En effet $10 \times 32 = 320$
$\frac{1}{2} \times 32 = 16$
Total égal 336

88). $\frac{455}{5+1+0.50} = \frac{455}{6.50} = 70$. On a employé 70 pièces de chaque espèce.

En effet $5 \times 70 = 350$
$1 \times 70 = 70$
$0,50 \times 70 = 35$
Total égal 455

89). $5 + 6 + 9 = 20$.

Si pour 5 heures de travail on a payé 2,50,
1 $\frac{2,50}{5} = 0,50$,
20 $0,50 \times 20 = 10$.

La somme à partager était donc de 10 fr., sur laquelle le second a reçu 3 fr., et le troisième 4 fr. 50 c.

90). On peut résoudre les problèmes de cette espèce par le tâtonnement, ainsi qu'il suit :

En prenant 1 pièce de 5 fr. il reste 102 fr., qu'on payera par $\frac{102}{2} = 51$ pièces de 2 fr On ne peut prendre un nombre pair de pièces de 5 fr., parce que le reste à payer ne serait pas divisible par 2.

En prenant

Pièces de 5 fr.		Pièces de 2 fr.
3	il reste $107 - 15 = 92^{fr}$ qu'on paye avec	$\frac{92}{2} = 46$
5	$107 - 25 = 82^{fr}$	$\frac{82}{2} = 41$
7	$107 - 35 = 72^{fr}$	$\frac{72}{2} = 36$
9	$107 - 45 = 62^{fr}$	$\frac{62}{2} = 31$
11	$107 - 55 = 52^{fr}$	$\frac{52}{2} = 26$
13	$107 - 65 = 42^{fr}$	$\frac{42}{2} = 21$
15	$107 - 75 = 32^{fr}$	$\frac{32}{2} = 16$
17	$107 - 85 = 22^{fr}$	$\frac{22}{2} = 11$
19	$107 - 95 = 12^{fr}$	$\frac{12}{2} = 6$
21	$107 - 105 = 2^{fr}$	$= 1$

Maintenant on voit qu'il n'y a que la combinaison de 17 pièces de 5 fr. et de 11 de 2 fr. qui donne une somme égale à 28.

Deuxième manière. On peut arriver directement au même résultat par le raisonnement suivant :

En prenant $\frac{28}{2} = 14$ pièces de chaque espèce, la valeur de ces pièces $5 \times 14 + 2 \times 14 = 70 + 28 = 98$; différence $107 - 98 = 9$.

Mais chaque pièce de 5 fr. substituée à 1 pièce de 2 fr. diminue la différence de $5 - 2 = 3$ fr.; par conséquent autant de fois 3 sera contenu dans 9, autant il faudra faire de ces substitutions. Il faudra donc substituer 3 pièces de 5 fr. à autant de pièces de 2 fr., ce qui donne

$14 + 3 = 17$ pièces de 5 fr.
$14 - 3 = 11$ de 2 fr.

Troisième manière. La règle de double fausse position est applicable dans ce problème ; car si l'on prend trois nombres en proportion continue par différence, tels que 1, 2, 3 pour représenter trois nombres de pièces de 5 fr., on trouve que les résultats $5 \times 1 + 2 \times 27 = 59$, $5 \times 2 + 2 \times 26 = 62$, $5 \times 3 + 2 \times 25 = 65$, sont aussi en proportion par différence continue.

1re supposition.

Pièces de 5 fr.	Pièces de 2 fr.		
10	$28 - 10 = 18$	$5 \times 10 + 2 \times 18 = 86$	
	$107 - 86 = 21$,	erreur en moins	21
12	$28 - 12 = 16$	$5 \times 12 + 2 \times 16 = 92$	
	$107 - 92 = 15$,	erreur en moins	15

Différence des erreurs $21 - 15 = 6$.

$21 \times 12 = 252$
$15 \times 10 = 150$
Différence 102. $\frac{102}{6} = 17$.

On prendra donc 17 pièces de 5 fr. et 11 pièces de 2 fr.

91). $20 + 40 = 60$, $\frac{3000}{60} = 50$.

Il faudra donc 50 heures.

92).

	20 hectolitres à	18 fr. valent	360 fr.
	30	17	510
	40	15	600
Somme	90	qui valent	1470^{fr}

donc l'hectolitre vaut $\frac{1470^{fr}}{90} = 16$ fr. 33 cent. $\frac{1}{3}$.

93). $\frac{60}{0,50} = 120$, $120 - 100 = 20$. Il faut donc ajouter 20 litres d'eau.

94).

	Décagrammes.		Kilogrammes.	
Pour	25	de sel il faut	4	de mélange.
	1		$\frac{4}{25}$	
	500		$\frac{4 \times 500}{25} = 80$.	

Mais le mélange primitif est de $20 + 5 = 25$ kilogrammes, il faudra donc ajouter $80 - 25 = 55$ kilogrammes d'eau.

95). Puisqu'il faut 15 fois plus de pièces de 2 fr. que de 5 fr., pour 1 pièce de 5 fr., il faut 15 pièces de 2 fr., ce qui vaut en tout $5 + 30 = 35$ fr. $\frac{105}{35} = 3$; il faut donc 3 pièces de 5 fr. et 45 pièces de 2 fr.

$$5 \times 3 = 15$$
$$2 \times 45 = 90$$
$$\text{Somme égale } 105$$

96). Le premier fait l'ouvrage en $\frac{7}{2}$ de jours, et par conséquent il n'en fait que $\frac{1}{7}$ dans $\frac{1}{2}$ de jour et $\frac{2}{7}$ dans un jour.

Le second fait l'ouvrage en $\frac{17}{4}$, et par conséquent il n'en fait que $\frac{1}{17}$ dans $\frac{1}{4}$ de jour et $\frac{4}{17}$ dans un jour.

$$\frac{2}{7} + \frac{4}{17} = \frac{34+28}{119} = \frac{62}{119};$$

donc les deux ouvriers en un jour font les $\frac{62}{119}$ de l'ouvrage; pour en faire $\frac{1}{119}$, ils mettront $\frac{1}{62}$ de jour, et pour l'ouvrage entier $\frac{1}{62} \times 119 = \frac{119}{62}$ de jour $= 1\ \frac{57}{62}$.

Ils mettront 1 jour et $\frac{57}{62}$ de jour, fraction équivalente

à 9 heures environ, à raison de 10 heures par journée de travail.

97). En 1 heure la 1re fontaine remplit $\frac{2}{21}$ du bassin,
la 2^{e} $\frac{3}{34}$

les 2 fontaines ensemble $\frac{2}{21} + \frac{3}{34} = \frac{131}{714}$;

donc, pour remplir $\frac{1}{714}$ du bassin, elles mettront $\frac{1}{131}$ heure,

et pour $\frac{714}{714}$ $\frac{714}{131}$

$= 5$ heures $\frac{59}{131}$.

98). $2,30 + 2,70 = 5$; $\frac{18}{5} = 3,60$. Cette personne a acheté 3,60 kilogrammes de chaque espèce.

En effet, $2^{fr},30 \times 3,60 = 8^{fr},28$
$2\ ,70 \times 3,60 = 9\ ,72$
Somme égale 18^{fr}

99).

250 litres	à 60 c.	valent	150 fr.
240	à 50		120
180	à 75		135
670 litres du mélange		valent	405^{fr}

donc 1 $\frac{405}{670}$

260 $\frac{405 \times 260}{670} = 157,16\ \frac{28}{67}$.

La pièce du mélange coûtera donc 157 fr. 16 c. $\frac{28}{67}$.

100).

	Poids.	Titres en millièmes.	Métal fin.
	3	900	2700
	5	850	4250
	6	800	4800
	8	750	6000
	22		17750

$$\frac{17750}{22} = 806\ \frac{9}{11}.$$

Le titre est à 806 millièmes $\frac{9}{11}$.

101). Les trois fontaines remplissent chacune en 1 heure $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ du bassin, et par conséquent les trois réunies $\frac{47}{60}$ du bassin.

Elles mettront donc $\frac{60}{47}$ d'heure pour remplir le bassin, c'est-à-dire 1 heure $\frac{13}{47}$.

102). Les quatre ouvriers font en un jour chacun $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{11}$ de l'ouvrage, et tous ensemble $\frac{3382}{7920}$ ils mettront donc $\frac{7920}{3382}$ de jour, ce qui équivaut à 2 jours et $\frac{578}{1691}$.

103). Les deux fontaines coulant ensemble remplissent les $\frac{2}{11}$ du bassin ; la première fontaine coulant seule n'en donne que les $\frac{4}{31}$, par conséquent la seconde fontaine coulant seule remplit les $\frac{2}{11} - \frac{4}{31} = \frac{18}{341}$ du bassin en 1 heure ; et par suite $\frac{1}{341}$ en $\frac{1}{18}$ d'heure ; enfin le bassin entier est $\frac{341}{18} = 18$ heures $\frac{17}{18}$.

		Prix.	Nombres.
104).		50	10
	55		
		65	5.

Les nombres de litres que l'on prendra doivent être dans le rapport de 10 à 5 ou de 2 à 1.

En effet, en vendant 55 cent. un litre qui en coûte 50, le marchand fera un bénéfice de $55 - 50 = 5$ cent. En vendant 55 cent. 1 litre qui coûte 65, le marchand fera une perte de 10 cent.

Donc, pour 1 litre de la seconde espèce qui donne un bénéfice de 10 cent., le nombre de litres qu'il faudra prendre de la première espèce doit être tel, qu'en le multipliant par 5 cent., le produit soit égal à 10 cent. Ce nombre sera donc $\frac{10}{5}$ ou 2. On peut vérifier ce résultat en prenant des nombres quelconques dans le rapport indiqué. Si, par exemple, on prend 20 litres de la première espèce, on devra en prendre 10 de la seconde.

	20 litres à 50 c.		10fr
	10	65	6fr50
		Total	16fr50
$20 + 10 = 30$		à 55	16,50 résultat égal.

		Prix.	Nombres.
105).		50	20
	60		
		80	10.

Il n'y a plus qu'à partager 200 en deux parties qui soient entre elles dans le rapport de 20 à 10 ou de 2 à 1 ; ce qui donne 133 $\frac{1}{3}$ pour la première espèce et 66 $\frac{2}{3}$ pour la seconde.

		Titres.	Nombres.
106).		0,900	40
	0,840		
		0,800	60

Les nombres que l'on prendra doivent être dans le rapport de 2 à 3.

		Prix.	Nombres.
107).		1,20	15
	95		
		0,80	25.

Les nombres qu'on prendra doivent être dans le rapport de 3 à 5.

		Prix.	Nombres.
108).		24	$4 + 6 = 10$
	26		
		30	2
		32	2.

Les nombres doivent être dans le rapport de 5, 1 et 1.

		Prix.		Nombres.
Deuxième manière.		24	gain 2	
	26			
		30	perte 4	20
		32	perte 6	10.

Je prends à volonté deux nombres, 10 et 20, pour les espèces à 32 et 30 fr. l'hectolitre. La perte totale serait $6 \times 10 + 4 \times 20 = 140$ fr.

Pour que le gain compense la perte, il faudra prendre $\frac{140}{2}=70$ hectolitres de la première espèce, et les nombres que l'on devra prendre seront entre eux comme 70, 20 et 10, ou, plus simplement, comme 7, 2 et 1.

109). Après avoir trouvé, comme dans le problème précédent, que les nombres doivent être entre eux comme 7, 2 et 1, il ne reste plus qu'à partager 100 en trois parties qui seront dans le rapport de ces nombres, ce qui donne 70, 20 et 10 pour les trois nombres d'hectolitres demandés.

		Titres.	Nombres.
110).		0,910	50
		0,900	50
	0,890		
		0,840	$20+10=30$

Les trois nombres devront être comme 5, 5 et 3, et par conséquent on prendra $3\frac{11}{13}$ de la première et de la seconde espèce, et $2\frac{4}{13}$ de la troisième.

111). La plus grande surpasse donc la plus petite de $5+13=18$; et par conséquent, si l'on retranche de 67, $13+18=31$, le reste 36 exprimera le triple de la plus petite, qui est donc 12. La moyenne est $12+13=25$ et la plus grande $25+5=30$.

112). $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{11}{6}$. Le problème revient à trouver un nombre dont les $\frac{11}{6}$ font $111-1=110$.

Le $\frac{1}{6}$ de ce nombre sera $\frac{110}{11}=10$,

et le nombre lui-même $10\times6=60$
la moitié 30
le tiers 20
1
Total égal 111.

Deuxième manière. En appliquant la règle de fausse position simple, on prendra, à volonté, un nombre divisible à la fois par 2 et par 3, tel que 24, auquel ajou-

tant sa moitié 12 et son tiers 8, on aura pour résultat 44.

Et l'on posera la proportion $44:110::24:x$, d'où $x=60$.

113). $1+\frac{1}{9}=\frac{10}{9}$. Les $\frac{10}{9}$ du nombre cherché font $60-10=50$; le nombre sera $\frac{50}{10}\times9=45$.

114). Après la 1^re^ spéculation, il reste au négociant les $\frac{2}{3}$ de ce qu'il avait;

2^e^ les $\frac{2}{3}$ des $\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$
3^e^ les $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{9}=\frac{8}{27}$
4^e^ les $\frac{2}{3}$ de $\frac{8}{27}=\frac{16}{81}$
5^e^ les $\frac{2}{3}$ de $\frac{16}{81}=\frac{32}{243}$.

D'après l'énoncé les $\frac{32}{243}$ de ce qu'il avait sont 640 fr.
$\frac{1}{243}$ sera $\frac{640}{32}=20$.

Il avait donc $20\times243=4860$.

115). $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{19}{12}$. Les $\frac{19}{12}$ du nombre sont $48-10=38$. Le nombre sera $38\times\frac{12}{19}=24$.

116). $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$. Le $\frac{1}{6}$ de ce nombre est 4, et le nombre lui-même, $4\times6=24$.

117). $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$. 1 hectare 75 ares représentent donc les $\frac{5}{12}$ du terrain. Le terrain était par conséquent de $1,75\times\frac{12}{5}=4,20$ ou 4 hectares 20 ares.

118). $\frac{1}{3}+\frac{3}{5}=\frac{14}{15}$. 80 est le $\frac{1}{15}$ du nombre des élèves, qui est par conséquent de 1200 élèves.

119). Si de 60 on retranche $1+3+8=12$, le reste 48 exprimera le quadruple du nombre de pièces vendues dans la 4^e^ vente. Ce nombre est 12 pour la 4^e^ vente.

$12+1=13$ 3^e^
$13+2=15$ 2^e^
$15+5=20$ 1^re^.
Total égal 60.

120). $\frac{1}{4} \times 5 = \frac{5}{4}$. Les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{4} = \frac{10}{12}$. Les $\frac{10}{12}$ du nombre étant 20, le nombre sera 24.

121). $40 - 8 = 32$, le double du nombre des pièces de la main gauche. Il y en avait donc 16 dans la gauche et 24 dans la droite.

On peut dire encore $40 + 8 =$ le double du nombre des pièces de la main droite ; il y avait donc 24 pièces dans la droite et 16 dans la gauche.

122). L'une d'elles a eu $\frac{36000+8000}{2} = 22000$ fr.
l'autre $\frac{36000-8000}{2} = 14000$.

123). D'après la première condition, la 1re a 10 fr. de plus que la 2e.

Les deux nombres cherchés sont évidemment dans le rapport de 7 à 5, dont la différence est 2.

En désignant par x et y les deux nombres, on aura

la proportion $7 : 5 :: x : y$.

d'où $7 - 5 : 5 :: x - y : y$

ou $2 : 5 :: 10 : y$, $y = \frac{10 \times 5}{2} = 25$.

$2 : 7 :: 10 : x$, $x = \frac{7 \times 10}{2} = 35$.

La 1re a 35 fr. et la 2e 25.

124). En supposant que les deux parties soient égales chacune à $\frac{25000}{2} = 12500$, la somme des intérêts serait $12500 \times \frac{4}{100} + 12500 \times \frac{5}{100} = 500 + 625 = 1125$ au lieu de 1100. La différence en plus 25 indique que la partie placée à 5 pour 100 est trop forte et par conséquent l'autre trop faible.

Mais chaque 100 fr. ôtés à la 1re pour être ajoutés à la 2e, diminuent l'erreur de $5 - 4 = 1^{fr}$; pour qu'elle soit diminuée de 25 fr., il faut donc ôter $100 \times 25 = 2500$ à l'une pour l'ajouter à l'autre.

On a donc fait valoir,

à 5 pour 100, $12500 - 2500 = 10000$
à 4 pour 100, $12500 + 2500 = 15000$

Deuxième manière. Puisque 25000 fr. ont rapporté 1100 fr., le taux moyen est $\frac{1100 \times 100}{25000} = 4\frac{2}{5}$; les différences entre les taux donnés 4 et 5 et ce taux moyen sont, en intervertissant l'ordre, $\frac{3}{5}$ et $\frac{2}{5}$. Il faudra donc partager 25000 en deux parties qui soient entre elles comme $\frac{3}{5}$ et $\frac{2}{5}$ ou, plus simplement, comme 3 est à 2 ; ce qui donne les mêmes nombres 15000 et 10000.

125). D'après l'énoncé, le $\frac{1}{4}$ de l'argent de la 1re plus le $\frac{1}{3}$ de la 2e font 40 fr., ou, ce qui revient au même, en réduisant au même dénominateur, le triple de la 1re plus le quadruple de la seconde font $40 \times 12 = 480^{fr}$.

Il ne s'agit plus que de partager 140 en deux parties telles que la somme des produits de la 1re par 3 et de la 2e par 4 soit égale à 480.

Si l'on suppose que chacune des deux parties soit $\frac{140}{2} = 70$, la somme des produits $70 \times 3 + 70 \times 4 = 490$, au lieu de 480. Différence en plus 10.

Mais chaque unité ôtée à la partie multipliée par 4 pour être ajoutée à la partie multipliée par 3, diminue l'erreur de $4 - 3 = 1$; il faudra donc ôter 10 à l'une et l'ajouter à l'autre, ce qui donnera pour les deux parties cherchées $70 - 10 = 60$, $70 + 10 = 80$.

La 1re personne avait donc 80 fr. et la 2e 60.

En effet les $\frac{3}{4}$ de $80 = 60$
les $\frac{2}{3}$ de $60 = 40$
Total 100. $140 - 100 = 40$.

126). En ramenant au cas d'un seul hectolitre de la première espèce, on voit que dans le premier achat 1 hectolitre de la première espèce et $\frac{30}{20} = \frac{3}{2}$ hectolitre de la seconde auraient coûté $\frac{810}{20} = 40^{fr},50^{c}$.

Dans le deuxième achat, un hectolitre de la première espèce et $\frac{16}{25}$ de la seconde auraient coûté $\frac{690}{25} = 27^{fr},60^{c}$.

Par conséquent $40,50 - 27,60 = 12^{fr},90$ sont le prix de $\frac{3}{2} - \frac{16}{25} = \frac{43}{50}$ d'hectolitre de la deuxième espèce; donc 1 hectolitre de la deuxième espèce coûte

$$12,90 \times \tfrac{50}{43} = 15^{\text{fr}}.$$

Donc, les 30 hectolitres dans le premier achat, ont coûté $15 \times 30 = 450$; par suite les 20 hectolitres de la première espèce ont coûté $810 - 450 = 360^{\text{fr}}$, et 1 hectolitre de la première espèce $\frac{360}{20} = 18$.

Les prix sont 18 et 15.

127). La différence entre le triple et le double du nombre des élèves est par conséquent égale à $20 \times 2 = 40$; C'est donc le nombre lui-même.

128). En travaillant le premier 1 jour et le second $\frac{5}{3}$ de jour, les deux ouvriers auraient fait, la première fois, $\frac{59}{3}$ de mètre.

La seconde fois, le premier 1 jour et le second $\frac{6}{4}$ de jour, ils auraient fait $\frac{74}{4}$.

La différence $\frac{59}{3} - \frac{74}{4} = \frac{14}{12}$ mètres exprimera le nombre de mètres faits par le second ouvrier en $\frac{5}{3} - \frac{6}{4} = \frac{2}{12}$ de jour. Le second ouvrier a donc fait $\frac{14}{2} = 7$ mètres.

Le premier ouvrier, d'après la première condition, fera par jour $\frac{59-7\times5}{3} = \frac{24}{3} = 8$. On aurait pu trouver la même valeur en opérant d'une manière analogue à la précédente.

Deuxième manière. Appliquant la règle de fausse position double, on supposera que le premier fait 13 mètres, par exemple.

Le deuxième ferait $\frac{59-3\times13}{5} = 4$.

Or, $13 \times 4 + 4 \times 6 = 76$ au lieu de 74; erreur en plus 2. Supposant en second lieu que le premier fait 18 mètres, le second fera $\frac{59-18\times3}{5} = 1$.

Or, $18 \times 4 + 1 \times 6 = 78$ au lieu de 74; erreur en plus 4.

Suppositions.	Erreurs.
13	2
18	4

Multipliant en croix et retranchant les produits, puis divisant par la différence des erreurs, on trouve

$$\frac{13\times4-18\times2}{4-2} = \frac{52-36}{2} = \frac{16}{2} = 8.$$

Même résultat que précédemment.

On trouverait 7 d'une manière analogue.

129). D'après l'énoncé, la quantité d'eau fournie la première fois, par la première en 1 heure et par la seconde en $\frac{5}{3}$ d'heure, serait $\frac{590}{3}$ litres.

Et la seconde fois, par la première en 1 heure et par la seconde en $\frac{8}{6}$ ou $\frac{4}{3}$ d'heure, serait $\frac{1040}{6} = \frac{520}{3}$ litres.

Donc $\frac{590}{3} - \frac{520}{3} = \frac{70}{3}$ exprimera la quantité d'eau fournie par la seconde fontaine en $\frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$ d'heure; et par conséquent la seconde fontaine donne 70 litres par heure.

La première donnera donc $\frac{590-70\times5}{3} = 80$ litres.

On appliquerait la règle de fausse position comme dans le numéro précédent.

130). L'une a mis le tiers de 2760 ou 920, et l'autre $920 \times 2 = 1840$.

131). $\frac{2500}{20+5} = \frac{2500}{25} = 100$; donc l'une aura $5^{\text{fr}} \times 100 = 500^{\text{fr}}$ et l'autre $20^{\text{fr}} \times 100 = 2000$.

On pourrait encore partager 2500 en deux parties dont l'une soit le quadruple de l'autre; ce qui donne encore pour la plus petite part $\frac{2500}{5} = 500$ fr. et pour la plus grande $500 \times 4 = 2000$ fr.

132). $\frac{30}{2.50} = 12$; l'une aura $0,50 \times 12 = 6$ fr. et l'autre $2 \times 12 = 24$.

133). Les $\frac{9}{4}$ de la plus petite sont 234; cette partie est donc les $\frac{4}{9}$ de 234 ou 104; et la plus grande

$$104 + \tfrac{104}{4} = 104 + 26 = 130.$$

134). Les $\frac{7}{4}$ de la plus grande font 210; la plus grande est $\frac{210\times4}{7} = 120$, et la plus petite 90.

155). Les $\frac{7}{3}$ de la plus petite sont 350 ; la plus petite sera $350 \times \frac{3}{7} = 150$; et la plus grande $150 + \frac{150}{3} = 200$.

156). La petite part sera $\frac{1800 \times 2}{9} = 400$, et la plus grande $\frac{1800 \times 7}{9} = 1400$.

157). $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$; les $\frac{9}{20}$ de ce que j'ai égalent $2^{fr},25$; donc ce que j'ai égale $2,25 \times \frac{20}{9} = 5$ fr.

158). $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{12}{35}$, $1 - \frac{12}{35} = \frac{23}{35}$. Les $\frac{23}{35}$ du prix du cheval sont 276 fr. ; le prix du cheval sera $\frac{276^{fr} \times 35}{23} = 420$ fr.

159). Les fractions $\frac{1}{7}$ et $\frac{1}{3}$ réduites au même dénominateur deviennent $\frac{3}{21}$ et $\frac{7}{21}$; la seconde condition de l'énoncé revient à celle-ci, le triple de la première partie augmenté du septuple de la seconde égale

$$10 \times 21 = 210;$$

mais d'après la première condition le triple de la première augmenté du triple de la seconde, donne

$$46 \times 3 = 138;$$

donc, $210 - 238 = 72$, est égal au septuple moins le triple ou au quadruple de la seconde, qui est par conséquent égale à $\frac{72}{4} = 18$. La première est donc

$$46 - 18 = 28.$$

En effet, $\frac{28}{7} = 4$, $\frac{18}{3} = 6$, $4 + 6 = 10$.

Deuxième manière. La seconde condition revient encore à dire que la première augmentée des $\frac{7}{3}$ de la seconde égale $10 \times 7 = 70$; donc $70 - 46 = 24$ représente les $\frac{7}{3}$ de la seconde moins la seconde elle-même ou les $\frac{4}{3}$ de la seconde ; d'où l'on conclut encore que la seconde $= 24 \times \frac{3}{4} = 18$.

Troisième manière. On peut arriver au même résultat par le simple tâtonnement en retranchant successivement de 46 autant de fois 7 qu'il est nécessaire, pour que le dernier reste soit divisible par 3, ainsi qu'il suit :

$46 - 7 = 39$ non divisible par 3,
$39 - 7 = 32$ non divisible par 3,
$32 - 7 = 25$ non divisible par 3,
$25 - 7 = 18$ divisible par 3.

Les deux nombres sont donc $7 \times 4 = 28$, et 18.

Quatrième manière. Enfin on peut appliquer la règle de fausse position de la manière suivante :

1° En supposant 14 pour la première partie, la seconde serait $46 - 14 = 32$; $\frac{14}{7} + \frac{32}{3} = 2 + 10\frac{2}{3} = 12\frac{2}{3}$; erreur en plus $2\frac{2}{3}$, puisque la somme des quotients devrait être 10 ;

2° En supposant 21 pour la première partie, la seconde serait $46 - 21 = 25$; $\frac{21}{7} + \frac{25}{3} = 3 + 8\frac{1}{3} = 11\frac{1}{3}$; erreur en plus $1\frac{1}{3}$.

Et d'après la règle, la première partie sera

$$\frac{21 \times 2\frac{2}{3} - 14 \times 1\frac{1}{3}}{2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3}} = \frac{\left(\frac{112}{3}\right)}{\left(\frac{4}{3}\right)} = \frac{112}{4} = 28.$$

140). La question revient à partager 129 en deux parties telles que la somme des quotients qu'on obtiendra en divisant l'une par 7 et l'autre par 3, soit égale à 23. Nous nous bornerons à indiquer la solution d'après la troisième méthode.

$129 - 7 = 122$ non divisible par 3,
$122 - 7 = 115$ non divisible par 3,
$115 - 7 = 108$ divisible ; mais $\frac{108}{3} = 36$. Cette solution n'est pas admissible.
$108 - 7 = 101$ non divisible,
$101 - 7 = 94$ non divisible,
$94 - 7 = 87$ divisible ; $\frac{87}{3} = 29$, non admissible.

En continuant ainsi on arrivera, après avoir soustrait 15 fois de suite le nombre 7, jusqu'à

$$31 - 7 = 24, \quad 15 + \frac{24}{3} = 23;$$

les deux nombres sont 105 et 24.

Elle a payé 105 fr. pour la première espèce, et 24 pour la seconde.

141). $\frac{5}{8}-\frac{2}{7}=\frac{19}{56}$. Les $\frac{19}{56}$ du nombre cherché sont 114; le nombre sera $\frac{114\times56}{19}=336$.

142). Il y a donc 4 fois autant d'hommes que d'enfants, par conséquent le nombre des enfants n'est que le $\frac{1}{7}$ de 266, c'est-à-dire 38.

Il y a donc 38 enfants, 76 femmes, 152 hommes.

143). Le nombre des cavaliers sera le $\frac{1}{13}$ de 2600, c'est-à-dire 200. Le nombre des artilleurs sera $200\times3=600$, et celui des fantassins $200\times9=1800$.

144). Il suffit de partager le nombre 3040 en trois parties qui soient entre elles comme les nombres 1, $1\times3\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$, $\frac{7}{2}\times2\frac{1}{3}=\frac{49}{6}$, ou comme les nombres $\frac{6}{6}$, $\frac{21}{6}$, $\frac{49}{6}$, et enfin comme les nombres 6, 21, 49, dont la somme $=76$.

Il a donc parcouru à cheval $3040\times\frac{6}{76}=\ \ 240$

par eau $3040\times\frac{21}{76}=\ \ 840$

à pied $3040\times\frac{49}{76}=1960$

Somme égale 3040

145). Les $\frac{4}{3}$ du nombre $=24$, le nombre est 18.

146). La première étant représentée par 1, la seconde sera $\frac{11}{5}$; et la troisième $1+\frac{11}{5}=\frac{16}{5}$. Il s'agit de partager 8,64 en trois parties qui soient entre elles comme les nombres 5, 11 et 16, dont la somme $=32$.

La 1re partie sera les $\frac{5}{32}$ de 8,64 $=1{,}35$

La 2e $\frac{11}{32}$ de $=2{,}97$

La 3e $\frac{16}{32}$ de $=4{,}32$

Somme égale 8,64

147). L'âge de la seconde étant 1, celui de la première sera $\frac{2}{3}$, et celui de la troisième $\frac{4}{3}$, $1+\frac{2}{3}+\frac{4}{3}=\frac{9}{3}$.

Les $\frac{9}{3}$ ou le triple de la part de la seconde étant 1170 fr.

La 1re aura $\frac{1170}{3}=390$

La 2e $390\times\frac{2}{3}=260$

La 3e $390\times\frac{4}{3}=520$

Somme égale 1170

148). La population de la seconde ville est les $\frac{5}{3}$ de la première, et celle de la troisième sera les $\frac{7}{8}$ des $\frac{5}{3}$ de la première $=\frac{35}{24}$. $1+\frac{5}{3}+\frac{35}{24}=\frac{99}{24}$.

Les $\frac{99}{24}$ d'un nombre sont 594

Le $\frac{1}{24}$ sera $\frac{594}{99}=6$,

et le nombre lui-même $6\times24=144$.

Le contingent de la 1re ville sera de 144 hommes,

de la 2e 240

de la 3e 210

Total égal 594

149). La créance du quatrième étant prise pour unité, celle du troisième sera $\frac{6}{7}$; du deuxième $\frac{6}{7}\times\frac{4}{5}=\frac{24}{35}$; du premier $\frac{24}{35}\times\frac{2}{3}=\frac{48}{105}=\frac{16}{35}$;

$$1+\frac{6}{7}+\frac{24}{35}+\frac{16}{35}=\frac{105}{35}=3.$$

Le triple de la créance du quatrième étant 21000 fr.,

elle sera $\frac{21000}{3}=7000$

celle du 3e $=6000$

celle du 2e $=4800$

celle du 1er $=3200$

Total égal... 21000

150). $\frac{1}{3}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}=\frac{80}{240}+\frac{30}{240}+\frac{24}{240}=\frac{134}{240}$; $1-\frac{134}{240}=\frac{106}{240}$.

Les $\frac{106}{240}$ de ce qu'il gagne font 318 fr.

$\frac{1}{240}$ $\frac{318}{106}=3$.

$\frac{240}{240}$ $3\times240=720$.

L'ouvrier gagne 720 fr. par an.

151). 115 fr. intérêt et capital proviennent de 100 fr. de capital.

1 $\frac{100}{115}$.

15571 $\frac{100\times15571}{115}=13540.$

Le capital est de 13540 fr.

152). 104^fr^,50 proviennent de 100 fr.

1 $\frac{100}{104{,}50}$.

13167 $\frac{100\times13167}{104{,}50}=12600.$

Le capital est de 12600 fr.

153). 100 fr. au bout de 5 ans donnent 15 fr. d'intérêt.

Donc, si 115 proviennent de 100 fr.

1 $\frac{100}{115}$.

69000 $\frac{100\times69000}{115}=60000.$

Le capital est de 60000 fr.

154). 108 fr. proviennent de 100 fr.

1 $\frac{100}{108}$.

1890 $\frac{100\times1890}{108}=1750.$

Le revenu de l'année précédente était de 1750 fr.

155). Les 100 kilogrammes seront vendus 180 fr.

Si $112\frac{1}{2}$ proviennent de 100 fr.

1 $\frac{100}{112\frac{1}{2}}=\frac{200}{225}$.

180 $\frac{200\times180}{225}=160.$

Les 100 kilogrammes lui coûtent 160 fr.

Ces problèmes, ainsi que quelques-uns des précédents se résolvent à l'aide des proportions de la manière suivante :

Soient x le capital et y l'intérêt de ce capital, puisque les capitaux sont proportionnels aux intérêts,

on aura $100 : 12\frac{1}{2} :: x : y;$

d'où $100+12\frac{1}{2} : 100 :: x+y : x;$

et comme $x+y=180.$

On aura $112\frac{1}{2} : 100 :: 180 : x;$

d'où $x=\frac{180\times100}{112\frac{1}{2}}=160.$

156). 120 fr. proviennnent de 100 fr.

1 $\frac{100}{120}$.

8208 $\frac{100\times8208}{120}=6840.$

Le capital est de 6840 fr.

157). $\frac{1}{6}+\frac{1}{10}=\frac{16}{60}=\frac{4}{15}$; $\frac{1}{3}-\frac{4}{15}=\frac{1}{15}$.

$\frac{1}{15}$ de la valeur totale des objets égale 3 fr.; la valeur totale est donc de $3^{fr}\times15=45$ fr.

158). $96-16=80$ représente le double du plus petit, qui est donc 40; $96+16=112$ représente le double du plus grand qui est 56.

Les deux parties sont 56 et 40.

159). Les $\frac{3}{2}$ de ce qui revient à celui qui doit avoir la plus grande part font $500-50=450$; il aura donc $\frac{450\times2}{3}=300$, et l'autre $150+50=200$.

160). Si l'on retranche de 1520, $100+100+270=470$, le reste $1520-470=1050$ représentera le triple de la première part, qui sera par conséquent $\frac{1050}{3}=350$

la 2^e^ part $350+100=450$

la 3^e^ part $450+270=720$

Total égal 1520

161). En désignant la part

d'une fille par 1, celle des 3 filles sera 3
celle du garçon sera 2, 2 garçons 4
celle de la mère sera $3+4=7$
Total $\overline{14}$

Donc $7500-500=7000$ représentera 14 parts de filles et par conséquent la part

de chaque fille sera $\frac{7000}{14}=500$.
de chaque garçon 1000.
Pour les 3 filles 1500
pour les 2 garçons 2000
pour la mère $3500+500=4000$
Total égal $\overline{7500}$

162). $90-(4\times2+10)=90-18=72$ représente le quadruple du nombre de femmes, qui est par conséquent de $\frac{72}{4}=18$
celui des hommes $=22$
celui des enfants $=50$
Total égal $\overline{90}$

163). Si de 80 on retranche $2{,}76+11{,}12=13{,}88$, le reste 66,12 sera le triple de la part du deuxième, qui aura par conséquent 22 hectares et 4 ares

le premier	24	80
le troisième	33	16
Total égal	80	

164). De 1000 il faut retrancher

$$20+40+60+80+100=300,$$

ce qui donne pour reste 700, qui représente le quintuple de la part du plus jeune.

Le plus jeune aura donc $\frac{700}{5}=160$ fr.

165). $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{13}{12}$; $3000+1000-800=3200$.

Les $\frac{13}{12}$ de la somme diminuée de 3200 fr. devant être égaux à la somme elle-même ou à $\frac{12}{12}$, le $\frac{1}{12}$ de la somme sera égal à 3200, et par conséquent la somme à partager sera $3200\times12=38400$ fr.

la part de la 1^re^	16200
de la 2^e^	11800
de la 3^e^	10400
Total égal	38400

166). $\frac{1}{2}+\frac{2}{6}+\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$; le $\frac{1}{12}$ de l'héritage est donc représenté par 600 fr. L'héritage se monte par conséquent à $600^{fr}\times12=7200$ fr.

167). La part du deuxième étant prise pour unité, celle du premier sera $\frac{11}{6}$, celle du deuxième $\frac{6}{6}$ et celle du troisième $\frac{17}{6}$ augmenté de 3 hectares ; $\frac{11+6+17}{6}=\frac{34}{6}$.

Les $\frac{34}{6}$ de la part du deuxième font $28^h50-3=25{,}50$,

par conséquent la part du 2^e^ sera $\frac{25^h50\times6}{34}=4^h50$

celle du 1^er^	8^h25
celle du 3^e^	15^h75
Total égal	28^h50

168). La part du quatrième étant prise pour unité; celle du troisième est 360 fr.; celle du deuxième $1+360$ fr.; celle du premier sera $2+720^{fr}-1000^{fr}$.

$$360+360+720-1000=440;$$

$2520-440=2080$ représente donc quatre fois la part du 4^e^ qui est 520; celle du 2^e^, $520+360=880$; celle du 1^er^, $880\times2-1000=760$.

169). La 1re ayant 1

La 2e aura	$2 + 200^{fr}$	
La 3e	$3 - 400$	
La 4e	$\frac{5}{2} + 50$	($+200^{fr} - 400^{fr} + 300^{fr}$ divisés par 2 donnent 50^{fr})
La 5e	$\frac{17}{8} + 437^{fr},50^{c}$	

$1+2+3+\frac{5}{2}+\frac{17}{8}=\frac{85}{8}$; $200-400+50+437,50=287,50$.

Donc les $\frac{85}{8}$ de la 1re part font $5600-287,50=5312,50$ et par conséquent la 1re part est $5312,50 \times \frac{8}{85} = 500$ f.

la 2e	1200
la 3e	1100
la 4e	1300
la 6e	1500
Total égal	5600

170). La perte du 1er étant 1

Celle du 2e	$3 + 50^{c}$
3e	$6 - 1^{fr}$
4e	$4 + 25^{c}$
5e	$5 - 2^{fr}$

$$50^{c} - 1^{fr} + 25^{c} - 2^{fr} = 75^{c} - 3^{fr} = -2^{fr},25^{c}$$

$1+3+6+4+6=20$; donc 20 fois la perte du premier diminuée de 2 fr. 25 c. valent 17 fr. 75 c., et, par conséquent, 20 fois la perte du premier vaut

$$17,75 + 2,25 = 20^{fr}$$

Donc le 1er a perdu $\frac{20}{20} =$	1^{fr}
le 2e	$3,50^{c}$
le 3e	5
le 4e	4,25
le 5e	4
Total égal	$17^{fr},75^{c}$

171). Le problème revient à trouver deux nombres dont la somme égale 40 et la différence 8.

Les deux nombres sont donc $\frac{40+8}{2} = 24$

$\frac{40-8}{2} = 16.$

Le marchand a vendu 16 kilogrammes.

172). J'ai dépensé le $\frac{1}{4}$ de 42 fr. ou 10 fr. 50 c.

173). A la fin de la dernière partie, la seconde n'a plus que le $\frac{1}{6}$ de $42 + 24 = 66$, c'est-à-dire 11 fr. Elle a donc perdu $24 - 11 = 13$ parties.

174). Il s'agit de partager 1250 en deux parties telles que la somme des produits de la première par 15 et de la seconde par 10 soit égale à 13500.

D'après cet énoncé, la première partie augmentée des $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ de la seconde devrait faire $\frac{13500}{15} = 900$.

Par conséquent $1250 - 900 = 350$ représente $(\frac{3}{3} - \frac{2}{3}) = \frac{1}{3}$ de la seconde, qui est donc $350 \times 3 = 1050$.

Il y avait donc 1050 fantassins et 200 cavaliers.

175).

Le maître reçoit		$3^{fr},45$
les 12 maçons reçoivent	$1^{fr},25 \times 12$	15
les 4 manœuvres	$0,85 \times 4$	3,40
		$21^{fr},85.$

Divisant 196,65 par 21,85 on trouve 9 pour le nombre de jours cherché.

176). L'intérêt d'un capital à 4 pour 100 est les $\frac{4}{100}$ de ce capital. Par suite l'intérêt au même taux des $\frac{4}{5}$ de ce capital sera $\frac{4}{100} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{500}$ du capital.

De même l'intérêt à 5 pour 100 du $\frac{1}{5}$ du capital, sera les $\frac{5}{500}$ de ce capital.

Donc les $(\frac{16+5}{500}) = \frac{21}{500}$ du capital demandé font 2940, et le capital sera $\frac{2940 \times 500}{21} = 70000$ fr.

En effet,

le $\frac{1}{5}$ de 70000 est 14000 dont l'intérêt à 5 p. $\frac{0}{0}$ 700^{fr}
les $\frac{4}{5}$ de 70000 56000 à 4 p. $\frac{0}{0}$ 2240
Total égal 2940^{fr}

177). En prenant un ordre inverse, on verra que le quotient de la division par 2 est $15+4=19$, et par conséquent le résultat précédent est $19\times2=38$; donc le produit par 7 est $38-3=35$ et le nombre cherché $\frac{35}{7}=5$.

178). Le 2^e étant représenté par 1

le 1er sera	2 augmenté	de 1
le 3^e	3	de 3
	6	4

Si donc on retranche 4 de 70, le reste 66 sera le sextuple du deuxième nombre, qui sera $\frac{66}{6}=11$, le premier sera donc $11\times2+1=23$, et le troisième

$$11\times3+3=36.$$

179). Le produit du reste par 4 est, d'après l'énoncé, $230-2=228$; ce reste est donc $\frac{228}{4}=57$; le produit du nombre par 5 est par conséquent $57+3=60$; et le nombre demandé $\frac{60}{5}=12$.

180). D'après l'énoncé, 5 fois le nombre, diminué de 24, doit être égal à 6 fois le nombre diminué de $13\times6=78$; le nombre sera donc $78-24=54$.

Deuxième manière. En supposant que ce nombre soit 12, $12\times5=60$, $60-24=36$, $\frac{36}{6}=6$, $6+13=19$; erreur $19-12=7$.

En supposant que ce nombre soit 18,

$18\times5=90$, $90-24=66$, $\frac{66}{6}=11$, $11+13=24$;
erreur $24-18=6$.

Multipliant en croix les nombres supposés et les erreurs, et divisant la différence des produits par la différence des erreurs on aura pour le nombre cherché $\frac{18\times7-12\times6}{7-6}=54$.

181). Le premier en 10 jours aura fait $4^{myr}\times10=40$ myriamètres d'avance sur le second.

Mais celui-ci, en un jour, gagne $9-4=5$ myriamètres sur le premier; autant de fois donc que 5 est compris dans 40, autant il mettra de jours pour le rattraper; il mettra donc $\frac{40}{5}=8$ jours.

Deuxième manière. Appliquant la règle de fausse position, en prenant pour nombres 7 et 12, on aura

$$4\times10+4\times7=68$$
$$9\times7=63$$

Erreur en moins 5 7

$$4\times10+4\times12=88$$
$$9\times12=108$$

Erreur en plus 20 12

Multipliant en croix, ajoutant les produits, puisque les erreurs sont en sens inverse, et divisant par la somme des erreurs, on aura pour le nombre cherché

$$\frac{5\times12+7\times20}{5+20}=8.$$

182). Le premier, parti 12 jours avant le second aura une avance exprimée par 12, en prenant pour unité sa vitesse par jour. La vitesse du second sera $\frac{8}{3}$; et par conséquent, il gagne par jour une distance exprimée par $\frac{8}{3}-\frac{3}{3}=\frac{5}{3}$.

Donc autant de fois 12 contient $\frac{5}{3}$, autant il mettra de jours pour rejoindre le premier; $12:\frac{5}{3}=\frac{36}{5}=7\frac{1}{5}$; le second courrier rejoindra le premier après $7\frac{1}{5}$ jours de marche.

183). Le premier courrier fait $\frac{7}{5}$ myriamètres en 1 heure; et par conséquent il a une avance de $\frac{7\times8}{5}=\frac{56}{5}$ myriamètres.

Le second courrier fait $\frac{5}{3}$ myriamètres en 1 heure, et par conséquent il gagne sur le premier $\frac{5}{3}-\frac{7}{5}=\frac{4}{15}$ myriamètres en 1 heure.

$\frac{56}{5}:\frac{4}{15}=42$. Le second courrier aura atteint le premier après 42 heures.

184). $8:\frac{4}{15}=30$. Le second le rejoindrait en 30 heures.

185). Le premier a une avance de $3\frac{1}{2}\times 8=28$ myriamètres. Chaque jour les deux courriers comblent l'intervalle de $3\frac{1}{2}+5\frac{1}{6}=\frac{52}{6}$ myriamètres. Or, cet intervalle, au moment du départ du second courrier, est $80-28=52$. $52:\frac{52}{6}=6$. Donc les deux courriers se rejoindront après 6 jours de marche du second, et par conséquent après $8+6=14$ jours pour le premier.

186). En 2 jours, la première division aura fait $4\frac{1}{2}\times 2=9$ myriamètres; pendant 6 jours, elle fera $4\frac{1}{2}\times 6=27$ myriamètres.

$9+27=36$. La seconde division devra donc faire $\frac{36}{6}=6$ myriamètres par jour.

187). A ce moment les aiguilles ont entre elles $12\frac{1}{2}$ divisions du cadran, et l'aiguille des minutes pour rencontrer celle des heures, doit parcourir $60-12\frac{1}{2}=47\frac{1}{2}$ divisions plus le nombre de divisions que parcourra celle des heures avant le moment de leur rencontre; autrement dit, l'aiguille des heures a $47\frac{1}{2}$ divisions sur celle des minutes.

Mais dans une heure l'aiguille des minutes parcourt 60 divisions, tandis que celle des heures n'en parcourt que 5. Donc en une heure, l'aiguille des minutes gagne 55 divisions sur celle des heures. Pour en gagner $47\frac{1}{2}$, elle mettra un nombre d'heures exprimé par

$$\frac{47\frac{1}{2}}{55}=51 \text{ minutes } 49 \text{ secondes et } \frac{1}{11} \text{ de seconde};$$

il sera donc au moment de la rencontre des deux aiguilles $3^h-30^m+51^m 49^s\frac{1}{11}$ ou $4^h 21^m 49^s\frac{1}{11}$.

188). Les quantités de liquide versées dans le même temps par les deux fontaines sont entre elles comme les produits 5×8 et 13×7 ou 40 et 91.

Si dans l'unité de temps, la première verse une quantité de liquide exprimée par 1, la quantité de liquide versée par la seconde sera $\frac{91}{40}$; $\frac{91}{40}-\frac{40}{40}=\frac{51}{40}$.

Dans l'unité de temps, la seconde fontaine donne de plus que la première $\frac{51}{40}$; donc autant de fois 561 contiendra $\frac{51}{40}$, autant il y aura d'unités de temps. $561:\frac{51}{40}=440$. La première fontaine donne dans ce temps une quantité de liquide exprimée par

$$1\times 440=440,$$

et la seconde une quantité exprimée par

$$\frac{91}{40}\times 440=1001.$$

La différence entre 1001 et 440 est en effet 561.

189). Pendant que le lièvre fait 1 saut, le lévrier en fait $\frac{5}{6}$ des siens, qui valent chacun les $\frac{9}{7}$ de ceux du lièvre.

Par conséquent pendant que le lièvre fait un saut, le lévrier parcourt une distance exprimée par $\frac{5}{6}\times\frac{9}{7}=\frac{45}{42}$ sauts de lièvre.

Le premier perd donc à chaque saut une distance exprimée par $\frac{45}{42}-1=\frac{3}{42}=\frac{1}{14}$.

Pour perdre une avance de 50 sauts, il fera un nombre de sauts exprimé par $50:\frac{1}{15}=700$.

Le lièvre fera 700 sauts avant d'être atteint par le lévrier.

Deuxième manière. Soient x et x' les nombres de sauts du lièvre et du lévrier, on a la proportion

$$x:x'::6:5$$

Désignant par l et l' les longueurs de chacun de ces sauts, on aura aussi la proportion

$$l:l'::7:9.$$