LIVRE II

DU NAVIRE EN REPOS

CHAPITRE Ier

CALCULS DE DÉPLACEMENT ET DE STABILITÉ INITIALE
MÉTHODES DE JAUGEAGE

---

§ 1. — Formules de quadratures.

Définitions. — On appelle *quadratures* les intégrales définies de la forme :

$$\int_a^b f(x)\,dx.$$

Lorsque la fonction $f(x)$ n'est pas susceptible d'être exprimée analytiquement, ou même lorsque, exprimée analytiquement, elle ne peut pas être intégrée, on a recours à des méthodes approximatives d'évaluation. Les calculs des éléments nécessaires à la détermination de l'assiette et de la stabilité des navires se ramènent à l'évaluation de quadratures ; nous indiquerons dans ce § les deux formules dont on fait le plus souvent usage ; la première, dite *Formule des trapèzes*, est réglementaire dans la marine française ; la deuxième, appelée *Formule des paraboles* ou *Formule de Simpson*, est préférée en Angleterre.

Formule des trapèzes. — L'évaluation d'une intégrale de la forme

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

revient à l'évaluation de l'aire comprise entre la courbe dont l'équation est $y = f(x)$, l'axe des x et les deux ordonnées dont les abcisses sont a et b, c'est-à-dire (fig. 27) à l'évaluation de l'aire AMNB, les points M et N ayant pour abcisses $OA = a$, $OB = b$.

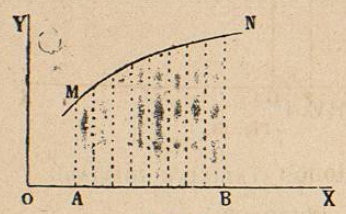

Fig. 27.

Partageons la distance AB en n parties égales et désignons d'une manière générale par y_i l'ordonnée correspondante à la division i, joignons entre elles les extrémités des ordonnées. Dans la formule des trapèzes, on exprime l'aire comprise entre les ordonnées extrêmes, le polygone formé par les cordes qui viennent d'être tracées et l'axe des abcisses ; en appelant l la distance constante des ordonnées, on a pour l'aire d'un trapèze quelconque :

$$l\left(\frac{y_i + y_{i+1}}{2}\right),$$

et par conséquent, pour la somme des trapèzes compris entre l'ordonnée y_0 et l'ordonnée y_n :

$$\int_a^{a+nl} y\,dx = l\left[\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \ldots\ldots + \frac{y_n}{2}\right]. \qquad (1)$$

Formule des paraboles ou de Simpson. — Dans la formule précédente, aux arcs de la courbe qui représente la fonction $y = f(x)$ on substitue les cordes qui joignent les extrémités des ordonnées ; dans la formule des paraboles, on leur substitue des arcs de paraboles.

Soit (fig. 28) ACD un arc d'une parabole dont l'axe est vertical, soient également trois ordonnées EA, FI, GB, équidistantes ; l'ordonnée milieu, FI, partage la corde AB en deux parties égales ; par conséquent, la tangente en I est parallèle à la corde et l'aire AIB est égale aux $\frac{2}{3}$ de l'aire du parallélogramme ANMB ; on a donc :

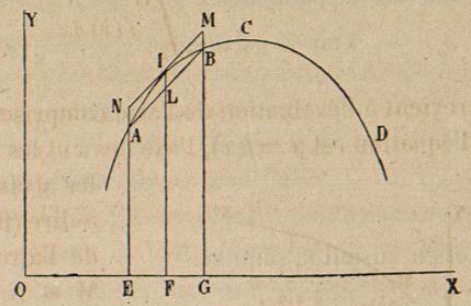

Fig. 28.

$$\text{aire EAIBG} = \text{trapèze EABG} + \frac{2}{3}\,\text{parallélogramme ANMB},$$

c'est-à-dire en désignant par l la distance EF = FG, et par y_1, y_2, y_3, les trois ordonnées de la parabole :

$$\begin{aligned}
&= l(y_1 + y_3) + \frac{2}{3}(\text{EG} \times \text{IL}) \\
&= l(y_1 + y_3) + \frac{2}{3}\left[2l \times \left(\text{IF} - \frac{y_3 + y_1}{2}\right)\right] \\
&= l(y_1 + y_3) + \frac{2}{3}\left[2l\left(y_2 - \frac{y_3 + y_1}{2}\right)\right] \\
&= \frac{l}{3}(y_1 + 4y_2 + y_3).
\end{aligned}$$

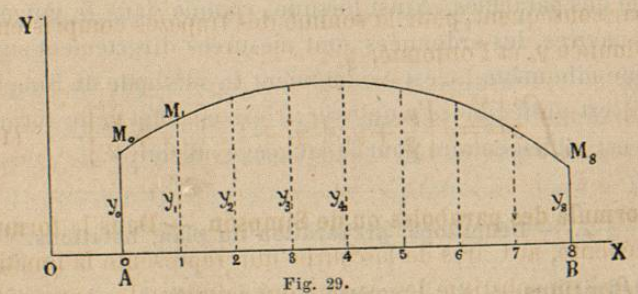

Fig. 29.

Considérons actuellement l'aire curviligne comprise entre l'axe des X, les ordonnées aux points A et B et la courbe

$y = f(x)$; partageons AB en un nombre pair de parties égales ; on aura, en considérant les arcs de la courbe comme des arcs de paraboles :

$$\text{Trapèze parabolique } (y_0 y_2) = \frac{l}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2)$$

$$\text{—} \quad (y_2 y_4) = \frac{l}{3}(y_2 + 4y_3 + y_4)$$

$$\text{—} \quad (y_4 y_6) = \frac{l}{3}(y_4 + 4y_5 + y_6).$$

. . . . . .

et en faisant la somme :

$$\int y dx = \frac{l}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + 4y_5 \ldots\ldots + y_n). \quad (2)$$

Comparaison des formules (1) **et** (2). — A nombre égal de divisions, la formule des paraboles est plus précise que la formule des trapèzes, puisque la première tient compte de la courbure des arcs auxquels la deuxième substitue des lignes droites. Aussi doit-on, lorsque l'on fait usage de cette dernière, prendre un plus grand nombre d'ordonnées, si l'on veut obtenir la même précision. Les calculs par la formule des trapèzes sont plus simples et plus symétriques que par la formule de Simpson; lors donc que la mesure des ordonnées n'offre aucune difficulté, il est préférable d'en mesurer un plus grand nombre et d'employer la formule des trapèzes; mais lorsque la mesure est difficile, il vaut mieux prendre celle des paraboles. Ainsi lorsque, comme dans le jaugeage des navires, les ordonnées sont mesurées directement sur la coque elle-même, c'est évidemment la méthode de Simpson qu'il est préférable d'employer; c'est en effet cette formule qui est réglementaire pour le jaugeage officiel.

§ 2. — Définitions, préparation du plan, notations.

Définitions. — La *Flottaison en charge* est le plan suivant lequel la surface de la mer coupera la carène lorsque le navire sera à flot avec son chargement complet. La *Flottaison lège*

pour un navire de guerre correspond à l'état du navire ayant consommé ses approvisionnements de toute sorte. Ces deux flottaisons correspondent ainsi aux positions limites dans lesquelles le navire armé pourra flotter.

Le *Déplacement* d'un navire n'est autre chose que son poids ; il est égal au produit du volume de la carène du navire par la densité de l'eau de mer; le chiffre adopté dans les calculs officiels en France pour cette densité est 1,026.

L'*Exposant de charge* est la différence entre le déplacement du navire en pleine charge et le déplacement de la coque aménagée, mais vide. Ce dernier déplacement dépend, pour un navire d'un type donné, du système de construction adopté et du soin avec lequel on a ménagé les échantillons des matériaux employés; le déplacement en charge est limité par le degré d'immersion qu'on peut donner au navire sans compromettre sa sécurité, ou les qualités en vue desquelles il est construit.

L'exposant de charge, pour une coque déjà construite, représente donc le maximum des poids qu'on peut lui imposer pour la mettre en service; il comprend, sur les navires de guerre proprement dits, les poids suivants :

Cuirasse, artillerie. — Mâture, voilure, agrès et apparaux. — Embarcations. — Machines et chaudières. — Équipage. — Approvisionnements en vivres, munitions, combustible. — Accessoires divers.

Il comprend en outre, sur les transports, le *poids du chargement.*

Pour un type donné, les bénéfices réalisés sur le poids de la coque se reportent intégralement sur l'exposant de charge; ils équivalent ainsi, pour un bâtiment de guerre, à un accroissement de puissance militaire, et, pour un bâtiment de commerce, à un accroissement de valeur commerciale.

La *tranche de l'Exposant de charge* est la tranche comprise entre la flottaison en charge et la flottaison de la coque aménagée, mais vide. Quelquefois on donne ce nom à la tranche

comprise entre la flottaison en charge et la flottaison lège que nous avons définie plus haut.

Nous donnons, sur le tableau ci-joint, les rapports du poids de la coque au déplacement en charge pour quelques navires de différents types.

Rapports des poids de coque au déplacement en charge.

NOMS ET ESPÈCES DES BATIMENTS.	DÉPLACEMENT total.	POIDS de coque, y compris le matelas.	POIDS de la cuirasse.
Richelieu, bois, cuirassé d'escadre	9.100	0.46	0.20
Marengo, bois, —	7.900	0.47	0.18
Dévastation, fer, —	10.400	0.37	0.27
Amiral-Duperré, fer, —	11.100	0.395	0.29
Hoche, fer, —	10.650	0.385	0.32
Amiral-Baudin, fer, —	11.300	0.35	0.35
Indomptable, fer, —	7.200	0.35	0.38
Bélliqueuse, bois, cuirassé de croisière	3.700	0.495	0.175
Duguesclin, fer, —	5.900	0.44	0.25
Achéron, fer, canonnière cuirassée, 1re cl.	1.640	0.425	0.305
Fusée, fer, — 2e cl.	1.050	0.355	0.32
Taureau, bois, garde-côtes cuirassé	2.700	0.46	0.26
Tempête, fer, —	4.900	0.385	0.395
Iphigénie, bois et fer, croiseur à batterie	3.400	0.50	»
Aréthuse, — —	3.600	0.445	»
Duquesne, — —	5.800	0.47	»
Sfax, fer, —	4.400	0.50	»
Duguay-Trouin, bois, croiseur de 1re cl.	3.600	0.465	»
Milan, fer, croiseur de 2e cl.	1.500	0.41	»
Parseval, bois, aviso de 1re cl.	790	0.475	»
Lynx, bois et fer, canonnière	485	0.465	»
Bombe, fer, aviso-torpilleur	320	0.435	»
Condor, fer, —	1.280	0.42	»
Allier, bois, aviso-transport	1.530	0.465	»
Annamite, bois et fer, transport de 1re cl.	5.500	0.50	»
Mytho, fer, —	5.700	0.50	»
Calédonien, fer, —	4.000	0.495	»
Amérique, fer, paquebot	6.800	0.44	»
Ava, fer, —	4.420	0.38	»

Plan du navire. — Le *Plan d'un navire* est l'épure sur laquelle sont représentées les formes extérieures de la coque;

il se compose de trois parties : le *Plan horizontal*, sur lequel sont représentées en vraie grandeur les *Lignes d'eau*, c'est-à-dire les sections déterminées par des plans horizontaux en général équidistants ; le *Plan vertical* ou *transversal*, sur lequel sont représentés les *Couples*, c'est-à-dire les sections verticales équidistantes perpendiculaires au plan de symétrie ; enfin le *Plan longitudinal*, sur lequel sont tracées les sections parallèles au plan de symétrie.

Pour les calculs de déplacement et de stabilité, on n'a besoin que des deux premiers plans.

Du plan sans différence. — Lorsque le bâtiment est tracé sans différence, le plan horizontal est parallèle à la quille, et c'est le trait inférieur de râblure qui forme la ligne d'eau inférieure; la ligne d'eau supérieure est le plan parallèle à la quille qui détache une carène dont le volume est équivalent à celui de la carène en charge.

Les lignes d'eau ou sections horizontales aboutissent à l'étrave et à l'étambot, c'est-à-dire en général entre l'avant-dernier et le dernier couple, et comme les formules de quadratures supposent que l'aire considérée se termine à deux des ordonnées équidistantes qui ont été tracées sur la figure, on ne pourrait pas les employer au calcul direct des aires totales des lignes d'eau, ni de leurs moments ou de leurs moments d'inertie. Pour surmonter cette difficulté, on transforme les lignes d'eau en des lignes d'eau d'aires équivalentes aboutissant aux deux sections verticales extrêmes appelées les perpendiculaires $\mathcal{N}$ et $\mathcal{R}$. De sorte que le navire est ainsi transformé en un solide dont le volume est équivalent au sien à la hauteur de chaque ligne d'eau, et qui est terminé extérieurement par une arête formée par la quille et les deux perpendiculaires.

Correction des aboutissements. — La correction consiste à substituer (fig. 30) à la dernière ordonnée AD, une ordonnée AE, telle que l'aire BCEP soit équivalente à

l'aire BCDFG, c'est-à-dire, en adoptant les notations suivantes :

$$FG = a, \quad BA = AP = l, \quad CB = y_{n-1}, \quad AD = y_n, \quad AE = y'_n,$$

telle que l'on ait :

$$l\left(\frac{y_{n-1}+y_n}{2}\right) + AF\left(\frac{y_n+a}{2}\right) = l\left(\frac{y_{n-1}+y'_n}{2}\right) + l \times \frac{y'_n}{2};$$

on déduit de là :

$$y'_n = \frac{1}{2}\left[y_n + \frac{AF\,(y_n+a)}{l}\right].$$

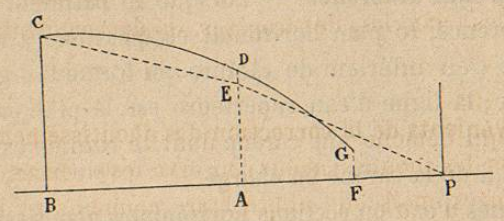

Fig 30.

Du plan en différence. — L'usage s'est établi, depuis plusieurs années, de tracer les plans des navires en différence.

Alors, le plan horizontal est parallèle à la flottaison du navire dans son assiette normale en charge ; il est par conséquent oblique à la quille ; le plan transversal est perpendiculaire au précédent et au plan longitudinal, il est donc également oblique sur la quille.

Cette manière de procéder fait surgir, pour les aboutissements des couples, des difficultés analogues à celles que nous venons d'envisager pour les lignes d'eau ; on peut les éluder comme précédemment par la correction des aboutissements, mais cette transformation est plus difficile à cause de la forte courbure des couples qui, dans la maîtresse partie, aboutissent normalement à la quille ; la formule qui précède ne serait plus applicable ; le plus souvent, la correction se fait à vue sur le plan.

En Angleterre, on opère en général de la manière suivante : on prend pour ligne d'eau inférieure un plan horizontal mené un peu au-dessus de l'angle de l'étrave ; ce plan décompose la coque en deux parties : la *partie principale*, à laquelle on applique les méthodes de calcul que nous indiquons plus loin, et un *appendice inférieur*, dont on évalue à part le volume et les moments relativement au plan horizontal et au plan transversal. Ce volume et ces moments s'obtiennent, comme ceux de la partie principale, à l'aide des aires et des moments des portions de couples détachées par le plan horizontal, et ces quantités sont calculées par les formules élémentaires enseignées en géométrie, en traitant ces figures comme des triangles, des trapèzes, ou des segments de paraboles.

Inconvénients de la correction des aboutissements. — La correction des aboutissements conserve les surfaces des lignes transformées, mais elle altère leurs moments et leurs moments d'inertie ; le volume de la carène transformée est donc équivalent à celui de la carène réelle ; mais les positions des centres de carène et les valeurs des rayons de courbure des courbes C sont altérées.

On peut dire d'une manière générale que, pour les navires dont l'étrave est peu inclinée, l'altération des lignes d'eau n'a pas grand inconvénient ; pour les navires dont la différence de tirant d'eau est faible, il en est de même de l'altération des pieds des couples ; le plan horizontal inférieur auquel sont ramenés les aboutissements passe en effet par le milieu de la quille, de manière qu'il s'établit une compensation entre les volumes relevés et les volumes abaissés.

Mais si les formes des navires étaient telles que les corrections des aboutissements entraînassent de grandes altérations, il serait préférable de séparer de la partie principale du navire trois appendices, un à l'avant, un à l'arrière et l'autre au fond, et de calculer directement et à part les volumes et les moments de chacun d'eux.

Répartition des sections. — Numérotage. — Notations. — La ligne d'eau supérieure est la flottaison en charge; les *Perpendiculaires* avant et arrière passent, la première par le trait extérieur de l'étrave à la flottaison, la dernière par l'intersection de cette flottaison avec l'axe du gouvernail.

Le nombre des sections équidistantes tracées dans la carène doit être évidemment d'autant plus grand que l'on désire un plus grand degré de précision. Habituellement, en France, on partage l'intervalle entre perpendiculaires en 20 parties égales par 19 sections; la section milieu porte le n° 0 et les autres sont numérotées de 1 à 10 vers l'avant et vers l'arrière.

La ligne d'eau inférieure passe par l'intersection de la section milieu avec le trait inférieur de la râblure de quille; l'intervalle entre cette ligne d'eau et la flottaison en charge est partagé en 10 parties égales; par chacun des points de division on mène une ligne d'eau, ces lignes sont numérotées de bas en haut de 0 à 10; on mène enfin une ligne d'eau complémentaire au-dessus de la flottaison, à laquelle on donne le n° 11.

Plans de coordonnées. — Les trois plans de coordonnées que nous adopterons sont le couple milieu, le plan longitudinal et la ligne d'eau zéro; l'axe des X sera l'axe longitudinal, c'est-à-dire la projection de l'axe de la quille sur la ligne d'eau zéro; l'axe des Y sera l'axe transversal, projection du couple milieu sur la ligne d'eau zéro; l'axe des Z sera l'axe vertical de ce couple.

Nous désignerons par h et l les intervalles des lignes d'eau et des couples, par x_n la distance du n^e couple au couple milieu et par z_m la hauteur de la m^e ligne d'eau; on aura ainsi $x_n = nl$ et $z_m = mh$.

§ 3. — Calculs de déplacement et de stabilité initiale.

Nous supposerons ici que tous les aboutissements ont été corrigés; s'il n'en était pas ainsi, les résultats de tous les

tableaux devraient être affectés des corrections relatives aux appendices négligés.

Tableau n° 1. — *Surfaces des lignes d'eau et des couples, Moments verticaux des lignes d'eau, Moments de la carène limitée à la onzième ligne d'eau.* — Ce tableau est disposé de la manière suivante : douze colonnes verticales sont ménagées pour les douze lignes d'eau; la ligne d'eau n° 10 est la flottaison en charge prévue sur le plan; vingt et une lignes horizontales sont ménagées pour les couples; à l'intersection d'une ligne et d'une colonne, on inscrit l'ordonnée suivant laquelle se coupent les deux sections planes correspondantes; cependant dans la région ombrée qui forme le cadre, on n'inscrit que les demi-ordonnées, et dans les quatre coins doublement ombrés, on n'inscrit que le quart des ordonnées correspondantes.

On fait les sommes horizontalement, puis verticalement; on a ainsi les valeurs désignées par α et β, et on fait la somme totale des α, qui doit être égale à la somme des β; cette somme est désignée par S.

Surfaces des lignes d'eau et des couples. — D'après la formule des trapèzes, on a ainsi pour l'aire d'une demi-ligne d'eau quelconque :

$$\frac{1}{2} A_n = l\alpha_n$$

et par conséquent pour l'aire totale :

$$A_n = 2l\alpha_n.$$

On a de même, pour un couple quelconque :

$$B_n = 2h\beta_n.$$

Ces dernières surfaces ne sont pas calculées sur le tableau, on les calculerait dans le cas où on les jugerait utiles.

Moments verticaux des lignes d'eau. — Le moment de la n^e ligne d'eau relativement au plan de ligne d'eau zéro, est

Tableau n° 1.

		11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	SOMMES.	PRODUITS
AVANT.	10													$\frac{\beta_{10}}{2}$	$\frac{10\beta_{10}}{2}$
	9													β_9	$9\beta_9$
	8													β_8	$8\beta_8$
	7													β_7	$7\beta_7$
	6													β_6	$6\beta_6$
	5													β_5	
	4													β_4	
	3													β_3	
	2													β_2	
	1													β_1	$1\beta_1$
	0													β_0	S'A
ARRIÈRE.	1													β_1	$1\beta_1$
	2													β_2	$2\beta_2$
	3													β_3	
	4													β_4	
	5													β_5	
	6													β_6	
	7													β_7	
	8													β_8	
	9													β_9	$9\beta_9$
	10													$\frac{\beta_{10}}{2}$	$\frac{10\beta_{10}}{2}$
															S'AR
Sommes.		$\frac{\alpha_{11}}{2}$	α_{10}	α_9	α_8	α_7	α_6	α_5	α_4	α_3	α_2	α_1	$\frac{\alpha_0}{2}$	S	S'
Surfaces des lignes d'eau.		$\frac{A_{11}}{2}$	A_{10}	A_9	A_8	A_7	A_6	A_5	A_4	A_3	A_2	A_1	$\frac{A_0}{2}$	V	M'
Moments des lignes d'eau.		$\frac{m_{11}}{2}$	m_{10}	m_9	m_8	m_7	m_6	m_5	m_4	m_3	m_2	m_1	$\frac{m_0}{2}$	S''	M

$A_n = 2l\alpha_n$, $m_n = nhA_n$ $S' = S'A' - S'A$, $M' = 2hl^2S'$, $M = hS''$, $V = 2hlS$.

égal au produit de son aire par sa distance nh à ce dernier plan; on a donc, en désignant ce moment par m_n :

$$m_n = nh.A_n.$$

Moment vertical de la carène. — Le moment, relativement à la ligne d'eau zéro, d'une tranche horizontale ayant pour base la ligne d'eau A, pour épaisseur dz et située à une hauteur z, est : $Adz.z$; on a donc, en désignant par M le moment de la carène entière et en intégrant depuis $z = 0$ jusqu'à $z = 11h$:

$$M = \int_0^{11h} Az.dz,$$

$$M = h\left[\frac{A_0z_0}{2} + A_1z_1 + \ldots + \frac{A_{11}z_{11}}{2}\right],$$

$$M = h\left[\frac{m_0}{2} + m_1 + \ldots + m_{10} + \frac{m_{11}}{2}\right] = hS''.$$

Moment horizontal de la carène. — Le moment relatif au plan milieu d'une tranche verticale d'épaisseur dx, ayant pour base un couple d'aire B, et située à la distance x sur l'avant, est égal à $Bdx.x$; on a donc, en ne considérant d'abord que la partie A' :

$$\text{moment } A' = \int_0^{10l} Bxdx = l\left[\frac{B_0x_0}{2} + B_1x_1 \ldots + B_9x_9 + \frac{B_{10}x_{10}}{2}\right],$$

c'est-à-dire en remarquant que $x_n = nl$:

$$= l^2\left[\frac{0B_0}{2} + B_1 + 2B_2 + \ldots + 9B_9 + \frac{10B_{10}}{2}\right],$$

et enfin en remarquant que $B_n = 2h\beta_n$:

$$= 2hl^2\left[\beta_1 + 2\beta_2 + \ldots + 9\beta_9 + \frac{10\beta_{10}}{2}\right],$$

c'est-à-dire :

$$\text{moment } A' = 2hl^2S'A.$$

On aurait de même, pour la partie $\mathcal{R}$:

$$\text{moment}\,\mathcal{R} = 2hl^2 S'\mathcal{R},$$

et par conséquent, pour le moment total de la carène, compté positivement sur l'avant du couple milieu :

$$M' = \text{moment horizontal} = 2hl^2\left[S'\mathcal{N} - S'\mathcal{R}\right] = 2hl^2 S'.$$

Volume total de la carène. — On a, en considérant des tranches horizontales successives :

$$V = \int_0^{11h} A\,dz = h\left[\frac{A_0}{2} + A_1 + \ldots + A_{10} + \frac{A_{11}}{2}\right],$$

c'est-à-dire :

$$= 2hl\left[\frac{\alpha_0}{2} + \alpha_1 + \ldots + \alpha_{10} + \frac{\alpha_{11}}{2}\right] = 2hlS.$$

Tableau n° 2. — *Moments horizontaux des lignes d'eau, Moments d'inertie longitudinaux et transversaux.* — On doit, dans ce tableau, comprendre toutes les lignes d'eau dans lesquelles le navire peut flotter depuis le lancement jusqu'à l'armement complet. A chaque ligne d'eau correspondent trois colonnes : dans la première, on inscrit les produits des ordonnées par les numéros des couples ; dans la seconde, les produits des ordonnées par les carrés de ces numéros ; dans la troisième, les cubes des ordonnées ; on voit que, dans les deux premières colonnes, les ordonnées de la section milieu disparaissent ; dans la région ombrée, on n'inscrit que les moitiés des nombres qui y figureraient d'après la loi générale que nous venons d'indiquer.

Pour la première colonne, les sommes Σ sont faites séparément pour l'avant et pour l'arrière et on prend pour Σ la différence $(\Sigma\mathcal{N} - \Sigma\mathcal{R})$; les valeurs de Σ' et Σ'' sont les sommes des nombres de colonnes entières.

Moments horizontaux des lignes d'eau. — Le moment d'une tranche de la demi-ligne d'eau ayant pour base l'ordonnée y, pour largeur dx, et située à la distance x sur l'avant de la

Tableau n° 2.

		LIGNE D'EAU n° 11.			LIGNE D'EAU n° 10.			LIGNE D'EAU n° 9.			LINGE D'EAU n° 8.			LIGNE D'EAU n° 7.		
		Produits des ordonnées par les numéros des couples.	Produits par les carrés des numéros.	Cubes des ordonnées.	Produits des ordonnées par les numéros des couples.	Produits par les carrés des numéros.	Cubes des ordonnées.	Produits des ordonnées par les numéros des couples.	Produits par les carrés des numéros.	Cubes des ordonnées.	Produits des ordonnées par les numéros des couples.	Produits par les carrés des numéros.	Cubes des ordonnées.	Produits des ordonnées par les numéros des couples	Produits par les carrés des numéros.	Cubes des ordonnées.
AVANT.	10															
	9															
	8															
	7															
	6															
	5															
	4															
	3															
	2															
	1															
COUPLES.	0	$\Sigma\mathcal{N}$	»		$\Sigma\mathcal{N}$	»		$\Sigma\mathcal{N}$	»		$\Sigma\mathcal{N}$	»		$\Sigma\mathcal{N}$	»	
ARRIÈRE.	1															
	2															
	3															
	4															
	5															
	6															
	7															
	8															
	9															
	10															
		$\Sigma\mathcal{R}$	—	—	$\Sigma\mathcal{R}$	—	—	$\Sigma\mathcal{R}$	—	—	$\Sigma\mathcal{R}$	—	—	$\Sigma\mathcal{R}$	—	—
		Σ_{11}	Σ'_{11}	Σ''_{11}	Σ_{10}	Σ'_{10}	Σ''_{10}	Σ_9	Σ'_9	Σ''_9	Σ_8	Σ'_8	Σ''_8	Σ_7	Σ'_7	Σ''_7
		m'_{11}	J_{11}	I_{11}	m'_{10}	J_{10}	I_{10}	m'_9	J_9	I_9	m'_8	J_8	I_8	m'_7	J_7	I_7

$\Sigma = \Sigma\mathcal{N} - \Sigma\mathcal{R}$, $\quad m' = 2l^2\Sigma$, $\quad J = 2l^4\Sigma'$, $\quad I = \frac{2}{3}l\Sigma''$.