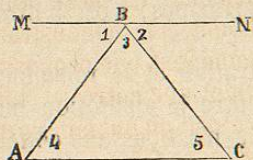


d'intuition immédiate. Il faut donc la déduire d'autres vérités plus générales et déjà certaines. La démonstration se fera alors sous forme de raisonnement syllogistique : les angles 1, 2, 3, au dessous de la droite MN sont égaux à deux droits; or les angles 3, 4, 5, du triangle ABC sont égaux aux premiers : donc ils sont égaux à deux droits; ou plus simplement encore on fera l'application de l'axiome que deux quantités égales à une même troisième sont égales entre elles.



On distingue trois choses dans la démonstration : la thèse, l'argument et leur rapport.

La *thèse* ou la question est la proposition particulière qu'il faut démontrer, « quod est demonstrandum. » C'est la conclusion du raisonnement qu'on fait ou l'inconnue qu'on cherche à dégager.

L'*argument* est la proposition générale qui sert à démontrer la thèse. C'est le principe de la démonstration ou la prémisse déjà connue du raisonnement. L'argument doit être certain pour que la thèse le devienne à son tour; sinon la démonstration est sans force et l'argument n'est qu'une hypothèse. La démonstration et la science exigent donc des principes ou des vérités générales. La certitude de ces principes est tantôt immédiate et tantôt médiate. Si elle est médiate, l'argument est un *théorème* qui résulte d'une démonstration antérieure et qui sert de fondement à de nouvelles démonstrations. Si elle est immédiate, l'argument est un *axiome* ou un *postulat*, un principe théorique admis par tous, excepté par ceux qui contestent toute vérité, ou un principe pratique, qu'on demande la permission d'introduire comme condition de la démonstration. Les axiomes et les postulats sont donc des vérités intuitives, des intuitions

intellectuelles, qui servent de base à la démonstration, sans être démontrées elles-mêmes, soit qu'elles n'aient pas besoin de preuve ou qu'elles ne puissent être prouvées. Les théorèmes par contre sont des vérités discursives qui ne deviennent évidentes que par l'effet de la démonstration. C'est en ce sens que Locke oppose la connaissance intuitive ou de simple vue à la connaissance démonstrative.

Le rapport entre l'argument et la thèse est un rapport d'inclusion ou de *contenance*. La thèse doit être strictement renfermée dans l'argument, et la démonstration n'a pas d'autre but que de montrer comment une proposition générale, qui est évidente, en contient une autre et lui communique sa propre clarté. C'est ainsi qu'on fait sortir une thèse de l'obscurité ou qu'on dégage l'inconnu du connu. Ce rapport est le même que celui qui existe entre les prémisses et la conclusion d'un raisonnement déductif : c'est le rapport de raison, le rapport de principe à conséquence, plutôt que le rapport de cause, comme s'exprime Aristote. Toute démonstration est donc une *déduction* et ne saurait être autre chose. Il n'y a pas de démonstration ascendante procédant par voie d'induction ou d'analogie du particulier au général. Le principe ne se tire pas de la conséquence, mais la conséquence du principe. Entre la démonstration et le raisonnement déductif, le lien est aussi nécessaire qu'entre le fond et la forme : la démonstration, dit le Stagirite, est un syllogisme scientifique.

D'où viennent les principes et les axiomes qui servent d'arguments dans la démonstration? De l'observation et de la généralisation, ou de la raison? La question a été soulevée dans la théorie générale de la connaissance et reproduite dans la syllogistique, à propos des objections de M. Mill. S'il existe pour l'homme une connaissance rationnelle, indépendante de l'expérience, les principes proviennent de cette source. Ce sont des vérités universelles et nécessaires qui comme telles dépassent toutes les limites de l'observation. L'expérience peut les suggérer, mais la raison les voit et leur assigne les caractères qui les distinguent.

A quoi s'applique la démonstration? A tout ce qui peut être

déduit, c'est à dire à tout ce qui a une raison supérieure de son existence et qui doit être comme il est, en vertu de sa cause. Il résulte en effet de la notion même de la démonstration que la conclusion ou la thèse est subordonnée aux prémisses et qu'elle en est une suite nécessaire. Démontrer que les angles droits sont égaux, que le temps est infini, que l'âme est immortelle, c'est montrer qu'il n'y a pas deux cas possibles, deux systèmes de vérités où les mêmes propriétés conviendraient et ne conviendraient pas au même sujet, c'est faire voir que le rapport entre le sujet et l'attribut dans chacune de ces propositions est unique, par conséquent nécessaire, ou que la chose est nécessairement comme elle est. De là deux séries de conséquences : on ne démontre pas l'infini et l'absolu, on ne démontre pas les faits contingents et libres qui peuvent être d'une façon ou d'une autre.

Aristote reconnaît que la démonstration a des limites et qu'elle est moins étendue que la science, puisque la science embrasse même ce qui ne se démontre pas. Il soutient spécialement que les principes de la démonstration ne se démontrent pas, ou que la démonstration repose sur des principes indémonstrables, qui cependant sont encore un objet de la science ; et il invoque comme motif de cette impossibilité le paralogisme du progrès à l'infini, où la pensée se perdrait infailliblement si elle voulait démontrer les uns après les autres les premiers principes de la démonstration. La raison est excellente, mais n'exige pas qu'on restreigne outre mesure le domaine de la démonstration ; elle subsiste tout entière si l'on s'arrête à un seul principe indémonstrable, savoir le principe infini et absolu de toutes choses, celui qu'on appelle Dieu. Il ne faut donc pas dire en général que tous les principes de démonstration sont indémonstrables. Un théorème se démontre et sert néanmoins de principe de démonstration pour une série de théorèmes nouveaux. Les axiomes et les postulats n'ont pas besoin de démonstration, mais rien n'empêche qu'ils soient un jour démontrés. La géométrie et la mécanique ne démontrent pas l'existence de leurs objets ; l'espace, le temps et le mouvement sont les principes premiers qui soutiennent toute la série de leurs

déductions ; mais ces principes se rattachent à un principe plus élevé, d'où ils peuvent se déduire à leur tour. C'est la mission de la métaphysique de démontrer tous les principes particuliers sur lesquels s'appuient les sciences particulières, à l'aide du principe absolu de la science. Celui-ci seul est rigoureusement et à jamais indémonstrable. Les vérités immédiates ou intuitives elles-mêmes sont susceptibles de démonstration, quoiqu'elles soient plus claires, selon Locke, que les vérités démontrées. L'intuition et la déduction sont indépendantes l'une de l'autre, comme procédés méthodiques, mais s'appliquent aussi l'une à l'autre. L'intuition accompagne la déduction à chaque moment de son développement, et la déduction vérifie les données de la raison intuitive. Une même vérité peut donc être l'objet d'une double connaissance, intuitive et démonstrative, analytique et synthétique.

La formule d'Aristote au sujet des limites de la démonstration est évidemment trop large, parce qu'elle ne tient pas compte des ressources de la métaphysique ; mais elle est exacte à coup sûr au sujet de l'être infini et absolu. Dieu a cela de particulier d'être seul et unique à tous égards. Il est seul infiniment absolu, absolument infini, au dessus de toute détermination, de toute négation, de toute opposition ; il est seul aussi au dessus de toute démonstration possible. La raison en est maintenant palpable. Il est la cause première qui n'a plus de cause ultérieure : il est donc la raison de tout ce qui est déterminé, et par cela même il ne dépend lui-même d'aucune raison supérieure. Il est donc l'argument ou le principe suprême de la démonstration, mais il ne peut jamais être la thèse ou la conclusion d'un raisonnement déductif. Voilà la faute qu'ont commise tous les auteurs qui ont cherché des preuves en faveur de l'existence de Dieu. Toute démonstration de Dieu est un cercle ; car elle se fonde nécessairement sur le principe de causalité qui est lui-même fondé en Dieu. Une pareille violation des lois de la démonstration ne peut s'excuser que si l'on entend par preuve un argument incertain ou inefficace, comme le font quelques auteurs ; mais un argument de ce genre ne donne pas non plus de conclusion certaine.

La seconde restriction à la théorie de la démonstration concerne les faits. La démonstration ne s'applique qu'au fini, à ce qui est déterminé ou contenu dans les prémisses; mais elle ne s'applique pas à tout ce qui est fini. Les faits se montrent, dit-on, mais ne se démontrent pas; il n'y a pas de démonstration des choses périssables, dit Aristote. Ici encore il faut s'entendre. Il y a des faits purement contingents, qui dépendent de la volonté arbitraire des êtres raisonnables, et des faits nécessaires, qui sont soumis à des lois fatales dans le domaine de la nature. En présence de deux résolutions à prendre, l'homme hésite et choisit librement celle qui lui plaît le mieux ou celle qui s'accorde le mieux avec les inspirations de sa conscience; mais un corps ne délibère pas: s'il cesse d'être soutenu, il faut qu'il tombe et qu'il tombe avec une vitesse uniformément accélérée; s'il est mis en contact avec un élément chimique auquel il puisse s'unir, il faut qu'il se combine et qu'il se combine dans des proportions déterminées. Dans les phénomènes mécaniques, physiques, chimiques, physiologiques, rien n'est arbitraire, tout est fatal: chaque fait équivaut à une propriété invariable et révèle tantôt la pesanteur ou la mobilité, tantôt l'affinité ou les vertus toxicologiques.

Voilà deux ordres de faits entièrement opposés, les uns contingents et variables, les autres immuables et nécessaires. Ceux-ci se démontrent, ceux-là ne se démontrent pas. Les faits posés par l'esprit et les événements de l'histoire se constatent au moyen de la conscience, au moyen du témoignage ou des monuments publics, mais ne se démontrent pas par des arguments logiques. La démonstration changerait leur nature et les rendrait nécessaires, tandis qu'ils sont libres; la démonstration s'appliquerait à l'avenir aussi bien qu'au passé et permettrait de dérouler à priori toute la vie de l'humanité terrestre. Des actes libres impliquent la liberté, et la liberté peut se démontrer comme toute autre propriété; mais quand la liberté est démontrée, il est démontré en même temps que les manifestations d'un agent libre et limité déjouent tous les calculs et toutes les prévisions; ce qui est libre peut être ou ne pas être, peut être d'une manière ou

d'une autre; ce qui est démontré, au contraire, doit être tel qu'il est et non autrement. La démonstration des actes libres serait donc la négation de la liberté. Les démonstrations expérimentales qui portent sur des faits doivent se restreindre à l'activité de la matière, et alors encore ce sont moins des phénomènes passagers et périssables que les attributs mêmes de la matière qui sont démontrés. On veut démontrer que l'eau se compose d'oxygène et d'hydrogène, que l'arsenic est un poison pour les animaux: on met les éléments en présence, l'eau se forme, les effets se produisent, la démonstration est faite. L'expérimentation est une méthode de démonstration de ce genre. Ce n'est pas là démontrer, dit-on, c'est montrer; non, c'est montrer que la chose doit être comme on l'annonce, c'est démontrer. Rien de semblable n'a lieu au sujet des faits passés ou des actes futurs de l'esprit.

La démonstration s'applique proprement aux éléments de la compréhension et de l'extension d'un genre. Elle rattache une propriété, une espèce, c'est à dire un rapport à un autre rapport ou à d'autres rapports pris comme prémisses, et signale la connexion de tous ces rapports. La conclusion est la suite infaillible des rapports exprimés dans l'argument. Mais si toutes les vérités s'enchaînent et forment un système ou un organisme, il est clair que la même conclusion peut se lier à différents groupes de rapports ou qu'il est possible d'aboutir au même but par des voies différentes. En effet, il y a souvent plusieurs démonstrations pour une seule thèse, selon la marche qu'on adopte ou le point de vue où l'on se place; deux ne valent pas mieux qu'une, mais elles indiquent que tout se tient ou qu'il n'y a pas de contradiction dans la science. C'est ce qui arrive fréquemment dans les mathématiques. Ce qui n'est pas admissible, c'est qu'une démonstration en affaiblisse ou en réfute une autre. Il n'y a pas de collision possible entre les démonstrations, parce que la vérité est toujours la vérité et ne saurait être contraire à elle-même. Les sophistes seuls peuvent s'imaginer qu'il est possible de démontrer à la fois le pour et le contre au sujet de la même question. Kant a soutenu la même thèse dans la Cosmologie

rationnelle en faveur du scepticisme spéculatif. Nous avons vu dans la théorie générale de la connaissance quelle est la valeur des antinomies de la raison pure.

Il y a plusieurs *espèces* de démonstrations ou de preuves. Les unes et les autres se tirent de la définition même de la démonstration, comme raisonnement exact dans sa forme et dans son énoncé.

Quant à la forme, la démonstration est simple ou composée, directe ou indirecte. La première emprunte la forme du syllogisme; la seconde, celle du polysyllogisme. La plupart des démonstrations dans les ouvrages scientifiques sont plus ou moins compliquées et s'expriment sous forme de l'une ou de l'autre des nombreuses combinaisons syllogistiques, que nous avons fait connaître dans la théorie du raisonnement.

La démonstration directe diffère de la démonstration indirecte par la manière dont on noue le rapport entre les deux termes de la conclusion. Soit la thèse à établir: S est P. Si l'on connaît le rapport de chacun de ces termes avec un même terme moyen M, on démontrera directement et catégoriquement que S est P, parce que S est M et que M est P. Si l'on n'a pas de terme de comparaison entre S et P, on pourra encore arriver à la même conclusion, pourvu qu'on possède une notion diamétralement opposée à P et qu'on prouve que S n'est pas cette notion-là. Le terme contradictoire est non-P, et se compose de l'ensemble des notions coordonnées à P. Rien de plus facile à trouver dans les mathématiques et dans les sciences rationnelles: deux figures coïncident ou ne coïncident pas; une quantité est égale à une autre, sinon elle est plus grande ou plus petite. Mais dans les sciences expérimentales, il faut être sûr qu'on a toutes les espèces du genre. Ce point obtenu, on raisonne ainsi, en s'appuyant sur le principe de contradiction:

S est P ou non-P;
Or S n'est pas non-P:

Donc S est P.

Telle est la forme de la démonstration indirecte. Elle s'ex-

prime par les modes du raisonnement disjonctif, tandis que le syllogisme catégorique et le syllogisme hypothétique servent à la démonstration directe. Mais la mineure de cet argument disjonctif demande elle-même un raisonnement hypothétique ou dilemmatique:

Si S était non-P, il serait M; — il serait M ou M';
Or S n'est pas M; — n'est ni M ni M':

Donc S n'est pas non-P.

La « réduction à l'absurde » contient donc au moins deux démonstrations, l'une hypothétique qui mène directement à l'impossible, l'autre indirecte, qui est la conséquence de la première, en vertu du rapport connu entre deux termes contradictoires. « La démonstration indirecte est donc une démonstration par laquelle on prouve une proposition donnée, en prouvant (directement) que la proposition diamétralement opposée est absurde (1). »

Quant au fond, la démonstration est rationnelle ou expérimentale, à priori ou à posteriori, selon que les arguments proviennent de la raison, comme les principes et les axiomes, ou de l'observation interne ou externe, comme les propriétés de l'âme ou de la matière. La physique mathématique et la physique expérimentale offrent des exemples des deux cas. Dans chacune de ces espèces, la conclusion est nécessaire, mais, d'un côté, la nécessité est absolue et définitive, de l'autre, elle est provisoire et subordonnée à la permanence des lois de la nature ou de la vie spirituelle. Les axiomes et les principes sont valables en tous temps et en tous lieux, au ciel comme sur la terre; les vérités empiriques, alors même qu'elles sont certaines, ne s'appliquent qu'aux conditions actuelles de la vie terrestre.

On distingue encore, selon la force probante des arguments, entre une démonstration absolue, qui est universellement reçue, et une démonstration relative, qui n'est admise que par l'adversaire avec lequel on discute, d'après les con-

(1) E. Tandel, *Cours de logique*, § 90.

cessions qu'il a faites ou les opinions qu'il a soutenues. Mais cette distinction n'est pas rigoureusement conforme à la notion de la démonstration. Une démonstration relative n'a qu'une valeur hypothétique; c'est un « argumentum ad hominem » qui suffit pour convaincre un antagoniste d'inconséquence ou d'absurdité, mais qui ne réalise pas les conditions de vérité et de certitude requises par la science. Socrate avait souvent recours à ce genre d'argumentation en discutant avec les sophistes : les sophistes étaient confondus, mais sans profit pour la vérité, à moins que l'argument ne cachât une démonstration indirecte ou qu'on pût conclure de la réfutation d'une opinion à l'affirmation d'une autre. Jésus a donné un bel exemple du pardon des injures en disant : « que celui d'entre vous qui est sans péché jette la première pierre; » mais cette leçon prouve-t-elle qu'il faut laisser une faute impunie? On a dit en ce sens qu'un argument « ad hominem » est un argument d'avocat.

Voyons enfin les règles de la démonstration.

1. Il faut nettement poser l'état de la question, afin qu'on n'en sorte pas; il faut, en d'autres termes, que la thèse soit adéquate à la conclusion, ou que le raisonnement établisse exactement ce qu'il faut démontrer, ni plus, ni moins, ni autre chose. Sortir de la question est un paralogisme. Si l'on veut, par exemple, démontrer l'immortalité de l'âme, il faut préciser la valeur des termes : il s'agit de l'âme, de la vie de l'âme, de la permanence de la vie dans le temps infini. Ce serait donc sortir de la question que de démontrer que la matière est éternelle, que l'âme peut vivre séparée du corps, que tout être est immortel et que notre souvenir même se conserve sans fin dans l'esprit de nos semblables.

2. L'argument doit être évidemment vrai et légitimement certain. S'il n'a que la valeur d'une hypothèse, quel que soit le degré de probabilité, la thèse n'aura pas d'autre valeur, et en conséquence il n'y aura pas de démonstration. Vouloir démontrer une chose incertaine par une autre également incertaine ou plus incertaine que la première, c'est encore un paralogisme, c'est une pétition de principe. Leibnitz, par exemple, démontrait le système de l'harmonie préétablie

par la prescience de Dieu, par la spontanéité des monades et par l'impossibilité de toute communication entre les substances.

3. L'enchaînement formel des propositions doit être conforme aux lois de la pensée et aux règles du raisonnement déductif, immédiat ou médiat. Il faut donc que les termes et les rapports qu'il contient soient bien déterminés, au moyen de la définition et de la division, et qu'il y ait de la conséquence dans l'argumentation ou que la conclusion soit strictement renfermée dans les prémisses. Laisser du vague ou des lacunes dans la démonstration est un nouveau paralogisme. On aurait tort, par exemple, d'inférer une loi générale ou un principe absolu, en partant d'un certain nombre de cas particuliers. Dans toute induction proprement dite, la conclusion dépasse les prémisses.

Point de démonstration véritable en dehors de ces conditions. La première règle concerne la démonstration en général : il faut prouver la thèse, toute la thèse, rien que la thèse. La seconde et la troisième regardent le fond et la forme de la démonstration, et ne sont qu'un développement de la première : il faut que les arguments soient vrais et certains comme assertions, il faut que le raisonnement soit irréprochable dans l'enchaînement de ses diverses parties, il faut, en un mot, que la démonstration unisse la vérité formelle à la vérité réelle, sous peine de n'être pas un procédé scientifique.

La violation de l'une ou de l'autre des règles de la démonstration est un *paralogisme* ou un *sophisme*, selon que l'erreur est involontaire ou volontaire. Il y a donc autant de classes de paralogismes qu'il y a de lois pour la démonstration, et généralement autant de sophismes qu'il y a d'erreurs possibles dans le raisonnement. Nous devons nous borner à indiquer les espèces les plus importantes.

1. Le premier groupe de paralogismes comprend tous les raisonnements qui s'écartent de la thèse. On peut *sortir de la question* de trois manières : prouver autre chose, prouver plus, prouver moins.