

de la mira, estará de nivel con A, ó mejor dicho, se hallará en el mismo plano horizontal que éste último.

494. **Trazar en el terreno una línea cuyos puntos se hallen en un mismo plano horizontal.**—Determinados como en el problema anterior los puntos A y B (fig. 242, lám. 12), se pasa á estacionar el nivel en otro punto N, y se marca la altura Bs de la nueva visual en la mira que ha debido permanecer en el punto B. Con esta altura se determina como en el problema anterior el punto C, que estará en el plano horizontal de B; y por consiguiente los tres puntos A, B, C serán de nivel ó estarán en un mismo plano horizontal. Dejando colocada la última mira C y pasando á hacer una nueva estación con el nivel, se podrá determinar otro punto del mismo plano, y así sucesivamente.

La altura *rs* es la diferencia de las que corresponden á los planos de nivel aparente determinados por la visual en las estaciones sucesivas del instrumento; diferencia que no influye en el resultado de la operación, en razón á que se hace variar en la misma cantidad la altura de mira al mudar de estación el nivel. Cuando desde una misma estación se pueden determinar tres ó más puntos, no hay necesidad de variar la altura de mira al pasarla de uno á otro.

Los puntos A, B, C... determinados, están en la superficie del terreno y pertenecen, por lo tanto, á la intersección de éste con un plano horizontal. La curva *abc*... que une las proyecciones *a, b, c*... de dichos puntos será una de las secciones horizontales que pueden considerarse en la superficie del terreno para su representación geométrica (Acots., 106). Los puntos *m, n*... son las proyecciones de los de estación M, N, y las rectas *ma, mb, nb, nc*... las de las visuales dirigidas á las miras A, B, C...

495. **Hallar la pendiente de la recta que une dos puntos dados del terreno.**—Empleando los goniómetros de limbo zenital y los eclímetros, puede obtenerse esta pendiente como ya sabemos (180 y 475). Con un nivel bastará dividir el desnivel entre los puntos dados por la proyección horizontal de la recta que los une (Acots., 25).

496. **Dado un punto del terreno, hallar otro tal, que la recta que los une tenga una pendiente dada.**—Haciendo estación en el punto dado, se hace que el nonius del limbo zenital marque la pendiente asignada (116), ó el eclímetro la relación del tanto por ciento ó por unidad (472), y en el sentido que

haya de tener la pendiente; se toma en una mira la altura del centro del limbo zenital sobre el punto de estación, y se busca por tanteos un punto del terreno, en el cual colocada la mira con la altura marcada en ella, la visual tirada por el anteojo vaya á parar exactamente al punto de mira, de la misma manera que hemos indicado (491).

497. Para trazar una recta de pendiente dada con un nivel, se halla (491) un punto cuyo desnivel con el dado sea igual al numerador del quebrado que expresa la pendiente dada, haciendo al mismo tiempo que la distancia horizontal entre ambos puntos sea de 100 metros. Para la pendiente de 3 por 100, se hará que el desnivel sea de 3 metros.

498. **Trazar en el terreno una línea de pendiente dada.**—Se resuelve este problema determinando cada uno de sus elementos sucesivos por el problema anterior, como se dijo para la línea poligonal de elementos horizontales (494), con respecto al que le precede (493).

499. **Medida de alturas ó altimetría.**—En este problema pueden considerarse en general dos casos distintos, según sea ó no visible y accesible el pie de la altura. Consideraremos sucesivamente estos dos casos.

500. **Medida de alturas, cuyo pie es accesible, y están situadas en terreno horizontal.**—Sea AE (fig. 243, lám. 12) la altura de una torre cuyo valor se trata de conocer: mídase una base AB, y poniendo el instrumento en estación de modo que su centro C esté en la vertical del extremo B de la base, dirijase la visual horizontal CD y tómesese el ángulo de elevación DCE; con lo cual se podrá resolver el triángulo rectángulo DCE, en el que se conocen dos ángulos y el cateto $CD = AB$, y se tendrá el valor de DE. Añadiendo á este valor la altura AD, igual á la BC del instrumento, se tendrá el de la altura AE que se trataba de conocer.

Ejemplo.—Sea $AB = CD = 85^m, 24$; $BC = 1^m, 15$ y $DCE = 44^\circ 26'$: resultará $AE = 84^m, 72$.

501. Haciendo uso de la plancheta, se trazará en el papel del tablero una línea de lápiz *mn* (fig. 244, lám. 12) paralela al canto *rs*, y se colocará el tablero en la posición vertical por medio de una plomada y de modo que *rs* quede horizontal, lo que se conseguirá valiéndose del nivel sencillo de aire. Se marcará en la línea *mn* el punto C que se halle en la vertical del extremo B de la base AB, medida de antemano, y clavando una aguja en dicho punto;

se hará girar á la alidada alrededor de ella para tomar el ángulo DCE, y se trazará la *Cz* en la plancheta. Hecho esto, y teniendo cuidado de examinar si el instrumento no ha variado de su posición primitiva, se tomará la *Cd* que represente en la escala elegida el valor de la base AB, se levantará en el punto *d* la perpendicular *de*, y ésta representará en la escala el valor de DE; al cual se añadirá el valor de la altura $CB = AD$ para obtener la AE.

502. Con la cinta ó cadena y los piquetes ó jalones, se medirá la altura AH (fig. 245, lám. 12) disponiendo un jalón BD y otro CE en el plano vertical de la altura, y el BD de manera que la distancia BC sea poco más ó menos igual á la diferencia EF de dichos jalones, y que la visual DE dirigida por las cabezas de éstos vaya á parar al punto H. Se medirá la base $AB = DG$, que se diferenciará también poco de HG, y los triángulos semejantes HGD y EFD nos darán la proporción

$$DF : EF :: DG : HG = \frac{EF \times DG}{DF};$$

y añadiendo al valor HG el de GA igual á la altura del jalón menor BD, se tendrá la AH. Si $FE = FD$, resultará $GH = AB$.

503. Por medio de las sombras puede determinarse una altura vertical, cuyo valor representaremos por *x*, hallando la longitud S de la sombra que la altura proyecta en un terreno horizontal, así como la *s* de un jalón *h* vertical, cuya altura se mide también: entonces se deducirá *x* de la proporción

$$s : h :: S : x = \frac{S \times h}{s}.$$

Esta proporción se funda en el paralelismo de los rayos de luz que limitan las sombras.

504. La proporción anterior puede establecerse también valiéndose de un espejo plano situado horizontalmente en el terreno y de un jalón vertical, determinando el punto del espejo por el cual pasa la recta tirada desde el extremo del jalón al espejo y en prolongación de la imagen del extremo superior del objeto. Midiendo la altura del jalón y las distancias del punto determinado en el espejo al pie de la altura y al del jalón, se tendrán los tres términos conocidos de la proporción.

505. **Medida de una altura cuyo pie es accesible y está situada en terreno pendiente ó muy accidentado.**—Se

hace estación en un punto A (fig. 246, lám. 13) y se miden los ángulos verticales FCD, DCB, con los cuales y la distancia CD, proyección horizontal de AB, que se obtiene directamente ó se deduce de la pendiente de la misma recta (69), se podrán hallar los valores de los catetos FD y DB, cuya suma es la altura pedida.

Cuando la pendiente es subiendo, y los extremos de la altura están ambos por encima de la horizontal del limbo zenital, se aplicará el mismo procedimiento, restando de la mayor la menor de las alturas obtenidas.

506. Haciendo uso de la cadena ó cinta y los jalones, se fijan en el terreno dos de estos últimos AC y EH (fig. 246, lám. 13) de modo que la visual que pase por sus cabezas pase también por el extremo superior F de la altura BF, y se miden las distancias horizontales CD y CY de los puntos A y B, A y H; y para señalar en el jalón EH el punto G donde le corta la visual CB, se plantará un piquete HG en contacto con el jalón HE de modo que la visual CB pase por su extremo superior G: con lo cual se podrá medir la parte GE del jalón EH. Tendremos entonces que los triángulos semejantes CEG y CBF nos darán (Geom., Teor. 67)

$$CY : EG :: CD : BF = \frac{CD \times EG}{CY}.$$

Si la pendiente de AB (fig. 247, lám. 13) es subiendo, se dispondrá un jalón AC y otro HE en el plano vertical de AC y BF, de modo que los puntos C, E y F correspondan á la misma visual; y como GE es la diferencia de altura á que se hallan las cabezas de los jalones, que ya se conoce de antemano ó que se puede medir, se medirán las rectas AB y AH iguales á CD y CG, y se tendrá la proporción

$$CG : GE :: CD : DF,$$

que dará el valor de DF, y se hallará después

$$BF = DF + BD = DF + AC.$$

507. **Medición de las alturas en los casos de ser invisibles ó inaccesibles sus extremos inferiores.**— Cuando la disposición de la altura ó algún obstáculo que el terreno presenta impiden llegar con la medida al pie de la altura, se elige una base CD (fig. 248, lám. 13) en un terreno horizontal y situada en un plano vertical que contenga á la altura AB, ó lo que es lo mismo,

que pase por su extremo visible A. Se miden después los ángulos de elevación AEG y AFG que forman las AE y AF con la horizontal GF, y se conocerá también el ángulo AEF suplemento del AEG. Midase también la distancia $CD = EF$; y como en el triángulo AEF se conoce un lado y los dos ángulos adyacentes, se podrá resolver y se tendrá la magnitud de la recta AE. Ahora, el triángulo rectángulo AGE, en el que se conoce la hipotenusa y un ángulo agudo, se podrá resolver también y se tendrá el valor AG, al cual se añadirá GB igual á la altura del instrumento EC ó FD; con lo que resultará la AB que tratábamos de hallar.

Ejemplo.—Sean $CD = EF = 8^m,47$; $AE = 49^\circ 20' 40''$; $AF = 39^\circ 17' 20''$; y la altura EC del instrumento $1^m,15$. Se hallará $AE = 30^m,72$ y $AB = 24^m,46$.

Como se puede medir del mismo modo la altura vertical A'B' de otro punto A' de la montaña con relación al mismo plano horizontal que pasa por B, resulta que $AB - A'B' = AG'$, diferencia de estas alturas, es la medida de la distancia entre los dos planos horizontales correspondientes á los puntos A y A'; que como ya sabemos es lo que se llama la *diferencia de nivel* entre dichos dos puntos.

508. Valiéndose de la cadena y los jalones se resuelve este problema, situando dos de ellos HC, YD (fig. 249, lám. 13) de modo que la visual HY dirigida por sus cabezas pase por el punto A, y otros dos EL y MG, iguales á los primeros, en la misma alineación y de modo también que la visual ML pase por el punto A. Hecho esto, se tomará una parte EF igual á CD y se concebirán trazadas la horizontal MS, la perpendicular FN á la CG y la LN que será paralela é igual á la HY. Midiendo la distancia $DG = MY$, y hallando el valor de MN, así como la diferencia $HR = LP$ de los jalones, los triángulos semejantes MNL y MAY en los que MN y MY son las bases, y LP y AS las alturas, nos darán (Geom., Teor. 67) la proporción

$$MN : MY :: LP : AS = \frac{MY \times LP}{MN};$$

y añadiendo á AS la altura $DY = BS$ del jalón menor, se tendrá el valor de AB.

509. Cuando no es posible ó no conviene tomar la base en el plano vertical de la altura, se establece en una dirección cualquiera CD (fig. 250, lám. 13), midiéndola, así como los ángulos AFE

y AEF, con lo que podrá resolverse el triángulo AEF y hallar el valor de AE, que con el ángulo de elevación AEL determina el triángulo rectángulo ALE. Resolviéndole, se hallará el valor de AL, al cual habrá que añadir la altura EC. Este procedimiento supone el empleo de un grafómetro ú otro instrumento que dé los ángulos en el plano de los objetos. En caso de que no sea así, se hará que la base CD sea horizontal, para lo cual bastará determinar D en el plano horizontal de C (493), y midiendo entonces esta base, así como los ángulos azimutales LFE y LEF, se podrá resolver el triángulo LEF y hallar el valor de EL cateto del triángulo rectángulo ALE, que con el ángulo de elevación, que también se mide, determina el triángulo, y se podrá hallar el cateto AL.

510. Con los jalones se resuelve este último problema eligiendo por tanteo una base CD (fig. 250, lám. 13), de modo que plantando dos jalones EC y FD en sus extremos, los dos ángulos AEF y AFE sean cada uno de 60° , lo que se conseguirá fácilmente valiéndose de un triángulo formado con tres reglas de madera de igual longitud, y entonces midiendo la base $CD = EF$ se tendrá el valor de AE. Plántese un nuevo jalón YG en el plano vertical del punto A y del jalón EC de modo que su cabeza G enrasc con la visual AE, y concíbese trazada la horizontal EL. Hecho esto, como la GH es igual á la diferencia $GY - EC$ de los jalones, midiendo además la distancia $YC = HE$, se obtendrá la GE por la ecuación

$$GE = \sqrt{GH^2 + HE^2};$$

luego en la proporción

$$GE : GH :: AE : AL,$$

que se obtiene por los triángulos semejantes GHE y EAL, se conocen los tres primeros términos y se podrá hallar el valor del cuarto AL, al que se añadirá BL, igual á la altura del jalón EC, para obtener el de la altura AB.

Si al mismo tiempo se pudiese hacer uso de un triángulo rectángulo isósceles formado con reglas de madera para tomar el ángulo AEL de 45° , se evitaría la proporción, porque se tendría

$$\overline{AE}^2 = 2\overline{AL}^2;$$

de donde resultaría

$$AL = \frac{AE}{\sqrt{2}}, \quad \text{y} \quad AB = AL + EC.$$

511. En los casos en que la base se halle muy elevada ó muy por debajo del pie de la altura, se hallan las distancias de sus extremos al plano de la base, ó del instrumento, obteniendo entonces el valor de la altura por la suma ó la diferencia de estas distancias de un modo análogo al que hemos indicado (505) para el caso de ser accesible el pie de la altura.

512. **Aplicación de la medición de las alturas á la determinación de las cotas de puntos inaccesibles.**—Conocidas por cualquiera de los métodos de nivelación las cotas de los vértices *a, b, c...* (fig. 205, lám. 10) de una base poligonal, pueden determinarse fácilmente las que corresponden á los puntos exteriores *o, p...* generalmente inaccesibles, con sólo medir las pendientes de las visuales dirigidas á los mismos puntos. En efecto, conocida, por ejemplo, la pendiente de la visual que se proyecta según *ao*, y obteniendo la proyección de esta visual en la construcción del plano, no habrá más que hallar su valor en la escala de este último, y determinar el desnivel entre *a* y *o* por la fórmula $d = l \times \text{tang. } m$, siendo *d* el desnivel, ó sea la vertical del punto *o*, sobre el plano horizontal que pasa por *a*; *l* la proyección *ao* de la visual dirigida al punto *o*, y *m* el ángulo que forma esta visual con dicha proyección ó su pendiente. Este desnivel se añadirá á la cota de *a*, ó se restará de ella, según el sentido de la pendiente, para hallar la que al punto *o* corresponde. Será conveniente, para mayor exactitud, hacer la corrección de la altura del instrumento. La cota de *o* puede comprobarse calculándola además por la pendiente y la proyección de la visual *co*. Del mismo modo puede hallarse la de *p* refiriéndola á los vértices *c* y *f*, así como también las de los demás puntos exteriores á la base de las operaciones.

513. **Perfiles y sondeos.—Ideas generales.**—Se llama *perfil* de un terreno (Acots., 124 y siguientes) en la dirección marcada por varios de sus puntos, á la intersección de su superficie con la que engendraría una recta vertical, que recorriese la línea determinada por los mencionados puntos. La superficie así engendrada sería un plano vertical si los puntos que determinan la directriz de la superficie correspondiesen á una misma alineación: una superficie quebrada, de elementos planos, cuando los puntos de la directriz son los vértices de una línea poligonal; una superficie cilíndrica si la directriz es una curva continua; y mixta de elementos planos y curvos, cuando es mixta también la directriz.

Los puntos de esta línea se señalan generalmente en el terreno con estacas numeradas.

514. **Operaciones que deben ejecutarse á fin de obtener los datos necesarios para la determinación de un perfil.**—Para la formación del perfil se ejecuta una nivelación cuidadosa, teniendo en cuenta que es necesario acotar (480) todos los puntos estacados, y además todos aquellos que, estando comprendidos entre dos estacas y en la línea que los une, influyen en la configuración del terreno en sentido vertical. También se miden las distancias llevando el croquis y el registro de que hemos hecho mención (481), ejecutando después los cálculos y reducciones (482), así como las comprobaciones (484) necesarias para obtener las *distancias al origen* y las *cotas* que figuran en las casillas números 5 y 10 del registro (pág. 221), y son los datos necesarios para construir el perfil.

515. **Construcción del perfil.**—Se traza una línea recta en la que se marca un punto *A'* (fig. 240, lám. 12) como proyección del de partida en el terreno, y es el origen desde el cual se toman como *abscisas* y en la escala de horizontales (Acots., 19) las distancias *A'B', A'D'...* cuyos valores 117^m,55... 461^m,40... se hallan inscritos en la casilla núm. 5 del registro. Se levantan después perpendiculares en los puntos *A', B', D'...* y se toman en ellas como *ordenadas* y en la escala adoptada para las verticales los valores 85^m,000... 87,691... 84,817... contenidos en la casilla núm. 10: uniendo después por rectas ó por medio de una curva continua los extremos *A, B, D* de estas ordenadas se tendrá la representación del perfil.

Para el trazado de las perpendiculares puede levantarse una por un procedimiento geométrico (Geom., Probs. 1 y 2) y tirar paralelas á ella con las plantillas por los puntos de división del eje de abscisas; y como es posible que este paralelismo sufra alguna alteración, conviene repetir de trecho en trecho la construcción geométrica indicada, á fin de comparar con ella la dirección de las ordenadas inmediatas.

516. **Perfiles considerados en varias direcciones.—Perfil longitudinal y perfiles transversales.**—Las aplicaciones de la nivelación exigen muchas veces, además de la determinación de un perfil en el sentido de una línea, ya recta, curva ó mixta, como la hemos considerado (513), la de otros perfiles dirigidos según nuevas líneas, cada una de las cuales tiene un pun-

to común con la primera. El primero de ellos, que sigue *la base* de las operaciones, se llama *perfil longitudinal*, y los segundos reciben el nombre de *perfiles transversales*. Por lo general estos son normales al perfil longitudinal, y en todo caso las trazas de todos los perfiles se relacionan entre sí por los procedimientos explicados en la Planimetría.

517. **Determinación de los perfiles transversales y su referencia al plano general de comparación.**—Los perfiles transversales se consideran divididos, á partir del punto de intersección de su traza con la del perfil longitudinal, en dos partes llamadas *de la derecha* y *de la izquierda*. El *punto del eje*, que con este nombre se conoce en la práctica el de intersección á que acabamos de referirnos, es el origen de que parten las operaciones para cada una de las dos secciones en que hemos considerado dividido el perfil; y por lo tanto las distancias se considerarán referidas al mismo punto para cada una de ellas, de la manera que hemos dicho (483). Calculando igualmente las cotas (482), á partir también de la que corresponde al eje con respecto al plano de comparación elegido para el perfil longitudinal, resultarán referidas al mismo plano las correspondientes á los puntos que determinan el perfil transversal.

518. El registro de los perfiles transversales se dispone con el mismo encasillado que el del longitudinal, con sólo la variación de que la casilla núm. 1 se destina á la numeración de los perfiles, señalando en ella cada uno de éstos con el número ó la letra del eje. El resto del registro se repite á uno y otro lado de una columna central, que encierra la cota del eje de cada perfil en el mismo renglón que el número ó letra que le designa. La repetición que acabamos de indicar tiene por objeto anotar á distinto lado de las cotas del eje la porción del perfil de la izquierda y de la derecha en cada uno de ellos. Se construyen también como el perfil longitudinal (515), y á partir del eje, origen común de ambas secciones del perfil transversal.

519. **Problemas que pueden resolverse con los perfiles construidos.**—Construido un perfil y anotadas en él las cotas y las distancias al origen, la distancia horizontal entre dos puntos dados del perfil es la diferencia entre las distancias al origen que les corresponden, y el desnivel la que existe entre las cotas. Con los perfiles puede hallarse además (Acots., 23) la cota de un punto situado entre dos de los que determinan el perfil; la

proyección de un punto situado entre otros dos, y cuya cota es dada (Acots., 24); la distancia entre dos puntos dados del perfil (Acots., 22), y la pendiente de la recta que los une (Acots., 25).

520. **Determinación de las proyecciones horizontales de los puntos del perfil, que tienen cota entera.**—

Se resuelve este problema tirando paralelas á la recta que representa el plano de comparación equidistantes un metro en la escala de las verticales, y proyectando sobre la misma línea los puntos en que encuentra á la del perfil (Acots., 127.)

521. **Sondeos.**—La línea de un perfil puede atravesar corrientes de agua, y es necesario muchas veces determinar la sección de la corriente. El perímetro de esta sección se determina por lo general en la época de aguas bajas, sin descuidar la apreciación de los puntos que corresponden á las altas aguas ordinarias y á las de grandes avenidas. Para obtener el perímetro de bajas aguas, se halla el desnivel de los puntos extremos de la porción de línea del perfil comprendida por la superficie del agua, refiriendo á esta línea la *sonda* ó distancia vertical de cada uno de varios puntos determinados del fondo. Los perímetros de altas aguas ordinarias y extraordinarias, se obtienen marcando los puntos á que en una y otra orilla han llegado las aguas en las épocas mencionadas. Para fijar estos puntos sirven de guía en muchas ocasiones señales más ó menos duraderas que quedan en las orillas, ó bien las marcas hechas por los propietarios de las inmediaciones en las cercas y paredes de sus heredades. Si no existen estas señales, y en todo caso como medio de comprobación, se recurre á las noticias que pueden suministrar los habitantes de la ribera.

Las *sondas* pueden observarse con el nivel cuando la corriente es pequeña y el arroyo poco profundo, hallando las alturas de mira correspondientes, que dan los reglones, y restando de cada una de ellas la altura de mira observada en la orilla; pero ordinariamente se observan por un peón inteligente las alturas marcadas en los reglones por la superficie del agua, anotando también las distancias de reglón á reglón, para lo que puede hacerse uso de una cuerda dividida por medio de cintas de colores vivos para distinguirlas con facilidad, las cuales se anudan á distancias de 2 á 2, de 3 á 3 metros ó á equidistancias mayores, según las circunstancias de los perfiles y el grado de exactitud que se desea obtener.

Cuando la profundidad y la corriente son mayores que en el