6 representa una colina; la fig. 7 un thalweg; la 8 la cima de una montaña, que se expresa por medio de curvas cerradas; y la 6 ofrece en conjunto las figuras anteriores constituyendo una montaña. En todas estas figuras se han determinado por lineas de puntos las perpendiculares á las curvas en los puntos que las cortan; y que son las directrices que deben guiar al dibujante en el trazo de las normales, por lo que es conveniente trazarlas con lápiz en todo dibujo ántes de proceder al plumeo.