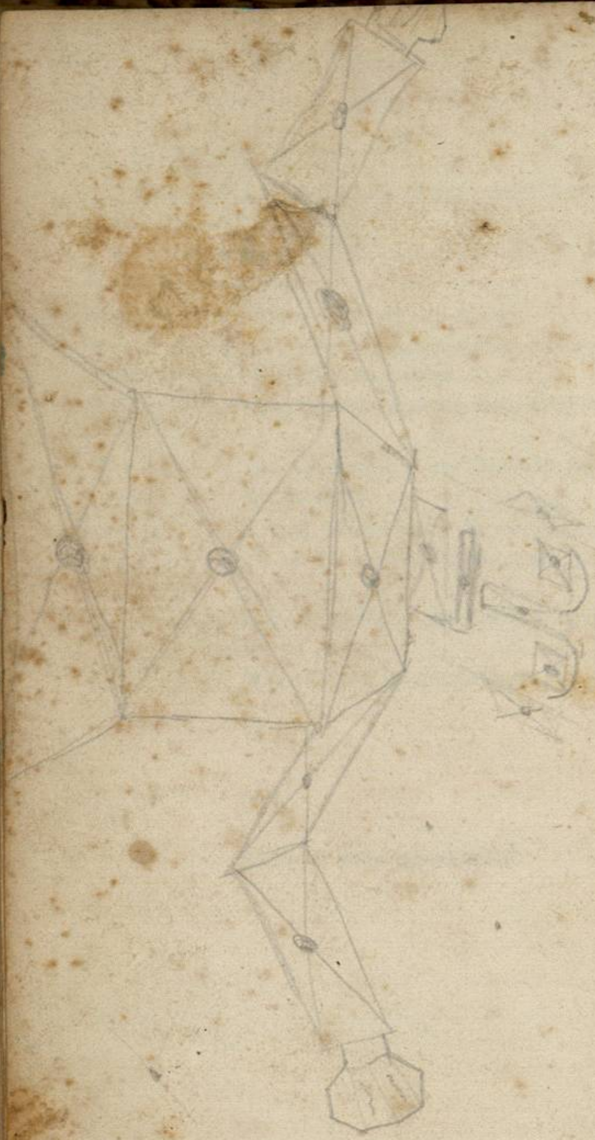

PREMIERS ÉLÉMENTS

DE GÉOMÉTRIE.

INTRODUCTION.

1. — La Géométrie est la science qui traite de la forme des corps et de la mesure de l'étendue.

Pour étudier la forme des corps, la Géométrie fait abstraction de toutes leurs autres propriétés physiques, telles que le poids, la couleur, le degré de dureté ou de mollesse, etc.

Parmi les formes si diverses que les corps peuvent affecter, la Géométrie élémentaire n'étudie que celles qui sont susceptibles d'une définition simple, et que, pour cette raison, on nomme *corps géométriques*.

2. — Chaque *corps* occupe une certaine portion de l'espace sans bornes qui nous environne.

Il est séparé du reste de l'espace par une limite que l'on nomme sa *surface*. Pour étudier une surface, on fait souvent abstraction du corps auquel elle sert de limite ; on peut même, une fois l'idée de surface acquise, concevoir des surfaces qui n'appartiennent à aucun corps.

Lorsque deux surfaces se rencontrent, leur limite commune est ce qu'on appelle une *ligne*. On peut, pour étudier une ligne, faire abstraction de la surface qu'elle limite ; on peut même concevoir des lignes qui n'appartiennent à aucune surface.

Lorsque deux lignes se rencontrent, leur limite commune est ce qu'on nomme un *point*. On peut considérer un point indépendamment de la ligne qu'il termine, et concevoir même des points qui n'appartiennent à aucune ligne.

3. — L'étendue d'un corps se nomme son *volume*. L'étendue d'une surface se nomme son *aire*. L'étendue d'une ligne se nomme sa *longueur*. Un point n'a pas d'étendue.

4. — La plus simple de toutes les lignes est la *ligne droite* : un fil tendu, quand on fait abstraction de son épaisseur, en donne une image assez précise. Sa définition est la suivante : *la ligne droite est la ligne la plus courte qu'on puisse mener d'un point à un autre.*

Par abréviation on dit souvent *une droite* au lieu d'*une ligne droite*.

Quoique la définition de la ligne droite semble lui assigner des bornes, rien n'empêche de prolonger indéfiniment cette ligne par la pensée au delà des deux points qui lui servent de limite ; et c'est toujours d'une droite *indéfinie* que l'on parle quand on n'exprime pas formellement le contraire.

5. — On appelle *ligne brisée* une ligne composée de différentes portions de ligne droite ; ces portions de ligne droite sont les *côtés* de la ligne brisée.

Une ligne brisée dont les côtés sont infiniment petits et en nombre infiniment grand, ou, en d'autres termes, une ligne dont aucune partie appréciable n'est rigoureusement droite, est ce qu'on nomme une *ligne courbe*, ou, par abréviation, une *courbe*.

La Géométrie élémentaire n'étudie que la plus simple des lignes courbes, c'est la *circonférence de cercle*, dont il sera question plus loin.

6. — La plus simple des surfaces est la *surface plane* ou le *plan* : la surface d'une eau tranquille et de peu d'étendue en offre un exemple. Sa définition est la suivante : *le plan est une surface sur laquelle une ligne droite peut s'appliquer exactement dans tous les sens.*

Les surfaces planes que l'on a à considérer dans la pratique ont nécessairement une étendue limitée; mais rien n'empêche de les prolonger indéfiniment dans tous les sens, par la pensée ; et c'est toujours d'un plan *indéfini* que l'on parle, quand le contraire n'est pas formellement exprimé.

7. — On appelle *surface brisée* une surface composée de différentes portions de plan ; ces différentes portions de plan sont les *faces* de la surface brisée.

Une surface brisée dont les faces sont infiniment petites et en nombre infiniment grand, ou, en d'autres termes, une surface dont aucune portion appréciable n'est rigoureusement plane, forme ce que l'on nomme une *surface courbe*.

La Géométrie élémentaire n'étudie que les surfaces courbes les plus simples ; ce sont les surfaces *cylindriques*, les surfaces *coniques*, et les surfaces *sphériques*, dont il sera question plus tard.

8. — La Géométrie se divise en deux parties principales, savoir : la GÉOMÉTRIE PLANE et la GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE. La première partie a pour objet les propriétés des lignes situées dans un même plan, celles des *figures planes*, ou surfaces planes limitées, et les mesures de longueurs et d'aires qui en dépendent. La seconde partie s'occupe des propriétés des surfaces, de la forme des corps géométriques, et des mesures d'aires et de volume qui s'y rapportent.

9. — On nomme AXIOME une vérité évidente par elle-même, et qui n'a pas besoin de preuve.

On nomme THÉORÈME une vérité qui, pour devenir évidente, a besoin d'être prouvée. Pour établir la preuve d'une vérité géométrique, on a souvent besoin de recourir à des points, des lignes, des surfaces, et même des corps auxiliaires; c'est ce qu'on appelle faire une *construction;* l'ensemble des *constructions* et des *raisonnements* nécessaires pour prouver un théorème, forme la *démonstration* de ce théorème.

L'énoncé d'un théorème se compose souvent d'une hypothèse et d'une conséquence que l'on se propose d'en déduire; s'il arrive que cette conséquence, prise à son tour pour hypothèse, redonne comme conséquence l'hypothèse primitive, on obtient un second théorème qui est dit *réciproque* du premier. C'est ainsi que, dans ce théorème d'arithmétique : *tout nombre terminé par un chiffre pair est divisible par* 2, l'hypothèse est que le nombre soit terminé par un chiffre pair, et la conséquence qu'il est divisible par 2. Si l'on part au contraire de ce que le nombre est divisible par 2, on en déduit comme conséquence qu'il est terminé par un chiffre pair; ce qui constitue un théorème réciproque du précédent.

Toute vérité n'a pas nécessairement sa réciproque; ainsi, l'on sait que : *tout nombre dans lequel la somme des chiffres est un multiple de* 9 *est nécessairement divisible par* 3; mais il serait faux de dire que *si un nombre est divisible par* 3, *la somme de ses chiffres est nécessairement un multiple de* 9 (car il suffit qu'elle soit un multiple de 3). On dit, dans ce cas, que *la réciproque est fausse.*

On nomme POSTULATUM OU DEMANDE une vérité moins évidente qu'un axiome, mais que pourtant on peut *demander* d'admettre sans démonstration.

On nomme LEMME un théorème préparatoire, destiné à faciliter la démonstration d'un théorème plus important.

On nomme COROLLAIRE une vérité accessoire qui ressort de la démonstration d'un théorème.

Un PROBLÈME est une question qu'il s'agit de résoudre en s'appuyant sur des théorèmes précédemment établis. La solution d'un problème exige, le plus souvent, des opérations graphiques à l'ensemble desquelles on donne le nom de *construction.*

Les théorèmes, demandes, lemmes, corollaires et problèmes, se désignent aussi sous le nom commun de *propositions.*

10. — Les lignes, les surfaces, les corps, se représentent par des figures.

Les différents points d'une même figure se distinguent les uns des autres par des lettres de l'alphabet placées à côté de ces points. On dit ainsi : le point A, le point B, etc. (fig. 1).

On désigne généralement une ligne par les lettres qui correspondent à deux de ses points : on dit ainsi, la ligne AB, pour indiquer celle qui va du point désigné par A au point désigné par B. Si plusieurs lignes passent par ces deux points, il devient nécessaire de les distinguer par une troisième lettre; on dira, par exemple, la ligne ACB, la ligne ADB; en réservant l'indication AB pour la ligne droite qui joint les points A et B.

On distingue d'une manière semblable les surfaces et les corps. Quelquefois on représente par une seule lettre une longueur, une aire, un volume; cette convention est toujours énoncée dans le texte.

Lorsqu'on a employé certaines lettres, A, B, C, etc., pour désigner certains points ou certaines étendues, si l'on veut désigner des points ou des étendues analogues, on emploie les mêmes lettres accentuées, A', B', C', etc., qui se prononcent A *prime*, B *prime*, C *prime*, etc.; quelquefois on a recours aux mêmes lettres chargées de deux accents, A'', B'', C'', etc.; elles se prononcent A *seconde*, B *seconde*, C *seconde*, etc. Avec trois accents, A''', B''', C''', etc., elles se prononcent A *tierce*, B *tierce*, et ainsi de suite.

On emploie aussi des lettres minuscules conjointement avec des majuscules; on les distingue alors, dans le discours, par le mot *grand* placé devant les majuscules, et le mot *petit* devant les minuscules. Les expressions ABCD, *abcd*, s'énonceraient ainsi : *grand* ABCD, petit *abcd*.

11. — On se sert en Géométrie de quelques signes abréviatifs empruntés à l'algèbre.

Le signe $=$ se prononce *égale*, et indique l'égalité des quantités qu'il sépare. Ainsi $A=B$ signifie que A égale B.

Le signe $+$ se prononce *plus*, et indique l'addition. Ainsi $A+B$ signifie A augmenté de B.

Le signe $-$ se prononce *moins*, et indique la soustraction. Ainsi $A-B$ signifie A diminué de B.

Le signe $\times$ se prononce *multiplié par*, et indique la multiplication. Ainsi $A\times B$ signifie A multiplié par B.

Le signe : se prononce *divisé par*, et indique la division. Ainsi A : B signifie A divisé par B. On se sert dans le même sens de la notation

$$\frac{A}{B}$$

qui rappelle celle des fractions.

Les parenthèses ( ) représentent le *résultat* des opérations qui ne sont qu'indiquées sur les quantités qu'elles embrassent. Ainsi $(A+B-C)\times D$ signifie qu'à A il faut ajouter B, retrancher C de cette somme, et que c'est le *résultat* de ces opérations qui doit être multiplié par D.

Les expressions A^2, $\overline{AB}^2$, etc., désignent la seconde puissance, soit de la quantité représentée par A, soit de la ligne représentée par AB, etc.

Les expressions A^3, $\overline{AB}^3$, etc., indiquent de même la troisième puissance de A ou de AB.

Le signe $\sqrt{}$ indique la racine carrée de la quantité placée au-dessous. Ainsi $\sqrt{A\times B}$ exprime la racine carrée du produit de A par B.

Le signe $\sqrt[3]{}$ indique la racine cubique de la quantité placée au-dessous. Ainsi $\sqrt[3]{A\times B\times C}$ indique la racine cubique du produit des trois facteurs A, B et C.

Le signe $>$ se prononce *plus grand que*, et indique que la quantité placée à sa gauche est plus grande que celle qui est placée à sa droite. Ainsi $A>B$ signifie que A est plus grand que B.

Le signe $<$ se prononce *plus petit que*, et indique que la quantité placée à sa gauche est plus petite que celle qui est placée à sa droite. Ainsi $A<B$ signifie que A est plus petit que B.

L'étude de la Géométrie ne suppose d'ailleurs d'autres connaissances préliminaires que celles de l'arithmétique, comprenant les proportions et l'extraction des racines carrées et cubiques.

Nota. Les numéros placés entre parenthèses ( ) indiquent les renvois à des propositions précédentes.