surface et parallèle à l'axe longitudinal, on a $pr = i\delta$; l'expression qui précède peut donc s'écrire :

$$(I - i)\,\delta - Pa.$$

On énonce cette propriété en disant que *la stabilité de forme est devenue égale à l'excès de la stabilité de forme de la flottaison extérieure sur celle de la flottaison intérieure.*

Si le liquide intérieur avait une densité δ' différente de celle de l'eau de mer, on aurait :

$$I\delta - i\delta' - Pa.$$

Différence entre la stabilité avant l'embarquement du liquide et la stabilité après l'embarquement. — Soit (fig. 45) $F_0 L_0$ la flottaison primitive, $F'_0 L'_0$ la flottaison droite après l'embarquement de l'eau ; le navire, sous l'inclinaison θ, sera soumis :

1° Aux anciennes forces qui donnaient le couple :

$$P(\rho - a)\sin\theta;$$

2° Au poids p, appliqué en μ, et à la poussée $\varpi = p$ de la tranche immergée; on aura donc le nouveau couple :

$$p\,\mu m'.\sin\theta.$$

Ce couple sera un couple de chavirement si μ est au-dessus de m', et un couple de redressement dans le cas contraire.

On peut d'ailleurs déduire cette conclusion du principe relatif aux additions de poids, en remarquant que l'embarquement du lest liquide équivaut à l'embarquement d'un poids fixe en μ.

Variation de la stabilité pendant le remplissage d'un compartiment. — Pendant le remplissage d'un compartiment, le navire s'enfonce et le niveau intérieur de l'eau s'élève; or, nous avons vu que la poussée ϖ de la tranche immergée est

appliquée au métacentre différentiel m' (fig. 46), on verrait de la même manière que le poids de la tranche de liquide embarquée peut être considéré comme appliqué au métacentre différentiel μ' de la flottaison intérieure. Le couple formé

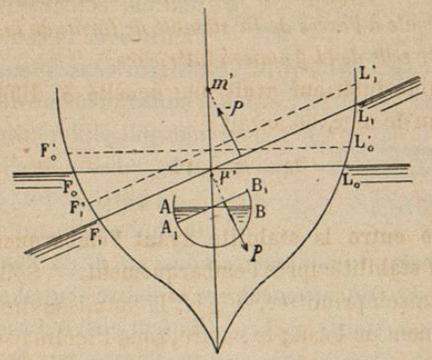

Fig. 46.

par ces deux forces a pour moment $p.\mu' m'$; $\sin\theta$; son sens est celui du chavirement quand μ' est au-dessus de m', et celui du redressement quand μ' est au-dessous de m'.

Cas où le compartiment n'est pas au milieu du navire. — Nous avons supposé jusqu'ici que le compartiment était au milieu du navire, et symétrique comme lui relativement au plan longitudinal ; si les métacentres μ et μ' n'étaient pas dans l'axe, le navire viendrait à la bande, on traiterait alors le problème de la manière suivante : on évaluerait, comme on vient de le voir, la variation de stabilité correspondante au cas où ces points sont dans l'axe, et on déterminerait la bande résultant du transport du poids liquide dans la position qu'il occupe réellement.

Applications. — Considérons, comme application, le cas de navires faisant de l'eau, et supposons, pour plus de simpli-

cité, que les couples sont égaux et que l'épaisseur des murailles est nulle.

Couple circulaire. — Quelles que soient les positions des flottaisons internes et externes, les métacentres différentiels coïncident l'un et l'autre avec le centre du couple ; par conséquent, pendant l'embarquement de l'eau, le moment différentiel est nul et la stabilité ne change pas.

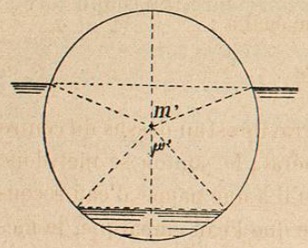

Fig. 47.

Couple elliptique. — Lorsque le liquide embarque, la flottaison interne est toujours au-dessous de la flottaison externe ; or, on voit aisément sur la figure 48 que, lorsque le flotteur elliptique a son grand axe horizontal, le métacentre différentiel de la flottaison interne μ' est toujours au-dessus du métacentre différentiel de la flottaison externe m' ; par conséquent, la stabilité diminue pendant tout le temps que le flotteur fait de l'eau.

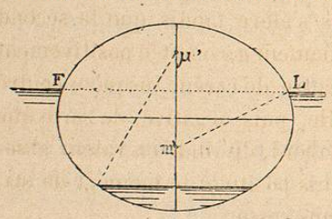

Fig. 48.

On verrait de même que, lorsqu'au contraire le grand axe de l'ellipse est vertical, la stabilité va en augmentant.

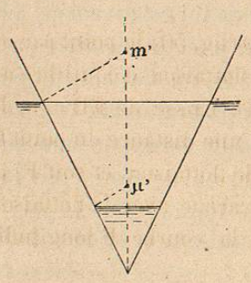

Fig. 49.

Couples triangulaires en V. — Le métacentre différentiel (fig. 49) μ' est toujours au-dessous du métacentre différentiel m' ; par conséquent, la stabilité augmente toujours pendant l'embarquement de l'eau.

Pontons carrés. — Le ponton carré qui contient de l'eau n'a plus de stabilité de forme, parce

que sa flottaison intérieure étant égale à la flottaison extérieure, on a :

$$(I - i)\delta = 0$$

son moment de stabilité est donc égal à :

$$-Pa$$

et il est négatif si le centre de gravité est au-dessus du centre de carène, ce qui est le cas général ; le ponton se met donc généralement à la bande dès qu'il a une nappe d'eau recouvrant son fonds ; mais, à mesure que l'eau embarque, le métacentre μ' est toujours au-dessous de m' et la stabilité augmente.

On verrait d'ailleurs aisément, en examinant les déplacements simultanés du centre de carène et du centre de gravité, que le premier de ces points s'élève tandis que le second s'abaisse ; par conséquent, la hauteur a, comptée positivement de bas en haut à partir du centre de carène jusqu'au centre de gravité tend à devenir nulle, puis négative, de sorte que la quantité $-Pa$, négative d'abord, diminue en valeur absolue, devient ensuite nulle, puis positive ; le moment de stabilité $-Pa$ augmente donc sans cesse.

§ 3. — Échouage du navire.

Assiette longitudinale. — Soient Q (fig. 50) le point par où la quille touche le fond, et $F_0 L_0$ la flottaison d'équilibre au moment de l'échouage ; si la marée baisse de $EB = e$, la nouvelle flottaison d'équilibre sera à une distance du point Q égale à QB. Soit $F'_1 L'_1$ cette nouvelle flottaison, et soit F_1 la flottaison parallèle à celle-ci et isocarène avec la flottaison d'équilibre, c'est-à-dire tangente à la courbe F longitudinale.

Dans la position actuelle, le navire peut être considéré comme sollicité par les forces suivantes :

1° Le poids P appliqué en G, la poussée π de la carène F_1 appliquée en C_1, et l'on a $\pi = P$, car F_1 est isocarène avec F_0;

2° La poussée p supportée par la quille en Q, et une force ϖ égale et contraire à la poussée de la tranche émergée ; cette force est appliquée sensiblement au centre de la flottaison F_1 et passe par le métacentre différentiel longitudinal M'.

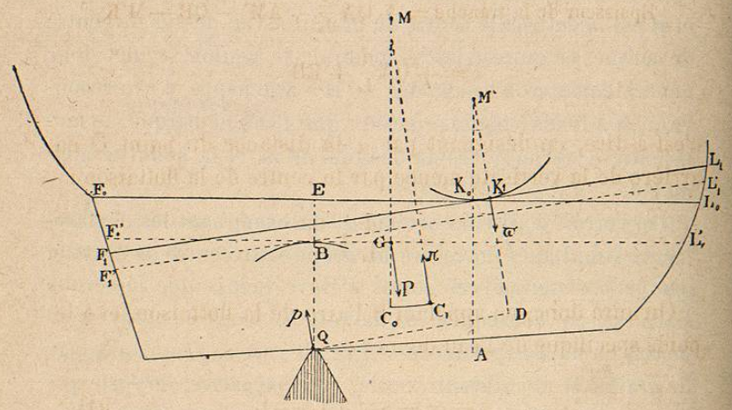

Fig. 50.

Les deux premières forces forment un couple (P, π) dont le moment est $P(R - a)\frac{d}{L}$, d représentant la variation de la différence de tirant d'eau, comptée positivement ou négativement suivant que la différence augmente ou diminue.

Les deux autres forces devront former un couple faisant équilibre à celui-ci, et l'on aura en comptant QD positivement sur l'arrière du point K_0 :

$$p = \varpi$$

$$p \cdot QD = -P(R - a)\frac{d}{L}.$$

Effort subi par la quille. — L'épaisseur de la tranche $F_1F'_1$ est égale à l'excès de M'D sur la somme des rayons des cercles auxquels les flottaisons F_1 et F'_1 sont respectivement tan-

gentes ; mais en projetant sur M'D le contour QAM', on a, en remarquant que $\cos\theta$ est sensiblement égal à 1 et que d est négatif :

$$M'D = -QA\sin\theta + AM'\cos\theta = +QA\frac{d}{L} + AM'$$

donc :

$$\text{Épaisseur de la tranche} = +QA\frac{d}{L} + AM' - QB - M'K_0$$

$$= +QA\frac{d}{L} + EB$$

c'est-à-dire, en désignant par α la distance du point Q en arrière de la verticale menée par le centre de la flottaison :

$$= +\alpha\frac{d}{L} + e.$$

On aura donc, en appelant S l'aire de la flottaison, et δ le poids spécifique de l'eau de mer :

$$p = \varpi = S\delta\left(e + \alpha\frac{d}{L}\right). \qquad (1)$$

Équation d'équilibre. — On obtiendra l'équation d'équilibre en remplaçant QD par sa valeur en fonction des données du problème dans l'équation

$$p \cdot QD = -P(R - a)\frac{d}{L}. \qquad (2)$$

On obtient QD en projetant le contour QAM' sur une parallèle à la flottaison oblique ; on a ainsi en remarquant que d est négatif :

$$QD = QA\cos\theta + AM'\sin\theta = \alpha - AM'\frac{d}{L}$$

substituant dans (2) et remplaçant p par sa valeur (1), on obtient :

$$S\delta\left(e + \alpha\frac{d}{L}\right)\left(\alpha - AM'\frac{d}{L}\right) = -P(R - a)\frac{d}{L}.$$

Remarquant enfin que, les quantités e et $\frac{d}{L}$ étant très petites, on peut négliger les termes qui les contiennent au second ordre, il vient :

$$S\delta\left(e+\alpha\frac{d}{L}\right)\alpha=-P(R-a)\frac{d}{L}. \qquad (3)$$

Il est clair que cette formule n'est applicable que pour de faibles valeurs de e; on peut cependant l'appliquer jusqu'à des valeurs de 50 centimètres avec une grande précision ; on en tire les conclusions suivantes :

1° *Lorsque le navire échoue par un point situé au-dessous du centre de la flottaison, c'est-à-dire environ par le milieu de la quille, l'assiette en différence ne change pas.* — On voit en effet que, α étant nul dans l'équation (3), le deuxième membre donnera $d=0$.

2° *Lorsque le navire échoue par un point situé sur l'arrière de la verticale du point K, la différence de tirant d'eau diminue.* — En effet, dans ce cas α est positif ; l'équation (3) peut d'ailleurs être mise sous la forme :

$$\frac{d}{L}\left[-P(R-a)-S\alpha^2\delta\right]=S\delta e\alpha; \qquad (4)$$

le second membre ayant une valeur positive, d sera négatif.

3° *Lorsque le navire échoue par un point situé sur l'avant de la verticale du point K, la différence de tirant d'eau augmente.* — Dans ce cas, en effet, α est négatif et l'équation (4) donne pour d une valeur positive.

Échouage au bassin. — *La pente des tins d'un bassin de radoub est* $\frac{1}{n}$, *on demande quel sera l'abaissement de la marée au moment où le navire portera par toute sa quille, et quelle sera la charge supportée par le pied de l'étambot à cet instant.*

On fera, dans la formule (4), $\alpha=\frac{L}{2}+\xi$, ξ étant l'abscisse du centre de la flottaison ; on fera ensuite :

$$\frac{d}{L}=-\left(\frac{\Delta_0}{L}-\frac{1}{n}\right),$$

Δ_0 étant la différence de tirant d'eau dans la flottaison d'équilibre ; et on tirera la valeur de e.

La charge du pied de l'étambot sera donnée ensuite par la formule (1).

Si la pente des tins était plus grande que celle de la quille , l'échouage se produirait par le brion, et il faudrait faire :

$$\alpha=-\frac{L}{2}+\xi.$$

Assiette transversale du navire échoué. — Prenons pour plan de la figure (51) le plan transversal passant par le point Q et perpendiculaire à la flottaison actuelle $F_0'L_0'$ du navire échoué ; menons le plan F_0L_0 parallèle à $F_0'L_0'$ qui détache une carène dont le déplacement soit égal à P, c'est-à-dire isocarène avec la flottaison d'équilibre. La flottaison F_0L_0 est évidemment oblique d'avant en arrière sur cette dernière, mais l'inclinaison étant très petite, on peut la négliger.

Variation de la stabilité transversale. — Supposons que l'on donne au navire une inclinaison infiniment petite autour de l'axe horizontal passant par le point Q, et cherchons quelles sont les forces qui solliciteront le navire dans cette position.

La flottaison qui viendra se mettre en contact avec le niveau de l'eau sera la flottaison $F'_1L'_1$ située à la même distance du point Q que $F'_0L'_0$; on peut, à un infiniment petit du second ordre près, admettre que $F'L'$ passe par le point I ; par conséquent, $F'_1L'_1$ sera isocarène avec $F_0'L'_0$. Au lieu de faire tourner le navire autour du point Q, nous pouvons, pour simplifier la figure 51, supposer désormais $F'_1L'_1$ hori-

zontale. Menons F_1L_1 parallèle à $F'_1L'_1$ et isocarène avec F_0L_0 ; la poussée actuelle de l'eau sur le navire se compose de la poussée correspondant à la carène F_1L_1, c'est-à-dire de la force $\pi = P$ appliquée en C_1, et d'une force ϖ égale et contraire à la poussée de la tranche émergée $F_1F'_1$; à ces forces, il faut joindre le poids P appliqué en G, et une force p égale et contraire à ϖ appliquée en Q.

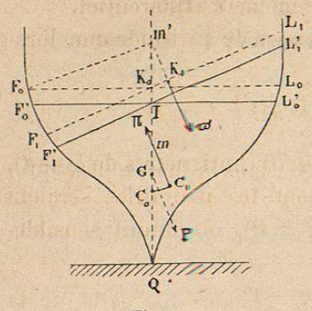

Fig. 51.

Ces forces forment deux couples (P, π), (p, ϖ) qui auront pour moments

$$P(\rho - a)\sin\theta$$

et

$$-pQm'\sin\theta.$$

La somme des moments des couples qui sollicitent actuellement le navire est ainsi :

$$P(\rho - a)\sin\theta - pQm'\sin\theta;$$

le moment de la stabilité transversale a donc varié de $-pQm'$.

Cette variation est négative quand m' est au-dessus de Q, positive quand il est au-dessous, et nulle quand ces points coïncident.

Applications. — En appelant t le tirant d'eau arrière, ρ' le rayon métacentrique différentiel, compté positivement si m' est au-dessus de la flottaison, négativement s'il est au-dessous, et p la poussée de la tranche émergée, la variation de la stabilité transversale du navire échoué par le talon de la quille est :

$$-p(t + \rho').$$

Dans l'étude de l'assiette longitudinale, nous venons de

voir comment on obtenait p à tout instant de la marée ; cette dernière formule donnera donc le moment différentiel.

Le navire ne commencera à donner de la bande que lorsque l'on aura :

$$P(\rho - a) = p(t + \rho').$$

Ainsi pour un navire qui aurait 70 centimètres de $(\rho - a)$, 7 mètres de tirant d'eau, et dont les murailles seraient droites à l'exposant de charge ($\rho' = 0$), on aurait sensiblement :

$$p = \frac{P \times 0{,}70}{7} = \frac{P}{10}.$$

Influence des formes du navire à la flottaison sur la stabilité pendant l'échouage. — Il résulte de ce qui précède que, suivant la position du métacentre différentiel, la stabilité du navire peut diminuer, augmenter ou rester constante pen-

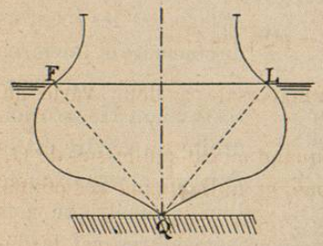

Fig. 52.

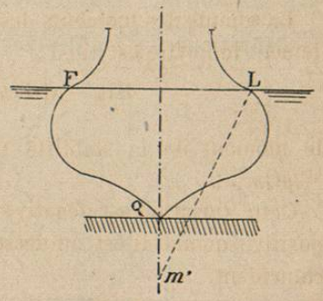

Fig. 53.

dant les premiers instants de l'échouage ; ces trois effets se produiront respectivement pour les navires dont les formes sont indiquées sur les figures 51, 52, 53 ; dans les deux derniers cas, la stabilité ne commencera à décroître que lorsque la flottaison, en s'abaissant, donnera un métacentre différentiel situé au-dessus de la quille.