CHAPITRE IV

STABILITÉ SOUS LES GRANDES INCLINAISONS

§ 1. — Développées métacentriques. — Influence de la forme du maître couple sur la forme des développées.

Lorsque l'on ne considère que de faibles inclinaisons, on peut admettre que la région considérée de la courbe C se confond avec son cercle de courbure; mais, pour de grandes inclinaisons, cette hypothèse n'est plus suffisamment exacte et il devient nécessaire de tenir compte de la variation de la courbure.

Définitions. — On désigne, d'une manière générale, par *Métacentres* les centres de courbure de la courbe C; le métacentre correspondant à la position droite du navire est le *Premier métacentre ;* le lieu géométrique des métacentres est la développée de la courbe C, on l'appelle la *Développée métacentrique.*

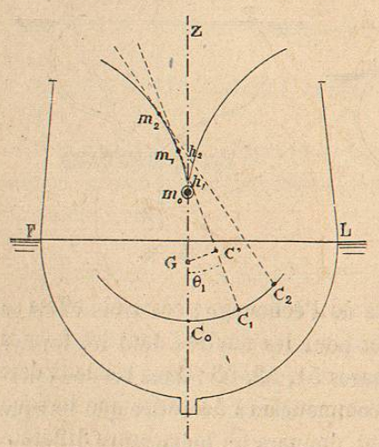

Fig. 54.

On appelle enfin *Hauteurs métacentriques* les distances $C_0\ h_1$, $C_0\ h_2$ (fig. 54), du centre de carène initial, aux points où les tangentes à la développée rencontrent l'axe du navire.

Formes de la développée. — L'axe C_0Z du navire est tangent en m_0 à la développée; en outre, cette courbe est symétrique par rapport à l'axe à cause de la symétrie du navire; par conséquent, elle présente un point de rebroussement de première espèce à l'origine, c'est-à-dire au premier métacentre.

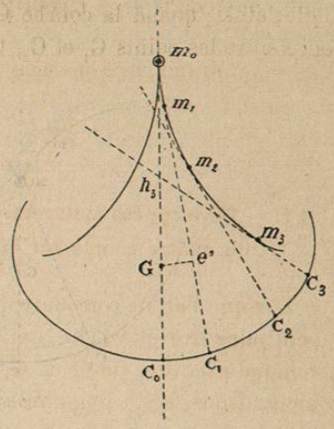

Fig. 55.

Les deux branches de la développée sont ascendantes (fig. 54), lorsque le rayon de courbure de la courbe C croît avec l'inclinaison.

Les deux branches de la développée sont descendantes (fig. 55), lorsque le rayon de courbure de la courbe C décroît quand l'inclinaison augmente. Les branches de la développée peuvent être ascendantes jusqu'à une certaine inclinaison, puis descendantes, c'est le cas de la plupart des navires (fig. 56).

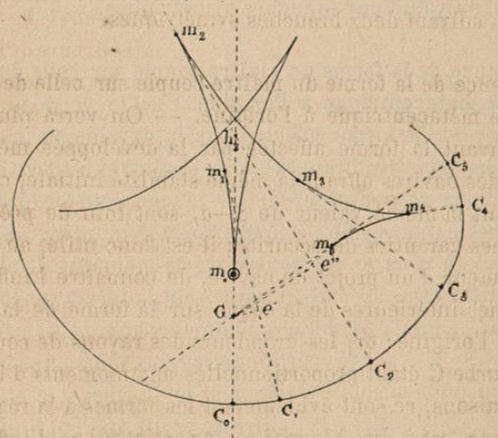

Fig. 56.

Enfin (fig. 57), la développée peut se réduire à un point pour les inclinaisons comprises entre zéro et un certain angle; ainsi, quand la courbe C a la forme d'une circonférence entre les points C_1 et C_2, toutes les normales relatives

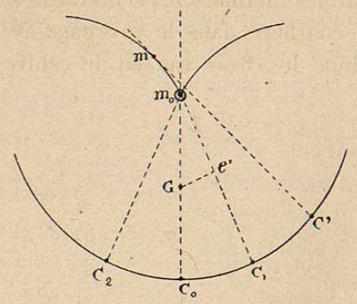

Fig. 57.

à la région comprise entre ces deux points se rencontrent en m_0; au delà de ces points, la courbe C devenant différente du cercle, les branches de la développée s'échappent du point m_0 suivant deux branches symétriques.

Influence de la forme du maître couple sur celle de la développée métacentrique à l'origine. — On verra plus loin que, suivant la forme affectée par la développée métacentrique, des navires offrant la même stabilité initiale, c'est-à-dire ayant la même valeur de $\rho - a$, sont loin de présenter les mêmes garanties de sécurité; il est donc utile, au moins pour l'auteur d'un projet de navire, de connaître l'influence des formes intérieures de la coque sur la forme de la développée à l'origine; or, les grandeurs des rayons de courbure de la courbe C étant proportionnelles aux moments d'inertie des flottaisons, ce sont évidemment les formes à la région la plus large, c'est-à-dire à la maîtresse partie, qui ont l'influence la plus considérable sur la forme de la développée; la maîtresse partie étant d'ailleurs sensiblement cylindrique, les résultats auxquels on parviendra en supposant la carène

entière cylindrique, sans être d'une exactitude parfaite, constitueront du moins des indications précieuses; nous supposerons donc que tous les couples sont égaux.

Soit (fig. 58) m' le métacentre différentiel; on peut admettre que, pour de faibles inclinaisons, la muraille se confond avec son cercle de courbure dans le voisinage de la flottaison; considérons donc les trois cas où le centre de courbure

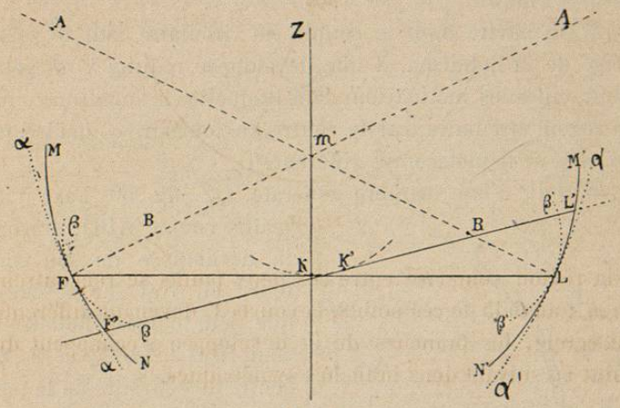

Fig. 58.

est en m', en A et en B; décrivons les trois circonférences MN, α, β, qui ont respectivement ces trois points pour centres, et menons la flottaison F′ L′ infiniment voisine de F L et isocarène avec elle. On voit immédiatement sur la figure que, pour les murailles MN, M′N′, la largeur de la flottaison reste constante quand le navire s'incline, pour les murailles α, α', elle augmente, enfin pour les murailles β, β' elle diminue. D'ailleurs, le moment d'inertie transversal I croît avec la largeur, et comme on a

$$\rho = \frac{I}{V},$$

on voit que :

1° Lorsque le centre de courbure est situé au delà de l'axe, en A, le rayon de courbure ρ croît avec l'inclinaison, et la développée a ses branches ascendantes;

2° *Lorsque le centre de courbure est entre l'axe et la muraille, en B, la développée a ses branches descendantes ;*

3° *Enfin, lorsqu'il est situé sur l'axe, en m', la développée se réduit à un point.*

Conséquences. — 1° Un navire à murailles planes, verticales ou inclinées en dedans ou en dehors, a une développée ascendante, car le centre de courbure des murailles est situé à l'infini.

2° Un navire dont le couple est circulaire dans le voisinage de la flottaison, a une développée réduite à un point pour toutes les inclinaisons dans lesquelles la flottaison coupe la région circulaire, car le centre de courbure coïncide toujours avec le métacentre différentiel.

3° Soit, d'une manière générale, QZ (fig. 59) l'axe d'un maître couple ABQ, traçons la développée de son contour ; on voit sur la figure que, pour toutes les flottaisons comprises entre F_2 et F_3, le centre de courbure de la muraille sera compris sur la région O_2OO_3 de la développée, par conséquent la développée métacentrique à l'origine sera descendante ; au contraire, pour toutes les flottaisons comprises au-dessus de F_3 ou au-dessous de F_2, la développée métacentrique sera ascendante.

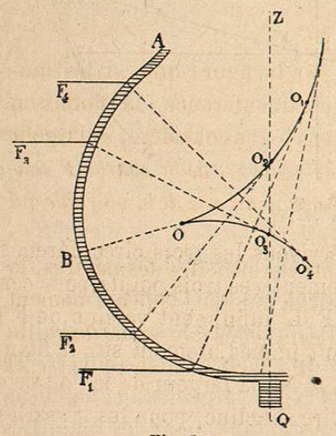

Fig. 59.

Influence de la forme du maître-couple sur la développée en un point quelconque. — Lorsque la flottaison FL (fig. 60) est inclinée, les deux murailles sont inégalement inclinées sur elle ; soit MN la muraille qui fait le plus petit angle avec la mer, et M'N' la muraille de l'autre bord. Nous avons vu que, pour obtenir le métacentre différentiel, il fallait, dans le

cas actuel, élever KB perpendiculaire à la flottaison en son milieu, mener FA et LB normales aux murailles et enfin prendre le point m' milieu de AB ; menons la flottaison F_1L_1 isocarène avec FL, et décrivons du point m' la circonférence

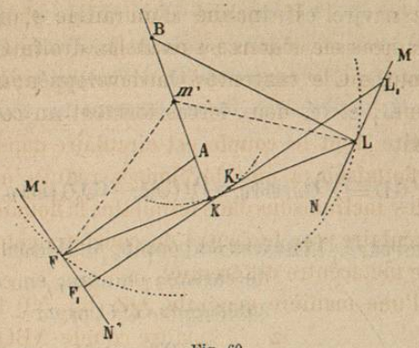

Fig. 60.

de rayon $m'F = m'L$; on voit sur la figure que, si les murailles coïncidaient avec cette circonférence, la flottaison resterait constante, mais que, dans le cas considéré, sa largeur aura augmenté ; *donc le rayon de courbure de la courbe F continue à croître quand le navire s'incline du côté de la muraille qui fait le plus petit angle avec la mer.*

Conséquence. — Avec les formes habituelles des navires, la développée continue, en général, à monter jusqu'au moment où le plat-bord pénètre dans l'eau, mais alors, la muraille tournant brusquement de 90°, la développée se renverse et devient descendante.

Développée métacentrique différentielle. — On verra bientôt que, sous toutes les inclinaisons, le couple différentiel résultant d'une addition de poids se détermine à l'aide de la courbe F, de la même manière que le couple de stabilité à l'aide de la courbe C ; nous appellerons donc, par analogie, *Métacentres différentiels successifs* et *Développée métacentrique différentielle* les centres de courbure successifs et la développée de la courbe F.

§ 2. — Stabilité aux différentes inclinaisons; ses variations.

Couple de stabilité sous une inclinaison quelconque. — Lorsque le navire est incliné d'un angle θ_1 quelconque (fig. 61), la poussée s'exerce suivant la droite C_1m_1[1], normale à la courbe C et tangente à la développée; le poids est appliqué en G, et les deux forces forment un couple qui a pour moment

$$P.GD = P.Gh_1 \sin\theta_1 = P\,(C_0h_1 - C_0G)\sin\theta_1.$$

Désignons par h_1 la hauteur du point h_1 au-dessus du centre de carène; on aura, en continuant à désigner C_0G par a:

$$P.GD = P\,(h_1 - a)\sin\theta_1.$$

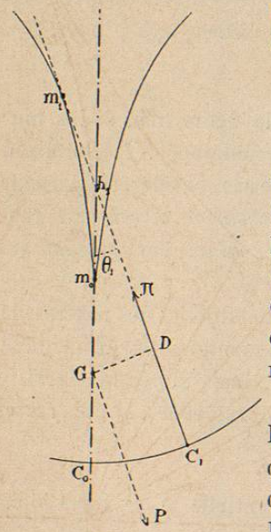

Fig. 61.

Si l'on compare cette expression à l'expression $P\,(\rho - a)\sin\theta$ du couple de stabilité qui convient aux petites inclinaisons, on voit que c'est ici la valeur de h_1, c'est-à-dire de la *hauteur métacentrique,* et non celle de $\rho_1 = C_1m_1$, qui joue le même rôle que ρ.

On voit sur la figure 61 que, lorsque la développée métacentrique monte à l'origine, le moment de stabilité est plus grand que $P\,(\rho - a)$; si, au contraire, la développée était descendante, le moment de stabilité serait plus petit que cette quantité.

1. Le point auquel est appliquée la poussée est le point C_1 de l'espace, et non le point correspondant de la courbe C qui n'en est que la projection; mais, ainsi que nous l'avons dit plus haut, p. 41, on peut négliger la distance du point C_1 de l'espace au plan transversal passant par la verticale initiale C_0G.

Variation du couple de stabilité avec l'inclinaison. — Soit, sur la figure 62, $m_0AA'm_{11}$ la développée métacentrique d'un navire; menons successivement les tangentes à cette courbe inclinées sur l'axe de 10° en 10°. Abaissons du centre de gravité G sur ces tangentes les perpendiculaires G1, G2, G3..., ces perpendiculaires représenteront les bras de levier du couple de stabilité aux inclinaisons correspondantes.

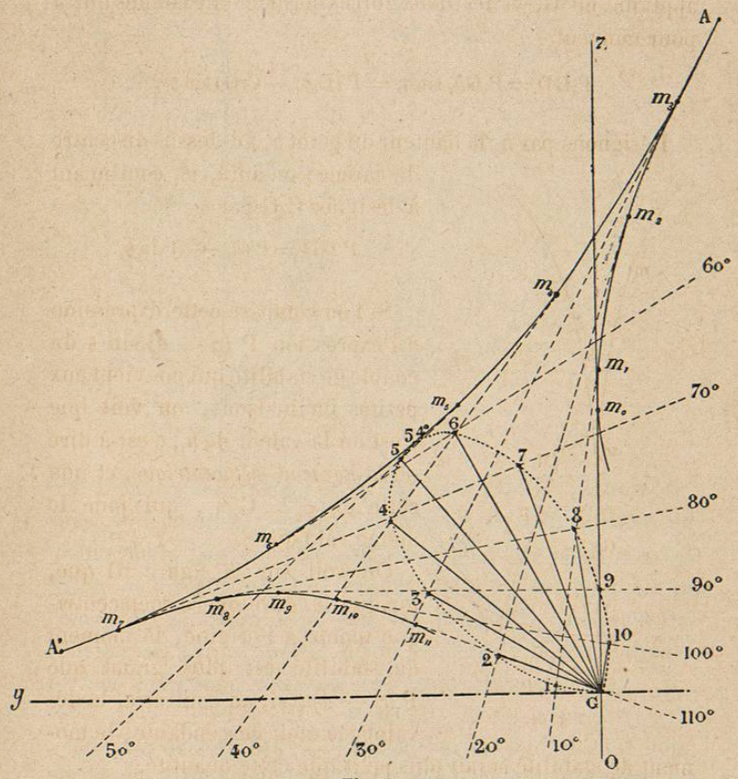

Fig. 62.

On voit que, dans le cas de la figure, le bras de levier croît jusqu'à l'inclinaison de 50°; entre les points m_5 et m_6 se trouve un point en lequel la ligne menée du point G serait normale

à la développée ; ce point correspond à l'inclinaison de 54° pour laquelle le bras de levier est maximum. Au delà de 54°, le bras de levier diminue, jusqu'à devenir nul pour une inclinaison de 110°.

En joignant par un trait continu les extrémités des bras

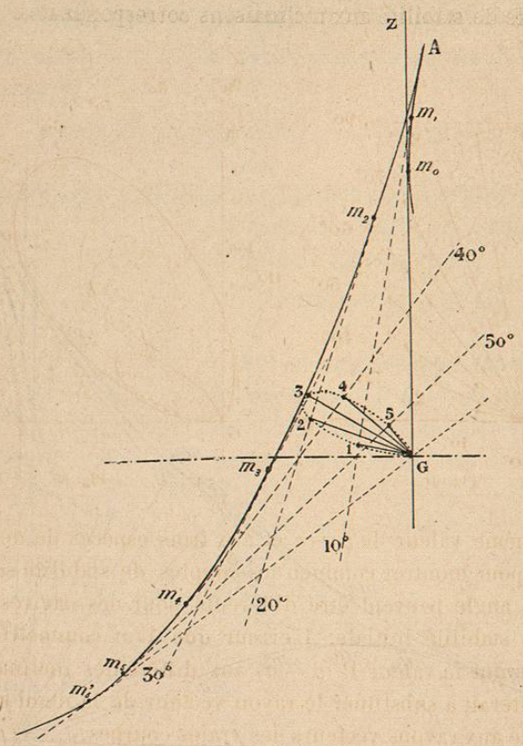

Fig. 63.

de levier ainsi déterminés, on obtient une courbe en forme de feuille, dont les rayons vecteurs représentent, en grandeur et en direction, les bras de levier du couple sous toutes les inclinaisons ; cette courbe est tangente à la développée au point 54°.

On voit sur les figures 63 et 64 les formes qu'affecte cette courbe dans le cas où la développée devient rapidement descendante, et dans le cas où elle se réduit à un point ; dans ce dernier cas, la courbe est évidemment une circonférence tracée sur m_0G comme diamètre. Nous avons réuni, sur la figure 65, les trois courbes en feuille correspondantes à

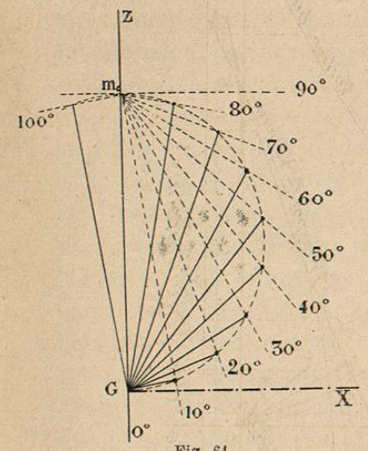

Fig. 64.

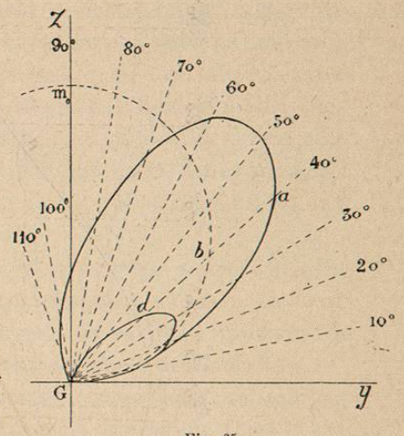

Fig. 65.

une même valeur de $\rho - a$ et aux trois espèces de développées, pour montrer combien les couples de stabilité sous un même angle peuvent être différents pour des navires ayant même stabilité initiale. L'erreur que l'on commettrait en conservant la valeur P $(\rho - a)$ aux différentes inclinaisons, consisterait à substituer le rayon vecteur de la demi-circonférence aux rayons vecteurs des vraies courbes.

Courbes de stabilité. — Les courbes en feuille dont nous venons de parler ne sont pas utilisées dans la pratique ; on leur préfère les courbes obtenues en prenant, relativement à deux axes rectangulaires, les inclinaisons pour abscisses et les moments P $(h - a) \sin \theta$ pour ordonnées. On donne aux courbes ainsi tracées le nom de *Courbes de stabilité statique.*