

$$x = \frac{r \times e}{0,001} = 1000 \times r \times e = 20000 \times e; \quad [52]$$

Dando á e valores sucesivos $0^m, 1, 0^m, 01, \dots$ resultarán para $x, \dots, 2000^m, 200^m, \dots$ y teniendo en cuenta que el error de desviación de la burbuja que hemos supuesto es bastante exagerado, en razón á que la simple vista puede apreciar una desviación mucho menor, y que el radio de curvatura es mayor que 20^m en los niveles que generalmente se emplean, pueden considerarse como exactas las alturas de mira observadas á una distancia de 200^m en las aplicaciones ordinarias de la nivelación. Este límite da á conocer la indisputable ventaja de este nivel sobre los anteriormente explicados.

468. Cuando no se conoce el valor del radio r de curvatura del tubo para aplicar la fórmula [52], se le puede hallar midiendo una distancia l de dicho nivel á un punto cualquiera en el que se coloca una mira, y viendo el camino e recorrido por la visual en ella para dos posiciones sucesivas de la ampolla en las que ha dado una separación $s = mn'$, por la proporción

$$e : l :: s : r = \frac{l \times s}{e}; \quad [53]$$

469. El procedimiento que se emplea para la nivelación haciendo uso de los niveles, se le llama *nivelación por alturas*, para distinguirla de la llamada *nivelación por pendientes* ó *nivelación trigonométrica*, la cual tiene por objeto hallar el desnivel entre dos puntos dados, resolviendo el triángulo rectángulo ABC (fig. 78, lám. 3), que constituye la recta AB que los une, con la vertical BC del punto más elevado y horizontal AC del otro, conociendo la pendiente ó inclinación de AB (Acots., 25) y la longitud de la misma recta ó de su proyección horizontal AC. La pendiente puede obtenerse en grados (180): para lo cual se hará uso de cualquiera de los instrumentos de planimetría provistos de limbo zenital, como el teodolito (214) y la brújula descrita (178), que también se llama por esta razón *brújula eclímetro* ó *brújula nivelante*; ó bien que tienen un limbo susceptible de disponerse verticalmente, como el grafómetro (207).

Otros instrumentos, llamados *eclímetros*, están destinados exclusivamente á la determinación de las pendientes por la relación entre el desnivel BC y la proyección horizontal AC (Acots., 25). Esta

relación es la tangente trigonométrica del ángulo de elevación ó depresión correspondiente.

470. **Eclímetros.—Eclímetro de perpendicular.**—Es el nivel de perpendicular que hemos citado (460), y cuyo travesaño está dividido en partes iguales, cada una de las cuales es la centésima parte de la distancia bn (fig. 236, lám. 12) comprendida entre el punto b y el medio n del travesaño. Este instrumento se corrige como el nivel de perpendicular (50), llevando en cuenta el error de que puede llegar á estar afectado por el uso.

Para hallar la pendiente de una recta AB, se le dispone sobre ella como el nivel de perpendicular, y se observa el número de divisiones que señala la parte nr del travesaño comprendida entre el cero n de la graduación y la división r que coincide con el cordón del perpendicular.

La semejanza de los triángulos rectángulos ABC, brn , que tienen el ángulo b igual al B (24), da la relación

$$\frac{AC}{CB} = \frac{nr}{bn} = \frac{nr}{100}; \quad [54]$$

Así, cuando nr comprende 1.....2.....3..... divisiones, la pendiente de AB será de 1.....2.....3..... por 100.

471. **Eclímetro de pínulas.**—Este instrumento está formado de una regla metálica (fig. 237, lám. 12), que termina por dos pínulas P, P' perpendiculares á ella, y lleva un nivel provisto de su tornillo t de corrección particular. Está unida la regla á un trípode ordinario por medio de una plataforma de resortes (128), sirviendo los tornillos proyectados en h para establecer la unión entre esta plataforma y la regla. Cada una de las pínulas está provista de una abertura cuadrada con dos cerdas que se cruzan á ángulo recto, y de un taladro cónico ó esférico, que da paso á la luz por un agujero de muy pequeño diámetro. Este agujero y el cruzamiento de las cerdas, deben estar á la misma altura en ambas pínulas con respecto á la cara superior de la regla del instrumento, para lo cual se dispone en una de ellas P, un tablero móvil á lo largo de la pínula, por el juego de un tornillo s y de un resorte en espiral: la otra pínula P' es mucho más elevada, y está formada por un bastidor fijo a (fig. 238, lám. 12), dentro del cual puede subir y bajar con movimiento rápido el tablero T cuando se afloja el tornillo de presión z , y se pone en movimiento el tablero cogiéndole por el botón d . Apretando el tornillo z forma cuerpo el tablero con

el cilindro *b*, y haciendo girar á la cabeza del tornillo *x*, el cilindro sube ó baja con movimiento lento por la rosca *c* llevándose consigo el tablero.

472. *Graduaciones del instrumento.*—El larguero de la derecha del bastidor *a* está dividido con arreglo al metro, y el de la izquierda se refiere á toesas. La unidad en la división métrica tiene una altura de 3^{mm},25, que es la centésima parte de la longitud 0^m,325 de la regla CD (fig. 237, lám. 12) contada entre los planos exteriores de las pínulas, y está dividida en dos partes, siendo por lo tanto de $\frac{1}{2}$ por 100 la menor división de la escala. Para evitar confusión sólo se numeran generalmente las divisiones correspondientes á los números pares de unidades, como indica la figura 238.

El nonius *m* que lleva el tablero T se ha formado de cuatro de las menores divisiones de la escala y se ha dividido en 5 partes iguales, apreciando por lo tanto $\frac{1}{2} : 5 = \frac{1}{10}$, ó décimas partes de la unidad (119—1.º). Las pendientes podrán apreciarse por la relación entre un número de unidades y décimas da unidad y el número constante 100. La apreciación de la pendiente en la posición *m'* del nonius será de 17^m,2 por 100, siendo la división 2 del nonius la que coincide con una de las de la escala. En la posición *m''* la pendiente será de 24,7 por 100, apreciando las décimas por la media división comprendida entre la división 24 de la escala y el cero del nonius, aumentada con las dos décimas que da la coincidencia de su cero con una de las divisiones de la escala.

473. *Verificaciones y correcciones.*—1.ª *Verticalidad del eje de rotación del instrumento.*—Es la que hemos indicado (466—2.ª), corrigiendo por el tornillo *t* (fig. 237, lám. 12) y los de la plataforma.

474. 2.ª *Horizontalidad de la visual cuando coincide el cero del nonius con el cero de la escala.*—Se establece la coincidencia exacta de los ceros, y se emplea en la verificación y corrección el método expuesto (466—3.ª), corrigiendo por el solo movimiento del tornillo *s* de la pínula pequeña.

475. *Uso del eclimetro de pínulas.*—Se coloca el instrumento en estación (180) en el punto A (fig. 239, lám. 12), después de haberle corregido perfectamente, y de modo que el ocular de la pínula menor se halle próximamente en la vertical del mismo punto, y se lleva la mira al punto B con la altura $Bm = Aa$, moviendo

el tablero de la pínula mayor como hemos indicado (471), hasta que la visual vaya á parar exactamente al punto de mira *m*, observando después la altura *cb* marcada como hemos dicho (472) por el cero del nonius en la pínula grande. Los triángulos rectángulos semejantes *acb*, ACB (180) darán la proporción

$$ac : cb :: AC : CB,$$

en la que *ac* es el número constante 100; *cb* la lectura observada en la graduación de la pínula grande; AC la proyección horizontal de AB, y CB el desnivel que se busca.

Cuando se trata de una pendiente bajando, la operación se hace del mismo modo, sirviendo de ocular la pínula grande.

476. *Nivelación por alturas.—Generalidades.*—Hemos visto en el uso de los distintos niveles, que el desnivel entre dos puntos se obtiene por una sola estación del instrumento, cuya manera de operar toma el nombre de *nivelación simple*; pero cuando el mucho desnivel ó la gran distancia que media entre los puntos que se consideran, obligan á obtenerle por una serie de estaciones simples, recibe la operación el de *nivelación compuesta*.

Las estaciones diferentes que constituyen una nivelación compuesta, se distinguen entre sí por un número de orden, que se refiere á aquel en que han tenido lugar. Á cada estación se refieren asimismo todas las operaciones que en ella hayan sido ejecutadas.

477. *Marcha que se sigue en las operaciones de la nivelación compuesta.*—Para hallar por medio del nivel de perpendicular (460) ó por el nivel sencillo de aire (25) el desnivel entre dos puntos A y D (fig. 23, lám. 1), bastará horizontar por su medio un reglón *Ab* en el punto de partida, y en las posiciones sucesivas *Bc*, *Cd*, y medir con auxilio de otro reglón vertical ó de la cinta las alturas *Bb*, *Cc*, *Dd*, cuya suma dará el desnivel *AA'* que se trataba de conocer.

478. Haciendo uso para la resolución de este problema del nivel de agua ó de los de anteojo, se hará estación en un punto M (figura 240, lám. 12), colocando una mira en el A de partida y otra en un nuevo punto B, cuyo desnivel con A pueda hallarse por medio de una nivelación simple. La diferencia de alturas *a* y *a'* dará el desnivel entre A y B. Trasladando el instrumento á otro punto de estación N, se observarán del mismo modo las alturas *b* y *b'* correspondientes al punto B y á otro C elegido con relación á B, con las mismas condiciones que éste con respecto á A en la primera esta-

ción. Así se continuará, tomando desde cada punto de estación del instrumento la altura correspondiente á la última mira colocada en la estación anterior y la de otro nuevamente elegido, hasta llegar á una estación Q, en la que el punto que en ella ha de elegirse pueda ser el E, cuyo desnivel con el de partida se pretende hallar.

Observando la marcha que acabamos de indicar, notaremos que á cada estación corresponden dos alturas de mira, una de las cuales está tomada dirigiendo la visual á la mira que el observador ha dejado á su espalda para buscar el punto en que ha hecho estación, y otra que corresponde á un nuevo punto, que elige para colocar la mira segunda en la dirección de aquel en que la operación ha de terminar. La primera se denomina en la práctica *mira de espalda ó nivelada atrás*; la segunda *mira de frente ó nivelada adelante*. Se ve por lo tanto que las alturas a, b, c, d , que ocupan los lugares impares en el sentido AE en que suponemos ejecutada la operación son niveladas atrás; y niveladas adelante las a', b', c', d' , de lugar par. También pudieran llamarse *niveladas primeras ó primeros términos* á las alturas de mira de lugar impar, y *niveladas segundas ó segundos términos* á las de lugar par.

La diferencia de nivel que resulta de cada estación ó de cada nivelación simple de las que constituyen una nivelación compuesta, se halla siempre por la diferencia aritmética entre las alturas de mira correspondientes.

479. Para relacionar entre sí estas diferencias de manera que podamos obtener fácilmente y siguiendo una regla general el desnivel entre los puntos dados, supondremos que el punto de partida es el más bajo, y llamaremos también *diferencias subiendo* á aquellas en que la mira de espalda sea mayor que la de frente, como sucede á las que corresponden á las estaciones M y Q, en las que el terreno sube yendo de A á E, que es el sentido en que suponemos ejecutada la operación; y *diferencias bajando* á aquellas en que se verifique lo contrario, como en las estaciones N y P.

Hechas estas hipótesis, si todas las diferencias fuesen subiendo, es evidente que sumándolas encontraríamos la diferencia total; y que en el caso de hallar una diferencia bajando, habrá que restarla de la suma ya obtenida.

Así, el punto B estará más elevado que A en una cantidad igual á la diferencia $a - a'$ de las alturas observadas en la primera estación; el punto C más bajo que B en la diferencia $b' - b$, y más elevado que A en la cantidad

$$(a - a') - (b' - b).$$

Desde la estación P se observará que el punto D está más bajo que C en la diferencia $c' - c$, y como C estaba más alto que A en una cantidad igual á $(a - a') - (b' - b)$, D respecto de A estará más alto en la cantidad

$$(a - a') - (b' - b) - (c' - c).$$

En la estación Q, en que podremos observar la mira d' en el punto E en que ha de concluir la operación, tendremos que estando E más alto que D la cantidad $d - d'$, y habiendo visto que D está más alto que A en la

$$(a - a') - (b' - b) - (c' - c),$$

E estará más alto que A en la

$$(a - a') - (b' - b) - (c' - c) + (d - d'),$$

que será el desnivel que buscamos.

Verificando las operaciones algebraicas indicadas en esta expresión, se tendrá sucesivamente:

$$a - a' - b' + b - c' + c + d - d',$$

$$(a + b + c + d) - (a' + b' + c' + d');$$

pero $a + b + c + d$ es la suma de las miras de espalda, y $a' + b' + c' + d'$ la de las miras de frente; luego *la diferencia de nivel que existe entre los puntos extremos de una nivelación compuesta se obtiene hallando la suma de las miras de espalda, así como la de las miras de frente, y restando la segunda de la primera.*

Si la primera suma es mayor que la segunda, la diferencia será positiva é indicará que el punto E está más alto que el de partida A, conforme á la hipótesis hecha para establecer la relación que resuelve el problema.

Si las sumas son iguales, A y E serán puntos de nivel.

Si es mayor la segunda, la diferencia es negativa é indica que el punto de término está más bajo que el de partida.

480. **Acotación de los puntos del terreno.**—Para referir las alturas de los puntos del terreno á un *plano de comparación* (Acots., 4), se sigue la marcha que acabamos de indicar para la nivelación compuesta, teniendo en cuenta que es preciso colocar la mira en todos aquellos puntos cuya cota se quiere conocer, aun cuando así no lo exigiera la marcha establecida para la resolu-

ción del problema general, y anotar cuidadosamente cada uno de estos puntos, para no confundir las cotas que han de corresponderles.

Halladas las alturas de mira a, a', b, b', \dots (fig. 240, lám. 12), siendo A, B, C..... los puntos cuyas cotas tratamos de determinar, la cota que corresponde al punto de partida A es en general arbitraria, y conviene elegirla de manera que el plano de comparación pase por debajo ó por encima de todos los puntos del terreno que tratamos de acotar, con objeto de que todas las cotas resulten de un mismo signo (Acots., 7). Bastará para conseguirlo asignar al punto A una cota mayor que la diferencia calculada, ó que se juzgue debe haber entre este punto y el más bajo, en caso de que el plano de comparación haya de ser inferior á los puntos dados. Cuando hubiese de ser superior á ellos, se tendría en cuenta el desnivel de A con el más elevado. Si en el curso de las operaciones resultase una cota negativa, se obviaría este inconveniente añadiendo á todas las cotas ya calculadas una misma cantidad, que para mayor facilidad debe ser un múltiplo de 10.

Otras veces el plano de comparación está dado por las condiciones del problema, como cuando las cotas han de referirse al nivel del mar (443).

Sea AA' la cota arbitraria del punto de partida. Para hallar la que corresponde al punto B, tendremos la expresión

$$BB' = AA' + BF;$$

y para los siguientes:

$$CC' = BB' - BG; \quad DD' = CC' - CH; \quad EE' = DD' + EL.$$

Observando estas expresiones, deduciremos que *para hallar la cota de un punto cualquiera, no hay más que añadir á la cota del punto anterior ó restar de ella el desnivel que existe entre ambos puntos, según que este desnivel resulte subiendo ó bajando en el sentido de la marcha de la operación.*

481. **Croquis y registro de la nivelación.**—El croquis de la nivelación consiste en trazar á mano para cada estación una línea en sentido de derecha á izquierda, ó al contrario, que representa la horizontal del nivel, y tirar por sus extremos perpendiculares, que representarán las alturas de mira; estas perpendiculares se cortan por una recta inclinada en el mismo sentido que la que representa del terreno. Las alturas de mira observadas se

anotan al lado de las líneas que las representan y en el orden con que se han obtenido, resultando para cada mira dos alturas, de las cuales la de la izquierda es la altura de frente de una estación, y la de la derecha es la de espalda en la estación que sigue. Las distancias que median entre los puntos nivelados se escriben sobre la horizontal del nivel cuando se han medido horizontalmente, y al lado de las rectas inclinadas correspondientes si se han medido con la pendiente que tienen en el terreno.

El registro se dispone como el modelo que insertamos en la página 221. Se principia por anotar en la casilla núm. 1 la letra A con que hemos designado el punto de partida, en la núm. 10 y en el mismo renglón la cota arbitraria $85^m,000$ que le hemos atribuído, y en la núm. 11 la indicación del sitio que ocupa.

El segundo renglón se destina á las anotaciones que se refieren al punto B, el cual se anota en la primera casilla; en la segunda se inscribe la letra M que designa la estación desde la cual se han tomado las alturas $a = 3^m,528$ y $a' = 0^m,837$, que han de dar el desnivel entre A y B, y las cuales se anotan respectivamente en las casillas 6 y 7. La distancia AB que media entre ambos puntos se anota también en el mismo renglón, ocupando la casilla núm. 3 ó la núm. 4, según se haya medido con la pendiente que tiene en el terreno, ó bien horizontalmente.

La estación N se anota en el renglón siguiente, así como el punto C y los valores de b y b' en las casillas correspondientes; continuando del mismo modo hasta llegar al punto E en que termina la nivelación. La casilla núm. 3 se deja en blanco, como en todos los casos en que la cota del punto C no es importante, y es uniforme la pendiente en el sentido de la alineación BD.

482. **Cálculo de las cotas, y reducción de las distancias al horizonte.**—Anotados en el terreno los datos que acabamos de indicar, se procede á calcular las diferencias de las alturas de mira de cada estación, inscribiéndolas en la casilla núm. 8 del registro cuando resultan subiendo, que será siempre que la mayor altura ocupe la casilla núm. 6; y se anotará en la núm. 9 cuando resulte bajando, lo que se conocerá en que la mayor altura de mira está en la séptima casilla.

Añadiendo después á la cota de A la diferencia 2,691 que corresponde á B, se obtendrá la cota $87,691$ de este punto: restando de esta diferencia 1,188 se hallará la cota $86,503$ del punto C, y así sucesivamente.