CHAPITRE II

STABILITÉ INITIALE, CHANGEMENTS D'ASSIETTE DU NAVIRE

§ 1. — Assiette en différence, stabilité longitudinale.

Dans ce chapitre, nous ne considérerons que de faibles inclinaisons ; par conséquent, nous pourrons admettre avec une approximation suffisante que les courbes des centres de carène et les courbes des flottaisons se confondent avec leurs cercles de courbure, c'est-à-dire avec des cercles ayant leurs centres aux métacentres relatifs aux axes d'inclinaison considérés.

Assiette en différence. — Nous commencerons par l'étude des problèmes de l'assiette en différence ; nous ne considérerons donc dans ce § que les positions que peut prendre le navire conservant son plan longitudinal vertical. Comme nous l'avons vu à la fin du Livre Ier, les centres des flottaisons et les centres de carène seront tous situés dans le plan longitudinal, et c'est ce plan que nous prendrons pour plan des figures.

Des tirants d'eau, arc. — L'assiette longitudinale est déterminée par les tirants d'eau avant et arrière ; les échelles graduées de l'étrave et de l'étambot indiquent les distances à la flottaison des extrémités avant et arrière de la quille ; si l'on désigne par L la distance de ces deux points, par T et t les tirants d'eau arrière et avant, l'inclinaison θ, sur le plan horizontal, de la quille ou plus généralement de la ligne qui joint les deux points extrêmes est donnée par la formule :

$$\sin\theta = \frac{T - t}{L}.$$

On peut évidemment, en raison de la petitesse des angles, admettre que le sinus est égal à l'arc et à la tangente, et écrire en appelant Δ la différence de tirant d'eau :

$$\theta = \operatorname{tg}\theta = \sin\theta = \frac{\Delta}{L}.$$

L'angle $\theta - \theta'$, formé par les flottaisons correspondantes à deux différences Δ et Δ', sera donné par la formule :

$$\theta - \theta' = \frac{\Delta - \Delta'}{L}.$$

Tirant d'eau milieu, arc. — Le tirant d'eau milieu est celui qui correspond à la verticale milieu ; lorsque la quille est droite, il est égal au tirant d'eau moyen :

$$\frac{T + t}{2}.$$

Mais lorsque le navire a pris de l'*arc*, il est plus faible ; la flèche de la quille est égale à l'excès du tirant d'eau moyen sur le tirant d'eau milieu ; lorsque la flexion présente sa concavité en haut, c'est le contraire qui a lieu, et l'on dit que le navire a du *contre-arc*.

Sur les anciens navires, l'arc se produisait immédiatement après le lancement et augmentait à mesure que les fatigues de la coque diminuaient la rigidité des liaisons ; on était obligé d'en tenir compte pour l'évaluation du déplacement du navire ; pour cela, on retranchait du déplacement correspondant au tirant d'eau moyen le déplacement d'une tranche ayant pour base la flottaison et pour hauteur les deux tiers de la flèche ; aujourd'hui, grâce à la rigidité résultant de l'introduction de liaisons en fer, les flexions sont peu sensibles et il n'y plus lieu de s'en préoccuper.

Le tirant d'eau milieu est fourni soit par une échelle graduée sur les flancs du navire au milieu, soit par un repère situé au-dessus de l'eau, et dont la distance verticale au dessous de quille est donnée sur le devis du navire.

Déterminer à priori l'assiette que prendra le navire à flot. — Nous supposerons que l'on connaît le poids du navire P et les coordonnées α et β de son centre de gravité; en outre, comme on n'a pas besoin d'une grande précision pour ce problème, nous admettrons que le centre de la flottaison se trouve sur la verticale milieu, de manière que deux flottaisons qui se coupent au milieu seront considérées comme isocarènes et que, par conséquent, le déplacement ne dépend que du tirant d'eau moyen.

On obtiendra le tirant d'eau moyen du navire dans le tableau 4, à l'aide du déplacement; il ne reste donc à déterminer que la différence de tirant d'eau.

Soit C_0 (fig. 31) le centre de carène correspondant au tirant d'eau dans la différence Δ_0 prévue sur le plan; soit M le grand métacentre; décrivons de ce point l'arc de cercle C_0C_1, joignons MG et prolongeons jusqu'en C_1; lorsque le navire, restant isocarène, s'inclinera de l'angle $\theta = C_0MC_1$, le centre de carène viendra se placer en C_1 et le navire sera en équilibre, car le centre de gravité G sera sur la verticale C_1M et au-dessous du métacentre; on aura donc, en appelant Δ la différence que prendra le navire et X et Z les coordonnées C_0E et C_0H du centre de carène initial :

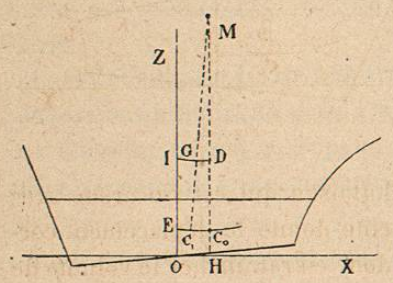

Fig. 31.

$$\theta = \frac{\Delta - \Delta_0}{L} = \frac{GD}{GM} = \frac{DI - GI}{HM - HD} = \frac{X - \alpha}{Z + R - \beta}.$$

Cette formule donnera le différence Δ cherchée, en grandeur et en signe.

Détermination du déplacement d'un navire à flot. — *Méthode approchée.* — On prend la moyenne des tirants d'eau

et on lit dans le tableau n° 4 le déplacement correspondant au résultat. Toutefois, dans cette manière de procéder, on admet implicitement que, à égalité de tirant d'eau moyen, le déplacement est indépendant de la différence, c'est-à-dire, par conséquent, que la flottaison inclinée qui coupe la flottaison droite du plan est isocarène avec celle-ci, ce qui n'est pas tout à fait exact en général.

Méthode exacte. — Soit (fig. 32) F_1L_1 la flottaison du navire à flot, soit F_0L_0 la ligne d'eau du plan qui a même tirant d'eau moyen et qui, par conséquent, rencontre celle-ci sur la verticale milieu en A. Soit K le centre de F_0L_0; menons la verticale KK_1; on peut admettre que la flottaison $F'_1L'_1$ menée par le point K_1 et qui est très voisine de F_0L_0, a son centre en K_1, de sorte que c'est cette flottaison qui est isocarène avec F_1L_1. Or, la méthode précédente donne le déplacement correspondant à F_0L_0; il faudra donc en retrancher le volume de la tranche $F_0F'_1$, c'est-à-dire, en appelant A l'aire de la flottaison F_0, θ l'inclinaison de F_1L_1 sur F_0L_0, et enfin ξ l'abscisse AK du point K, y ajouter :

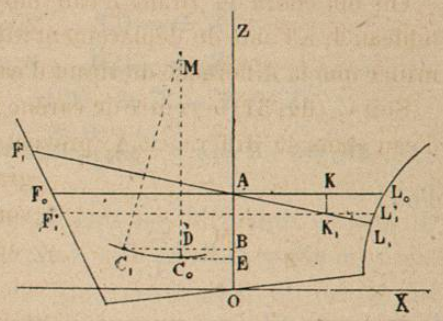

Fig. 32.

$$-A.KK' = -A.AK.\theta = -A.\xi\frac{\Delta_1 - \Delta_0}{L}.$$

Cette formule donne en grandeur et en signe la correction à apporter au résultat obtenu par la méthode usuelle, à la condition de compter, comme on est convenu; l'abscisse ξ positive sur l'avant du milieu et négative sur l'arrière.

Coordonnées du centre de carène du navire à flot. — Par la méthode qui vient d'être indiquée, on a obtenu le déplacement exact; avec ce déplacement (et non avec le tirant

d'eau moyen) on entre dans le tableau 4, où l'on trouve les coordonnées X_0 et Z_0 du centre de carène correspondant à ce déplacement et à l'assiette du plan ; il reste donc à chercher les variations de ces coordonnées pour un changement d'inclinaison, le déplacement restant d'ailleurs constant.

Or, on voit sur la figure que si le navire s'incline de l'angle θ, le point C_0 vient en C_1, et l'on a, en remarquant que, dans le cas de la figure, X_0 et X_1 sont comptés vers l'arrière et par conséquent sont négatifs :

$$X_0 = -C_0E \qquad Z_0 = OE$$

$$X_1 = -C_1B \qquad Z_1 = OB$$

$$\Delta X_0 = X_1 - X_0 = -C_1D, \qquad \Delta Z_0 = C_0D$$

$$\Delta X_0 = -R \sin\theta \qquad \Delta Z_0 = R(1 - \cos\theta) = 2R \sin^2\frac{\theta}{2}$$

d'où :

$$\Delta X_0 = -R\frac{\Delta_1 - \Delta_0}{L} \qquad \Delta Z_0 = \frac{R}{2}\left(\frac{\Delta_1 - \Delta_0}{L}\right)^2$$

la valeur de ΔZ_0 peut en général être négligée.

Couple de stabilité longitudinale ou couple de différence. — Lorsque le navire est maintenu par des forces extérieures quelconques dans une position isocarène différente de sa position d'équilibre, le poids P et la poussée π forment un couple qu'on nomme *Couple de différence*, ou *Couple de stabilité longitudinale* (fig. 33).

Si F_0L_0 est la flottaison d'équilibre, G la position du centre de gravité, M le grand métacentre, ce couple a pour moment, en désignant par d la variation $\Delta_1 - \Delta_0$ exprimée en centimètres :

$$P \times GD = P(R - a)\sin\theta = \frac{P(R - a)}{100\,L} \times d.$$

Dans cette formule, a désigne la hauteur du point G au-dessus de C_0, et la figure montre que, si le point G est au-dessous de M, $(R - a)$ est positif et le sens du couple est

celui dans lequel il faudrait faire tourner le navire pour le redresser, c'est-à-dire pour ramener sa flottaison d'équilibre en coïncidence avec la surface de l'eau ; au contraire, si le point G était au-dessus de M, $(R - a)$ serait négatif, le sens du couple serait celui du chavirement.

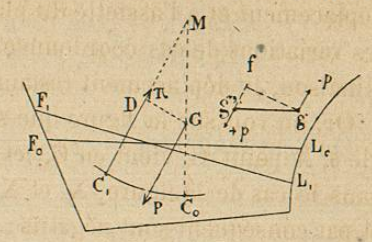

Fig. 33.

Si, dans cette formule, l'on fait $d = 1$ et qu'on désigne par M la valeur correspondante du moment du couple, on aura :

$$M = \frac{P(R - a)}{100\,L}.$$

Cette quantité est donnée dans les devis sous le nom de *Moment nécessaire pour produire une différence de tirant d'eau de 1 centimètre ;* on obtient ainsi le moment du couple de différence correspondant à une variation d centimètres par la formule :

$$Md.$$

Changement d'assiette par un transport horizontal de poids. — Supposons que l'on transporte un poids p (fig. 33) parallèlement au plan longitudinal et à la flottaison d'équilibre, de manière que son centre de gravité, d'abord en g, vienne en g' et soit F_1L_1 la flottaison suivant laquelle le navire viendra se ranger.

Les forces qui sollicitent actuellement le navire sont la poussée π, le poids p' appliqué actuellement en g' et les poids des parties qui n'ont pas été dérangées dans le navire ; on peut appliquer en g deux forces égales et contraires entre elles sans altérer l'équilibre, et l'on obtient ainsi un couple $(p, -p)$ et le poids p restitué à son ancienne place ; ce poids combiné avec les poids qui n'ont pas été changés donne pour résultante le poids total appliqué en G comme précédemment ; le

navire est donc soumis actuellement à deux couples (P, π) et $(p, -p)$ qui doivent se faire équilibre, on aura donc :

$$-P(R-a)\sin\theta = p \cdot fg = p \cdot gg' \cos\theta$$
$$-P(R-a)\operatorname{tg}\theta = p \cdot gg'.$$

On peut remplacer $\operatorname{tg}\theta$ par $\frac{d}{100L}$, et l'on a ainsi :

$$-Md = p \cdot gg'.$$

Ces deux couples doivent être de sens contraire; par conséquent, si gg' est dirigé vers l'arrière, la différence augmente, et si gg' est dirigé vers l'avant, la différence diminue[1].

Nous nous occuperons au § 2 de l'effet d'un transport quelconque de poids.

L'addition d'un poids sur la verticale du centre de la flottaison n'altère pas l'assiette en différence. — Si, en effet, le navire enfonce parallèlement à lui-même d'une quantité

1. On verrait aisément, en se plaçant à un autre point de vue (voir, p. 101, la même question traitée pour l'assiette transversale), que le transport du poids p de g en g' a pour conséquence le transport du centre de gravité G

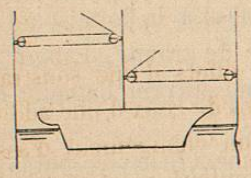

Fig. 34, n° 1.

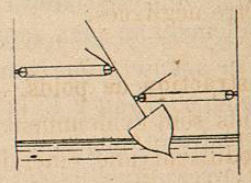

Fig. 34, n° 2.

sur la nouvelle normale d'équilibre MC_1; cette manière d'envisager la question montre que le nouvel équilibre sera stable comme le premier.

Il ne faudrait pas croire qu'un couple longitudinal quelconque appliqué à un navire produirait seulement un changement de différence; ainsi, un couple appliqué comme l'indique le n° 1 de la figure ci-jointe, ferait pivoter le navire et l'inclinerait finalement dans la position n° 2; cela tient à ce que le navire incliné de l'avant à l'arrière serait en équilibre instable, et il vient se ranger de lui-même dans la 2e position qui est stable.

telle que le déplacement de la tranche soit égal au poids ajouté, le navire sera soumis aux forces suivantes :

1° L'ancienne poussée π, l'ancien poids P.

2° La poussée de la tranche $d\pi$, le poids ajouté dP.

Les premières forces se font équilibre comme dans le premier cas; les deux autres forces $d\pi$ et dP sont égales, parallèles et dirigées en sens contraire; la première est appliquée au centre de la tranche immergée, qui coïncide sensiblement avec celui de la flottaison, et comme cette force est verticale, elle sera dans le prolongement de dP et lui fera équilibre.

Changement d'assiette par l'addition d'un poids dans le plan longitudinal. — On pourra supposer, pour traiter ce problème, que le poids a d'abord été ajouté sur la verticale du centre de la flottaison, puis transporté horizontalement à la position considérée et appliquer la formule :

$$-Md = p \cdot gg'.$$

Mais il faudrait ici prendre pour M la valeur correspondante à l'état du navire après l'addition de poids; nous traiterons cette question à part au Chapitre III : *Variations de la stabilité;* nous nous bornerons ici à dire que, sur le navire armé, les variations de M dues aux additions de poids peuvent être négligées.

Soustraction de poids. — Les effets d'une soustraction de poids sont évidemment inverses de ceux d'une addition; ils produisent une émersion et un changement d'assiette quand le lieu d'où le poids a été enlevé, n'est pas situé sur la verticale du centre de la flottaison d'équilibre.

Remarque. — Le problème général du changement d'assiette, résultant de l'addition ou de la soustraction d'un poids en un point quelconque, sera traité au § 2.

Applications usuelles de la théorie des changements d'assiette en différence. — 1° Lorsque le navire doit franchir

une passe peu profonde, on peut, par des transports de poids sur l'avant, diminuer la différence de tirant d'eau et réduire par conséquent le tirant d'eau $\mathcal{A}$; cette opération a pour effet de faire tourner le navire autour d'un axe transversal mené par le centre de la flottaison; ce point étant situé dans le voisinage du couple milieu, le tirant d'eau moyen n'est pas altéré sensiblement.

2° L'expérience montre que l'assiette en différence a une influence considérable sur les qualités du navire à la voile; aussi embarquait-on autrefois sur les navires de guerre une certaine quantité de *lest volant,* dont le commandant disposait pour donner l'assiette la plus favorable à l'allure. Cette influence est insensible sur les navires à vapeur et on n'embarque plus de lest volant; il en faudrait d'ailleurs des quantités considérables pour produire un changement appréciable sur les navires modernes.

3° Lorsque le navire doit passer au bassin, il est bon de donner à la quille l'inclinaison de la ligne des tins, de manière que l'échouage se produise simultanément sur toute la longueur; sans cette précaution, le talon de la quille supporterait un effort excessif. On peut, dans ce cas, utiliser les additions et soustractions de poids.

Navires de charge à hélice. — Il est bon, pour qu'un navire à hélice conserve dans tous ses états de chargement une vitesse suffisante, que l'immersion du propulseur soit sensiblement constante. Aussi, la plupart des navires de charge à hélice ont leurs poids fixes (machines) à l'arrière et les cales de chargement sur l'avant du milieu; de cette manière, l'émersion produite par l'enlèvement des poids est compensée par l'accroissement de la différence du tirant d'eau.

Enfin, sur les navires à hélice rapides qui consomment une quantité considérable de combustible, il est indispensable de distribuer les soutes de manière que l'immersion de l'hélice soit satisfaisante au commencement et à la fin des traversées. Les anciens paquebots à roues avaient leur propulseur situé vers le milieu du navire, de sorte que, au départ, les

roues étaient trop immergées et, à l'arrivée, elles ne l'étaient plus suffisamment. Cet inconvénient est notablement atténué sur les bâtiments à hélice.

§ 2. — Assiette et stabilité transversale.

Dans le paragraphe précédent, nous avons envisagé les positions dans lesquelles le plan longitudinal reste vertical; dans le présent paragraphe, nous envisagerons celles dans lesquelles les plans des couples restent verticaux. Nous prendrons pour plan des figures, le plan transversal mené par le centre de carène initial. Les flottaisons considérées seront ainsi perpendiculaires aux figures et leur enveloppe sera un cylindre tangent à la surface F perpendiculaire au plan transversal; la courbe F sera la section droite de ce cylindre. Toutes les positions considérées ici seront celles que le navire occuperait si l'on faisait rouler le cylindre dont il s'agit sur la surface libre du liquide.

La courbe C de l'espace est le lieu géométrique des centres des carènes correspondantes à ces positions, et la courbe C proprement dite est la projection de celle-là sur le plan des figures. N'ayant à considérer dans ce paragraphe que des inclinaisons très petites, nous admettrons que la courbe C de l'espace coïncide avec la courbe C proprement dite, c'est-à-dire que les centres de carène sont situés dans le plan des figures; il n'en est pas ainsi rigoureusement, mais la courbe C de l'espace est symétrique par rapport au plan longitudinal, sa tangente en C_0 est donc une transversale; par conséquent, le plan de la figure qui contient cette transversale est tangent à la courbe; on sait d'ailleurs que la distance d'un point d'une courbe à un plan tangent quelconque mené par un point voisin est un infiniment petit du second ordre; par conséquent, en négligeant les distances des centres de carène au plan des figures, nous ne négligerons que des infiniment petits du second ordre.

Enfin, de même que dans le paragraphe précédent, nous

admettrons que, pour les faibles inclinaisons considérées, la courbe C coïncide avec son cercle de courbure, c'est-à-dire avec le cercle décrit du métacentre correspondant comme centre, et que, par suite, le centre d'une carène sera toujours situé à l'extrémité du rayon perpendiculaire à la flottaison.

Couple et moment de stabilité transversale. — Soient (fig. 35) F_0L_0 la flottaison d'équilibre, C_0 le centre de carène correspondant, G le centre de gravité du navire; et suppo-

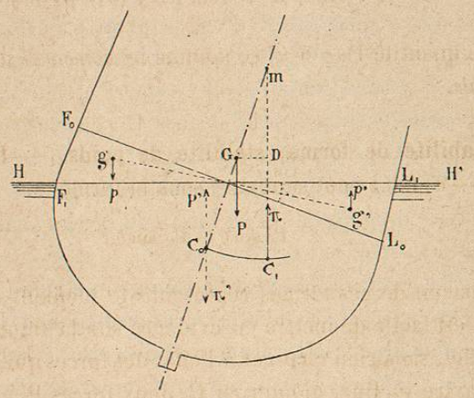

Fig. 35.

sons que le navire soit maintenu en repos dans la position inclinée et isocarène F_1L_1; le poids P et la poussée π, qui se faisaient équilibre dans la position droite, forment actuellement un couple; le poids P est en effet encore appliqué en G et est dirigé suivant la verticale actuelle GP; le centre de la carène actuelle est en C_1, sur la circonférence C_0C_1 et à l'extrémité du rayon vertical mC_1, la poussée π est donc dirigée suivant C_1m; enfin, la position étant encore isocarène, ces deux forces sont encore égales.

Le couple (P, π) est appelé *Couple de stabilité transversale,* et l'on voit sur la figure que son sens de rotation est celui du redressement quand le point G est au-dessous du point m,

et celui du chavirement quand le point G est au-dessus. En désignant encore par a la distance du centre de gravité au centre de carène initial, comptée à partir de ce point positivement de bas en haut et négativement de haut en bas, c'est-à-dire suivant que le point G est au-dessus ou au-dessous de C_0, on voit que si $C_0G = \rho - a$ est positif, le sens du couple est celui du redressement; lorsqu'au contraire $\rho - a$ est négatif, le sens du couple est celui du chavirement.

Le moment du couple est :

$$P \cdot GD = P \cdot Gm \sin\theta = P(\rho - a)\sin\theta.$$

La quantité $P(\rho - a)$ se nomme le *Moment de stabilité transversale.*

Stabilité de forme, stabilité de poids. — L'expression $P(\rho - a)\sin\theta$ peut se mettre sous la forme :

$$P\rho\sin\theta - Pa\sin\theta.$$

Chacun de ces termes représente le moment d'un couple qu'il est facile de mettre en évidence sur la figure. On peut en effet, sans rien changer à l'effet des forces qui agissent sur le navire incliné, ajouter en C_0 deux forces P' et π', égales, parallèles à P et contraires l'une à l'autre; on peut donc admettre que le navire est soumis aux deux couples (P, P'), (π, π'), dont les moments sont :

$$\text{Couple}(\pi, \pi') = P \times C_0m \sin\theta = P\rho\sin\theta,$$
$$\text{Couple}(P, P') = P \times C_0G \sin\theta = Pa\sin\theta,$$

et si l'on convient de donner le signe + aux moments de redressement et le signe — aux moments de chavirement, on aura :

$$\text{Couple}(\pi, \pi') = +P\rho\sin\theta,$$
$$\text{Couple}(P, P') = -Pa\sin\theta.$$

Couple de stabilité de forme. — Le couple (π, π') ne dépend