

— 247 —

$\frac{l}{L} = \frac{\frac{1}{M}}{\frac{1}{N}} = \frac{N}{M}$ [56]

CAPITULO VII.

COPIA Y REDUCCION DE PLANOS Y PERFILES.

543. **Generalidades.**—En la reproducción de un plano ó de un perfil en la misma escala, se da el nombre de *copia* al dibujo obtenido, conservando el primitivo el de *original*. Cuando la escala del plano ó perfil que se trata de construir ha de resultar en menor escala que el original, se dice que éste se *reduce*, y que se *amplifica* cuando ha de estar en escala mayor.

Los dos últimos casos en que se reproduce el dibujo en menor ó mayor escala, se comprenden igualmente bajo el nombre de *reducción*, y se llamará siempre *copia* para abreviar al nuevo dibujo que se obtenga del original, bien se conserve la escala de éste, ó se aumente ó disminuya.

El primer caso está reducido á la construcción de figuras iguales, y los otros dos á la de figuras semejantes. En la de éstas se puede asignar la relación que han de guardar los lados entre sí, ó la que han de tener las superficies; y una vez conocida una de estas relaciones, es fácil deducir de ella la otra. Nos ocuparemos por lo tanto de los problemas á que da lugar la construcción de las figuras semejantes, tratando al mismo tiempo de la igualdad, que es un caso particular de la semejanza.

544. **Relación entre los lados homólogos del plano y de la copia, y sus escalas.**—Llamando l y L á dos lados homólogos cualesquiera ab , AB (fig. 167, lám. 7) de dos figuras semejantes, que representan respectivamente la copia y el original, y observando que siempre son proporcionales á las escalas correspondientes, se tendrá, siendo $\frac{1}{M}$ la escala de la copia y $\frac{1}{N}$ la del original,

lo que nos dice que *las longitudes de dos lados homólogos de la copia y del original están en razón directa de las escalas, é inversa de los denominadores de las mismas escalas.*

Si, por ejemplo, se quiere saber la relación de las líneas de la copia y del original, siendo $\frac{1}{5000}$ la escala de éste, y $\frac{1}{30000}$ la de aquélla, se tendrá

$$\frac{l}{L} = \frac{N}{M} = \frac{5000}{30000} = \frac{1}{6}$$

es decir, que las líneas de la copia serán la sexta parte de las del original.

545. Otras veces se conoce la escala $\frac{1}{N}$ del plano y la relación $\frac{m}{n}$ entre los lados l y L , y se trata de hallar la escala $\frac{1}{M}$ de la

copia: se tendrá entonces, poniendo $\frac{m}{n}$ en vez de $\frac{l}{L}$ en la ecuación [56] y despejando $\frac{1}{M}$, la fórmula

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{N} \times \frac{m}{n} = \frac{m}{nN} = \frac{1}{nN} \times m; \quad [57]$$

Teniendo, por ejemplo, que reducir un plano construido en la escala de 1 por 500, de manera que la relación de los lados homólogos ó de las escalas respectivas sea de $\frac{1}{4}$, se hará $N = 500$; $m = 1$; $n = 4$; y sustituyendo en la fórmula [57] se deducirá que la copia ha de construirse en la escala de 1 por 2000.

Si la escala del original fuese de 1 por 1000 y la relación $\frac{3}{5}$, se hallaría

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{1000} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5000} = \frac{1}{5000} \times 3,$$

y será necesario construir la escala de 1 por 5000 (78) y triplicar su valor; y como en esta escala la magnitud real de 2^{cm} representa 100 metros del terreno, no habrá más que tomar 6^{cm} para representar los mismos 100^m en la escala que se ha de construir para la copia.

546. **Relación entre las áreas y los lados homólogos ó las escalas de la copia y del original.**—Teniendo presentes las relaciones establecidas (544) y la que existe (Geometría, Teorema 100) entre las áreas s y S de la copia y del original y sus lados homólogos, se tendrá la expresión

$$\frac{s}{S} = \frac{l^2}{L^2} = \frac{N^2}{M^2}; \quad [58]$$

la cual manifiesta que *las áreas se hallan también en razón inversa de los cuadrados de los denominadores de las escalas.*

547. **Problema 1.º—Dada una figura cualquiera, reproducirla en diferente escala, de modo que sus líneas homólogas guarden una relación dada.**—Conocida la escala en que ha de hacerse la copia (545), pueden emplearse los valores numéricos de los distintos elementos del plano, tomándolos en ella, con lo que se tendrá un nuevo plano del mismo terreno; pero no siempre se conocen numéricamente todos ó la mayor parte de estos elementos, y es necesario resolver gráficamente el problema. Entonces se prefiere valerse de las líneas cuyos valores pueden conocerse por la escala, ó tomarse gráficamente en la relación pedida. Así, por ejemplo, empleando el método de copia por *abscisas y ordenadas* (335), y suponiendo que ABCDEFG (fig. 167, lám. 7) sea el dibujo original cuya escala sea conocida, después de trazar el eje AE y las ordenadas BH, GY... se medirá la abscisa AH en la escala de esta figura, y se tomará su valor en la que se haya adoptado para hacer la copia *abcdefg* que suponemos sea menor en este caso, el cual nos dará *ah*, después el de la ordenada BH del mismo modo para tener *bh*, y así sucesivamente. Este método puede aplicarse á un plano levantado por otro método cualquiera, trazando previamente un eje y las perpendiculares á él desde los puntos notables del plano.

Puede también hacerse la reducción descomponiendo el polígono en triángulos, y construyendo otro semejante á él, tomando los valores de sus lados en la escala de la copia.

548. **Ángulo de reducción.**—La reducción de una figura

construida en la escala de $\frac{1}{N}$ á otra en la de $\frac{1}{M}$, puede hacerse gráficamente formando un ángulo cualquiera BAC (fig. 254, lámina 13) y describiendo un arco de círculo BC con un radio AB igual á la dimensión mayor del original y otro rs que corte al primero, haciendo centro en B con un radio BC = AB \times $\frac{N}{M}$, ó bien á la línea arbitraria que se quiera que represente á AB: y toda distancia AD del original tomada sobre las AB y AC suministrará la homóloga DE de la copia; pues se tiene

$$\frac{DE}{AD} = \frac{BC}{AB} = \frac{N}{M}.$$

También puede resolverse por triángulos rectángulos semejantes, levantando en el extremo de AB una perpendicular y tomando en ella la magnitud de BC.

549. **Cuadrícula.**—Para la reducción ó amplificación de los planos en la copia, se usa también, sobre todo cuando los contornos son curvilíneos ó mixtilíneos, el método llamado *por cuadrícula*, que consiste en trazar con lápiz en el original un cuadrado ABCD (fig. 223, lám. 11) que le comprenda enteramente, trazando después el suficiente número de paralelas á los lados de esta figura, y á las que distinguiremos llamándolas horizontales y verticales, para que se forme una red de cuadrados pequeños é iguales, de 0,05 por ejemplo, de lado, numerándolas para mayor comodidad en su uso, como se ve en la figura. Se construye después en el papel donde ha de hacerse la copia otra cuadrícula A'B'C'D' cuyos lados guarden con los de la construída sobre el original la relación en que se han de hallar los dibujos, es decir, que el lado de los cuadrados de la copia se obtendrá por medio de la expresión

$$l = L \times \frac{N}{M}.$$

Se toman ahora á partir del punto de intersección o de las líneas señaladas con el número 1 la abscisa oa y la ordenada ob , y después de reducidas valiéndose del ángulo de reducción, ó de tomadas en la escala de la copia, se tendrán las $o'a'$ y $o'b'$, y fijos por lo tanto los puntos homólogos a' y b' de la copia. El punto c se determina por la ordenada ch tomada en la vertical 2 á partir del punto de intersección h con la horizontal 1, y se obtendrá el c' en

la copia por medio de la reducida $h'c'$. Un punto r situado en el interior de un cuadrado, se situará en la copia por medio de la abscisa $on = mr$ y la ordenada $om = nr$, y de este modo se irán fijando todos los puntos del contorno del original. También pueden fijarse por intersecciones de arcos de círculo como el punto s , haciendo centro en los puntos p y 3 , y trazando dos arcos, para hacer la misma operación en la copia valiéndose de los radios reducidos, que nos darán el punto homólogo s' . Por último, se hallarán por los mismos procedimientos los puntos homólogos de los interiores del plano, como el z' del z que pertenece al contorno del río, y la casa E' que ha de representar la E del original.

549. Cuando uno de los cuadrados elementales del original contenga muchos detalles, se le dividirá, así como su homólogo de la copia, en otros nuevos cuadrados como sucede con el P , ó en triángulos por medio de sus diagonales como el R ; y de este modo se podrá facilitar el trabajo.

550. Cuando el contorno es curvilíneo, fijos los puntos principales de las curvas, se trazarán ó copiarán éstas á mano, imitando las del original, y hasta que no se hayan dibujado todos los detalles que comprenda un cuadrado no se pasará al siguiente.

551. Cuando no se quiere estropear el original trazando en él tantas líneas como exige la cuadrícula, se tiene un marco de madera, cartón ú hoja de lata, el cual está dividido en pequeños cuadrados por medio de hebras de seda finas y tirantes. Se coloca sobre el original y sólo se trazan de lápiz las dos rectas AB y BD que han de servir de guía para la continuación del trabajo.

552. Cuando las figuras han de copiarse en mayor escala, lo que no sucede con frecuencia, debe tenerse presente que en la copia se aumentan los errores del original; mientras que en la reducción á menor escala se hacen menos perceptibles.

553. Los mismos métodos de la cuadrícula se extienden á la copia en igual tamaño ó en la misma escala que el original; si bien la operación es más sencilla, por cuanto siendo todas las dimensiones iguales, no hay que hacer uso más que del compás.

552. Procedimientos especiales que se siguen en las copias de los planos en la misma escala.—1.º Picado.

Para copiar un plano picando los puntos, se coloca el original sobre la hoja de papel blanco donde se ha de copiar, disponiendo á ambos sobre un tablero bien plano, y asegurándolos con cola de boca; y con una aguja muy fina que va sujeta á los mangos de los

tiralíneas, los cuales se destornillan de las lengüetas, se van picando verticalmente los puntos más notables del original, como los extremos de las líneas rectas, y los que más influyen en la forma de las curvas del plano, así como todos aquellos que puedan facilitar el trazado del contorno y de los detalles interiores. Se levanta después el original, y consultándole se van uniendo los puntos picados que determinan líneas rectas con la regla y el lápiz, las cuales se pueden rectificar con el compás, y á mano los que determinen las curvas, imitándolas todo lo posible, y procediendo después á concluir el dibujo con tinta china.

Este método tiene el inconveniente de que siempre se estropea el original; por lo que sólo debe usarse en determinadas circunstancias, como cuando se trata de pasar de un borrador al plano en limpio, ó si el original está muy deteriorado y su conservación no es importante. De todos modos no debe usarse en planos que encierren muchos detalles. En este caso y en el de ser interesante el original y tener que conservarle íntegro, se hará uso del procedimiento siguiente.

553. **2.º Calcado.—Por el cristal.**—Consiste en disponer el original sobre un cristal y encima el papel blanco donde se ha de hacer la copia, pegándolos con cola de boca. Hecho esto, se coloca el cristal inclinado de modo que dé paso á la luz para que el original se vea á través del papel blanco, y no habrá más que ir pasando con lápiz el dibujo de las curvas: en cuanto á las rectas bastará marcar sus extremos para trazarlas después con la regla, ó se pueden calcar también á pulso; pero después hay que rectificarlas con la regla, si no se puede hacer uso de ésta sobre el mismo cristal. Para la perfección del trabajo existen aparatos dispuestos á propósito, que consisten en un cristal de gran tamaño colocado en un marco de madera, el cual puede girar alrededor de un eje horizontal sostenido por uno ó dos pies, y dispuesto todo de manera que el cristal se coloque á la altura y con la inclinación que se desea, pudiéndole fijar de un modo invariable en la posición adoptada. Al presentar el aparato á la luz, se cuidará de que ésta penetre solamente por debajo del cristal, lo que se conseguirá cubriendo con una tela negra la parte superior de la ventana ó balcón delante de los cuales se presente el aparato; y se aumenta la transparencia colocando también debajo del cristal una lámina de hoja de lata ó de metal blanco bien bruñida, de modo que la batan los rayos de luz, que por reflexión irán á iluminar el cristal.

554. *Por el papel vegetal.*—Esta clase de papel tiene tal transparencia, que colocado sobre el original se perciben con la mayor claridad hasta sus más ligeros detalles.

Se va pasando todo el dibujo ó las partes principales que se elijan como suficientes, con un lápiz, y mejor aún es hacer el calco con tinta china, haciendo uso del tiralíneas y de las plumas topográficas. Concluido el calco, se levanta el papel vegetal y se impregna por el revés de lápiz hecho polvo fino, extendiéndolo bien con una muñeca de lienzo. Se coloca después el papel vegetal sobre la hoja de papel blanco donde se ha de hacer la copia, de modo que la parte ennegrecida se halle en contacto con él, quedando el dibujo del calco en la parte superior; y después de asegurados ambos papeles se va pasando por las líneas del calco un lápiz duro ó un puntero de acero llamado *calgador*.

Para economizar tiempo se hace uso de un papel preparado, que se llama *papel manchado ó poligrafo*, y que tiene uná de sus caras ó las dos impregnadas de negro, azul ú otro color. Este papel se coloca entre el papel vegetal y el blanco de la copia.

Puede prepararse el papel transparente tomando una hoja de papel común y extendiendo sobre ella con un pincel un aceite volátil, como el de espliego ú otro, el cual al poco tiempo se volatiliza, y el papel queda transparente y con su color natural. También se puede preparar un frasquito de *vencina* que se extiende con un pincel.

555. *Por el papel-tela.*—Con preferencia al papel vegetal se hace uso en la actualidad del *papel-tela*, llamando así á una tela fina engomada, de mucha transparencia, sobre la cual se dibuja directamente y queda permanente la copia.

556. *Por el papel ferro-prusiato.*—El papel ferro-prusiato es sensible para obtener instantáneamente las copias de los dibujos en fondo azul ó blanco. Este papel es ya muy conocido y se va generalizando, siendo de mucha utilidad para los Ingenieros, Ayudantes, Oficiales de la Armada y demás cuerpos facultativos, así como para los Jefes de talleres y todas aquellas personas que necesitan un pequeño número de copias de un plano ó de un dibujo cualquiera. En virtud de su importancia y utilidad, se ha autorizado á la Dirección general de Obras públicas, por Real orden de 1.º de Diciembre de 1881, para que pueda admitir en papel ferro-prusiato las copias de planos y dibujos, siempre que se presenten forradas en tela ú otro papel que le dé consistencia. Los números con

que expresamos las clases de este papel son las marcas del fabricante para distinguirlos.

557. Para usar este papel y obtener copias en fondo azul con trazos blancos, se coloca el dibujo hecho en papel transparente sobre el cristal del marco prensa, y sobre él el papel ferro-prusiato núm. 494, y se expone á la luz; el papel va cambiando de tono; cuando toma un color gris aceitunado con reflejos metálicos, se saca la prueba del marco y se lava sumergiéndola en un baño copioso de agua, agitando la cubeta para facilitar el desprendimiento de la preparación y renovando el agua una ó más veces. La imagen se destaca, y al terminar el lavado queda una prueba en que las partes negras ú opacas del original son blancas, y las partes transparentes azules.

Para obtener las copias en fondo blanco con trazos azules, se hace primeramente por el procedimiento arriba indicado una prueba de fondo azul y trazos blancos en papel ferro-prusiato transparente núm. 507.

Obtenida esta *prueba negativa*, y sirviéndose de ella como matriz en lugar del dibujo original, se obtienen siempre por el mismo procedimiento las pruebas de fondo blanco y trazos azules en el papel número 494.

558. *Observaciones.*—El papel ferro-prusiato debe guardarse al abrigo de la luz, y las operaciones de cortarlo, colocarlo en el marco y lavarlo, deben hacerse con rapidez y medio á obscuras, ó á la luz de una lámpara colocada á distancia.

En cuanto á determinar el momento más conveniente en que debe cesar la impresión de la imagen, se observará que el papel preparado expuesto á la luz toma sucesivamente las tintas siguientes: amarillo verdoso, verde azulado, azul gris, gris aceituna con reflejos metálicos, en este último punto debe cesar la impresión y hacerse el lavado: si no, la copia tomaría un color azul demasiado obscuro y los blancos perderían su limpieza. El tiempo que ha de durar la exposición depende de la transparencia del original y de la intensidad de la luz. Siendo el original transparente, y bajo la acción directa del sol, se necesita próximamente en verano un minuto y tres en invierno. La exposición para obtener *negativas*, núm. 507, debe prolongarse algo más para que el fondo resulte muy obscuro: cuanto más obscuro sea el fondo, más puro y limpio será el blanco de las *positivas*.

Aun cuando es conveniente que el original esté hecho en papel

transparente, pueden obtenerse copias de dibujos hechos en papel opaco; para este objeto recomendamos el papel núm. 759, fabricado especialmente en pasta muy igual, pura y limpia, para que no resulten manchas en la copia; con este papel basta prolongar bastante la exposición á la luz para conseguir buenas copias. Si se quieren reproducir dibujos hechos en un papel cualquiera opaco, es preciso humedecerlos por el revés con un ligero baño de bencina en el momento de ir á sacar la copia: después de seco queda en su estado anterior.

Puede hacerse el lavado con agua fría; pero es preferible emplearla á 30 ó 35° centígr., y se consigue mayor rapidez y perfección.

Debe sacarse el dibujo en cuanto se destaque bien la imagen, pues de prolongar el lavado perdería en intensidad.

Se secan las pruebas suspendiéndolas de una cuerda con pinzas de madera; conviene enjuagarlas primero entre dos hojas secantes.

Como el papel ferro-prusiato no es de mucho cuerpo, si se le quiere dar mayor resistencia debe pegarse en papel ó lienzo después de obtenida la copia. Para facilitar esta operación, se usa el papel especial engomado núms. 104 y 105. Antes de que la prueba se haya secado por completo, ó después de humedecerla con igualdad por el reverso, si está ya seca, se coloca sobre el papel engomado, y poniendo encima un papel secante ó de seda, se pasa suavemente la mano de arriba abajo; si quedase alguna burbuja, se pincha con una aguja fina y se oprime hasta que salga todo el aire. Si se quiere hacer el forrado en tela, núm. 910, se corta un trozo algo mayor que el marco, núm. 900 á 903, se moja bien y se tiende en el mismo, enganchándola en los clavos que dicho marco lleva en los bordes, empezando por los costados y terminando por los lados alto y bajo: se extiende con una brocha una capa de cola fresca y clara y se aplica la prueba humedecida con agua.

559. Recomendamos el licor anti-fotogénico para desleir la tinta china que se haya de emplear en los originales; su color permite emplear la tinta menos espesa.

Para escribir sobre el azul del ferro-prusiato puede emplearse una disolución de potasa con sal de acedera.

Mézclense en un vaso:

- 10 gramos de sal de acedera.
- 7 » de potasa.
- 50 » de agua.

Se agita y decanta ó filtra al cabo de algunas horas; una parte de la sal no se disuelve.

560. **Problema 2.º—Dada una figura cualquiera, reproducirla en diferente escala, de modo que las superficies guarden una relación dada.**—Para conseguir este objeto, se tendrá presente que las raíces cuadradas de las superficies están en razón directa de los lados homólogos, é inversa de los denominadores de las escalas, pues en la serie de las razones iguales escrita [58] (546) se tiene

$$\frac{\sqrt{s}}{\sqrt{S}} = \frac{l}{L} = \frac{N}{M}; \quad [59]$$

Una vez conocida la relación de los lados, estamos en el caso anterior; si bien es conveniente para la mayor exactitud en la formación de la nueva escala, que las raíces de las superficies sean exactas. En efecto, si se toma siempre por unidad la superficie del original y se quiere construir un polígono cuádruplo de otro, tendremos

$$S = 1 \quad \text{y} \quad s = 4;$$

de donde

$$\frac{\sqrt{s}}{\sqrt{S}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{1}} = 2;$$

luego los lados de la copia han de ser dobles de los del original.

Si es $S = 1$ y $s = \frac{1}{4}$, se hallará del mismo modo que las líneas de la copia han de ser la mitad de las del original.

561. Cuando las áreas han de ser proporcionales á números dados ó á rectas cuyas magnitudes son conocidas gráficamente, puede hacerse uso del siguiente procedimiento:

Sea ABC... (fig. 167, lám. 7) un polígono dado, y tratemos de construir un polígono semejante abc... cuya superficie esté con la del primero en la misma relación que la recta m con la recta n.

Tómese una parte AC = n (fig. 555, lám. 13) y otra BC = m; colóquense una á continuación de otra, y sobre la AB como diámetro se describirá una semicircunferencia. En el punto C se levantará la perpendicular CD y se tirarán las cuerdas AD y BD, prolongándolas lo que sea necesario. Tómese una parte DF igual al lado AB del polígono dado, y tirando la paralela FE á la AB se tendrá