dunette sentent le pont tantôt presser fortement sous leurs pieds, et tantôt se dérober au point qu'il semble que l'objet le plus fragile résisterait à la pression du corps. On a coutume de dire cependant que c'est pendant le mouvement ascensionnel que se produit l'accroissement de pression; cela est inexact, c'est, comme nous venons de le voir, pendant la période demi-ascendante et demi-descendante, pendant laquelle l'observateur est *au-dessous* de sa position moyenne; les vitesses n'ont en effet aucune influence sur ces phénomènes, un corps qui est entraîné dans un sens quelconque avec une vitesse uniforme exerce sur ses liens à tout instant une pression égale à son poids; mais si, quelle que soit sa vitesse, il est soumis à une accélération *ascendante*, son poids apparent augmente du produit de sa masse par cette accélération; s'il était animé d'une accélération descendante, son poids apparent serait diminué de cette même quantité; si enfin, quelle que soit toujours la vitesse, l'accélération du corps était descendante et égale à l'accélération de la pesanteur, le poids apparent serait nul, ce qui est évident *à priori*, car dans ce cas le corps tomberait de son propre poids, et le mouvement ne subirait aucune altération si l'on coupait les liens. Or, dans le mouvement oscillatoire de la dunette, la vitesse verticale descendante est diminuée, et la vitesse ascendante est accélérée pendant tout le temps que cette partie du navire est *au-dessous de sa position moyenne*, l'accélération est donc sans cesse ascendante et le poids apparent est plus grand que le poids vrai pendant toute cette période; c'est au moment où la dunette atteint sa position inférieure qu'il est maximum. On verrait de la même manière que c'est pendant que la dunette est *au-dessus de sa position moyenne* que le poids apparent est plus faible que le poids vrai, et que c'est au moment où elle est à sa hauteur maximum que ce poids est minimum.

Il nous serait facile d'établir, comme pour le roulis, des valeurs approchées des limites que peuvent atteindre ces accélérations, mais les effets bien connus que nous venons

de rappeler constituent assurément des preuves plus convaincantes que des résultats numériques pour le calcul desquels, à défaut d'observations précises, nous serions obligés d'adopter des éléments un peu arbitraires.

Les accélérations tangentielles dont nous venons de nous occuper étant verticales, elles ont peu d'influence sur la direction de la verticale apparente; mais il n'en est pas de même des accélérations centripètes ainsi que des accélérations horizontales dues au mouvement oscillatoire du milieu du navire; il serait difficile, faute d'observations, de fixer une valeur aux grandeurs de ces dernières, mais nous n'hésiterons pas cependant à affirmer qu'elles peuvent atteindre et dépasser le $\frac{1}{5}$ des précédentes.

Enfin, sur les navires marchant debout à la lame, les oscillations sont plus vives et ont plus d'amplitude; les accélérations sont donc plus grandes, et les effets dynamiques plus intenses que dans le cas précédent; alors les accélérations tangentielles considérables changent rapidement de sens, font fouetter la mâture et la compromettent d'autant plus qu'elle est moins solidement tenue dans le sens de l'avant à l'arrière.

Effets du poids apparent sur le matériel et le personnel embarqués. — *Sur les chronomètres.* — Les pièces intérieures des chronomètres sont sollicitées pendant le mouvement par le poids apparent, comme au repos elles sont sollicitées par le poids vrai; si donc l'on veut que les pièces mobiles trouvent leurs appuis disposés pour le poids apparent comme elles le sont au repos pour le poids vrai, il faudra suspendre leurs boîtes en pendules à courte période. Si, au lieu de laisser les boîtes céder au poids apparent, on les obligeait, par un procédé quelconque, à rester, pendant le roulis, droites relativement à la verticale vraie, ces instruments seraient exposés aux mêmes dérangements que si, pendant le repos, on faisait osciller sans cesse les boîtes dans tous les sens.

Sur l'utilité des plateaux suspendus. — Les plateaux suspendus s'orientent normalement à la pesanteur apparente; on peut y placer des objets de toute espèce et des vases pleins de liquide, exactement comme on le ferait sur des plans horizontaux au repos. On conçoit cependant que, sous l'influence des coups de mer ou de certains roulis à contre de la lame, il se produira parfois, dans la direction de la verticale apparente, des variations trop brusques pour que les plateaux ou les liquides qu'ils supportent puissent les suivre, alors l'équilibre sera momentanément troublé.

Sur les baromètres marins. — Les baromètres marins ne subissent, par les temps ordinaires, que de faibles variations de hauteur; cela tient à ce que la communication de la colonne avec la cuvette est établie par l'intermédiaire d'un tube étroit terminé par une pointe qui ne laisse pénétrer le mercure que lentement; cependant, dans les grands tangages, les variations du poids apparent du mercure sont tellement grandes que l'écoulement du liquide est plus rapide et les oscillations de la colonne deviennent assez sensibles pour rendre les observations impossibles.

Sur l'amarrage du matériel. — Il résulte de ce que nous avons dit au § 1er qu'un corps posé sur le pont glisse dès que la composante tangentielle de son poids apparent l'emporte sur le frottement au départ; la pente apparente, le poids apparent et le frottement au départ qui en dépend ne sont plus les mêmes pendant le mouvement que pendant le repos; il ne faut donc pas s'étonner que, fréquemment, des corps lourds, simplement posés en abord, viennent à s'échapper en glissant, par des pentes vraies bien inférieures à la bande qui aurait été nécessaire au repos pour provoquer le départ, et cela cependant, sans que le navire ait éprouvé ce que l'on appelle communément *une secousse*.

On conçoit aussi que, par suite des variations d'intensité du poids apparent, une corde de suspension ou un appui puissent rompre à la mer sous des poids inférieurs à ceux qui pourraient être aisément supportés en rade.

Sur le personnel embarqué. Mal de mer. — Nous avons vu plus haut que les variations de la pression que ressent sous ses pieds un homme placé sur la dunette étaient dues aux variations du poids apparent; c'est également à ces variations qu'est dû le *mal de mer*. Sous leur influence, en effet, les organes internes exercent sur les ligaments et les membranes qui les soutiennent, des tiraillements incessants qui, trop faibles pour être précisément douloureux, occasionnent cependant un malaise général.

Le soulagement qu'éprouve le malade couché est dû sans doute à ce que, dans cette position, les organes reposent sur les parois de la cavité abdominale; enfin l'avantage qu'il y a à suspendre le lit résulte de ce que ce support se range à tout instant suivant la verticale apparente et que, par conséquent, abstraction faite des variations d'intensité du poids, le corps repose aussi tranquille que si le lit était au repos dans la position droite.

Résumé. — On voit en résumé que la suspension en pendule à courte période a l'avantage de permettre aux objets de se placer à chaque instant relativement à la verticale apparente comme ils le sont au repos relativement à la verticale vraie; on obtient ainsi les résultats qu'on s'était proposés dans la pensée qu'ils restaient verticaux; enfin il faut bien se garder de croire que les pendules courts et les niveaux puissent donner à bord une direction même grossièrement approchée de la verticale.

Mesure expérimentale de la pesanteur apparente. — Le meilleur procédé pour mesurer l'intensité de la pesanteur apparente, en un point donné du bâtiment, est celui qu'a employé M. le capitaine de vaisseau Mottez à bord de la *Loire*, dans l'expérience déjà citée (*Revue maritime*, t. XLVII, page 86); il consiste à suspendre en ce point, à un dynamomètre ordinaire, un poids d'environ 10 kilogr.; les indications de l'aiguille de cet instrument fournissent à tout instant le poids apparent, et le rapport de ce poids au poids vrai donne

le rapport de l'accélération apparente de la pesanteur à l'accélération vraie.

La direction de la verticale apparente s'obtiendra aisément *relativement au navire* à l'aide d'un court pendule ; mais, pour l'obtenir *relativement à la verticale vraie,* il faudrait observer simultanément les inclinaisons vraies du navire lui-même et celles du pendule relativement au navire. Dans des mouvements aussi rapides, des observations simultanées ne peuvent guère être obtenues que par un même observateur, aussi est-il difficile d'utiliser l'horizon de la mer ; cependant, aux points du bâtiment d'où l'on peut découvrir l'horizon pendant tout le mouvement, et lorsque le bâtiment est en travers à la lame et que, par conséquent, la verticale apparente est toujours déviée dans le plan transversal, on peut employer le procédé suivant :

Sur un compas de relèvement suspendu à la cardan, mais dont les tourillons auraient été remplacés par des couteaux pour que les mouvements soient plus libres, on place une alidade ordinaire pointée par le travers du navire ; on attache ensuite un fil fin en travers de la branche oculaire ; sur la branche objective on place un autre fil en travers à une hauteur telle que, lorsque le navire est en repos, le plan de visée formé par les deux fils passe par l'horizon de la mer ; enfin on marque sur la face intérieure de cette même branche, au-dessus et au-dessous de ce fil, des traits blancs très fins correspondants à des inclinaisons de 2° en 2°, c'est-à-dire, sur nos alidades, de 6^{mm} en 6^{mm}. Il est clair que l'alidade ainsi suspendue présentera toujours sa ligne de visée perpendiculairement à la verticale apparente, et que, si l'on vise l'horizon par le fil oculaire sans toucher à l'appareil, on pourra lire à tout instant sur la branche objective l'inclinaison de la verticale apparente sur la verticale vraie.

Dans tous les points du navire d'où l'on ne peut découvrir l'horizon, on est obligé de recourir aux instruments enregistreurs munis d'un appareil susceptible de fournir la verticale vraie pendant le mouvement ; nous allons indiquer les principes sur lesquels sont fondés ces appareils.

Détermination de la verticale vraie à bord. — C'est surtout en vue de la mesure des hauteurs des astres quand l'horizon de la mer vient à manquer, qu'ont été dirigées les recherches des inventeurs. Les premiers instruments dont on ait fait usage, ou plutôt dont on ait essayé l'emploi, étaient fondés sur les propriétés des pendules et des niveaux liquides (astrolabe, quartier de Davis, miroirs artificiels formés par des liquides dans des vases suspendus, etc...) ; les pendules ont été rapidement abandonnés pour les mesures précises, mais on les a conservés pendant longtemps encore pour l'appréciation des roulis ; quant aux niveaux liquides, l'identité de leurs propriétés avec celles des pendules courts n'a pas suffisamment attiré l'attention, car on voit encore aujourd'hui proposer des instruments fondés sur leur emploi. Les considérations que nous avons développées dans ce chapitre montrent que les principes de tous ces instruments étaient inexacts et qu'ils ne pouvaient donner de résultat qu'en rade et par calme plat.

Les seuls instruments qui aient donné des résultats satisfaisants sont les pendules à longue période et les toupies animées d'un mouvement de rotation rapide. La propriété des pendules à longue période, révélée par D. Bernouilli en 1757 (*Mémoire* en réponse à la question posée par l'*Académie des sciences* sur la manière de diminuer le roulis et le tangage), a été appliquée par M. Bertin, en France, et par M. Froude, en Angleterre, à des instruments enregistreurs automatiques du roulis du navire[1].

L'idée d'employer la toupie est beaucoup plus ancienne ; dès 1752, un sieur *Serson* fit construire une toupie dont la partie supérieure, disposée à cet effet, fournissait pendant la rotation une surface réfléchissante qui devenait horizontale au bout de deux minutes (*Philosoph. transac.*, 1752, t. XLVII, p. 352) ; de nos jours, l'amiral Pâris emprunta au même

1. L'oscillographe double de M. Bertin enregistre en même temps l'inclinaison vraie du navire et la pente moyenne de la lame sur laquelle il flotte.

principe la verticale nécessaire à son *trace-roulis* (*Revue marit.*, 1867, t. XX, p. 273) et obtint ainsi des résultats très satisfaisants pour les mesures qu'il avait en vue.

Cette idée, comme celle des pendules et des niveaux, avait été inspirée par la remarque qu'une toupie qui tourne sur un plan ou dans une crapaudine *fixes* rallie rapidement la verticale ; mais sur un plan, ou dans une crapaudine entraînée par un véhicule, la verticale de la toupie est encore déviée par l'influence des accélérations du mouvement d'entraînement. Pour des mesures qui exigent une grande précision, comme celles des hauteurs des astres, il est indispensable que la toupie soit constituée de telle sorte que les influences déviatrices soient sinon annulées, du moins considérablement atténuées. M. le capitaine de vaisseau Fleuriais a montré que la stabilité de la toupie à la mer dépend de la rapidité de son mouvement de précession, et que les toupies à précession rapide ou lente jouissent précisément des mêmes défauts et des mêmes qualités respectivement que les pendules à courte et à longue période ; il résulte de cet important principe que la toupie n'est susceptible de fournir la verticale à la mer qu'à la condition que sa précession soit très lente; on obtient ce résultat en plaçant le centre de gravité à une très petite distance au-dessous de la pointe, en donnant un grand moment d'inertie autour de l'axe de révolution et enfin une rotation très rapide autour de cet axe. Ce principe établi, il restait une difficulté à vaincre, celle d'utiliser cette verticale pour la mesure des hauteurs des astres ; on conçoit aisément que le procédé du miroir artificiel employé par Serson soit absolument impraticable; cette difficulté a été complètement résolue dans le *Collimateur gyroscopique* du commandant Fleuriais, par un procédé qui constitue assurément l'une des particularités les plus originales de l'instrument.

Pour la démonstration des propriétés des pendules à longue période et de la toupie, nous renverrons au mémoire de D. Bernouilli déjà cité, aux communications de M. le vice-

amiral de Jonquières à l'Académie (*Comptes rendus*, 28 juin et 12 juillet 1886) et plus particulièrement au rapport de la commission du prix de la marine pour 1886, dont M. de Jonquières était le rapporteur, ainsi qu'au mémoire du commandant Fleuriais (*Rev. marit.*, décembre 1886). Nous nous bornerons ici à de courtes explications.

Pendules à longue période. — Considérons un corps de masse totale M, et de poids P, mobile autour d'un point O qui est entraîné dans l'espace d'un mouvement dont nous supposons d'abord l'accélération w constante en grandeur et en direction ; soient OX et OZ deux axes passant par le point O et se transportant parallèlement à eux-mêmes avec lui.

Pour obtenir les lois du mouvement du corps relativement à ces axes animés d'un mouvement de translation, il faudra, en chacun des points matériels qui le composent, ajouter au poids une force égale à mw et dirigée en sens contraire de l'accélération w ; toutes ces forces auront pour résultante une force Mw appliquée au centre de gravité G ; de sorte que le mouvement relatif du corps sera celui qu'il prendrait relativement à des axes fixes, sous l'influence de la résultante R du poids P et de la force Mw ; ces deux forces étant constantes en grandeur et en direction, il en est de même de leur résultante ; de sorte que le corps oscillera autour de la direction OZ′ parallèle à GR ; comme si la pesanteur était égale à R et dirigée suivant OZ′.

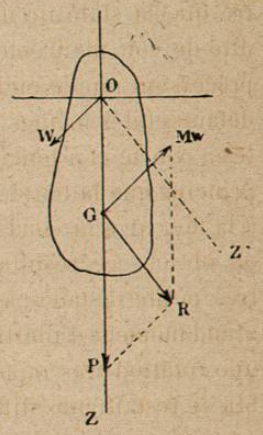

Fig. 140.

Supposons maintenant que l'on suspende au point O, d'abord en repos ou animé d'un mouvement uniforme, deux pendules d'inégale période, et que l'on imprime à ce point l'accélération w. Les deux pendules, qui étaient verticaux à l'origine, se trouveront à cet instant inclinés du même angle relativement à la nouvelle pesanteur, et se mettront

à osciller autour d'elle ; si, pour fixer les idées, nous supposons que, sous l'influence de cette nouvelle pesanteur, les périodes d'oscillations soient respectivement de $\frac{1}{4}$ de seconde et de cent secondes, le premier pendule atteindra sa nouvelle verticale en $\frac{1}{8}$ de seconde, tandis que le second mettra 50 secondes à parcourir le même angle.

Si le mouvement du point O persiste dans les mêmes conditions pendant un intervalle suffisamment long, les deux pendules, au bout de quelques oscillations, se fixeront définitivement dans la position OZ′ ; mais le pendule à courte période, après quelques oscillations rapides, se fixera suivant la nouvelle verticale avant que l'autre pendule ait eu le temps d'atteindre cette direction ; de sorte qu'au bout d'une fraction de seconde le petit pendule sera rangé suivant OZ′, tandis que le long pendule aura à peine quitté la position verticale primitive.

Supposons actuellement que l'accélération du point O varie très rapidement et que, dans un intervalle de 5 secondes, par exemple, elle passe par toutes les directions d'un plan, et imaginons cet intervalle divisé en parties assez petites pour que l'on puisse supposer l'accélération constante pendant chacune d'elles, supposons en même temps que la période du petit pendule soit assez courte pour qu'il ait le temps de prendre la position d'équilibre convenant à cet intervalle et qu'au contraire la période du long pendule soit assez grande pour que la plus grande valeur de l'accélération, agissant dans le même sens pendant les 5 secondes, produise un dérangement insensible ; il est clair que, dans ces conditions, pendant l'intervalle de 5 secondes le pendule court aura suivi fidèlement dans ses variations la direction OZ′, tandis que le grand pendule n'aura pas sensiblement abandonné la verticale ; il n'aura évidemment pas atteint l'écart que nous venons de fixer comme limite, puisque l'accélération, au lieu de produire pendant tout le temps

son maximum d'effet, a agi dans des sens contraires pendant les cinq secondes.

Ces conditions sont précisément celles dans lesquelles se trouveraient les deux pendules suspendus à bord ; par conséquent, les pendules à très courte période seront toujours dirigés suivant la verticale apparente OZ′, et les pendules à très longue période suivant la verticale vraie OZ.

Toupie. — Désignons par P le poids de la toupie, par a la distance de son centre de gravité à la pointe, par n la vitesse de rotation autour de l'axe de révolution, et enfin par C le moment d'inertie autour du même axe. On démontre en mécanique que, relativement à des axes de direction constante passant par la pointe, l'axe de la toupie posée sur un plan ou dans une crapaudine, décrit dans un mouvement *moyen* un cône de révolution autour de la verticale avec une vitesse uniforme ; dans son mouvement réel, il est animé d'un mouvement de nutation qui lui fait décrire des festons autour du cône moyen, mais lorsque la rotation n est suffisamment rapide, la nutation devient insensible et on peut la négliger.

La vitesse de précession, c'est-à-dire la vitesse angulaire du plan qui passe par la verticale et par l'axe, a pour expression $\frac{Pa}{Cn}$, si n est suffisamment grand ; elle est donc indépendante de l'inclinaison de l'axe, proportionnelle à la distance a et inversement proportionnelle à n et au rayon de giration autour de l'axe.

Cela posé, appliquons à la toupie un raisonnement identique à celui du pendule, c'est-à-dire supposons la toupie verticale, tournant dans une crapaudine en repos ou animée d'une vitesse uniforme quelconque ; imaginons qu'on imprime à cette crapaudine une accélération w constante en intensité et en direction ; il en résultera, comme on l'a vu, un changement de verticale ; tout se passera comme si la pesanteur avait changé d'intensité et de direction ; la toupie étant inclinée relativement à cette nouvelle verticale, son axe

commencera à précessionner autour d'elle; mais, si la précession est lente, l'axe décrira une fraction très petite de son cône dans un court intervalle.

Supposons actuellement que, pendant un intervalle de 5^s, l'accélération passe par des directions opposées deux à deux ou sensiblement opposées et que la précession soit assez lente pour que l'arc parcouru pendant 5 secondes soit négligeable quand même l'accélération perturbatrice agirait constamment dans le même sens et avec son maximum d'effet; il est clair qu'*à fortiori*, au bout de l'intervalle de 5 secondes sous l'influence des accélérations effectives, le dérangement de l'axe sera négligeable[1].

On voit ainsi que les toupies à précession lente jouissent, au point de vue où nous sommes placés, des mêmes propriétés mécaniques que les pendules à longue période; mais il est impossible de réaliser pratiquement un pendule à longue période qui soit à la fois de petites dimensions et d'un poids faible, tandis que ces *desiderata* ont pu être réalisés si complètement, que le collimateur gyroscopique s'adapte aux sextants ordinaires, dont il n'augmente le poids que de 165 gr.

Le principe mis en lumière par le commandant Fleuriais fournit donc la solution définitive et la seule qui nous semble possible du problème, si longtemps cherché, de la détermination de la verticale à bord.

1. Pour plus de simplicité, nous avons supposé, dans ces explications élémentaires, que la toupie se rangeait spontanément suivant la verticale; en réalité, le mouvement stable que prend cet instrument est un mouvement de précession très lent suivant un cône très aigu, et les accélérations de la crapaudine ont pour effet des perturbations de second ordre dans ce mouvement, de sorte que la moyenne des positions extrêmes de l'axe n'est pas sensiblement altérée.

DÉVELOPPEMENTS DE GÉOMÉTRIE DU NAVIRE

INTRODUCTION

La *Géométrie du navire* a pour objet l'étude des propriétés de la surface-enveloppe des flottaisons qui détachent des carènes équivalentes, et de la surface lieu géométrique des centres de ces carènes, c'est-à-dire de la surface F et de la surface C.

Les premiers éléments de cette branche de la théorie du navire sont dus à Bouguer et datent de 1746 (*Traité du navire*). Bouguer, considérant les inclinaisons infiniment petites du navire autour d'un axe longitudinal, fit connaître l'expression du rayon de courbure à l'origine de la courbe des centres de carène.

Plus tard, en 1814, Ch. Dupin, appliquant au même sujet les théories d'Euler et de Monge sur la courbure des surfaces, étendit à toutes les directions de l'espace les propriétés que Bouguer avait démontrées pour une seule direction de l'axe d'inclinaison, et donna l'équation de l'indicatrice de la surface C; il donna également l'expression du rayon de courbure de la courbe des flottaisons correspondante à un axe d'inclinaison donné.

Les travaux de Dupin complétèrent donc jusqu'au deuxième ordre la série des propriétés connues des deux surfaces F et C; la seule tentative qui ait été faite jusqu'ici pour pousser l'approximation à un ordre plus élevé est due à Bravais (thèse pour le Doctorat, 1837). Le savant officier de marine s'est borné, comme Bouguer, à envisager les inclinaisons du navire autour d'un axe longitudinal; il a supposé ensuite l'é-