Multipliant terme à terme, il vient

$x \times l : x' \times l' :: 6 \times 7 : 5 \times 9$ ou $:: 42 : 45$

d'où $x \times l : x' \times l' - x \times l :: 42 : 45 - 42.$

Mais $x \times l$, $x' \times l'$ expriment la distance parcourue par le lièvre et par le lévrier, et, d'après l'énoncé

$$x' \times l' - x \times l = 50 \times l;$$

on a donc $x \times l : 50 \times l :: 42 : 3,$

ou $x : 50 :: 42 : 3$ d'où $x = \frac{42 \times 50}{3} = 700.$

190). Pendant que le second mortier envoie 1 bombe, le premier en envoie $\frac{8}{7}$; chaque bombe du second dépense les $\frac{3}{4}$ de la quantité de poudre de chaque bombe du premier.

Par conséquent, pendant que le second dépense une quantité de poudre exprimée par 1, le premier dépense une quantité exprimée par $\frac{8}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{24}{28} = \frac{6}{7}$. La différence entre 1 et $\frac{6}{7} = \frac{1}{7}$.

Avec la quantité de poudre employée par le premier mortier pour fournir les 36 bombes, le second aurait envoyé $36 \times \frac{3}{4} = 27$ bombes.

Le nombre de bombes que doit lancer le second mortier sera exprimé par $27 : \frac{1}{7} = 27 \times 7 = 189$.

Deuxième manière. On pourrait, comme dans le numéro précédent, résoudre ce problème au moyen des proportions.

Désignant par x, x' les nombres de bombes lancées par le premier et le second mortier, on a la proportion

$$x : x' :: 8 : 7,$$

désignant encore par p, p' les quantités de poudre nécessaires pour chaque bombe, on a la nouvelle proportion

$$p : p' :: 3 : 4.$$

Multipliant ces deux proportions terme à terme, on a

$$p \times x : p' \times x' :: 3 \times 8 : 4 \times 7 :: 24 : 28 :: 6 : 7,$$

d'où $p' \times x - p \times x : p' \times x' :: 7 - 6 : 7;$

mais d'après l'énoncé

$$p' \times x' - p \times x = p \times 36 = \tfrac{3}{4} p' \times 36 = 27 p',$$

on a donc $27 p' : p' \times x' :: 1 : 7,$

d'où $27 : x' :: 1 : 7$ et $x' = 27 \times 7 = 189.$

191). La longueur du pas du premier voyageur est à la longueur du pas du second $:: 1 : \frac{1}{2}$; mais pendant le temps que le premier fait 1 pas, le second en fait 5.

Par conséquent, pour 1 pas du premier, le second en fait un nombre exprimé par $\frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$; la différence entre $\frac{5}{2}$ et 1 est $\frac{3}{2}$; donc, à chaque pas du premier, il perdra de son avance une partie exprimée par $\frac{3}{2}$; donc aussi autant de fois $\frac{3}{2}$ sera contenu dans 3000, autant de pas le premier aura fait avant d'être atteint par le second. Il aura fait $\frac{3000 \times 2}{3} = 2000$ pas.

Pendant ce temps le second aura fait 5 fois la distance de 2000 pas du premier, qui valent 5 fois 2000 demi-pas du second, et par conséquent 5000 pas.

On appliquerait les proportions comme dans les deux numéros précédents.

192). L'intérêt de 5500 fr. à 4 pour 100 est pour un an $\frac{5500 \times 4}{100} = 220$ fr.; et pour 4 ans $\frac{1}{2}$, $220 \times \frac{9}{2} = 990$ fr. L'intérêt de 8000 fr. à 5 pour 100 pour un an est $\frac{8000 \times 5}{100} = 400$. Chaque année l'intérêt de la seconde somme diminue la différence primitive 990 francs de $400 - 220 = 180$; donc il faudra autant d'années pour annuler cette différence que 180 est contenu de fois dans 990; $\frac{990}{180} = 5\frac{1}{2}$. Il faudra donc 5 ans $\frac{1}{2}$ à compter du placement de la seconde somme ou $5\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} = 10^{ans}$, à compter du moment où la première somme a été placée.

193). 1 tour de la roue de derrière fait parcourir à la voiture $2\frac{3}{8} = \frac{19}{8}$ de mètre.

1 tour de la roue de devant lui fait parcourir $1\frac{3}{4} = \frac{7}{4} = \frac{14}{8}$ de mètre.

$\frac{19}{8}-\frac{14}{8}=\frac{5}{8}$, différence des longueurs parcourues pour un tour de chaque roue.

Les 2000 tours de la roue de devant ont fait parcourir à la voiture une distance de

$$\frac{14}{8}\times 2000=250\times 14=3500 \text{ mètres.}$$

Autant de fois 3500 contient $\frac{5}{8}$, autant de tours la roue de derrière aura fait. Elle aura donc fait

$$\frac{3500\times 8}{5}=5600 \text{ tours,}$$

alors la voiture a parcouru $\frac{19}{8}\times 5600=13300$ mètres, longueur de la route.

Comme vérification, on voit que la petite roue aura fait $5600+2000=7600$ tours; $\frac{14^{m}}{8}\times 7600=13300^{met.}$

194).

	36	10
30		
	20	6.

Les nombres de litres qu'on doit prendre doivent être entre eux comme $10:6$ ou $5:3$; par conséquent il suffit de partager 50 litres en deux parties qui soient dans le rapport de 5 à 3; ce qui donne 31 litres, 25 de la première espèce, et 18,75 de la seconde.

195).

	0,910	14
0,889		
	0,875	21.

Il faut partager 100 grammes en deux parties qui soient entre elles comme 2 est à 3. Ce qui donne 40 grammes pour la première et 60 pour la seconde.

196). Le mélange à 1 fr. 60 cent. le litre vaudra toujours $2^{fr}\times 136=272$ fr. La quantité de litres du mélange sera donc $\frac{272}{1,60}=170$, $170-136=34$. Le marchand mettra donc 34 litres d'eau dans son vin.

197). Les 35 kilogrammes à 0,900 de fin contiennent $35\times 0,900=31,50$ kilogrammes d'argent pur.

$\frac{31,50}{0,787\frac{1}{2}}=40$; $40-35=5$. Il faut mêler 5 kilogrammes de cuivre.

198).

	0,780	0,080
0,720		
	0,640	0,060.

Au titre moyen de 0,720, les nombres qui doivent former l'alliage doivent être entre eux comme les nombres 4 et 3; mais le nombre correspondant au titre inférieur étant 3,20, le nombre cherché correspondant au titre supérieur sera les $\frac{4}{3}$ de 3,20 ou $4,26\frac{2}{3}$; il faudra donc allier 4 kilogrammes 26 décagrammes $\frac{2}{3}$.

199). $\frac{14^{fr}}{16}=0,875$. En considérant 0,875 comme la valeur moyenne d'une pièce, les nombres de pièces de 2 fr. et de 50 cent. qu'il faudra prendre, doivent être entre eux comme les nombres 0,375 et 1,125 ou $::1:3$. Il ne s'agit donc plus que de partager 16 en deux parties qui soient dans ce rapport; on prendra donc 4 pièces de 2 fr. et 12 pièces de 50 cent.

200). La différence entre les deux âges devant rester toujours la même et égale à $40-9=31$, 31 est précisément l'âge qu'aura le fils à cette époque, et ce sera dans $31-9=22$ ans.

Le père aura alors $40+22=62$, qui est en effet le double de 31.

201). La différence entre les deux âges sera toujours, à l'époque demandée, $30-20=10$. $\frac{5}{4}-1=\frac{1}{4}$; 10 est donc le quart de l'âge qu'aura alors le plus jeune; il aura par conséquent $10\times 4=40$. Le temps demandé est donc $40-20=20$ ans.

Le même raisonnement sert à résoudre ce problème: *Étant donnée une fraction quelconque, trouver le nom-*

bre qu'il faut ajouter au numérateur et au dénominateur pour que la fraction nouvelle soit égale à une autre fraction donnée.

202). A cette époque la différence 10 était le quintuple de l'âge du plus jeune; il avait donc $\frac{10}{5}=2$. Et cela a eu lieu il y a $20-2=18$ ans.

203). A cette époque l'âge des trois frères sera égal au double de celui de l'aîné; $20+6=26$, $40-26=14$; dans 14 ans.

204). A cette époque, d'après l'énoncé, la somme des quatre âges était égale au double de l'âge de l'oncle;

$$30+20+6=56,\quad 56-49=7.$$

7 représente donc le double du temps demandé, lequel sera par conséquent 3 ans $\frac{1}{2}$.

Deuxième manière. — **1.** Les problèmes des numéros précédents 200, 202, 203, 204, se résolvent facilement à l'aide des proportions par différence; dont la théorie se résume dans les propositions suivantes :

Principe fondamental. *Dans toute proportion par différence, la somme des extrêmes est égale à la somme des moyens.*

Soit la proportion par différence

$$10 \,.\, 7 : 12 \,.\, 9,$$

d'après la nature des rapports par différence, l'antécédent est égal au conséquent plus la raison, qui est ici 3, on a donc, en remplaçant 10 par $7+3$ et 12 par $9+3$,

$$7+3 \,.\, 7 : 9+3 \,.\, 9;$$

où l'on voit que la somme des extrêmes est égale à la somme des moyens, puisque ces deux sommes se composent des mêmes nombres.

2. Cette propriété n'appartient qu'aux proportions par différence, ainsi qu'il est aisé de le démontrer; et par conséquent,

Si la somme de deux nombres est égale à celle de deux autres nombres, on peut former une proportion par différence avec ces quatre nombres, en prenant les deux premiers pour moyens ou pour extrêmes, et les deux derniers pour extrêmes ou pour moyens.

Si l'on a, par exemple, $8+5=10+3$, on formera la proportion $8 \,.\, 3 : 10 \,.\, 5$.

3. *Dans toute proportion par différence dont trois termes sont connus, le quatrième s'obtient*, s'il est extrême, *en faisant la somme des moyens et retranchant de cette somme l'extrême connu;* s'il est moyen, *en faisant la somme des extrêmes et retranchant de cette somme le moyen connu.*

Si l'on a $10 \,.\, 7 : 15 \,.\, x$, comme on doit avoir, d'après le principe fondamental $10+x=7+15$, $x=(7+15)-10=12$.

Applications. N° **200**. Soit x l'âge qu'aura le fils à l'époque demandée; celui du père sera $2x$, et comme la différence entre les âges devra être la même, on aura la proportion

$$40 \,.\, 9 : 2x \,.\, x.$$

Simplifiant le second rapport en retranchant x aux deux termes, on aura $40 \,.\, 9 : x \,.\, 0$, d'où $x=(40+0)-9=31$.

Nos **202**, **203**, **204**. Les problèmes se résolvent d'une manière analogue.

Le problème du n° **201** se résout à l'aide des proportions par quotient de la manière suivante :

Soit x le temps cherché, à cette époque le premier aura $30+x$, et le second, $20+x$; et d'après l'énoncé, on aura la proportion

$$5:4::30+x:20+x,$$

d'où l'on tire $\quad 5-4:4::30-20:20+x,$

d'où $\quad 20+x=\frac{4\times 10}{1},\quad x=20.$

205). Soit x le nombre d'années demandé, l'oncle avait $49-x$, les deux neveux $30-x$, $20-x$, dont la somme $=50-2x$; et d'après l'énoncé

$$5:4::49-x:50-2x;$$

d'où l'on tire $5-4:5::x-1:49-x,$

ou $\quad 1:5::x-1:49-x;$

et de cette proportion

$$1:1+5::x-1:48;$$

d'où $\quad x-1=\frac{48}{6}=8 \quad$ et $\quad x=8+1=9.$

Il y a donc 9 ans.

Deuxième manière. Par la règle de fausse position, si l'on prend pour hypothèses les nombres 5 et 7, on trouve pour erreurs en plus 6 et 3.

Le nombre cherché est donc $\frac{6\times 7-3\times 5}{6-3}=9.$

206). Le soufre est donc les $\frac{3}{10}$ de 80 kilogrammes $= 24$ kilogrammes. D'après la deuxième condition, le soufre doit être les $\frac{4}{15}$ de la masse totale du nouveau mélange. La masse totale sera donc $24 \times \frac{15}{4} = 90^{\text{kilos}}$. $90 - 80 = 10$. On a donc ajouté 10 kilogrammes de salpêtre.

En effet, il y avait primitivement 56 kilogrammes de salpêtre et 24 de soufre; dans le mélange il y aura $56 + 10 = 66$ et 24 de soufre : $\frac{66}{24} = \frac{11}{4}$.

207). Les $\frac{7}{10}$ de $80^{\text{kilos}} = 56^{\text{kilos}}$. 56 sont donc les $\frac{11}{15}$ de la masse du mélange. Le mélange est donc $56 \times \frac{15}{11} = 76\frac{4}{11}$.

$80 - 76\frac{4}{11} = 3\frac{7}{11}$. Il faudra donc retrancher $3\frac{7}{11}^{\text{kilos}}$ de soufre.

208). Il suffit de partager 80 en deux parties qui soient entre elles comme 11 et 4; ce qui donne $58\frac{2}{3}$ pour la première et $21\frac{1}{3}$ pour la seconde. On a donc ajouté et retranché $58\frac{2}{3} - 56 = 2\frac{2}{3}$ kilogrammes.

209). Si l'on suppose 1° que le nombre des hommes est 30, celui des femmes sera $\frac{30}{3} = 10$.

Après le départ de 8 hommes et de 8 femmes, le nombre des premiers sera $30 - 8 = 22$ et celui des femmes $10 - 8 = 2$. $2 \times 5 = 10$, au lieu de 22; erreur en moins 12.

2° que le nombre des hommes soit 36, celui des femmes sera $\frac{36}{3} = 12$; et après le départ le nombre des hommes sera $36 - 8 = 28$ et celui des femmes $12 - 8 = 4$; $4 \times 5 = 20$; erreur en moins $28 - 20 = 8$.

Le nombre des hommes sera donc $\frac{36 \times 12 - 30 \times 8}{12 - 8} = 48$; celui des femmes $\frac{48}{3} = 16$.

210). En 1 heure le 1^{er} vide la $\frac{1}{2}$ du tonneau;

le 2ᵉ	$\frac{1}{3}$
le 3ᵉ	$\frac{1}{4}$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}.$$

En 1 heure les 3 robinets vident les $\frac{13}{12}$ du tonneau; ils mettront donc $\frac{12}{13}$ d'heure $= 55$ minutes $\frac{5}{13}$.

211). En 1 heure la 1^{re} fontaine donne les $\frac{3}{4}$ du bassin;

la 2ᵉ	$\frac{3}{10}$
la 3ᵉ	$\frac{1}{5}$

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{10} + \frac{1}{5} = \frac{5}{4}.$$

Le bassin sera rempli en $\frac{4}{5}$ d'heure $= 48$ minutes.

212). Le 1^{er} fait $\frac{8}{5}^{\text{met.cub}}$ en un jour;

le	2ᵉ	$\frac{9}{4}$
le	3ᵉ	$\frac{5}{3}$
Somme		$\frac{331}{60}$

$756 : \frac{331}{60} = 137\frac{13}{331}$.

Les trois ouvriers mettront $137\frac{13}{331}$ jours.

213). La 1^{re} donne $\frac{48}{13}^{\text{met.cub}}$

la	2	$\frac{92}{15}$
la	3ᵉ	$\frac{17}{3}$
Somme		$\frac{1007}{65}$

$755\frac{1}{4} : \frac{1007}{65} = 48\frac{3}{4}$.

Elles mettront 48 heures $\frac{3}{4}$.

214). 1 centimètre cube du 1^{er} pèse $\dfrac{69\frac{3}{4}}{5} = \frac{279}{20}$ grammes.

1	du 2ᵉ	$\dfrac{41}{3\frac{1}{3}} = \frac{123}{10}$
1	du 3ᵉ	$\dfrac{91}{4\frac{2}{7}} = \frac{637}{30}$
	Somme	$\frac{2849}{60}$

$$949\frac{2}{3} : \frac{2849}{60} = 20.$$

Le volume de chaque lingot est de 20 centimètres cubes.

215). $16 - 10 = 6$. $300 + 240 = 540$. 6 fr. multiplié par le nombre de personnes doit faire 540 fr., par conséquent ce nombre est $\frac{540}{6} = 90$

Et la somme est $16^{\text{fr}} \times 90 - 240^{\text{fr}} = 1200^{\text{fr}}$.

216). $30 - 22 = 8$. 8 fr. multiplié par le nombre de quintaux métriques doit faire $360 + 120 = 480$ fr. Le nombre de quintaux métriques est donc $\frac{480}{8} = 60$.

$60 \times 30 - 120 = 1680$; $\frac{1680}{60} = 28$ prix du quintal métrique auquel il a vendu sa marchandise.

217). $5 - 4 = 1$. 1 fr. multiplié par le nombre de billets doit faire $50 + 30 = 80$, nombre de billets. Le prix de la montre est $4^{fr} \times 80 + 30^{fr} = 350^{fr}$.

218). $1,75 - 1,40 = 0,35$. 35 centimes multiplié par le nombre d'ouvriers doit donner $3^{fr} + 2^{fr},25 = 5^{fr},25$. Le nombre des ouvriers est $\frac{5,25}{0,35} = 15$; et la somme accordée est $1,40 \times 15 + 3 = 24$ fr.

219). La différence entre le septuple et le quintuple d'un des nombres doit être égale à $34 - 10 = 24$.

Par conséquent le double de ce nombre étant 24, ce nombre sera $\frac{24}{2} = 12$.

L'autre nombre sera $12 \times 5 - 10 = 50$.

220). 6 fois ce nombre font 40; le nombre est $6\frac{2}{3}$.

221). Ce que gagne l'ouvrier multiplié par $3\frac{1}{2} + 1 = 4\frac{1}{2}$, doit faire le double de 540; par conséquent ce qu'il gagne est égal à $1080 : 4\frac{1}{2} = 240$.

222). Le nombre de feuilles que le copiste écrirait par jour, dans le second cas, serait les $\frac{10}{4}$ de ce qu'il écrit dans le premier; et ce rapport sera le même pour la semaine.

$\frac{10}{4} + 1 = \frac{14}{4}$. $\frac{14}{4}$ multiplié par le nombre de feuilles écrites doit être égal au double de $70 = 140$; par conséquent ce nombre est $140 \times \frac{4}{14} = 40$.

223). La différence entre 44 mètres et 100 fois la longueur de mon pas doit être la même que la différence entre 100 fois les $\frac{6}{5}$ de mon pas et 44;

$$100 \times \tfrac{6}{5} + 100 = 100 \times \tfrac{11}{5} = 20 \times 11 = 220.$$

Donc la longueur du pas multiplié par 220 doit être égale à 88 mètres, et par conséquent la longueur du pas est $\frac{88}{220} = 0^{m},40 = 40$ centimètres.

224). $(1 + \frac{1}{3}) \times 2\frac{1}{2} = \frac{4}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{10}{3}$, $176 \times 2\frac{1}{2} = 440$,
$1000 - 440 = 560$.

La question revient à trouver un nombre tel que la différence entre le produit de ce nombre par $\frac{10}{3}$ et 560 soit la même que la différence entre 1000 et ce même nombre.

$\frac{10}{3} + 1 = \frac{13}{3}$, $1000 + 560 = 1560$.

Donc le nombre cherché multiplié par $\frac{13}{3}$ doit donner pour produit 1560, ce nombre est donc $1560 \times \frac{3}{13} = 360$

La distance est de 360 mètres.

225). $1600 - 1250 = 350$; $10000 + 1200 = 11200$.

Le nombre des débiteurs multiplié par 350 doit donner pour produit 11200, le nombre est donc $\frac{11200}{350} = 32$, le prix de la maison $1250 \times 32 + 10000 = 50000$, et la somme à réclamer de chacun d'eux

$$\frac{50000^{fr}}{32} = 1562^{fr},50.$$

226). L'intérêt de 2832 fr. pendant 3 mois est le même

que celui de			$2832 \times 3 = 8496$ pendant 1^{mois};
l'intérêt de	2760	9	23040
de	1450	16	23200
Somme	6842		54736.

$\frac{54736}{6842} = 8$. L'échéance sera donc à 8 mois.

227). Le temps demandé ne court qu'à partir du dernier prêt de 8000 fr.

L'intérêt de 16000 fr. pendant 15 mois est représenté par $16000 \times 15 = 240000$.

L'intérêt de 5000 pendant $6+8=14$ mois représentés par 70000

3000 8 24000

Total des deux derniers intérêts 94000

$240000-94000=146000$; $\frac{146000}{16000}=\frac{146}{16}=9\frac{1}{8}$.

Le marchand peut garder le capital prêté 9 mois $\frac{1}{8}$ après le dernier prêt.

228). 400 vaches, pendant 16 mois, représentent

$400\times16=6400$ pendant 1 mois.

200 vaches, pendant $7+8=15$ mois, représentent

$200\times15=3000$ pendant 1 mois.

250 vaches, pendant 8 mois, représentent

$250\times8=2000$ pendant 1 mois.

$3000+2000=5000$; $6400-5000=1400$; $\frac{1400}{600}=2\frac{1}{3}$

Le propriétaire doit laisser paître le troupeau pendant 2 mois $\frac{1}{3}$, après l'envoi des 150 vaches.

229). $1+2+3+4=10$; $750\times10=7500$.

4500 pendant 12 mois sont représentés par 54000;

$\frac{54000}{7500}=7\frac{1}{5}$.

L'intervalle d'un terme à l'autre sera de 7 mois $\frac{1}{5}$.

230). 1376 f. dans 5 mois donnent 6880

1376 f.	dans 5 mois donnent	6880
2560	$3+5=8$	20480
Total 3936	Total	27360

$5+3+5=13$, $13-10=3$.

3936 dans 13 mois donnent 51168.

$51168-27360=23808$; $\frac{23808}{3}=7936$.

Le capital est 7936 francs.

231).

2000 fr. pendant	3 mois $\frac{1}{2}$ donnent	7000 fr.
3500	4	14000
1500	14	21000
7000	Somme	42000

$\frac{42000}{\left(\frac{7000}{2}\right)}=12$. 12 représente le double du nombre de mois demandé plus 1. Le nombre de mois demandé sera donc $\frac{12-1}{2}=5\frac{1}{2}$.

La première échéance aura lieu 5 mois $\frac{1}{2}$ après.

232).

1200 pendant	8 mois donnent	9600
800	10	8000
600	14	8400
	Total	26000

Il s'agit de partager 500 fr. en trois parties qui soient entre elles comme les nombres 9600, 8000 et 8400.

Le 1er aura $184^{fr}\frac{8}{13}$
le 2e $153\frac{11}{13}$
le 3e $161\frac{7}{13}$
Somme égale 500

233). Le 1er négociant a mis dans la société 17000
le 2e 13000
le 3e 10000

Et comme il doit avoir 3 pour 100 en sus de son bénéfice, c'est comme s'il avait mis en sus les 3 pour 100 de 10000 300

Somme 40300

Il s'agit donc de partager 35262 fr. 50 c. en trois parties qui soient entre elles comme les nombres 17000, 13000 et 10300; ce qui donne

pour la 1re part 14875^{fr}
la 2e 11375
la 3e $9012^{fr}50^{c}$
Total égal $35262^{fr}50$

234). Le titre du premier créancier est de 2000^{fr} 2000

celui du deuxième	2500	2750
et pour les 10 pour 100 en sus	250	
celui du troisième	3500	4375
et pour les 25 pour 100 en sus	875	
		9125

Il faut donc partager 3139 en trois parties qui soient entre elles comme les nombres 2000, 2750 et 4375.

La part du 1er sera	688^{fr}
du 2^e	946
du 3^e	1505
Total égal	3139

235). La somme des gains des deux premiers est

$$5020 - 2570 = 2450,$$

puisque, d'après l'énoncé, la mise du troisième dépasse de 300 fr. la somme des mises des deux premiers; donc 300 fr. ont donné $2570 - 2450 = 120$ fr. de bénéfice, et par conséquent 1 fr. de mise a donné de bénéfice $\frac{120}{300} = 0{,}40$. Donc enfin autant de fois 0,40 sera contenu dans 2570, autant de francs le troisième aura mis en société. $\frac{2570}{0.40} = 6425$.

Le troisième a mis 6425; les deux premiers ensemble $6425 - 300 = 6125$, et si l'on partage 6125 en deux parties qui soient entre elles comme $1 : \frac{3}{2}$ ou comme $2 : 3$, on trouvera pour la mise du 2^e $2165 \times \frac{3}{5} = 3675$

du 1er $6125 \times \frac{2}{5} = 2450$

Les mises des trois associés sont donc 2450, 3675, 6425 fr.

236). Si la mise du deuxième était égale à celle du premier, comme elle est restée 2 fois plus de temps dans l'association, le gain du deuxième serait double de celui du premier. Mais la deuxième mise étant plus grande que la première de 320, le gain du deuxième sera

double de celui du premier augmenté de ce que rapporte 320 placé pendant 7 mois, ou 2240 pendant 1 mois.

La somme des gains du premier et du deuxième est donc égale aux $\frac{3}{2}$ du gain du deuxième ou $879\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$ plus ce que rapporte 2240.

Or le gain total diminué de cette quantité donne précisément le gain du troisième, c'est-à-dire ce que rapporte 5600 placé pendant 12 mois, ou $5600 \times 12 = 67200$ pendant 1 mois.

Donc enfin $2402\frac{1}{6} - 879\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6496}{6}$ représentent ce que rapportent $67200 - 2240 = 64960$ fr.

Si donc 64960 fr. rapportent $\frac{6496}{6}$

1 rapportera $\frac{1}{60}$

Donc autant de fois $\frac{1}{60}$ sera contenu dans $879\frac{2}{3}$, autant de francs la mise du deuxième renfermera, supposée placée pendant 1 mois; $879\frac{2}{3} : \frac{1}{60} = 52780$. Divisant par 14, on aura pour la mise du 2^e 3770

et pour celle du 1er $3770 - 320 = 3450$

Deuxième manière. Soit x la mise de la 1re qui rapporte autant que $x \times 7 = 7x$ en 1 mois;

La mise du 2^e sera $x + 320$, qui rapporte autant que $14x + 320 \times 14$ ou 4480 en 1 mois;

La mise du 3^e est 5600, qui rapporte autant que 5600×12 ou 67200 en 1 mois.

On aura la proportion

gain total : gain du 2^e :: mise totale : mise du 2^e;

d'où gain total — gain du 2^e : gain du 2^e :: mise totale — mise du 2^e : mise du 2^e;

$$2402\tfrac{1}{6} - 879\tfrac{6}{9} = 1522\tfrac{1}{2};$$

$$1522\tfrac{1}{2} : 879\tfrac{2}{3} :: \tfrac{3045}{2} : \tfrac{2639}{3} :: 9135 : 5278;$$

et par conséquent

$$9135 : 5278 :: 7x + 67200 : 14x + 4480;$$

multipliant les antécédents par 2,

$$18270 : 5278 :: 14x + 134400 : 14x + 4480;$$

l'antécédent moins le conséquent est au conséquent comme etc. $12992 : 5278 :: 129920 : 14x + 4480$;
ou $1 : 5278 :: 10 : 14x + 4480$;
d'où
$14x + 4480 = 52780$, $14x = 52780 - 4480 = 48300$;
$\frac{48300}{14} = 3450$ pour la 1^re mise;
$3450 + 320 = 3770$ sera la 2^e.

237). Chaque enfant a donc dépensé en un mois la quarantième partie du capital 1100 et des intérêts de ce capital pendant 10 mois, lesquels seront exprimés par $\frac{1100 \times 10 \times \text{taux}}{100} = 110 \times$ taux.

Dans le second cas, chaque enfant aurait dépensé en 1 mois la quarante-cinquième partie du capital 1200 et des intérêts de ce capital, pendant 15 mois, lesquels sont exprimés par $\frac{1200 \times 15 \times \text{taux}}{100} = 180 \times$ taux.

La différence $\frac{1100}{40} - \frac{1200}{45} = \frac{5}{6}$ sera donc égale au taux $\times (\frac{180}{45} - \frac{110}{40}) = \frac{5}{4}$; le taux sera par conséquent $\frac{5}{6} : \frac{5}{4} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ pour 100 par mois.

La dépense d'un enfant par mois

$$= \frac{1100}{40} + \frac{1100 \times 10 \times \frac{2}{3}}{40 \times 100} = \frac{88}{3};$$

l'intérêt pour 1 mois de 1650 à $\frac{2}{3}$ pour 100 par mois est $\frac{1650 \times \frac{2}{3}}{100} = 11$. Par conséquent, d'après la dernière partie de l'énoncé, un enfant en 1 mois dépense $\frac{1650}{6}$ divisé par le nombre de mois plus $\frac{11}{6}$ fr, or $\frac{1650}{6} = 275$; $\frac{88}{3} - \frac{11}{6} = \frac{165}{6}$.

Donc $\frac{275}{\text{nombre de mois}}$ doit être égal à $\frac{165}{6}$; d'où l'on conclut que le nombre de mois est $\frac{275 \times 6}{165} = 10$.

238). La dépense par mois de chacun des cinq frères sera $\frac{4800}{45} + \frac{1}{45} \cdot \frac{4800 \times 9 \times \text{taux}}{100}$; la dépense par mois de chacune des deux personnes sera $\frac{3320}{32} + \frac{1}{32} \cdot \frac{3320 \times 16 \times \text{taux}}{100}$.

En simplifiant autant que possible ces deux expressions, on trouve pour la 1^re dépense $\frac{320}{3} + \frac{48}{5} \times$ taux,
et pour la 2^e $\frac{415}{4} + \frac{83}{5} \times$ taux.

Il suit de là que le taux $\times (\frac{83}{5} - \frac{48}{5})$ est égal à $\frac{320}{3} - \frac{415}{4}$ ce qui se réduit à 7 fois le taux égale $\frac{35}{12}$. Le taux est donc de $\frac{5}{12}$ pour 100 par mois.

Si l'on multiplie par 5, l'expression $\frac{320}{3} + \frac{48}{5} \times \frac{5}{12}$, on aura la dépense par mois de chacun des cinq frères; cette dépense est donc $106\frac{2}{3} + 4 = 110\frac{2}{3}$ fr.

239). 37 fr. et la livrée représentent donc les $\frac{5}{12}$ de 240 fr. ou 100 fr., et les $\frac{5}{12}$ de la livrée. Par conséquent $(100 - 37) = 63$ fr. représentent les $\frac{7}{12}$ de la valeur de la livrée, laquelle est $63 \times \frac{12}{7} = 108$ fr.

240). Au 1^er il donne par jour $\frac{56}{56} = 1$ fr. plus $\frac{4}{56}$ de mesure; au 2^e $\frac{69}{84} = \frac{23}{28}$ francs $+ \frac{15\frac{1}{2}}{84} = \frac{5}{56}$ de mesure.

D'après l'énoncé il faut que les deux payements soient égaux; il faut donc que les différences entre les nombres de francs et de mesures se compensent, ce qui donne $\frac{5-4}{56} = \frac{1}{56}$ de mesure égale $1 - \frac{23}{28} = \frac{5}{28}$ de fr., par conséquent la mesure $\frac{5}{28} \times 56 = 10$ fr.

241). Si l'ouvrier avait travaillé les 50 jours, il aurait gagné $1,50 \times 50 = 75$^fr; la différence $75 - 49,80 = 25$^fr^20^c provient des jours d'absence. Mais pour chaque jour d'absence il perd $1,50 + 0,60 = 2,10$. $25,20 : 2,10 = 12$ nombre de jours d'absence demandé.

242). En cassant 5 œufs à 7 cent., la fermière fait une perte de $7 \times 5 = 35$ cent.

Mais en revendant le reste à 8 cent., elle gagne 1 cent. par œuf, donc pour compenser sa perte elle doit vendre 35 œufs. $35 + 5 = 40$, elle avait donc 40 œufs.

243). Le cuisinier a donc payé chaque orange $\frac{90}{12} = 7\frac{1}{2}$ c., s'il en avait 4 de plus, la douzaine lui eût coûté

$90 - 10 = 80$ cent.; et par conséquent chaque orange ne serait revenue qu'à $\frac{80}{12} = 6\frac{2}{3}$ cent. Donc pour une orange, il aurait économisé $7\frac{1}{2} - 6\frac{2}{3} = \frac{5}{6}$ de cent. Pour économiser les 4 oranges de surplus qui valent à ce prix $6\frac{2}{3} \times 4 = 26\frac{2}{3}$, il a dû acheter autant d'oranges que $\frac{5}{6}$ est contenu de fois dans $26\frac{2}{3}$. $26\frac{2}{3} : \frac{5}{6} = 32$. Il a donc acheté 32 oranges.

244). Puisque le marchand perd à la vente de la pièce 13 pour 100, les prix d'achat et de vente de la pièce sont dans le rapport de $100 : 100 - 13\frac{1}{3} = \frac{260}{3}$ ou plus simplement dans le rapport de 15 à 13.

D'ailleurs les prix du mètre à l'achat et à la vente sont comme $10 : 8$ ou comme $5 : 4$; le rapport des nombres de mètres à l'achat et à la vente est $\frac{15}{13} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{13}$. Mais à la vente la pièce se trouve avoir 5 mètres de plus, donc 5 mètres sont précisément le $\frac{1}{12}$ du nombre de mètres que le marchand supposait à la pièce en l'achetant. Il la croyait donc de 60 mètres tandis qu'elle en avait 65.

On suivra plus facilement cette analyse à l'aide des proportions. En effet si x désigne le nombre de mètres que le marchand a cru acheter, le prix d'achat de la pièce sera représenté par $10^{fr} \times x$.

Mais la pièce avait 5 mètres de plus et par conséquent $x + 5$ mètres qui, à raison de 8 fr. par mètre, vaudront à la vente $8^{fr} \times (x + 5)$.

Puisque le marchand perd $13\frac{1}{3}$ pour 100, il a acheté 100 fr. ce qui ne vaut que $(100 - 13\frac{1}{3}) = \frac{260}{3}$ fr., et par suite 300 fr. ce qui ne vaut que 260, on a donc la proportion

$$\frac{10 \times x}{8(x+5)} = \frac{300}{260} = \frac{15}{13};$$

ou $$\frac{5}{4} \times \frac{x}{x+5} = \frac{15}{13};$$

et enfin $$\frac{x}{x+5} = \frac{15}{13} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{13},$$

d'où $$\frac{x}{5} = \frac{12}{1} \quad \text{et} \quad x = 12 \times 5 = 60.$$

245). Cette personne dépense par conséquent les $\frac{6}{7}$ de son revenu.

Si elle avait 400 fr. de plus, elle pourrait aves les $\frac{4}{5}$ de son nouveau revenu faire la même dépense qu'auparavant et y ajouter même 160 fr.

Or les $\frac{4}{5}$ de son nouveau revenu seraient égaux aux $\frac{4}{5}$ de son ancien revenu, plus les $\frac{4}{5}$ de 400 fr. qui sont 320 fr.

Il s'ensuit donc qu'avec les $\frac{4}{5}$ de son revenu actuel augmentés de 320 fr., elle aurait la même somme qu'avec les $\frac{6}{7}$ de ce même revenu augmentés de 100 fr.

$320 - 160 = 160$ fr. sont donc la différence entre les $\frac{6}{7}$ et les $\frac{4}{5}$ de son revenu. $\frac{6}{7} - \frac{4}{5} = \frac{2}{35}$. Les $\frac{2}{35}$ de son revenu étant de 160 fr., son revenu sera $160 \times \frac{35}{2} = 2800$.

246). Les $\frac{3}{4}$ de l'ancien revenu ne sont que les $\frac{2}{3}$ du nouveau; le nouveau revenu est donc les $\frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$ de l'ancien. Son revenu s'est donc augmenté de $\frac{1}{8}$.

247). Les $\frac{6}{7}$ de l'ancien revenu ne sont plus équivalents qu'aux $\frac{5}{6}$ du nouveau. Le nouveau doit donc être les $\frac{6}{7} \times \frac{6}{5} = \frac{36}{35}$ de l'ancien. Le propriétaire augmentera donc le prix de ses loyers de $\frac{1}{35}$.

248). $120 - 70 = 50$ représente les $\frac{3}{4}$ de l'avant-dernier reste, lequel est par conséquent $50 \times \frac{4}{3} = 66\frac{2}{3}$; $66\frac{2}{3} - 50 = 16\frac{2}{3}$ sont les $\frac{2}{3}$ de la somme cherchée. Cette somme est donc $16\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 25$.

249). $10 + 20 = 30$ sont les $\frac{3}{4}$ de l'avant-dernier reste, qui est donc $30 \times \frac{4}{3} = 40$; $40 + 30 = 70$ sont les $\frac{4}{5}$ du reste précédent, qui est par conséquent $70 \times \frac{5}{4} = 87\frac{1}{2}$; $87\frac{1}{2} + 50 = 137\frac{1}{2}$ sont la moitié de la somme primitive; cette somme est donc $137\frac{1}{2} \times 2 = 275$.

250). $520 + 400 = 920$ sont les $\frac{4}{5}$ de l'avant-dernier reste, qui est par conséquent $920 \times \frac{5}{4} = 1150$; $1150 + \frac{200}{2} = 1250$ sont la moitié de l'héritage; cet héritage est donc $1250 \times 2 = 2500$.

251). $2+6=8$ est la moitié de l'avant-dernier reste, qui est par conséquent $8\times2=16$; $16+2=18$ est la moitié du reste précédent qui est donc $18\times2=36$;
$36+4=40$ est la moitié du nombre cherché, lequel est par conséquent $40\times2=80$.

252). Au bout de la première année l'avoir du marchand est les $\frac{4}{3}$ de sa fortune primitive moins 1000 fr.

Au bout de la deuxième année, il est les $\frac{4}{3}$ de l'avoir précédent moins 1000 fr. ou les $\frac{16}{9}$ de sa fortune moins $\frac{7000}{3}$ fr.

Au bout de la troisième, il est les $\frac{4}{3}$ de l'avoir précédent moins 1000 fr. ou les $\frac{64}{27}$ de sa fortune moins $\frac{37000}{9}$ fr.

Et comme alors ce qu'il a est le double de sa fortune ou les $\frac{54}{27}$ de sa fortune, $\frac{64}{27}-\frac{54}{27}=\frac{10}{27}$ de sa fortune font $\frac{37000}{9}$; et par conséquent sa fortune primitive était de $\frac{37000}{9}\times\frac{27}{10}=11100$ fr.

253). Au bout de la première année l'avoir du négociant est les $\frac{120}{100}=\frac{6}{5}$ de son capital primitif moins 4000 fr.

Au bout de la deuxième année, il est les $\frac{6}{5}$ de l'avoir précédent moins 4000 fr. ou les $\frac{36}{25}$ de son capital moins 8800 fr.

Au bout de la troisième année, il est les $\frac{6}{5}$ de l'avoir précédent moins 4000 fr. ou les $\frac{216}{125}$ du capital moins 14560.

D'après l'énoncé, cette somme doit être égale aux $\frac{8}{5}$ de son capital primitif plus 800 fr.

Par conséquent les $(\frac{216}{125}-\frac{8}{5})=$ les $\frac{16}{125}$ de ce capital sont $14560+800=15360$.

Le capital primitif est donc $15360\times\frac{125}{16}=120000$ fr.

254). 20 étant le dernier reste, $20-8=12$ est la moitié du reste précédent qui est par conséquent 24.
$24-8=16$ est la moitié du reste précédent qui est 32.
$32-8=24$ est la moitié du reste précédent qui est 48.
$48-8=40$ est la moitié du nombre lui-même ;
ce nombre est donc 80.

255). 30 est donc les $\frac{5}{2}$ du reste précédent ; ce reste est par conséquent $30\times\frac{2}{5}=12$.

$12+60=72$. Le nombre est donc les $\frac{7}{24}$ de $72=21$.

256). L'intérêt total 24375 fr. se compose des intérêts suivants :

1° Ce que rapporte, pendant 2 ans ou $\frac{24}{12}$ d'année, à 4 pour 100, le capital cherché, intérêt qui est exprimé par les $\frac{24}{12}$ des $\frac{4}{100}=\frac{2}{25}$ du capital ;

2° Ce que rapporte, pendant 7 mois $=\frac{7}{12}$ d'année, le capital diminué de $\frac{1}{4}$ ou les $\frac{3}{4}$ du capital, intérêt exprimé par les $\frac{7}{12}$ des $\frac{4}{100}$ des $\frac{3}{4}=\frac{7}{400}$ du capital ;

3° Ce que rapporte, pendant 13 mois $=\frac{13}{12}$ d'année, le capital diminué de $\frac{1}{4}$ plus $\frac{1}{4}$ de $\frac{3}{4}$, c'est-à-dire diminué de $\frac{7}{16}$, ce qui donne les $\frac{9}{16}$ du capital, intérêt exprimé par les $\frac{13}{12}$ des $\frac{4}{100}$ des $\frac{9}{16}=\frac{39}{1600}$ du capital.

Ces trois parties font les $\frac{195}{1600}$ du capital. Donc les $\frac{195}{1600}$ du capital devant faire 24375 fr., le capital sera $24375\times\frac{1600}{195}=200000$ fr.

257). La part du premier se composera de 100 fr. plus le $\frac{1}{10}$ de la somme diminuée de 100 fr., autrement dit de $\frac{1}{10}$ de la somme plus $100-\frac{100}{10}=90$.

Après avoir prélevé 200 fr., il restera les $\frac{9}{10}$ de la somme moins $(200+90)=290$.

Le second aura donc 200 plus le $\frac{1}{10}$ de $\frac{9}{10}$ de la somme moins le $\frac{1}{10}$ de 290, autrement dit les $\frac{9}{100}$ de la somme moins 29.

Or, ces deux parts devant être égales, comme celles de tous les enfants, il faut que le $\frac{1}{10}$ de la somme augmenté de 90 fr. soit égal aux $\frac{9}{100}$ de cette même somme augmentés de $200-29=171$.

Par conséquent $(\frac{1}{10}-\frac{9}{100})=\frac{1}{100}$ de la somme est $171-90=81$, et par suite la somme cherchée est $81\times100=8100$.

La part du premier enfant est donc $\frac{8100}{10}+90=900$.
Le nombre des enfants est par conséquent $\frac{8100}{900}=9$.

258). La part du premier enfant égale le $\frac{1}{9}$ de la somme augmenté de $\frac{240}{9}$ de franc.

La part du second égale les $\frac{8}{81}$ de la somme augmentés de $\frac{4080}{81}$ de franc.

Mais la première partie est égale aux $\frac{9}{81}$ de la somme augmentés de $\frac{2160}{81}$ de franc.

Par conséquent la somme demandée est

$$4080-2160=1920.$$

Et la part d'un enfant étant $\frac{1920+240}{9}=\frac{2160}{9}=240$, le nombre des enfants est $\frac{1920}{240}=8$.

259). Puisque après avoir fait le premier carré, il lui reste 39 hommes et qu'il lui en manque 50 pour faire le second, $39+50=89$ est la différence entre les nombres d'hommes qui entrent dans les deux carrés.

D'après le n° **446**, la différence des carrés de deux nombres consécutifs doit être le double du plus petit augmenté de 1; donc $89-1=88$ est le double du nombre d'hommes placés sur le côté du plus petit carré. Ce carré a donc $\frac{88}{2}=44$ hommes de côté. Il se compose donc de $44\times44=1936$; et comme il reste 39 hommes, le régiment se compose de

$$1936+39=1975 \text{ hommes.}$$

260). $130-31=99$ est la différence entre les deux carrés. Mais le côté du second carré étant la somme de deux nombres dont le premier est le nombre de pièces du côté du premier carré, et le second, 3, ce second carré se composera de trois parties, savoir : 1° le carré du premier nombre; 2° deux fois le produit de ce même nombre par 3; 3° le carré de $3=9$. La différence des deux carrés contiendra donc 6 fois le nombre de pièces du côté du premier carré plus 9. Par conséquent $99-9=90$ représente 6 fois ce nombre, et par suite ce nombre est $\frac{90}{6}=15$; $15\times15=225$.

$225+130=355$ sera le nombre de pièces demandé.

261). Le carré du nombre augmenté de 3, se composera du carré de ce nombre plus 6 fois ce même nombre plus 9.

Le carré du nombre augmenté de 5, se composera du carré de ce nombre plus 10 fois ce nombre plus 25.

La différence de ces deux carrés se composera par conséquent de $(10-6)=4$ fois ce nombre plus

$$25-9=16.$$

Mais d'après l'énoncé cette différence est 56. Donc $56-16=40$ est 4 fois ce nombre. Le nombre demandé est donc $\frac{40}{4}=10$.

262). Le premier est les $\frac{7}{9}$ du deuxième; le deuxième est les $\frac{3}{4}$ du troisième, et par conséquent le premier est les $\frac{7}{9}$ des $\frac{3}{4}$ du troisième ou les $\frac{21}{36}=\frac{7}{12}$ du troisième; d'après l'énoncé $\frac{12}{12}-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$ du troisième font 50 litres.

Le troisième contient donc $50\times\frac{12}{5}=120$ litres.

Le deuxième contient $120\times\frac{3}{4}=90$ litres.

Le premier contient $90\times\frac{7}{9}=70$ litres.

263). Le deuxième est les $\frac{3}{7}$ du premier; le troisième est les $\frac{3}{4}$ du deuxième, et par conséquent les $\frac{3}{4}$ des $\frac{3}{7}$ du premier $=$ les $\frac{9}{28}$ du premier; le quatrième est les $\frac{16}{9}$ du troisième, et par conséquent les $\frac{16}{9}$ des $\frac{9}{28}$ du premier $=\frac{16}{23}$ du premier; et puisque le troisième et le quatrième ensemble contiennent autant que le premier et 15 litres de moins, les $\frac{28}{28}-(\frac{9}{28}+\frac{16}{28})=$ les $\frac{3}{28}$ du premier font 15 litres. Par conséquent le premier contient $15\times\frac{28}{3}=140$ litres; le deuxième contient $140\times\frac{3}{7}=60$; le troisième contient $140\times\frac{9}{28}=45$; le quatrième contient $140\times\frac{16}{28}=80$.

XXXII.

Appendice sur les chiffres romains.

1). III, VI, VIII, XII, XVIII, XXVII, XXXIX.

2). XLVII, XLVIII, LIX.

3). LXXVIII, XCII, CV.

4). CCLXXVII, CCCXXIX.

5). CDXLIII, CDXC.

6). DLXVII, DCXXIV, DCCCIX.

7). CMXXXIV, MXLV.

8). MCDLIV, MMD ou II_mD.

9). MMDCXX ou II_mDCXX, MMMCDL ou III_mCDL.

10). XX_mDCCLIX.

11). MM_mLX_m.

12). Deux, quatre, douze, neuf.

13). Treize, dix-neuf, vingt-quatre, trente-huit.

14). Quarante-cinq, cinquante-six, soixante neuf, soixante-quatorze.

15). Cent quarante, deux cent vingt-quatre, trois cent soixante-deux.

16). Deux cent vingt, quatre cent cinquante-neuf, six cent cinquante.

17). Huit cent quatre, huit cent soixante-quinze, neuf cent un, neuf cent cinquante-quatre.

18). Mille dix, mille cent cinquante, mille quatre cent huit, mille quatre cent soixante-neuf.

19). Deux mille trois cent cinquante-quatre, deux mille huit cent quarante-cinq, trois mille quatre cent neuf.

20). Vingt mille deux cent quarante quatre, cent mille trois cent dix.

FIN.