

des vitesses linéaires, supérieures à celles des couches plus rapprochées du centre, et la condensation de l'anneau aurait donné lieu à des satellites directs (et à une rotation directe de la planète). Il est facile de montrer que cette manière de voir n'est pas tout à fait exacte (comme preuve de fait, il suffira de citer les anneaux de Saturne). Les couches d'une atmosphère pèsent les unes sur les autres; de plus, les couches extérieures ne résistent que par leur inertie à la communication du mouvement rotatoire, qui tend à s'établir entre le globe central et les couches extrêmes de son atmosphère. Mais, dans un anneau nébuleux, les couches concentriques ne pèsent pas les unes sur les autres comme dans une atmosphère, car elles circulent chacune en vertu de la vitesse propre à sa distance au Soleil. De plus, le retard des couches situées près du bord extérieur sur les couches internes ne tient pas à leur inertie, mais aux lois mêmes de leur mouvement. Si donc le système solaire avait été formé conformément à l'hypothèse de notre grand géomètre, toutes les planètes circuleraient bien autour du Soleil dans le sens direct, mais leurs rotations et leurs satellites seraient rétrogrades ». « Dès lors, ajoute M. Faye, l'hypothèse cosmogonique de Laplace, fondée sur une erreur de théorie mise en pleine évidence par les faits, est inacceptable » (*Sur l'Origine du Monde*, p. 135).

L'objection de M. Faye peut paraître légitime, appliquée aux anneaux tels que les conçoit Laplace. Pour lui, les zones de vapeurs, *successivement* abandonnées, forment les anneaux par leur condensation et l'attraction mutuelle de leurs molécules. Chaque zone a donc bien sa vitesse linéaire propre, moindre pour les plus extérieures, plus grande pour les intérieures. Laplace admet que, lorsqu'elles se réunissent pour former un anneau, ces zones égalisent en même temps leurs vitesses angulaires, *par le frottement mutuel de leurs molécules*.

C'est cette égalisation que M. Faye ne veut pas admettre, parce que les diverses couches ne pressent pas les unes sur les autres. Cependant, dès que l'on suppose avec Laplace que l'attraction mutuelle de leurs molécules suffit pour constituer un anneau par la réunion de plusieurs zones, il semble difficile de se refuser à croire qu'elle ne puisse suffire, aidée des frottements intérieurs, à produire et maintenir l'égalité de vitesse angulaire. Ainsi consi-

dérée, l'objection de M. Faye reviendrait à dire que des anneaux capables de former une planète ne peuvent se former par la réunion de matières *successivement* abandonnées par la nébuleuse solaire, et rentrerait ainsi dans le premier cas que nous avons examiné.

M. Hirn (*Mémoire sur les conditions d'équilibre et sur la nature probable des anneaux de Saturne*, p. 31) a précisément étudié les conditions d'existence d'un anneau fluide, tel que ceux de Laplace. Il montre que si, dans un tel anneau, chaque nappe cylindrique a eu, à l'origine, une vitesse différente, correspondant à sa distance à l'axe de rotation, ce fait n'a aucun caractère de durée. Toutes les nappes, quelque fluides qu'on suppose les parties de l'anneau, frotteraient les unes contre les autres, en raison de leur différence de vitesse; leur vitesse absolue tendrait donc à se partager, leur vitesse angulaire tendrait à s'égaliser, et cet effet se produirait réellement en un temps plus ou moins court, dont la durée dépendrait de la nature de fluidité de l'anneau. Le résultat final, et relativement rapide, serait une même vitesse angulaire commune à toutes les parties, et une élévation de température qui serait fonction de la somme de force vive perdue par les parties de l'anneau. Cette égalité de vitesse ne pourrait d'ailleurs elle-même être que passagère; c'est pourquoi M. Hirn regarde les anneaux de Saturne comme formés d'une foule de petits satellites. Nous retenons seulement ici ce point qu'à un certain moment, précédant sa rupture, l'anneau tournait tout d'une pièce, et que, par suite, les sphéroïdes, dans lesquels il a pu se décomposer, ont dû tourner sur eux-mêmes dans le sens même de leur révolution.

Si l'on conçoit les anneaux planétaires à la manière de M. Roche, comme résultant d'un retrait brusque de la surface limite, toute la matière ainsi séparée d'un seul coup continue à tourner d'une seule pièce avec la vitesse que possédait chaque molécule, quand elle faisait partie de l'atmosphère solaire. Les couches extérieures sont donc animées d'une vitesse linéaire plus grande que celle des couches intérieures, et la planète qui résultera de la rupture de l'anneau sera elle-même animée d'un mouvement de rotation directe. Il semble même ici que la rupture de l'anneau nébuleux devra être la conséquence de la tendance de chaque molécule à circuler isolément, suivant les lois de Kepler, autour du centre de la nébuleuse solaire. Si je ne me trompe, les remarques de M. Hirn

et l'ingénieuse explication de la formation des anneaux que nous devons à M. Roche font disparaître entièrement l'objection de M. Faye.

Mais on peut aller plus loin. Admettons avec M. Faye que la nébuleuse planétaire, formée par la condensation de l'anneau, ait eu à l'origine un mouvement de rotation rétrograde; ce mouvement ne pourra persister. En effet, dans la première période de son existence, cette nébuleuse, sous l'action attractive de la masse centrale, est soumise à une puissante marée qui l'allonge en forme d'ellipsoïde dont le grand axe est constamment dirigé vers le centre du système. De là, au bout d'un temps relativement court, l'établissement d'une égalité parfaite entre les durées des mouvements de révolution et de rotation, et par conséquent déjà une rotation directe. Par le progrès de la condensation, la vitesse de rotation augmente et la marée diminue. Mais, au moment où l'égalité cesse, la vitesse orbitale des parties les plus extérieures est plus grande, et la vitesse orbitale des parties intérieures moindre que celle du centre de la nébuleuse planétaire. Le sens du mouvement de rotation est donc nécessairement direct, qu'elles qu'aient été les conditions primitives. Cette remarque importante, dont j'emprunte le principe à M. Roche et à M. Daniel Kirkwood [*On certain harmonies of the solar system* (*Silliman's Amer. Journal of Science and Arts*, 2^e série, t. XXXVIII, p. 3)], s'applique certainement aux planètes les plus voisines du Soleil. Tout au plus pourrait-on en contester l'exactitude quant aux planètes très éloignées, comme Uranus et Neptune. Cette dernière pourrait donc avoir, même dans l'hypothèse de Laplace, en admettant l'objection de M. Faye, un mouvement rétrograde : c'est là un point important, sur lequel nous aurons à revenir. Mais, pour les planètes moins éloignées du Soleil, l'objection de M. Faye me paraît complètement écartée : quel qu'ait été à l'origine le sens de la rotation de la nébulosité, la planète qui en est sortie a nécessairement, une fois formée, la rotation directe (1).

(1) Le principe de ce théorème doit en réalité être attribué à Laplace. C'est en effet par les marées produites sur la Lune par la Terre et sur les satellites en général par leur planète, que Laplace explique l'égalité des périodes de révolution et de rotation de ces corps. Une fois cette égalité établie, le mouvement est nécessairement direct. Ainsi se vérifie l'assertion que j'ai émise précédemment (p. 20)

4^o *Plusieurs satellites sont à des distances de leur planète incompatibles avec l'hypothèse de Laplace.* — Telle est la Lune, dont la distance à la Terre est plus grande que n'a pu être le rayon de l'atmosphère terrestre, à l'époque de sa formation; tels sont, à l'opposé, le premier satellite de Mars et l'anneau intérieur de Saturne, dont la durée de révolution est moindre que la durée actuelle de rotation de la planète.

La formation des satellites est indiquée en quelques lignes dans le texte de Laplace; il ne pouvait d'ailleurs se préoccuper d'exceptions peu ou point connues de son temps. Cependant j'ai déjà fait remarquer (p. 26) qu'il avait indiqué, à propos des satellites de Jupiter, une cause d'altération de la vitesse d'un satellite, qui a pu en réduire l'orbite et l'amener en deçà de la limite posée par le principe même de l'abandon des anneaux. Mais une analyse plus complète des phénomènes est nécessaire; nous la devons encore à M. Roche [*Essai sur la constitution du système solaire; Remarques sur les satellites de Mars* (*Mémoires de l'Académie de Montpellier*, 1877, t. IX, p. 123)], et, bien qu'elle n'explique pas encore tous les cas d'une façon entièrement satisfaisante, je vais la résumer brièvement.

Les satellites n'ont pas pu se former pendant la période primitive de la nébuleuse planétaire : celle-ci s'allonge dans le sens du rayon vecteur, la durée de sa rotation reste égale à la durée de sa révolution, la limite L reste invariable, et par suite il n'y a pas abandon d'anneaux. On peut déjà conclure de là que les satellites existants n'ont pas de satellites de second ordre, puisqu'ils ont conservé l'égalité des durées de rotation et de révolution. Ce fait tient : 1^o à ce que ces satellites sont bien plus voisins de leur planète que celle-ci ne l'est du Soleil; 2^o à ce qu'ils ne se sont formés qu'aux dépens de la planète déjà très avancée en condensation, et qu'ils ont eu ainsi dès l'origine une densité considérable. Ainsi le rayon actuel du premier satellite de Jupiter est le $\frac{1}{4}$ de l'atmosphère initiale de ce satellite, le rayon de la Lune le $\frac{1}{36}$, tandis que la nébuleuse terrestre s'est contractée à un rayon qui n'est que le $\frac{1}{235}$ de son rayon initial.

que Laplace a par avance répondu à presque toutes les objections qui ont été formulées contre son hypothèse. Le paragraphe suivant nous en offre un second exemple.

Durant la deuxième période de sa condensation, la nébuleuse planétaire tourne sur elle-même dans un temps moindre que celui de sa révolution; mais elle est toujours soumise à une forte marée solaire, sous l'influence de laquelle l'abandon de matière s'effectue, comme pour les comètes, par les deux extrémités opposées du grand axe, qui varie sans cesse de position dans l'espace et par rapport à la planète. Il n'y a donc pas encore d'anneau régulier et par suite point de satellites.

La production d'un tel anneau ne peut commencer que lorsque, par l'accroissement de la densité, la marée solaire est devenue assez faible, et le noyau intérieur déjà assez dense, pour que la nébuleuse soit assimilable à la nébuleuse solaire elle-même. M. Roche calcule qu'au moment de la formation des satellites extérieurs, les allongements devaient être pour la Terre 0,0677, pour Jupiter 0,0039, pour Saturne 0,0074 et pour Uranus 0,035.

Il suit de là que les planètes les plus rapprochées du Soleil, étant soumises à une marée plus forte, n'ont pu donner naissance à leurs satellites que plus tard et à une moindre distance s'ils se sont formés normalement. La Lune étant très loin de la Terre, des circonstances exceptionnelles ont dû présider à sa naissance.

Déjà cette grande distance a été présentée comme une objection à l'hypothèse de Laplace, la nébulosité terrestre n'ayant pu s'étendre, dit-on, à l'époque où s'est formée la Lune, à 60 fois le rayon actuel de la Terre. La limite de cette nébulosité est, à toute époque, le point où la force centrifuge combinée avec l'attraction solaire fait équilibre à l'attraction terrestre. Cet énoncé de Laplace, appliqué dans le sens rigoureux de ses termes, montre qu'à l'époque où la rotation de la nébuleuse s'effectuait en $27^j,3$, durée de la révolution de la Lune, l'atmosphère terrestre ne s'étendait qu'aux trois quarts de la distance de la Terre à la Lune.

M. Roche a fait remarquer, en 1851 [*Note sur la théorie des atmosphères (Procès-verbaux de l'Acad. de Montpellier); Mémoire sur la figure des atmosphères des corps célestes (Acad. de Montpellier, t. II, p. 399)*], qu'il faut appliquer, dans le calcul de cette limite, non pas l'attraction absolue vers le Soleil, mais, comme dans le calcul des marées, l'attraction relative, c'est-à-dire la différence entre l'attraction exercée sur une molécule de l'atmosphère et celle qui s'exerce sur le centre de la Terre. On trouve

ainsi qu'à l'époque indiquée, le grand axe de la nébuleuse terrestre atteignait précisément la valeur de 60 rayons terrestres actuels.

Mais cette nébuleuse avait la forme d'un ellipsoïde dont les trois axes étaient entre eux comme les nombres 60, 56 et 40, le plus grand étant constamment dirigé vers le Soleil. Dans ces conditions, il n'est pas d'anneau extérieur possible.

M. Roche suppose donc que la formation de la Lune est due à la matière qui, abandonnée à l'extrémité du grand axe avec une vitesse insuffisante, est rentrée déjà refroidie dans l'intérieur de la nébuleuse et y est devenue le noyau d'une condensation progressive. Cet amas participe, dès le début, à la circulation du fluide atmosphérique dans lequel il nageait, pour ainsi dire; il a dû en même temps prendre et conserver un mouvement de rotation égal à son mouvement de translation, autour d'un axe parallèle à l'axe de rotation de la Terre. Sa densité augmente peu à peu, en même temps que celle du fluide environnant diminue; et lorsque, dans le mouvement de retrait du système, la limite L est atteinte, le noyau se détache et continue son mouvement en toute liberté.

M. Roche fait remarquer que ces déductions de sa théorie sont d'accord avec les conclusions d'un savant Mémoire publié en 1869 par M. Ch. Simon [*Mémoire sur la rotation de la Lune (Annales de l'École Normale, 1^{re} série, t. VI)*]. De l'étude du mouvement actuel de rotation de la Lune, cet auteur a déduit que l'abandon de ce satellite a dû se produire au moment de l'une des syzygies et au voisinage de l'un des solstices. C'est aussi ce qui a dû se passer dans l'hypothèse de M. Roche. Cette même hypothèse rend également compte de la grande excentricité de l'orbite lunaire (p. 57 à 59 de l'*Essai sur l'origine du système solaire*).

La formation des anneaux intérieurs par la rencontre des traînées elliptiques, si heureusement ajoutés aux anneaux extérieurs de Laplace, lève immédiatement la difficulté relative au premier satellite de Mars, qui tourne plus vite que la planète et à une distance à laquelle un anneau de Laplace n'aurait pu se former. Un anneau intérieur ne peut d'ailleurs se former et subsister que dans un atmosphère très raréfiée. Phobos est donc d'origine relativement récente, et sa naissance ne remonte qu'à une époque où le noyau de Mars était déjà fortement condensé.

Des circonstances toutes semblables ont pu présider à la forma-

tion des anneaux de Saturne : M. Roche a fait remarquer, en 1853 [*Note sur la loi de Bode (Procès-verbaux de l'Académie de Montpellier)*], que ces anneaux se trouvent en partie au dehors et en partie en dedans de la limite équatoriale actuelle de l'atmosphère théorique de Saturne. Cette limite est à deux rayons de la planète, ce qui correspond à peu près au milieu de l'anneau principal ou à la séparation de Cassini. Il faut donc admettre ou que ces anneaux, s'étant formés à l'extérieur de la limite $2r$, ont diminué de rayon jusqu'à pénétrer en dedans, ou qu'ils se sont réellement formés, partie à l'extérieur, partie à l'intérieur de cette limite, dans la région qu'ils occupent encore.

Le rétrécissement d'un anneau n'est pas chose impossible et, d'après M. Hirn, est même une conséquence nécessaire de la nature fluide d'un anneau (*Mémoire sur les anneaux de Saturne*, 1872.) L'autre explication est également acceptable, la production d'anneaux intérieurs étant, comme l'a montré M. Roche, une conséquence directe de la théorie cosmogonique de Laplace. L'objection est donc complètement levée.

Mais une autre difficulté se présente. Pourquoi la nébulosité de l'anneau ne s'est-elle pas agglomérée en un sphéroïde pareil à tous les satellites? Quelle est la constitution de l'anneau persistant? Comment peut-il durer à une si petite distance de la planète, et combien de temps durera-t-il? La solution complète de tous ces points a été donnée par les travaux de M. Roche [*Mémoire sur la figure d'une masse fluide soumise à l'attraction d'un point éloigné (Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 18 juin 1849)], de M. Vaughan (*Phil. Mag.*, décembre 1860) et de M. Hirn dans son *Mémoire sur les anneaux de Saturne*. Les anneaux n'ont pu s'agglomérer en un satellite, parce que, au-dessous de la limite $2r,44$ de la planète, l'action de celle-ci produirait sur un satellite nébuleux, de même densité que la planète, des marées incompatibles avec une forme permanente d'équilibre. Mais M. Hirn a fait voir que des anneaux fluides, gazeux ou liquides, n'auraient pu subsister et se seraient rapidement rétrécis jusqu'à tomber sur la planète. Un anneau solide est impossible, parce qu'il lui faudrait attribuer une cohésion incomparablement plus forte que celle d'aucun des corps que nous connaissons. M. Clerk Maxwell (*Monthly Notices*, 1859) et M. Hirn ont donc été

conduits à considérer les anneaux comme formés de corpuscules très petits, circulant autour de Saturne chacun avec la vitesse qui convient à sa distance à la planète, et M. Hirn a donné (p. 45 du *Mémoire cité*) de très intéressants détails sur le mode possible de production de pareils anneaux pulvérulents. « Leur présence, dit-il, tout exceptionnelle aujourd'hui dans notre monde planétaire, dépend de ce fait, que, pour que leur formation et surtout leur durée devinssent possibles, il fallait que l'anneau primitif fût d'une composition chimique à la fois très simple, mais particulière, capable de donner lieu à des fragments solides, isolés les uns des autres. » Un anneau de composition chimique très complexe a dû au contraire se rompre et ses parties se réunir en sphéroïdes de grandes dimensions. Ces idées de M. Hirn, absolument en accord avec celles de M. Roche, ont jeté un grand jour sur le mode de formation des planètes aux dépens des anneaux de Laplace. Il est très curieux aussi de retrouver dans les anneaux de Saturne un phénomène tout semblable à celui qui a produit, en vertu des mêmes causes, l'anneau des planètes télescopiques autour du Soleil.

M. Kirkwood a fait remarquer un autre genre d'analogie entre ces deux systèmes d'astéroïdes. De même que l'anneau de Saturne est séparé en plusieurs zones, de même, en rangeant les petites planètes par ordre de distance au Soleil, on trouve qu'elles s'agglomèrent en zones séparées par de larges intervalles vides. Comme l'a montré plus tard M. Proctor, ces vides, reconnus lorsque le nombre des planètes déjà trouvées n'excédait pas une centaine, n'ont pas été comblés par la découverte ultérieure de plus de cent trente nouveaux astéroïdes; ils semblent donc être dus à une cause naturelle. Or ces hiatus se rapportent précisément aux distances telles que, s'il y avait là une planète, la durée de sa révolution serait en rapport simple avec celle de la révolution de Jupiter. Ils correspondent donc aux points où le mouvement d'une planète subirait, de la part de Jupiter, les plus fortes perturbations. Il en est exactement de même pour l'anneau de Saturne : la division de Cassini occupe l'espace dans lequel les périodes des satellites seraient commensurables avec celles des quatre satellites de Saturne les plus voisins, Dioné, Encelade, Mimas et Téthys. De même donc que la puissante attraction de Jupiter produit les vides observés dans la zone des astéroïdes, de même l'influence perturbatrice des satellites inté-