Car, en vertu de la similitude des deux triangles, on a (118)

$$AB : ab :: BC : bc.$$

Or, BC vaut 1000 fois bc; donc AB vaut 1000 fois ab.

125. — Supposons, en second lieu, qu'il s'agisse de mesurer la distance de deux points inaccessibles A et B (fig. 98).

On trace sur le terrain une base CD que l'on mesure avec soin ; on trace sur le papier une droite cd qui ait avec CD un rapport connu; qui contienne, par exemple, autant de millimètres que CD contient de mètres.

On mesure au graphomètre les angles ACD, ADC, et l'on fait sur le papier les angles acd, adc, respectivement égaux aux angles mesurés; on forme ainsi un triangle acd semblable à ACD, et l'on a, comme on vient de le voir,

$$ac : AC :: 1 : 1000.$$

On mesure les angles BDC, BCD, et l'on fait sur le papier les angles bdc, bcd, respectivement égaux à ces deux nouveaux angles mesurés; on forme ainsi un triangle bcd semblable à BCD; et l'on a

$$bc : BC :: 1 : 1000.$$

De ces deux proportions on déduit

$$ac : AC :: bc : BC.$$

D'ailleurs l'angle acb, qui est la différence des angles acd et bcd, est égal à l'angle ACB, qui est la différence des angles ACD et BCD. Les deux triangles acb, ACB ont donc un angle égal, compris entre côtés proportionnels, et sont, par conséquent, semblables (120). On a donc

$$ab : AB :: ac : AC \quad \text{ou} \quad :: 1 : 1000.$$

Si donc on mesure ab, le nombre de millimètres contenus dans cette ligne exprimera le nombre de mètres contenus dans la distance inaccessible AB.

CHAPITRE II.

Des quadrilatères.

126. — On donne le nom de *quadrilatère* à une surface plane terminée par quatre lignes droites. La figure 99 représente un quadrilatère. Les quatre lignes AB, BC, CD, DA, qui le terminent, sont ses *côtés*. Leur ensemble forme le *périmètre* ou *contour* du quadrilatère.

Une droite, telle que AC, joignant deux sommets A et C qui ne sont pas les extrémités d'un même côté, est ce que l'on nomme une *diagonale*. On pourrait mener une seconde diagonale du point B au point D. Chaque diagonale divise le quadrilatère en deux triangles.

Un quadrilatère est dit *convexe*, lorsqu'une même droite ne peut rencontrer son contour en plus de deux points, sans se confondre avec l'un des côtés. Le quadrilatère ne serait point convexe, si, comme ABCD (fig. 100), il présentait un angle *rentrant* BCD; une même droite XY pourrait, dans ce cas, rencontrer les quatre côtés. On ne s'occupe dans la Géométrie élémentaire que des quadrilatères convexes.

127. — Théorème. *Dans tout quadrilatère la somme des quatre angles équivaut à quatre angles droits.*

Car si, dans le quadrilatère ABCD (fig. 99), par exemple, on tire la diagonale AC, la somme des angles du quadrilatère sera celle des six angles ABC, BCA, ACD, CDA, DAC, CAB, c'est-à-dire la somme des angles des deux triangles ABC et ADC. Or, la somme des angles de chacun de ces triangles équivaut à deux angles droits; donc la somme de leurs six angles, ou, ce qui revient au même, la somme des quatre angles du quadrilatère, équivaut à quatre angles droits.

128. — Un quadrilatère prend le nom de *trapèze*, lorsque deux côtés opposés sont parallèles. La figure 101 représente un trapèze. Les côtés parallèles AB, CD, sont ce qu'on nomme les *bases* du trapèze.

Un trapèze est dit *rectangulaire*, lorsque l'un des côtés AD (fig. 102) est perpendiculaire aux bases.

129. — Théorème. *Dans tout trapèze*, ABCD (fig. 101), *la ligne* IH, *qui joint les milieux des côtés non parallèles, est égale à la demi-somme des bases.*

Tirons la diagonale DB, et par son milieu O, menons IH parallèle aux bases.

Les parallèles IO et AB, coupant proportionnellement les côtés de l'angle ADB, le point I sera le milieu de AD ; et de plus, on aura (94) :

$$IO : AB :: DO : DB \text{ ou } :: 1 : 2,$$

c'est-à-dire que IO sera la moitié de AB.

Les parallèles OH et DC, coupant proportionnellement les côtés de l'angle DBC, le point H sera le milieu de BC; et de plus, on aura :

$$OH : DC :: BO : BD \text{ ou } :: 1 : 2,$$

c'est-à-dire que OH sera la moitié de DC.

On aura donc :

$$IH = IO + OH = \tfrac{1}{2}AB + \tfrac{1}{2}DC = \tfrac{1}{2}(AB + DC).$$

Or, par les points I et H, on ne peut mener qu'une seule droite : donc, cette droite équivaut à la demi-somme des deux bases.

130. — Un quadrilatère prend le nom de *parallélogramme*, lorsque les côtés opposés sont parallèles deux à deux. La figure 103 représente un parallélogramme.

I. *Dans un parallélogramme, les côtés opposés sont égaux* comme parallèles comprises entre parallèles. Ainsi, $AB = CD$, et $AD = BC$.

II. *Si dans un quadrilatère* ABCD (fig. 103), *deux côtés* AD *et* BC *sont égaux et parallèles, ce quadrilatère est un parallélogramme.* Car, en vertu du théorème du n° 90, les deux autres côtés, AB et CD, sont également parallèles.

131. — Théorème. *Si dans un quadrilatère* ABCD (fig. 103), *les côtés opposés sont égaux, ce quadrilatère est un parallélogramme.*

Car si l'on tire la diagonale AC, les deux triangles ABC et ADC seront égaux comme ayant leurs trois côtés égaux chacun à chacun. Il en résulte que les angles BAC et ACD, opposés à des côtés égaux, sont égaux; d'ailleurs, ils ont la position d'alternes-internes; donc les droites AB et DC sont parallèles. L'égalité des angles ACB et DAC démontrerait de même le parallélisme des droites AD et BC. Donc le quadrilatère est un parallélogramme.

132. — Un parallélogramme prend le nom de *rectangle*, lorsqu'il a ses angles droits (fig. 104).

Un parallélogramme prend le nom de *losange*, quand ses quatre côtés sont égaux (fig. 105).

Si ces deux circonstances sont réunies, c'est-à-dire si les côtés sont égaux et les angles droits, le parallélogramme prend le nom de *carré* (fig. 106).

133. — Théorème. *Dans tout parallélogramme* ABCD (fig. 103), *les diagonales* AC *et* BD *se coupent mutuellement en deux parties égales.*

Soit O le point de rencontre des diagonales. Les deux triangles AOB et COD ont le côté $AB = DC$, les angles OAB et OCD égaux comme alternes-internes, les angles OBA et ODC égaux par la même raison; ces triangles sont donc égaux comme ayant un côté égal aboutissant à deux angles égaux chacun à chacun. Il en résulte que les côtés opposés aux angles égaux sont égaux, et que l'on a OA=OC et OB=OD. Le point O est donc le milieu commun des deux diagonales.

134.—*Remarques.* I. Dans un rectangle (fig. 104), les diagonales sont égales. Cela résulte de l'égalité évidente des triangles BAD et CAD.

II. Dans un losange (fig. 105), les diagonales sont perpendiculaires entre elles. Car, les quatre côtés étant égaux, la droite BD a deux de ses points B et D à égale distance des extrémités de AC; elle est donc perpendiculaire sur le milieu de AC.

III. Dans le carré (fig. 106), qui est à la fois un parallélogramme, un rectangle et un losange, les diagonales se coupent en parties égales, sont égales elles-mêmes, et de plus perpendiculaires l'une à l'autre.

CHAPITRE III.

Des polygones.

§ I. — Propriétés principales des polygones. — Polygones semblables.

135.—On nomme en général *polygone*, toute surface plane terminée par des lignes droites. La figure 107 représente un polygone. Les droites AB, BC, CD, etc., qui la terminent, sont ses *côtés* : l'ensemble des côtés forme le *périmètre*. Toute droite, telle que AC, AD, etc., joignant deux sommets qui ne sont pas les extrémités d'un même côté, est une *diagonale*.

On ne considère, dans la Géométrie élémentaire, que les polygones *convexes*, c'est-à-dire dont le contour ne peut être rencontré par une droite en plus de deux points, ou qui n'offrent point d'angle *rentrant*.

Si, dans un polygone convexe, on tire toutes les diagonales qui aboutissent à un même sommet A, on divise le polygone en triangles, qui ont pour sommet commun le point A. Chacun de ces triangles emploie un des côtés du polygone, à l'exception des deux triangles extrêmes ABC, AFE, qui en emploient chacun deux. Il suit de là, que le nombre de ces triangles équivaut au nombre des côtés du polygone, *diminué de deux*.

Les polygones prennent des noms divers, suivant le nombre de leurs côtés :

Un polygone de	3	côtés porte le nom de	*triangle;*
	4		*quadrilatère;*
	5		*pentagone;*
	6		*hexagone;*
	8		*octogone;*
	10		*décagone;*
	12		*dodécagone;*
	15		*pentédécagone.*

Pour tous les autres polygones, on se contente d'énoncer le nombre des côtés; et l'on dit un polygone de 7, de 9, de 11, de 13 côtés, et ainsi de suite.

136.—Théorème. *La somme des angles d'un polygone équivaut à autant de fois deux angles droits, que ce polygone a de côtés, moins deux.*

Car si l'on tire toutes les diagonales qui aboutissent à un même sommet, on partage le polygone en autant de triangles que le polygone a de côtés, moins deux; la somme des angles de tous ces triangles forme précisément la somme des angles du polygone ; d'ailleurs la somme des angles de chaque triangle vaut deux droits ; donc, etc.

Corollaire. Il suit de là que

La somme des angles d'un	*pentagone* vaut	6 angles droits.
	hexagone	8
	octogone	12
	décagone	16
	dodécagone	20
	etc.	etc.

137. — Deux polygones ABCDEF, *abcdef* (fig. 107), sont dits *semblables* lorsqu'ils se décomposent en un même nombre de triangles semblables chacun à chacun, et disposés dans le même ordre. Les sommets des angles égaux se nomment *sommets homologues ;* les côtés ou les diagonales qui joignent deux sommets homologues, sont des *côtés* ou des *diagonales homologues ;* enfin, les triangles semblables, considérés par rapport aux polygones dont ils font partie, sont des *triangles homologues.*

138. — Théorème. *Deux polygones semblables* ABCDEF, abcdef (fig. 107), *ont leurs angles égaux chacun à chacun, et leurs côtés homologues proportionnels.*

En effet : les triangles homologues ABC et *abc* étant semblables, les angles B et *b* sont égaux, ainsi que les angles BCA et *bca ;* de plus, on a les proportions

$$(1)\ AB : ab :: BC : bc \quad \text{et} \quad BC : bc :: AC : ac\ (2).$$

Les triangles homologues ACD et *acd* étant semblables, les angles ACD et *acd* sont égaux. L'angle BCD, qui est la somme des angles BCA et CAD, est donc égal à l'angle *bcd* qui est la somme des angles *bca* et *cad.* La similitude de ces mêmes triangles donne la proportion

$$AC : ac :: CD : cd \qquad (3).$$

En comparant les proportions (2) et (3), on voit qu'elles ont un rapport commun ; et l'on en tire

$$BC : bc :: CD : cd.$$

En continuant ainsi, on démontrerait de même l'égalité de tous les autres angles de deux polygones, et la proportionnalité de tous leurs côtés homologues.

139. — Réciproque du théorème précédent. *Si deux polygones* ABCDEF *et* abcdef (fig. 107) *ont leurs angles égaux chacun à chacun et leurs côtés homologues proportionnels, ces polygones sont semblables.*

En effet : si l'on a $B = b$ et $AB : ab :: BC : bc$, les deux triangles ABC et *abc* sont semblables, comme ayant un angle égal compris entre côtés proportionnels.

Il en résulte que les angles BCA et *bca* sont égaux ; et comme les angles BCD et *bcd* sont égaux aussi par supposition, il faut que les angles ACD et *acd* soient égaux. D'ailleurs, la similitude des triangles ABC et *abc* donne

$$BC : bc :: AC : ac,$$

et par supposition, on a aussi

$$BC : bc :: CD : cd.$$

De ces deux proportions, qui ont un rapport commun, on tire

$$AC : ac :: CD : cd.$$

Les deux triangles ACD et *acd* sont donc semblables, comme ayant un angle égal compris entre côtés proportionnels.

En continuant ainsi, on démontrerait de même la similitude des autres triangles. Les deux polygones sont donc composés d'un même nombre de triangles semblables chacun à chacun et disposés dans le même ordre; ces polygones sont donc semblables.

140. — Théorème. *Deux polygones* ABCDE, abcde (fig. 108), *sont semblables, lorsque les angles formés par deux côtés homologues* AE, ae, *avec les côtés et avec les diagonales qui aboutissent à leurs extrémités, sont égaux chacun à chacun.*

En effet : par supposition, les angles BAE et *bae* sont égaux, ainsi que les angles BEA et *bea;* les triangles ABE et *abe* sont donc équiangles et par conséquent semblables.

On tire de cette similitude la proportion :

$$BE : be :: AE : ae.$$

Par une raison analogue, les triangles ACE et *ace* sont semblables, et l'on a

$$CE : ce :: AE : ae.$$

De ces deux proportions, qui ont un rapport commun, on déduit

$$BE : be :: CE : ce.$$

D'ailleurs l'angle BEC, différence des angles CEA et BEA, est égal à l'angle *bec*, différence des angles *cea* et *bea*. Les deux triangles BEC et *bec* sont donc semblables, comme ayant un angle égal, compris entre côtés proportionnels.

En continuant ainsi, on démontrerait de même la similitude de tous les triangles formés par les diagonales issues des sommets E et *e*. Les deux polygones sont donc composés d'un même nombre de triangles semblables chacun à chacun et disposés dans le même ordre; ces polygones sont donc semblables.

141. — Problème. *Construire sur une droite donnée, un polygone semblable à un polygone donné.*

Pour résoudre ce problème, on peut employer deux méthodes principales.

1re *Méthode.* Soit ABCDEF (fig. 107) le polygone donné, et AF le côté dont la droite donnée doit être l'homologue.

Par l'un des sommets A, tirez les diagonales AE, AD, AC.

Menez *af* parallèle à AF, et égal à la droite donnée. Menez *ae* et *fe* respectivement parallèles à AE et à FE; leur rencontre donnera le point *e;* les triangles AFE et *afe* seront semblables, comme équiangles.

Menez *ad* et *ed* respectivement parallèles à AD et à ED; leur rencontre donnera le point *d;* les triangles AED et *aed* seront semblables comme équiangles.

Menez, de même, *ac* et *dc* respectivement parallèles à AC et à DC; leur rencontre donnera le point *c;* les triangles ADC et *adc* seront semblables comme équiangles.

En continuant ainsi, on formera un polygone *abcdef* semblable au polygone proposé, car ils seront composés d'un même nombre de triangles semblables chacun à chacun et disposés dans le même ordre.

2e *Méthode.* Si l'on ne peut pas se servir des diagonales AE, AD, AC, on pourra procéder de la manière suivante :

Menez toujours *af* égal à la droite donnée comme devant être l'homologue de AF.

Faites l'angle *afe* égal à AFE et portez sur *fe*, à partir du point *f*, une quatrième proportionnelle aux lignes AF, *af* et FE; en sorte qu'on ait :

$$AF : af :: FE : fe.$$

Le point *e* se trouvera déterminé, et les triangles AFE et *afe* seront semblables, comme ayant un angle égal compris entre côtés proportionnels.

Faites l'angle *fed* égal à FED; il en résultera que l'angle *aed* sera égal à AED. Portez sur *ed*, à partir du point *e*, une quatrième proportionnelle aux lignes FE, *fe* et ED; en sorte qu'on ait

$$FE : fe :: ED : ed.$$

Le point *d* se trouvera déterminé, et les triangles AED et *aed* seront semblables, comme ayant un angle égal compris entre côtés proportionnels.

En continuant ainsi, on formera un polygone *abcdef* qui sera semblable au polygone ABCDEF, puisqu'ils seront composés d'un même nombre de triangles semblables chacun à chacun et disposés dans le même ordre.

§ II. — Application au lever des plans.

142. — Lever le plan d'un terrain, c'est tracer en petit sur le papier une figure semblable à celle que ce terrain présente.

Pour y parvenir, le moyen le plus expéditif consiste à faire usage de la *planchette*. On donne ce nom à une tablette en bois, parfaitement dressée, et reposant par son centre sur un support à trois pieds. La tablette est liée au support par un *genou* à vis, qui permet de lui faire prendre toutes les positions possibles à l'égard de ce support. La surface de la planchette est recouverte d'une feuille de papier bien tendue. Pour y tracer des droites dans la direction des rayons visuels menés de l'œil vers les objets les plus remarquables du terrain, on emploie une *alidade*, semblable à celle du graphomètre, munie également de pinnules, mais entièrement libre, et pouvant être placée sur la planchette dans toutes les directions possibles. On se sert de l'alidade elle-même comme d'une règle pour tracer des droites sur la planchette dans la direction indiquée par les pinnules.

Lorsqu'on veut lever un plan au moyen de la planchette, on trace sur le terrain une droite AB (fig. 109) que l'on mesure et qui sert de base à l'opération. On en trace une autre *ab* sur la planchette, et on lui donne une longueur qui ait avec AB un rapport déterminé; qui renferme, par exemple, autant de millimètres que AB contient de mètres. On place la planchette au point A, et on la dispose de manière : 1° qu'elle ne penche d'aucun côté (nous verrons plus tard comment on peut y parvenir); 2° que le point *a* se trouve précisément au-dessus du point A; 3° qu'en dirigeant l'alidade suivant *ab* on aperçoive le point B derrière les fils des pinnules. On trace alors les droites *a*E, *a*D, *a*C, en dirigeant l'alidade vers les points du terrain que l'on veut fixer sur le plan.

On transporte ensuite la planchette au point B, et on la dispose de telle sorte : 1° qu'elle ne penche d'aucun côté; 2° que le point *b* soit exactement au-dessus de B; 3° qu'en dirigeant l'alidade suivant *ba*, on aperçoive le point A derrière les fils des pinnules. On trace alors les droites *b*E, *b*D, *b*C, en dirigeant de nouveau l'alidade vers les points précédemment observés.

Les intersections de ces nouvelles droites avec les premières déterminent sur le papier les sommets *e*, *d*, *c*, d'un polygone *abcde* qui est semblable au polygone ABCDE, en vertu de la proposition du n° 140.

143. — Lorsque les différentes lignes qui forment le contour du terrain peuvent être mesurées à la chaîne, on peut procéder de la manière suivante :

On trace sur le papier une ligne *af* (fig. 107) qui ait un rapport déterminé avec un des côtés AF du polygone que forme le terrain ; on la prendra, par exemple, égale à autant de millimètres que ce côté contient de mètres. On mesure l'angle AFE au graphomètre; on fait l'angle $afe = AFE$; on prend fe égal à autant de millimètres que FE contient de mètres. On mesure l'angle FED; on fait l'angle $fed = FED$; on prend ed égal à autant de millimètres que ED contient de mètres. En continuant ainsi, on obtient un polygone $abcdef$ semblable à ABCDEF; ainsi qu'on l'a vu au n° 141 (2e méthode).

144. — La réduction la plus commode consiste à représenter, comme nous l'avons dit, chaque mètre par un millimètre; mais on sent que ce rapport ne saurait être employé dans toutes les circonstances. Dans les plans d'une grande étendue, on représente fréquemment chaque décamètre par une longueur de 4 millimètres. Dans les plans partiels, au contraire, il arrivera souvent qu'il soit plus commode de représenter chaque mètre par 1 centimètre. L'usage et la commodité sont les seuls guides à cet égard.

§ III. — Des polygones symétriques.

145. — Un polygone ABCD′C′B′A (fig. 110) est dit *symétrique*, lorsqu'on peut le diviser par une droite XY en deux parties ABCDO, AB′C′D′O qui coïncideraient si on ployait la figure le long de XY. Cette droite XY elle-même prend le nom d'*axe de symétrie*.

Les sommets B, B′ *qui se correspondent de part et d'autre de l'axe de symétrie, sont situés sur une même perpendiculaire à cet axe.* Car, puisque les deux parties de la figure coïncident, par hypothèse, lorsqu'on ploie la figure le long de XY, les perpendiculaires abaissées des points B et B′ sur cette droite la rencontrent en un même point, et sont par conséquent le prolongement l'une de l'autre. Il en

serait de même des sommets correspondants C, C′; et ainsi de suite.

On voit de plus, que les droites BB′, cc', etc., sont divisées en deux parties égales par l'axe XY.

Si l'un des côtés DD′ *est rencontré par l'axe de symétrie, cet axe lui est perpendiculaire et passe par son milieu* O. Car, pour que les points D et D′ coïncident en ployant la figure le long de XY, il faut que les angles adjacents AOD, AOD′ soient égaux, et par conséquent droits; et il faut de plus qu'on ait $OD' = OD$.

146. — Dans un triangle isocèle, la droite qui va du sommet au milieu de la base est un axe de symétrie.

Dans un triangle équilatéral, il y a par conséquent 3 axes de symétrie.

Dans un rectangle, les droites qui joignent les milieux des côtés opposés sont des axes de symétrie.

Dans un losange, les diagonales sont des axes de symétrie.

Dans un carré, il y a, d'après cela, 4 axes de symétrie, puisque c'est à la fois un rectangle et un losange.

Dans un cercle, chaque diamètre est un axe de symétrie.

147. — Deux polygones sont dits *symétriques*, l'un par rapport à l'autre, lorsqu'ils sont composés des mêmes éléments (côtés et angles) disposés dans un ordre inverse.

Étant donné un polygone ABCDE (fig. 111), on construit facilement un polygone symétrique. Pour cela, on tire, dans le plan du polygone donné, une droite quelconque XY; des sommets du polygone donné, on abaisse sur cette droite les perpendiculaires Am, Bn, Cp, Dq, Er, que l'on prolonge de quantités respectivement égales mA', nB', pC', qD', rE'; et l'on joint A′B′, B′C′, C′D′, D′E′, E′A′.

Il est clair, en effet, que si l'on plie la figure le long de

XY, les perpendiculaires m A′ et m A coïncideront; il en sera de même des perpendiculaires nB′ et nB; et ainsi de suite. Les sommets du polygone A′B′C′D′E′ viendront donc se placer sur les sommets correspondants du polygone ABCDE; ces deux polygones sont donc composés d'éléments égaux chacun à chacun; d'ailleurs, il est évident que l'ordre de ces éléments est inverse dans les deux polygones; donc, d'après la définition, ces polygones sont symétriques entre eux.

148. — Dans la figure 111, les deux polygones ABCDE et A′B′C′D′E′ sont en même temps symétriques de forme et de position : de forme, parce que leurs éléments sont égaux chacun à chacun et disposés en ordre inverse; de position, parce que leurs sommets correspondants sont situés de part et d'autre de XY sur une même perpendiculaire à cette ligne et à des distances égales.

La ligne XY est un axe de symétrie par rapport à l'ensemble des deux polygones. On dit encore que ces polygones sont placés *symétriquement* par rapport à cette ligne.

Si l'on conçoit un polygone quelconque, que nous désignerons par P pour abréger le discours, et qui soit symétrique de forme par rapport à ABCDE, on pourra toujours l'amener à être en outre symétrique de position par rapport à ce même polygone. Car puisque les polygones P et ABCDE ont leurs éléments égaux chacun à chacun et disposés en ordre inverse, il s'ensuit que les polygones P et A′B′C′D′E ont leurs éléments égaux chacun à chacun et disposés dans le même ordre, c'est-à-dire qu'ils sont superposables. On pourra donc faire coïncider le polygone P avec A′B′C′D′E′; et alors les polygones P et ABCDE, qui sont déjà symétriques de forme, seront en même temps symétriques de position.

CHAPITRE IV.

Des polygones réguliers et de la mesure des circonférences.

§ I. — Propriétés principales des polygones réguliers.

149. — Un polygone est *régulier* lorsqu'il a tous ses angles égaux et tous ses côtés égaux.

Connaissant le nombre des côtés d'un polygone régulier, on peut en déduire la valeur commune de ses angles.

Car, si n désigne le nombre des côtés ou des angles du polygone proposé, la somme de ses angles aura pour valeur 2 droits multipliés par n—2 (136); et puisque tous les angles sont égaux, chacun d'eux vaudra la $n^{\text{ième}}$ partie de leur somme, ou

$$\frac{2\,(n-2)}{n}$$

en prenant l'angle droit pour unité. On trouve ainsi que l'angle du triangle équilatéral vaut $\frac{2}{3}$ d'angle droit;

du carré	1 angle droit;
du pentagone rég.	$\frac{6}{5}$ d'angle droit;
de l'hexagone rég.	$\frac{4}{3}$
de l'octogone rég.	$\frac{3}{2}$
du décagone rég.	$\frac{8}{5}$
du dodécagone rég.	$\frac{5}{3}$
etc.	etc.

150. — Théorème. *Tout polygone régulier* ABCDEFG (fig. 112) *est inscriptible au cercle.*

Par trois sommets consécutifs A, B, C, faisons passer une circonférence, et soit O son centre; je dis que cette circonférence passera par tous les autres sommets du polygone.