lado a=90°, el triángulo suplementario A' B' C' será rectángulo en A. Aplicando á este triángulo las fórmulas (5) á (10),

$$\cos. a' = \cos. b' \cos. c'$$
$$\text{sen. } b' = \text{sen. } a' \text{ sen. } B'$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\cos. a' = \cot. B' \cot. C'$$

y sustituyendo en estas fórmulas los valores:

$$a' = 180 - A;\ b' = 180 - B;\ c' = 180° - C;$$
$$A' = 180° - a;\ B' = 180° - b,\ \text{y } C' = 180° - c$$

se obtendrán las siguientes fórmulas, correspondientes á un triángulo *rectilátero* que son:

$$\cos. A = -\cos. B \cos. C \ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{sen. } B = \text{sen. } A \text{ sen. } b \\ \text{sen. } C = \text{sen. } A \text{ sen. } c\end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (18)$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{tang. } B = -\text{tang. } A \cos. c \\ \text{tang. } C = -\text{tang. } A \cos. b\end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (19)$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{tang. } B = \text{sen. } C \text{ tang. } b \\ \text{tang. } C = \text{sen. } B \text{ tang. } c\end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (20)$$

$$\left.\begin{array}{l}\cos. b = \cos. B \text{ sen. } c \\ \cos. c = \cos. C \text{ sen. } b\end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (21)$$

$$\cos. A = -\cot. b \cot. c \ldots\ldots\ldots (22)$$

A cuyas fórmulas se les puede hacer sufrir trasformaciones análogas á las que en el párrafo 854 hicimos experimentar á las de los triángulos rectángulos. Las fórmulas 17 á 22 pueden deducirse igualmente de las (1), (2), (3) y (4) haciendo en ellas $a = 90°$

Uso de los ángulos auxiliares en la Trigonometría esférica.

856.—Las fórmulas generales (1) á (4) no son adaptables al uso de los logaritmos; pero pueden trasformarse, sirviéndose de un arco auxiliar, en otras que sean adecuadas para el empleo de estas magnitudes.

En efecto, esas fórmulas son de la forma

$$P = M \cos. \alpha + N \text{ sen. } \alpha \ldots\ldots\ldots (A)$$

siendo α uno de los seis elementos del triángulo, y M, N, P representando funciones monomias de las líneas trigonométricas de tres elementos diversos de α. Si se designa por φ un ángulo auxiliar, tal que

$$\text{tang. } \varphi = \frac{N}{M} \ldots\ldots\ldots (B)$$

escogiéndose la tangente porque esta línea puede tener toda clase de valores, y se sustituye N por su valor M tang. φ en la fórmula (A), y por tang. φ, $\frac{\text{sen. } \varphi}{\cos. \varphi}$, se convertirá en

$$P \cos. \varphi = M \cos. (\alpha - \varphi) \ldots\ldots\ldots (C)$$

De lo expuesto resulta que introduciendo el arco auxiliar φ, la fórmula (A) puede ser reemplazada por el sistema de las fórmulas (B) y (C) calculables ambas por logaritmos.

Por ejemplo, la fórmula fundamental

$$\cos. a = \cos. b \cos. c + \text{sen. } b \text{ sen. } c \cos. A \ldots\ldots\ldots (1)$$

puede hacerse calculable por logaritmos por medio de un arco auxiliar.

Sacando cos. b como factor comun

$$\cos. a = \cos. b\ (\cos. c + \text{sen. } c \text{ tang. } b \cos. A)$$

introduciendo el arco auxiliar φ, haciendo

$$\cot. \varphi = \text{tang. } b \cos. A \ldots\ldots\ldots (D)$$

sustituyendo resulta:

$$\cos. a = \cos. b \left(\cos. c + \text{sen. } c \frac{\cos. \varphi}{\text{sen. } \varphi}\right) = \cos. b \left(\frac{\text{sen. } \varphi \cos. c + \text{sen. } c \cos. \varphi}{\text{sen. } \varphi}\right)$$

y por último

$$\cos. a = \frac{\cos. b}{\text{sen. } \varphi} \text{sen. } (\varphi + c) \ldots\ldots\ldots (E)$$