

Al trazar en el papel la figura *abcdef* semejante á la proyección horizontal del polígono del terreno ABCDEF (fig. 165, lám. 7), hay la costumbre de dividir en dos partes iguales por medio de la recta NS (fig. 166, lám. 6) el rectángulo *mno* que representa el papel en que el plano ha de dibujarse. Esta recta señala la dirección del meridiano, y la OE, perpendicular á ella en su punto medio, sirve para determinar con NS los cuatro puntos cardinales *Norte, Sur, Este y Oeste*, en las posiciones en que ordinariamente se consideran.

Hecho esto, se situará la línea *ab*, homóloga de la AB, de manera que forme con la meridiana NS un ángulo *m'* igual al *m*, y una vez situada esta línea, la construcción sobre ella de la figura semejante á la proyección del terreno, nos dará determinada la *posición absoluta* del polígono *abcdef*.

Generalmente se borran después las líneas NS y OE (fig. 166, lámina 6), y solamente se traza una recta *ns* paralela á la NS en uno de los ángulos del papel, que regularmente suele ser en el que indicamos en la figura, y que representa la dirección de la meridiana. Se la suele dar la figura de una flecha, siendo la punta *n* la que se dirige al Norte.

Este convenio de representación tiene la ventaja de dar á conocer la situación de los diferentes elementos geométricos del plano, con relación á los puntos cardinales del globo.

La orientación de los planos y el convenio que acabamos de hacer, tienen aplicaciones importantes; un agricultor puede servirse de un plano orientado para conocer los parajes más á propósito para la producción de plantas determinadas; los dueños de fincas ó los fabricantes, para la disposición que deben dar á las distintas partes de un edificio, á fin de que llene las condiciones necesarias al objeto á que se destina.

Al dibujo así obtenido acompaña siempre la escala que ha servido para la construcción del plano, disponiéndola en su parte inferior.

Pasemos ya al levantamiento de los planos de corta extensión.

334. Levantamiento de los planos de corta extensión.—Con la escuadra.—Terrenos accesibles en su interior.—Contornos rectilíneos.—Consideraremos en primer lugar el caso en que la figura del terreno es un polígono rectilíneo, compuesto de un corto número de rectas.

335. Sea ABCDEFG (fig. 167, lám. 7) el polígono del terreno y

al mismo tiempo su croquis, supuesto que todas sus líneas y las que hemos de establecer se han de hallar respectivamente situadas en ambos, por lo que siempre consideraremos que las figuras representan ambas cosas. Se verá si es posible trazar una diagonal ó directriz AE, desde la cual sean visibles todos los vértices del polígono, y que reúna también la condición de ser la mayor, cuyo caso se presenta cuando el terreno es llano y no hay obstáculos, pudiéndose operar en todos sentidos ó en el mayor número de ellos, por no estar sembrado ni haber otra circunstancia que lo impida. Sobre dicha línea AE, tomada como eje de las abscisas, se bajarán las ordenadas BH, GY, CJ, FL y DM, que se medirán con exactitud, anotando los números que resulten, como se ve en el croquis, en sentido perpendicular á las longitudes respectivas. Las abscisas que se deben medir son las AH, AY, AJ....., á partir todas del punto A; pero como sería penoso empezar siempre de nuevo desde dicho punto, lo que se hace es determinar el valor de la AH, y continuar midiendo sin levantar la cadena hasta tener del mismo modo la AY, después la AJ, y así sucesivamente hasta llegar al punto E. Los números que indican los valores de las abscisas se inscriben en el croquis en sentido de la directriz y próximos al pie de las ordenadas á que corresponden, y al mismo lado de la directriz en que se halla la ordenada correspondiente. Señalaremos los ejes con líneas de trazos, y las ordenadas con líneas de puntos. Como comprobación se mide después otra vez, sin detenerse, toda la AE, para ver si resulta la medida indicada por el último número, ó se diferencia en una cantidad insignificante y sujeta á los límites de apreciación; pues en el caso contrario, debe procederse de nuevo á las operaciones. Se cuidará asimismo de tomar en el punto A el rumbo de la AE, para orientar el plano. Por último, las diferencias AY — AH, AJ — AY..... dan las distancias HY, YJ..... entre los pies de las ordenadas, en caso de ser necesarias. Para que la operación sea más expedita, mientras unos auxiliares del geómetra miden las abscisas y levantan y trazan las perpendiculares, otros se ocupan de medir éstas con todo el cuidado posible.

Para mayor sencillez y mejor comprensión del croquis, consideraremos siempre como positivas á todas las abscisas AH, AY..... tomadas desde A á E en sentido de la marcha, por lo que no hay necesidad de acompañarlas de signo alguno. Las ordenadas GY, FL situadas á la derecha las llamaremos positivas, señalándolas

con el signo +, y las BH, CJ y DM tomadas á la izquierda, serán negativas y se marcarán con el signo —. Este método tiene la ventaja de que los signos de las ordenadas indican en el croquis el sentido de la marcha en la operación; pues mirando la figura se conoce que para levantar el plano se ha caminado desde A hacia E. Si al contrario, se hubieran empezado las operaciones en el punto E para dirigirse al A, las abscisas serían EM, EL, EJ..... siempre positivas, las ordenadas positivas serían las DM, CJ y BH, y las negativas las FL y GY, al contrario que en el primer caso. En otra clase de operaciones en que la marcha se sigue por el contorno, se puede emprender en cualquiera de los cuatro sentidos AGFE, ABCD, EFGA y EDCB, tomando por punto de partida los vértices A y E, y en general empezando en cualquier punto del polígono y siguiendo la marcha en cualquiera de los sentidos expuestos; pero á fin de evitar confusión, nosotros supondremos siempre que se camina desde un punto elegido A, y en el sentido AGFE.

336. *Construcción del plano.*—Para construir, valiéndonos del croquis, la figura semejante en el papel, se trazará una línea *ae* de la longitud total con arreglo á la escala elegida, se tomarán en ella las *ah, ai, aj.....*, que representan á las AH, AI, AJ....., y levantando perpendiculares en los puntos *h, i, j.....* en el sentido que indica el croquis, se tomarán en ellas las longitudes *bh, ig, cj.....*, que representen á las BH, IG, CJ....., y uniendo los extremos *a, b, c.....* por medio de las rectas *ab, bc, cd.....*, se tendrá la figura *abcdefg*, semejante á la ABCDEFG, por hallarse compuesta de porciones semejantes y semejantemente dispuestas á las del terreno. Uniendo también entre sí de tres en tres, de una manera análoga, los vértices del polígono del terreno y del construído en el papel, se demuestra fácilmente que son semejantes, por hallarse compuestos del mismo número de triángulos semejantes y semejantemente dispuestos. Se trazará, por último, en el punto *a* la dirección de la aguja con arreglo al rumbo de la AE para la colocación de la figura (332), cuando se dibuje en limpio, con lo que quedarán concluídas las operaciones que constituyen el levantamiento del plano del contorno del polígono.

En el método que acabamos de exponer, el error de medición ó construcción cometido en una abscisa *ah*, aunque acumulado al de la ordenada *bh*, si también ha tenido lugar, da por resultado la colocación de *b* en *b'*; pero este error es parcial y no influye en

los demás vértices, debiendo tenerse presente que siendo casi imposible el evitar totalmente los errores, el geómetra debe siempre procurar que sean parciales los que puedan resultar de los medios que elija para el levantamiento del plano.

337. La serie de líneas que constituyen la directriz y las ordenadas que fijan los vértices del polígono, forman en este caso lo que hemos llamado el canevas topográfico, que ha sido después reproducido en el papel para la construcción del polígono, y que si se quiere puede dejarse de trasladar cuando se pone el plano en limpio.

338. *Registro.*—Se formará como el que presentamos á continuación, compuesto de cinco columnas, para consignar en ellas los datos adquiridos en el campo, con arreglo á lo que hemos dicho (323).

Registro del contorno del polígono ABCDEFG.

RUMBO DE LA BASE AE = 257° 30'.

| Abscisas á partir del punto A. | Ordenadas. | Vértices á que corresponden. | Designación de los vértices. | Observaciones. |
|--------------------------------|------------|------------------------------|------------------------------|----------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 0 | 0 | A | » | |
| 19,5 | -27,6 | B | Árbol. | |
| 41,0 | +31,7 | G | Jalón. | |
| 62,0 | -38,0 | C | » | |
| 85,4 | +24,0 | F | » | |
| 95,3 | -23,4 | D | » | |
| 107,0 | 0 | E | » | |

En la primera columna se colocan las abscisas á partir del punto A; en la segunda las ordenadas á la izquierda y derecha de la directriz AE, con el signo que les corresponde, siendo *cero* la abscisa y la ordenada del punto de partida del eje AE, y también la ordenada de su extremo E; en la tercera, los vértices del polígono á que pertenecen; en la cuarta, los nombres de los objetos que constituyen dichos vértices, y en la quinta aquellas observaciones que merezcan consignarse para que concurren á evitar las dudas

que por cualquier causa pudieran presentarse después en la construcción, así como las noticias ó circunstancias que se quiera tener presentes por su interés, sean de localidad, de situación, calidad del terreno ú otras cualesquiera.

339. Para la construcción en el papel valiéndose del registro, no habrá más que trazar una línea indefinida, y poniendo en contacto con ella la escala elegida de boj ó marfil, se marcarán con un lápiz cuya punta sea muy fina el punto de partida *a* y los demás que indiquen los valores consignados en la primera columna del registro; se levantarán perpendiculares á la derecha de la *ae* en los puntos *i* y *l*, dándoles los valores $31^m,7$ y $24^m,0$, que en la segunda columna tienen el signo +; se levantarán igualmente perpendiculares á la izquierda de la *ae* en los puntos *h*, *j* y *m*, tomando en ellas con la escala los valores $27^m,6$, $38^m,0$ y $23^m,4$ que se hallan en la segunda columna con el signo —, y uniendo con rectas los extremos de la directriz *ae* y los de las ordenadas, se tendrá la figura *abcdefg* semejante á la del terreno, en la cual se marcará el rumbo de la *ae*, para su colocación en el papel cuando se dibuje en limpio.

340. *Replanteo en el terreno.*—Recíprocamente, para trazar el polígono en el terreno, dada su proyección *abcdefg*, y colocados en el punto A, que se sabe ser el de partida, se trazará una recta al punto E, si éste se halla señalado, y en el caso contrario se traza desde A una recta indefinida cuyo rumbo sea el que marque el croquis ó registro: se medirán con la cadena las abscisas consignadas en él, y levantando perpendiculares con la escuadra en sus extremos y en el sentido que se halle indicado, se tomarán en ella las longitudes que deben tener, colocando jalones ó piquetes que señalen los vértices, ó introduciendo estacas en el terreno si se quieren tener señalados para otras operaciones. Cuando el extremo de alguna ordenada es un objeto del terreno, como un árbol, la esquina de un edificio, etc., servirá de comprobación ver que efectivamente, termina en él dicha ordenada.

341. **Contornos rectilíneos de muchos lados.**—Pasemos ya al caso en que el contorno del polígono, siendo rectilíneo, se halla compuesto de un gran número de rectas.—Sea, por ejemplo, el que representa la figura 168 (lám. 7). Se empezará por inscribir en él otro polígono ABCDEFGHY, que estando compuesto de pocas rectas, se pueda determinar por el método que acabamos de exponer; y como este polígono es arbitrario, deben elegirse

para vértices puntos que lo sean también del polígono dado, como C, H....., ó pertenezcan á sus lados, como los B, Y....., reuniendo todos ellos la circunstancia de ser visibles desde un solo eje AE, establecido en sentido de la mayor alineación que pueda trazarse. Este polígono inscrito se llama *polígono principal*, y se procura determinarle con toda precisión, como se ha dicho (335), formando cuidadosamente su croquis y registro, por ser la base de las operaciones sucesivas.

Tomando después por nuevos ejes los lados AB, BC, CD..... del polígono principal, que se llaman entonces *ejes secundarios*, para distinguirlos del AE, que se llama *eje principal*, y bajando sobre ellos perpendiculares desde todos los otros vértices del polígono dado, se concibe que la serie de líneas que constituyen las del polígono principal con las perpendiculares bajadas sobre sus lados, formarán esa especie de entramado propio para fijar y relacionar entre sí los puntos todos del contorno, y á que damos, como hemos dicho, el nombre de *canevás topográfico*.

Además del croquis, se llevará el registro del polígono principal, como se ha explicado (338), y otro registro auxiliar llamado del contorno, como se ve á continuación, en el cual, así como en la figura, numeraremos para más comodidad los vértices del polígono dado, que no forman parte del principal del *canevás*.

Registro del contorno del terreno referido al del polígono principal ABCDEFGHY del canevas.

| Lados del polígono principal, tomados por ejes. | Abscisas. | Ordenadas. | Vértices. | Nombres. | Observaciones. |
|---|------------------------------|------------------------------|------------------|----------|----------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| AB | 0,0 12,7 40,5 | 0,0 + 10,2 0,0 | A 1 B | | |
| BC | 10,0 30,3 | + 10,8 0,0 | 2 C | | |
| CD | 16,4 31,7 | + 6,6 0,0 | 3 D | | |
| DE | 11,8 32,0 43,0 61,5 | + 9,3 0,0 + 9,0 0,0 | 4 5 6 E | | |

Este segundo registro es tanto más importante, cuanto más irregular es el polígono y contiene mayor número de lados, y en el caso actual se consideran como positivas todas las ordenadas sobre los lados del polígono principal.

La marcha de las operaciones para la construcción del plano es enteramente la misma que se sigue en el terreno, pues se empezará, como ya sabemos, por la construcción del polígono principal, y después por medio del croquis y registro del contorno, se irá construyendo éste con la mayor facilidad, partiendo del punto

A y siguiendo en el sentido ABCD....., hasta volver de nuevo al punto de partida.

Esta manera de proceder presenta muchas ventajas, pues evita el inconveniente de medir tantas perpendiculares como sería necesario bajar desde todos los vértices del polígono dado, siempre mucho más largas que las bajadas sobre los lados del polígono principal. Por otra parte, muchos vértices podrían no ser visibles desde la AE, y habría que adoptar el medio de establecer muchos ejes á partir de un solo punto; medio más complicado que el actual, en que se toman por tales los lados consecutivos del polígono principal, los cuales, como su disposición es arbitraria, siempre se podrán colocar de modo que vayan siendo visibles desde ellos todos los puntos del contorno del polígono en cuestión. Además, en la construcción del plano se habrá conseguido que los errores inevitables en la mayor parte de las ocasiones sean parciales, tanto los que se cometan en el polígono principal como en el contorno del propuesto. Pueden conocerse estos errores comprobando el mayor número de puntos, si algunos vértices del primero de estos polígonos se hallan situados en los lados del segundo, como en la figura actual; pues al hacer la construcción y unir los extremos de todas las ordenadas, los puntos 1, B y 2 deben hallarse en línea recta, así como los 6, E y 7, del mismo modo que cada tres puntos que reúnan la misma circunstancia.

Servirá igualmente de comprobación, cuando se miden en el terreno las abscisas de cada lado, como por ejemplo las del DE, y se ha obtenido la del último punto 6, concluir ya de medirle y anotar este valor en el registro del contorno, cuya ordenada será *cero*, lo cual tiene por objeto el que al hacer la construcción en el papel, se vea si el valor que da la DE tomada en la escala, es igual á la medida total obtenida en el terreno. Se observará en el registro que la última abscisa de cada lado es la longitud del mismo desde el vértice del polígono principal, siendo *cero* las ordenadas correspondientes. El punto 5 tiene también ordenada *cero*.

No es precisión absoluta que el polígono principal se halle siempre inscrito, pues sucede muchas veces que pudiéndose operar también en el exterior, se salvan mejor las dificultades y se llenan más completamente las condiciones de visibilidad de los puntos y de trazado del menor número de perpendiculares y de la menor longitud posible sobre los lados del polígono principal, estableciendo éste de modo que parte se halle inscrito y parte circun-

cunscrito, como se ve en la figura 169 (lám. 7), en la cual el lado AG es común al polígono dado y al principal ABCDEFG del canevas. La parte ABC de este último se halla inscrita; el lado CD costa al contorno del polígono dado, estando parte inscrito y parte circunscrito, y por último, la parte DEFG del canevas se halla circunscrita al mismo polígono.

Las operaciones de campo y de gabinete, así como las de replanteo, son idénticas á las explicadas anteriormente, debiendo solamente observar que en el registro del contorno habrá en este caso ordenadas positivas y negativas sobre los lados del polígono principal. Las de los puntos 1, 2 y 3 serán positivas, y las de los 4, 5, 8, 9, 10 y 11 negativas. Los puntos 6 y 7 tienen ordenada *cero*. En la construcción del plano deberán resultar en línea recta los tres vértices 1, B y 2.

343. **Contornos curvilíneos.**—De los dos casos acabados de exponer en las figuras 168 y 169 (lám. 7) para los polígonos cuyo contorno se halla compuesto de un gran número de rectas, se pasa sin ninguna dificultad y procediendo exactamente de la misma manera al levantamiento del plano de aquellos cuyo contorno es curvilíneo ó mixtilíneo, como los representados en las figuras 170 y 171 (lám. 7), que conservan respectivamente la misma forma que los de las 168 y 169, y cuya sola inspección basta para comprender todo cuanto á ellos se refiere; pues cada trozo de curva *AmB* (fig. 170, lám. 7) puede considerarse como una porción de contorno rectilíneo compuesto de rectas sumamente pequeñas, por lo que la operación será tanto más aproximada á la exactitud, cuanto mayor sea el número de ordenadas que se levanten sobre cada uno de los lados del polígono principal; pero con objeto de llevar los trabajos con orden y evitar equivocaciones, es preferible hacer que todas las abscisas sean múltiples de la primera, levantando, por ejemplo, una perpendicular á cada diez metros, que se determinarán al tiempo mismo de medir con la cadena el lado correspondiente AB del polígono principal, apreciando con exactitud la medida de la última fracción. Dibujando después cuidadosamente en el croquis la parte de curva comprendida entre los extremos de cada dos ordenadas, se obtendrá la figura del contorno con aquella aproximación que es dable en esta clase de operaciones.

Cuando el terreno es tan irregular como el representado en la figura 172 (lám. 7), y presenta dificultades la inscripción del polí-

gono principal, se podrá establecer una serie de ejes AB, BC, CD y DE, perpendiculares entre sí, que se comprobarán repitiendo la operación en sentido de E á A, y referir á ellos, como se ve en la figura, los puntos del terreno. Este método se puede emplear también, entre otros, en el levantamiento del plano de una isla pequeña.

Observaremos que en el caso de los contornos curvilíneos se obtiene mayor expedición, puesto que se determinan levantando perpendiculares, lo que no exige tanteos, al contrario de lo que se verifica con los rectilíneos, los cuales se hallan bajando perpendiculares.

344. **Terrenos inaccesibles en su interior.**—*Contornos rectilíneos.*—Cuando el polígono es rectilíneo y está compuesto de un corto número de rectas, como el ABCDEF (fig. 173, lám. 7), se elegirán los ejes en el exterior de modo que formen un cuadrado ó un rectángulo MNPQ, que es lo más general, para lo cual se trazará una recta MN que pase por uno de los vértices A, sobre la cual se bajará la perpendicular PN desde el punto más saliente C; sobre la NP se bajará la PQ, y sobre ésta la MQ, con lo cual se tendrá el rectángulo circunscrito MNPQ. Bajando ahora perpendiculares sobre los lados de este rectángulo tomados por ejes desde los otros vértices B y D, y procurando referirlos á aquellos con respecto á los cuales resulten menores las perpendiculares, se tendrán todos los datos necesarios para la determinación del contorno, valiéndose del croquis.

El registro es muy fácil; se toma el M como punto de partida, siguiendo los lados del rectángulo en el sentido que ya otras veces hemos indicado, observando que en este caso todas las ordenadas son negativas, y *cero* las de los puntos A, C, E y F.

345. *Contornos curvilíneos.*—Si el polígono es curvilíneo ó mixtilíneo, como en la figura 174 (lám. 7), se seguirá el mismo procedimiento, dibujando en el croquis con exactitud las diferentes porciones curvas AB, BC, CD.....; pero si se desea obtener con más precisión, puede emplearse el procedimiento siguiente, cuando el contorno no presenta tránsitos violentos en sus curvaturas.

Después de circunscrito el rectángulo MNPQ (fig. 175, lám. 7) como en el caso anterior, se tantearán cuatro puntos A, B, C y D, desde los cuales las perpendiculares bajadas desde cada uno de ellos, B por ejemplo, sobre los lados contiguos MN y NP del rectángulo sean próximamente iguales, con el fin de evitarse el te-