	Report.	135,00292
Trapèze QIHB.	Ajouter les deux bases parallèles 194.37 et 84,32, multiplier la somme par la hauteur 142.08, et prendre la moitié du produit.	19,798.14
Triangle BGH.	Multiplier la base 84.32 par la hauteur 24.35, et prendre la moitié du produit.	1,026.60
		155,827.66

Ainsi la superficie de la figure 42 est de 155,827 mètres carrés, 66 décimètres carrés, ou de 1,558 ares 27 centiares, ou enfin de 15 hectares 58 ares 27 centiares.

Il est encore un autre procédé pour diviser un terrain en triangles et en rectangles. Ce procédé est adopté par plusieurs arpenteurs estimables, et il offre cet avantage que l'on ne mesure réellement que les côtés des triangles rectangles qui sont en même temps les côtés des rectangles. Reprenons la figure 40. Du sommet A je tire une droite quelconque AG; du sommet B j'abaisse sur AG la perpendiculaire BG; du point F j'abaisse aussi une autre perpendiculaire sur AG : c'est la droite FG. Du sommet E j'abaisse sur FG la perpendiculaire EH. Du sommet D j'abaisse encore sur BG la perpendiculaire D*d*. Sur cette perpendiculaire D*d* j'abaisse les nouvelles perpendiculaires E*a*, C*b*. Sur C*b* et du sommet B j'abaisse la perpendiculaire B*c*; le polygone ABCDEF se trouve divisé, par ce

moyen, en six triangles rectangles ABG, AGF, BC*c*, C*b*D, D*a*E, EFH, et en deux rectangles B*cbd* et *da*EH.

L'inspection de la fig. 40 et de ses divisions en lignes ponctuées suffit pour faire apprécier ce procédé, qui convient surtout lorsque le nombre des côtés du polygone est considérable.

Les calculs que nous venons d'indiquer mettront en état de faire tous les autres calculs semblables qui se rencontrent dans la pratique de l'arpentage : il ne nous reste plus qu'à indiquer les moyens de résoudre quelques cas exceptionnels.

CHAPITRE QUATRIÈME.

DIFFICULTÉS QUI SE PRÉSENTENT DANS LA PRATIQUE.

66. Jusqu'à présent nous avons supposé que les terrains à mesurer étaient accessibles de toutes parts, et qu'aucune difficulté ne se présentait, soit dans le jalonnage, soit dans la mesure des lignes ; mais il n'en est pas toujours ainsi, comme nous allons le voir.

67. *Jalonner un alignement, partie sur un terrain horizontal, partie sur une côte.*

Soit un alignement à tracer de A en B (*fig.* 43) : on plante une perche de bois en B assez longue pour être aperçue du point A. Dans l'espace intermédiaire, on fait planter un jalon en C : il suffit, pour placer ce jalon, que l'arpenteur placé en A voie les trois points A, C et B, confondus en un seul. On jalonne AC par les moyens ordinaires, c'est-à-dire en plaçant entre ces deux points un nombre suffisant de jalons. Au sommet de la côte on plante un jalon en D, et l'alignement AB se trouve indiqué.

Si l'alignement demandé descendait dans un vallon et remontait de l'autre côté par une rampe escarpée, il faudrait indiquer d'abord l'alignement par un certain nombre de jalons placés sur les points élevés, et envoyer ensuite jalonner le vallon par un procédé semblable à celui que nous venons de donner plus haut.

68. *Mesurer à la chaîne et à l'équerre une ligne inaccessible.*

Soit AB une ligne rendue inaccessible par un marais qui se trouve entre les deux extrémités (*fig* 44); supposons le terrain abordable de A en C. On plante des jalons en A et en B. Au point A on élève avec l'équerre une perpendiculaire AC. On cherche sur l'alignement AC un point C tel qu'en y plaçant l'équerre on aperçoive par deux pinnules opposées le jalon en A, et par les deux pinnules de la face immédiatement à côté le jalon planté en B. Ces pinnules indiquent la moitié de l'ouverture de l'angle droit, c'est-à-dire 50 grades ou 45 degrés. Le triangle ABC est un triangle isoscèle, par conséquent le côté AB est égal au côté AC. Il suffira donc de jalonner et de mesurer la distance AC, qui est de la même longueur que la ligne inaccessible AB. Si AC est de $65^{m}50$, la ligne inaccessible AB sera également de $65^{m}50$.

Il arrive quelquefois que les deux extrémités d'un alignement sont séparées par un bois épais; alors on envoie à l'une des extrémités un homme qui crie à haute voix ou qui tire un coup de fusil lorsque la distance est considérable. Il est mieux

encore d'y faire lancer une fusée, surtout quand l'autre extrémité est dans un lieu découvert.

Lorsqu'on tire l'alignement dans un bois, on se sert plus avantageusement du fusil ou de la voix.

69. *Mesurer un marais, un bois ou un terrain qu'on ne peut traverser.*

Si le terrain qu'il s'agit de mesurer ne peut être traversé, on ne peut employer les moyens indiqués jusqu'ici : car il faut nécessairement recourir à l'un des trois procédés que nous avons fait connaître :

1° De séparer le terrain en triangles par des diagonales menées du sommet d'un même angle;

2° De tirer une directrice sur laquelle on abaisse des perpendiculaires des sommets de tous les angles;

3° De diviser le terrain en triangles rectangles et en rectangles.

Voici la construction employée habituellement pour parvenir au résultat.

Supposons que le polygone de la figure 45 soit inabordable intérieurement : tirez la directrice MN, qui passera par le sommet d'un des angles du polygone, et enveloppez le polygone du rectangle MNOP. On y parviendra en élevant avec l'équerre, en M et en N, des perpendiculaires qui passent par le sommet d'un angle du polygone, et en élevant une perpendiculaire en O qui passe aussi par le sommet d'un autre angle du polygone.

Il est évident que, pour avoir la mesure du rectangle MNPO, il suffit de multiplier MN par OP, suivant la formule $B \times H$.

Que, de tous les sommets des angles du polygone, on abaisse avec l'équerre des perpendiculaires sur les côtés MN, NP, PO et OM, on aura les triangles B, C, E, I, K, L, et les trapèzes

A, D, F, G, H. En retranchant les trapèzes et les triangles intérieurs du rectangle MNPO, il restera la mesure exacte du polygone demandé.

Voici le détail de l'opération.

Les distances jalonnées et mesurées à la chaîne sont : $Mp = 83^{m}45$, $po = 247^{m}58$, $om = 197^{m}62$, $mk = 113^{m}11$, $kN = 48^{m}24$, $Nj = 204^{m}78$, $jf = 266^{m}10$, $fP = 89^{m}12$, $Pd = 33^{m}52$, $dc = 216^{m}15$, $ea = 328^{m}17$, $aO = 112^{m}16$, $Ol = 133^{m}$, $tq = 249^{m}53$, $qM = 177^{m}47$.

Longueur des perpendiculaires élevées à l'équerre et mesurées à la chaîne : $ba = 48^{m}53$, $ed = 96^{m}15$, $gh = 68^{m}36$, $ik = 29^{m}11$, $lm = 78^{m}43$, $no = 58^{m}17$, $rs = 99^{m}99$.

Trapèze A.	Ajouter les deux bases parallèles 133 et 48.53, multiplier par la hauteur 112.16, et en prendre la moitié.	$10{,}180^{m}2024$
Triangle B	Multiplier la base 328.17 par la hauteur 58.53, et prendre la moitié du produit.	7,963.0450
Triangle C.	Multiplier la base 216.15 par la hauteur 96.15, et prendre la moitié du produit.	10,391,4112
Trapèze D.	Ajouter les deux bases parallèles 96.15 et 89.12, multiplier la somme par la hauteur 33.52, et prendre la moitié du produit.	3,105.1252
		$31{,}639^{m}7838$

	Report.	$31{,}639^{m}7838$
Triangle E.	Multiplier la base 266.10 par la hauteur 68.36, et prendre la moitié du produit.	9,095.2980
Trapèze F.	Ajouter les deux bases parallèles 204.78 et 29.11, multiplier la somme par la hauteur 48.24, et prendre la moitié du produit.	5,641.4268
Trapèze G.	Ajouter les deux bases parallèles 29.11 et 78.43, multiplier la somme par la hauteur 113.11, et prendre la moitié du produit.	6,081.9247
Trapèze H.	Ajouter les deux bases parallèles 78.43 et 58.17, multiplier cette somme par la hauteur 197.62, et prendre la moitié de ce produit.	13,497.4460
Triangle I.	Multiplier la base 247.57 par la hauteur 58.17, et prendre la moitié du produit.	7,200.8643
Triangle K.	Multiplier la base 177.47 par la hauteur 83.45, et prendre la	
		$73{,}156^{m}7536$

	Report..	73,156.7536
	moitié du produit.	7,404.9557
Triangle L.	Multiplier la base 249.53 par la hauteur 99.99, et prendre la moitié du produit.	12,475.2523
	Total	93,036.9616

La mesure du rectangle est de 690 × 560, ou 38,600.0000

Si de cette surface on retranche la somme ci-dessus des rectangles et des trapèzes 93,036.9616

il restera la surface demandée 293,363^{m}0684

Ainsi, la surface du polygone est de 293,363 mètres carrés, 6 décimètres carrés, 84 centimètres carrés, ou de 2,933 ares 63 centiares, ou enfin de 29 hectares 33 ares 63 centiares.

70. Il n'est pas indispensable que le terrain soit enveloppé d'un rectangle; on pourrait également l'envelopper d'un triangle, d'un trapèze; mais on voit de suite que le rectangle offre plus de facilité pour le calcul. Cependant, si le terrain se rapprochait de la forme du triangle ou du trapèze, il serait plus simple de l'envelopper, soit d'un triangle, soit d'un trapèze.

71. *Mesurer un terrain dont le contour est composé de lignes courbes.*

Il y a quelques précautions à prendre quand le contour du polygone est terminé par des courbes au lieu de lignes droites. Un exemple indiquera la marche à suivre dans tous les cas analogues.

Supposons un champ de la forme ABCDF (*fig.* 46). La géométrie élémentaire ne fournit pas les moyens de mesurer sa surface; mais on parvient à une approximation suffisante par le procédé suivant:

On tire les droites AE, EG, GH, HI, IK, KA, de telle sorte qu'il y ait à peu près autant de terrain retranché du polygone AEGHIK qu'il y en a d'ajouté : effectivement, nous voyons sur la figure 46 que la ligne AE établit une compensation partielle, puisqu'elle laisse en dehors du polygone la portion de terrain qui est immédiatement au-dessus du point A, et qu'elle fait entrer dans l'intérieur du polygone la portion de terrain qui est au-dessous de E, et qui ne lui appartient pas réellement.

La direction des lignes est abandonnée entièrement à l'intelligence de l'arpenteur, qui doit chercher à établir des compensations alternatives en plus et en moins, de manière à s'approcher autant qu'il est possible d'une mesure exacte.

Ce procédé, nous le répétons, n'est pas rigoureux; mais l'arpenteur habile ne s'écarte pas beaucoup de la véritable mesure.

Plantez des jalons en A, E, G, H, I, K; tirez l'alignement AH, qui est la directrice, et élevez sur cette directrice les perpendiculaires EL, GM, IP, KO; jalonnez et mesurez toutes les distances.

Supposons AL = 151^{m}15, LM = 153^{m}21, MH = 174^{m}25, PH = 90^{m}32, PD = 232^{m}45, AD = 155^{m}84, DE = 154^{m}28, GM = 137^{m}29, PI = 124^{m}17, DK = 112^{m}11.

Voici le détail des opérations à faire :

Triangle AEL. Multiplier la base 151.15 par la hauteur 154.28, et prendre la moitié

	du produit.	11,659^{m}7110
Trapèze EDMG.	Ajouter les deux bases parallèles 154.28 et 137.29, multiplier cette somme par 153.21, et prendre la moitié de ce produit.	22,335.7198
Triangle GMH.	Multiplier la base 174.25 par la hauteur 137.29, et prendre la moitié du produit.	11,961.3912
Triangle PIH.	Multiplier la base 90.32 par la hauteur 124.17, et prendre la moitié du produit.	5,607.5172
Trapèze PIKO.	Ajouter les deux bases parallèles 124,17 et 112.11, multiplier cette somme par 232.45, et prendre la moitié de ce produit.	27,461.6430
Triangle AOK.	Multiplier la base 155.84 par la hauteur 112.11, et prendre la moitié de ce produit.	8,735.6112
		87,761^{m}3954

La surface de la figure 46 est donc de 87,761 mètres carrés, 59 décimètres carrés, 34 centimètres carrés, ou de 877 ares 61 centiares, ou enfin de 8 hectares 77 ares 61 centiares.

On est en état maintenant d'arpenter toute espèce de terrain avec la chaîne métrique, l'équerre d'arpenteur et les jalons.

Dans les derniers calculs, nous avons employé 4 décimales, pour obtenir un résultat plus rigoureux.

Nous n'avons pas parlé spécialement des terrains inclinés; mais comme, dans ce cas, on ne relève pas la superficie réelle, et que l'on réduit au plan horizontal, les règles que nous avons prescrites s'appliquent aux terrains inclinés aussi bien qu'aux surfaces planes. (Voir le chapitre XI *Du nivellement*, où l'on traite de la mesure des plans inclinés.)