

Si, por ejemplo, la lectura del arco recorrido es $181^{\circ} 26'$, se hará que el nonius marque para la corrección $180^{\circ} 43'$. Si es $179^{\circ} 14'$ se hará que señale $179^{\circ} 37'$.

103. El procedimiento que acabamos de dar á conocer puede aplicarse como una modificación del anterior (101).

104. **Verticalidad del plano descrito por una recta que gira alrededor de otra á la cual es perpendicular.**

—Dispuesta la alidada ab (fig. 46, lám. 2), perpendicularmente á su eje de rotación cd (98) es preciso que describa en su movimiento un plano vertical; lo que tendrá lugar cuando dirigida una visual por ella á la vertical v , y haciéndola girar alrededor de su eje, vaya la visual á terminar á los distintos puntos del cordón de la plomada; variando en caso contrario la posición de cd hasta que se verifique la circunstancia de que nos ocupamos. El plano descrito por la visual será vertical (13), y horizontal el eje de rotación.

105. **Verificaciones y correcciones de la alidada de anteojo.**—1.^a Es la misma que en la alidada de pínulas (88).

2.^a *Que el eje óptico del anteojo V* (fig. 41, lám. 2), *sea perpendicular á su eje de rotación.*—Se verifica como hemos dicho (99) viendo si antes y después de una semi-revolución del anteojo entre sus collares, la visual va á terminar á un mismo punto r (figura 44, lám. 2). En caso contrario será preciso mover el retículo por los tornillos que mueven la cerda vertical (91), hasta que termine la visual en r á igual distancia de los puntos r' y r'' observados en las dos posiciones indicadas del tubo del anteojo.

Si el anteojo no puede girar dentro del collar ó abrazadera en que se encuentra y sí dar una semi-revolución completa alrededor de cd , se invierte después de dársela el aparato, de modo que cambien de posición los extremos c y d de este eje, y se ejecuta la misma verificación y corrección.

3.^a *Que el plano descrito por el eje óptico del anteojo sea vertical.*—Se verifica como hemos dicho (104), y se dispone verticalmente una de las cerdas moviendo el anteojo dentro del collar, hasta que cubra exactamente la cerda al cordón de la plomada.

4.^a *Que el plano vertical que describe la alidada tenga por traza sobre el plano de la regla la línea de fe.*—Se ejecuta como hemos dicho (88—3.^a), teniendo en cuenta que al dirigir la segunda visual es preciso volver el ocular al lado del observador. El error de colimación á que puede dar lugar la posición del retículo, no in-

fluye tampoco en la apreciación gráfica de los valores angulares.

5.^a *Que el eje óptico del anteojo sea horizontal cuando coincide el cero del nonius con el del arco vertical sz* (fig. 43, lám. 2).—La visual Va (fig. 41, lám. 2) será paralela al tablero T ó al eje ba del anteojo s de verificación, dentro del límite de apreciación del nonius, cuando concorra con ellos en un punto a situado á una distancia suficientemente grande. En efecto, llamando x á esta distancia, d á la altura dr , y m al ángulo rad , se tendrá $d = x \text{ tang. } m$; de donde se deduce la ecuación

$$x = \frac{d}{\text{tang. } m} \quad [8].$$

Si suponemos, por ejemplo, $d = 0^m,3$ y $m = 1'$, resultará $x = 1031^m$.

Por consiguiente, tomando el punto a á una distancia mayor, el ángulo m no llegará á valer $1'$, y el error será inapreciable en el instrumento. Todos los ángulos de elevación y de depresión que se observen en lo sucesivo, estarán afectados de este error inapreciable.

106. **Tornillos empleados en los instrumentos.**—Además de los tornillos que sólo se emplean para unir las diferentes piezas entre sí y facilitar el desarmarlas, hay otros que sirven para variar convenientemente sus posiciones relativas, y se llaman *tornillos de corrección*; así como otros que tienen por objeto modificar los movimientos de las partes giratorias del instrumento, con relación á las que están destinadas á permanecer fijas en posiciones determinadas.

107. **Tornillos de presión, y de ajuste ó coincidencia.**—El movimiento de una pieza N (fig. 47, lám. 2), que puede girar alrededor de un eje, apoyándose siempre sobre otra L destinada á permanecer en una posición invariable, puede impedirse apretando un tornillo a , que oprime entre sí y contra la pieza L á dos placas proyectadas en p : una de las cuales, invariablemente unida á N , imposibilita su movimiento. El tornillo a se llama *de presión* por lo que acabamos de indicar; ó *de movimiento rápido*, porque aflojándole puede girar la pieza N libremente.

El tornillo a entra generalmente á formar parte de un sistema adecuado de movimientos, con otro tornillo c , llamado *de ajuste ó coincidencia*, y también de *movimiento lento*, en razón á la disposición del sistema. Por ella, una vez oprimido el tornillo a , se hace

girar al *c*, que avanzando en su tuerca practicada en una esfera dispuesta en la placa superior *p*, lleva consigo á la pieza *b* y á la *N* invariablemente unida á ella. El movimiento que les comunica es muy lento, en razón á que el paso del tornillo es muy pequeño con relación al radio de su cabeza, á la que se aplica la fuerza que le hace girar.

La disposición explicada varía en los instrumentos alemanes, en los cuales el movimiento lento se efectúa moviendo un tornillo, que se halla en contacto con una pieza unida á la parte móvil del instrumento y la oprime contra un resorte que obra en sentido contrario.

108. **Nonius ó Vernier.**—Se da este nombre á una parte de los instrumentos que tiene por objeto llevar la apreciación de las longitudes y de los valores angulares más allá de lo que permite la que puede obtenerse por las divisiones de la unidad lineal ó del limbo de un instrumento.

La invención de este ingenioso método de apreciación es debida al español Núñez, de quien ha tomado el nombre, y modificada y generalizada por Vernier, matemático francés.

109. **Nonius recto.**—Sea *AB* (fig. 48, lám. 2), una regla dividida en centímetros y milímetros: tomando otra regla *ab* de 9^{mm}, y dividiéndola en 10 partes iguales, cada división de esta regla, que constituye el nonius, es $\frac{9}{10}$ de milímetro y se diferencia de la menor división de *AB* en $\frac{1}{10}$ de milímetro. Haciendo correr el nonius en el sentido *ab* de la graduación hasta que coincida la división 1 del nonius con la 1 de la regla, el canto *a* del primero se hallará separado del *A* de la segunda en $\frac{1}{10}$ de milímetro; y del mismo modo se hallarían estos cantos separados en $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$ de milímetro, cuando coincidiesen las divisiones 2, 3..... de ambas reglas.

110. *Usos del nonius recto.*—1.º *Dada una longitud cualquiera, determinar su valor.*

Para hacer aplicación del nonius á la medida de una longitud, supongamos que se trata de la de un objeto *CD* (fig. 49, lám. 2), la cual además de tener 3 centímetros y 6 milímetros de la regla que se toma por unidad, contenga una fracción *ra* de milímetro

que se trata de valuar. Si á continuación de dicho objeto y en contacto suyo y de la regla se coloca el nonius *ab*, que también suele hallarse dispuesto de modo que pueda correr á lo largo de la regla *AB*, no habrá más que examinar con cuidado cuál de las divisiones del nonius coincide con una de las de *AB*; y si fuese la octava por ejemplo, entonces la división 6 de la regla unidad *AB*, que podemos suponer hace veces de línea cero, se hallará separada de la línea cero del nonius la distancia de $\frac{8}{10}$ de milímetro, y este será

el valor de la fracción *ra* de milímetro que se trataba de valuar; de modo que en el ejemplo actual la longitud del objeto *CD* es 0^m,0368.

111. 2.º *Determinar el valor de una longitud cualquiera en la medida adoptada, para referirla ó tomarla después en el terreno ó en el plano.*

Sea la distancia 0^m,0368 la que queremos fijar en la regla unidad. Haremos correr al nonius á lo largo de la regla *AB* sin el cuerpo *CD* (fig. 49, lám. 2), hasta que el cero del nonius coincida con la división 6 milímetros del cuarto centímetro, y tendremos desde el punto *A* de la regla hasta esta división, la distancia 0^m,036; para tomar además los $\frac{8}{10}$ de milímetro, haremos correr al nonius en el sentido *AB* hasta que coincida la división 8 del mismo con la primera que encuentre de la regla, y la parte *ra* será el valor de la fracción $\frac{8}{10}$ de milímetro que queríamos apreciar, con lo que se habrá determinado la longitud *Az* de 0^m,0368.

112. **Empleo de los limbos y las alidadas en la determinación de los valores angulares.**—Situado el centro del limbo en el vértice *O* (fig. 34, lám. 2) del ángulo, y dirigiendo al punto *A* una visual por las pínulas fijas situadas en la recta que une las divisiones 0 y 180º del limbo, cuyas pínulas constituyen entonces una alidada fija (86), y otra al *M* por medio de otra alidada giratoria alrededor del centro *O* del limbo, la amplitud angular *m* obtenida en la graduación de éste será el valor en grados del ángulo *AOM*. Cuando el limbo esté horizontal (29), el ángulo obtenido será el de los objetos reducido al horizonte.

113. Para determinar gráficamente el valor de este ángulo, se horizonta un tablero *Q* (fig. 50, lám. 2), y marcando en él un punto *O*, se dirige por las pínulas de la alidada *AB*, dispuesta de ma-

nera que el canto de su línea de fe pase por dicho punto, una visual tirada por ab y cd al punto M; trazando después una recta por el canto de la línea de fe. Haciendo lo mismo respecto al punto N, el ángulo AOA' que resulta trazado en el tablero será el ángulo plano correspondiente al diedro que forman los planos determinados por las verticales V, V' y el punto O, cuya intersección es la vertical OP de este punto.

114. **Nonius circular.**—Haciendo aplicación de lo dicho (109) á los valores angulares, supongamos el limbo L (fig. 47, lám. 2) dividido en grados y medios grados, y tratemos de apreciar fracciones de medio grado ó del arco de 30', que es el límite de apreciación del limbo. Si se toman 29 de las menores divisiones del limbo, y se divide en 30 partes iguales el arco que comprenden, la diferencia entre una división del limbo y una de las del nonius N será $\frac{1}{30}$ de 30', y el nonius apreciará de minuto en minuto. Así, cuando coincida con una división cualquiera del limbo la 1.^a, 2.^a, 3.^a..... del nonius, la fracción que se trata de apreciar valdrá 1', 2', 3'.....

115. *Usos del nonius circular.*—Aplicando á la medida del ángulo AOM (fig. 34, lám. 2) el procedimiento explicado (112), suponiendo que la alidada móvil va provista de un nonius cuyo *cero* se halla en el plano de colimación de la alidada (87), y coincide con el del limbo en su posición primera OA, el arco recorrido por el *cero* del nonius para pasar á la segunda OM y apreciado con el auxilio del nonius, será el valor del arco m con menos error que 1'. Supongamos, en efecto, que el indicado *cero* ocupa entonces la posición s (fig. 47, lám. 2), observaremos que ha pasado de la división correspondiente á 62° 30', y que ésta es la apreciación que el limbo proporciona; para conocer el valor del arco que media entre la división considerada en el limbo y el *cero* del nonius, no habrá más que buscar la división del nonius que coincide exactamente con una de las del limbo, y que en el caso que consideramos es la 17, para obtener, como hemos indicado, el valor 62° 47' del arco recorrido.

Cuando aparecen coincidiendo dos ó más divisiones, á causa de la excesiva pequeñez del arco que comprenden, se elige la que ocupa la mitad del arco en que dichas divisiones se confunden á la vista.

116. Recíprocamente, para resolver el problema análogo al in-

dicado (111), se haría coincidir primeramente el *cero* del nonius con la división del limbo que señala los 62° 30', oprimiendo entonces el tornillo a de presión, y moviendo el c hasta que la división 17 del nonius coincida exactamente con la primera que encuentre del limbo, marchando en el sentido de la graduación.

117. *Disposiciones particulares que presenta el nonius.*—Algunas veces el nonius se halla dividido en dos partes iguales, que se hallan á uno y otro lado del *cero* (fig. 51, lám. 2), estando ambas numeradas en el sentido de la graduación. Esta disposición permite dar al nonius una forma simétrica respecto del *cero*.

Cuando el limbo á que acompaña el nonius presenta dos divisiones, el nonius se halla doblemente graduado, ó repetido en sentidos contrarios, y debe tenerse presente que en la apreciación de un ángulo cualquiera, se emplea el nonius que está graduado en el mismo sentido que la graduación de que se hace uso en el limbo.

118. **Apreciación de los nonius en general.**—Si representamos por d el valor de la menor división de la regla ó limbo, por x la diferencia entre una división d de la regla ó limbo y una del nonius, $d - x$ será el valor de esta última división. Llamando además n al número de divisiones del nonius, el valor de la longitud ab (fig. 48, lám. 2) ó del arco sr (fig. 47, lám. 2) será $(d - x)n$. El mismo arco en la regla ó limbo estará expresado por $d(n - 1)$, y podremos establecer la ecuación

$$(d - x)n = d(n - 1) \quad [9]:$$

de la que resulta

$$x = \frac{d}{n} \quad [10].$$

Para hallar, por lo tanto, lo que el nonius aprecia, bastará *dividir el valor de la menor división del limbo por el número de divisiones del nonius.*

119. Aplicando á varios ejemplos la fórmula [10], obtendremos los resultados siguientes:

1.º Si $d = 0,5$ y $n = 5$, se tendrá $x = \frac{0,5}{5} = 0,1$.

2.º Si $d = 60'$ y $n = 30$, resultará $x = \frac{60'}{30} = 2'$.

3.º Si $d = 20'$ y $n = 60$, se hallará $x = \frac{20'}{60} = \frac{1200''}{60} = 20''$.

120. **Aparatos de unión de los instrumentos con los pies en que se apoyan.**—La parte que principalmente constituye un instrumento se une al pie sobre que se dispone en las operaciones por medio de aparatos, que tienen además por objeto disponer convenientemente el plano ó limbo que se emplea en la determinación de los valores angulares (112 y 113), así como el eje principal de rotación.

Estos aparatos son de varias clases.

121. **Cubos ó mangos huecos.**—Se da este nombre á una pieza cónica, hueca interiormente é invariablemente unida al instrumento, destinada á ajustarse por medio de un tornillo de presión p (fig. 52, lám. 2) á una espiga sólida de la misma forma, en la cual termina el pie sobre que aquél ha de disponerse.

122. **Rodillas.**—Los mangos ó cubos, cuando van acompañados de articulaciones que permiten colocar el plano del limbo en varias posiciones, se llaman *rodillas*.

123. **Rodillas de nuez.**—El mango m (fig. 53, lám. 2) va atravesado en su parte superior por un tornillo T, que sujeta dos piezas esféricas cóncavas p en forma de conchas, las cuales abrazan una esfera que lleva el limbo del instrumento en su parte inferior: esta esfera se puede mover dentro de las *conchas* en todos sentidos, deteniendo este movimiento para colocar el plano del limbo en la posición conveniente, por medio de la presión que ejerce el tornillo T.

124. **Rodillo de cilindros ó de Cugneau.**—Se compone de dos cilindros que forman un solo cuerpo, y cuyos ejes, perpendiculares entre sí y proyectados en z y z' (fig. 54, lám. 2), proporcionan una doble articulación del cuerpo de los cilindros alrededor de z , y de la parte del instrumento á que se hallan unidos alrededor de z' ; por la cual se mueve el plano del limbo en dos sentidos diferentes.

125. **Plataformas.**—Las plataformas son unos aparatos de unión que permiten dar una posición horizontal al plano del instrumento de que forman parte, por medio de tornillos ó de la combinación de éstos con charnelas ó con muelles. Describiremos las más comúnmente usadas.

126. **Plataforma de cuatro tornillos.**—Se compone de una placa circular AB (fig. 55, lám. 2), en la cual se hallan las tuercas s , s' correspondientes á los tornillos t , t' , y que se une por medio de un pasador á la espiga que constituye el eje del instrumento. Los tornillos apoyan sus cabezas en la placa inferior CD, fija al

pie del mismo. Cuando se hace girar á dos tornillos t , diametralmente opuestos, se obliga á las tuercas á recorrer los pasos de la rosca, y elevan ó deprimen á la placa AB juntamente con la espiga y toda la parte superior del citado instrumento. La espiga suele terminar en una superficie esférica que roza suavemente con las paredes interiores de la pieza E, la cual forma parte de la placa inferior.

El centro de la superficie esférica es un punto constantemente fijo de posición, para todas las que se den á la placa AB.

127. Por el movimiento sucesivo de cada par de tornillos puede darse á la placa AB (fig. 56, lám. 2) la posición horizontal, valiéndose del nivel de aire (25), colocándole primero en la dirección tt , y horizontando esta línea por los tornillos t , y después en la $t't'$, que se horizonta del mismo modo por los t' . Entonces el eje de rotación del instrumento, que es por construcción perpendicular á la placa AB, habrá tomado la posición vertical.

128. La plataforma de cuatro tornillos está dispuesta otras veces de modo que éstos ocupan una posición horizontal, disposición casi abandonada hoy por defectuosa.

También se ha modificado empleando dos tornillos, que con el auxilio de dos charnelas ó de dos resortes opuestos, proporcionan asimismo el movimiento del limbo en dos sentidos perpendiculares entre sí. La figura 57 (lám. 2) es la proyección horizontal de la plataforma de resortes r , r' , que determinan con los dos tornillos respectivamente opuestos las rectas rt , $r't'$, en sentido de las cuales tiene lugar el indicado movimiento.

129. **Plataforma de tres tornillos.**—En la plataforma de tres tornillos, el eje m (fig. 58, lám. 2) del instrumento de que forma parte, es perpendicular á la vez al plano A y á la pieza de tres brazos B, en cuyos extremos se hallan practicadas las tuercas de los tornillos T, T', T'', los cuales apoyan sus extremidades en el platillo C, fijo al pie del instrumento.

Por medio de los tornillos T, T' (fig. 59, lám. 2), la inclinación del plano de la pieza B, y por consiguiente la de su paralelo A, puede variar en el sentido de la recta TT' que une estos tornillos, y por el T'', en el sentido de la T''h, determinada por el pie del tornillo y el punto medio de la TT'.

130. **Pies de los instrumentos.**—Se llaman *pies de los instrumentos* los aparatos destinados á sostenerlos á una altura conveniente, para poder manejarlos y servirse de ellos con comodi-

dad en las operaciones. El pie de un instrumento está formado algunas veces de un simple *bastón ó chuzo*, terminado en su parte inferior por un regatón aguzado de hierro, y provisto en la superior de una espiga destinada á recibir el mango hueco de los instrumentos (121).

131. **Tripodes.**—El más sencillo de todos se compone de un prisma triangular terminado por una espiga. A cada una de las caras del prisma se adapta el extremo superior de un pie de madera por medio de un perno de rosca, y se asegura por una tuerca móvil. Los pies terminan en regatones de hierro armados de puntas, que se introducen en los terrenos blandos y se adhieren perfectamente á las rocas.

En los tripodes generalmente empleados hoy, cada pie se compone de dos piezas longitudinales unidas por travesaños, y en vez de espiga tienen un taladro en el centro de la meseta M (fig. 60, lámina 3), por el cual pasa una varilla *v* terminada en rosca por su extremo superior *r*, con su correspondiente tuerca *t*, para que se apoye en la parte superior de la meseta. Un resorte en espiral contenido en el cilindro *c*, oprime á la tuerca contra la meseta cuando se atornilla la rosca *a* al cilindro, y se eleva la varilla por el mango *m*, á fin de introducir el tornillo *r* en una segunda tuerca practicada en la parte inferior de la plataforma del instrumento.

132. El *tripode cónico* de los instrumentos ingleses, llamado así por la forma que toma cuando está cerrado con objeto de proporcionar un cómodo transporte, tiene armados los pies de regatones de hierro que juntos forman un cono *c* (fig. 61, lám. 3), y por la parte superior llevan unas piezas de cobre *p* sujetas por medio de tornillos y terminadas en espigas, las cuales entran en otras piezas unidas á un platillo ó meseta *m*, formando una articulación ó juego de charnela. Sobre el platillo va la rosca *r*, que se introduce en la correspondiente tuerca de que va provista la parte inferior de la plataforma del instrumento.

Para que la rosca *r* no reciba golpes que la inutilicen cuando no se usa el tripode, hay otra tuerca practicada en una pieza adicional *s*, llamada *sombbrero*, la cual se atornilla á la rosca *r*. Tres anillas de metal de diferentes diámetros *a*, *a'*, *a''* sirven para mantener unidos los pies.

133. **Medida de los ángulos azimutales.—Error de colimación.**—Ya hemos indicado (112) la manera de obtener los ángulos azimutales y los situados en el plano de los objetos, y lo

dicho entonces supone que el plano de colimación de la alidada giratoria coincide exactamente con el de la fija, ó tiene por traza sobre el plano del limbo la línea (0 — 180°) de su graduación. Cuando no sucede así, el ángulo *aCm* (fig. 62, lám. 3), que entonces forman, es el *error de colimación*. Este error no influye en la determinación del valor de un ángulo cualquiera; pues haciendo coincidir esta línea de fe con la (0 — 180°) del limbo, y dirigiendo la visual al punto A, al mover después la alidada para dirigirla al B, el arco *mn* recorrido por la visual es exactamente igual al *ab* que ha recorrido la línea de fe, y que mide el valor del ángulo, pues todos los puntos que giran alrededor de un eje común describen arcos del mismo número de grados.

134. **Alidada excéntrica.—Doble nonius.**—Cuando la alidada no gira exactamente alrededor del centro O (fig. 63, lám. 3) del limbo, sino del punto *d*, y coincide además con la recta que une estos puntos, como sucede en la posición AB, el arco CB será exactamente la medida del ángulo COB de las visuales. En otra posición cualquiera A'B' de la alidada, el arco CB' que se obtiene con la lectura del nonius, difiere del CB' correspondiente al ángulo COB', que se hubiera obtenido en O sin la excentricidad del eje de rotación en una cantidad B'b', que es el *error de excentricidad* para la posición en que consideramos á la alidada. Este error está en su máximo B'b' cuando ocupa la posición A''B'', perpendicular á AB; pues la separación *dO* de A''B'' y el diámetro *a''b''* es mayor (Geom., Teor. 20) que la *ed* que media entre A'B' y *a'b'*, ó en otra posición intermedia.

135. El error de excentricidad puede eliminarse cuando la alidada está provista de dos nonius diametralmente opuestos, como sucede en la mayor parte de los instrumentos angulares. En efecto, observando la figura 63 (lám. 3), se tendrán las igualdades

$$Cb' = CB' + B'b' \quad \text{y} \quad Da' = DA' - A'a';$$

de las que resulta, en virtud de ser $Cb' = Da'$ y $B'b' = A'a'$

$$2Cb' = CB' + DA' = CB' + (CA' - 180^\circ),$$

y por último

$$Cb' = \frac{CB' + (CA' - 180^\circ)}{2}; \quad [11].$$

Bastará, por lo tanto, *restar 180° del arco CA'*, obtenido por el nonius A', y *hallar la semisuma entre este resultado y el arco CB' observado en el nonius B'*.