transparente, pueden obtenerse copias de dibujos hechos en papel opaco; para este objeto recomendamos el papel núm. 759, fabricado especialmente en pasta muy igual, pura y limpia, para que no resulten manchas en la copia; con este papel basta prolongar bastante la exposición á la luz para conseguir buenas copias. Si se quieren reproducir dibujos hechos en un papel cualquiera opaco, es preciso humedecerlos por el revés con un ligero baño de bencina en el momento de ir á sacar la copia: después de seco queda en su estado anterior.

Puede hacerse el lavado con agua fría; pero es preferible emplearla á 30 ó 35° centíg.^{os}, y se consigue mayor rapidez y perfección.

Debe sacarse el dibujo en cuanto se destaque bien la imagen, pues de prolongar el lavado perdería en intensidad.

Se secan las pruebas suspendiéndolas de una cuerda con pinzas de madera; conviene enjugarlas primero entre dos hojas secantes.

Como el papel ferro-prusiato no es de mucho cuerpo, si se le quiere dar mayor resistencia debe pegarse en papel ó lienzo después de obtenida la copia. Para facilitar esta operación, se usa el papel especial engomado núms. 104 y 105. Antes de que la prueba se haya secado por completo, ó después de humedecerla con igualdad por el reverso, si está ya seca, se coloca sobre el papel engomado, y poniendo encima un papel secante ó de seda, se pasa suavemente la mano de arriba abajo; si quedase alguna burbuja, se pincha con una aguja fina y se oprime hasta que salga todo el aire. Si se quiere hacer el forrado en tela, núm. 910, se corta un trozo algo mayor que el marco, núm. 900 á 903, se moja bien y se tiende en el mismo, enganchándola en los clavos que dicho marco lleva en los bordes, empezando por los costados y terminando por los lados alto y bajo: se extiende con una brocha una capa de cola fresca y clara y se aplica la prueba humedecida con agua.

559. Recomendamos el licor anti-fotogénico para desleir la tinta china que se haya de emplear en los originales; su color permite emplear la tinta menos espesa.

Para escribir sobre el azul del ferro-prusiato puede emplearse una disolución de potasa con sal de acedera.

Mézclense en un vaso:

10	gramos	de sal de acedera.
7	»	de potasa.
50	»	de agua.

Se agita y decanta ó filtra al cabo de algunas horas; una parte de la sal no se disuelve.

560. **Problema 2.º—Dada una figura cualquiera, reproducirla en diferente escala, de modo que las superficies guarden una relación dada.**—Para conseguir este objeto, se tendrá presente que las raíces cuadradas de las superficies están en razón directa de los lados homólogos, é inversa de los denominadores de las escalas, pues en la serie de las razones iguales escrita [58] (546) se tiene

$$\frac{\sqrt{s}}{\sqrt{S}} = \frac{l}{L} = \frac{N}{M}; \qquad [59]$$

Una vez conocida la relación de los lados, estamos en el caso anterior; si bien es conveniente para la mayor exactitud en la formación de la nueva escala, que las raíces de las superficies sean exactas. En efecto, si se toma siempre por unidad la superficie del original y se quiere construir un polígono cuádruplo de otro, tendremos

$$S = 1 \quad \text{y} \quad s = 4;$$

de donde

$$\frac{\sqrt{s}}{\sqrt{S}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{1}} = 2;$$

luego los lados de la copia han de ser dobles de los del original.

Si es $S = 1$ y $s = \frac{1}{4}$, se hallará del mismo modo que las líneas de la copia han de ser la mitad de las del original.

561. Cuando las áreas han de ser proporcionales á números dados ó á rectas cuyas magnitudes son conocidas gráficamente, puede hacerse uso del siguiente procedimiento:

Sea ABC... (fig. 167, lám. 7) un polígono dado, y tratemos de construir un polígono semejante *abc*... cuya superficie esté con la del primero en la misma relación que la recta *m* con la recta *n*.

Tómese una parte $AC = n$ (fig. 555, lám. 13) y otra $BC = m$; colóquense una á continuación de otra, y sobre la AB como diámetro se describirá una semicircunferencia. En el punto C se levantará la perpendicular CD y se tirarán las cuerdas AD y BD, prolongándolas lo que sea necesario. Tómese una parte DF igual al lado AB del polígono dado, y tirando la paralela FE á la AB se tendrá la DE, la cual será en la copia el lado homólogo del AB del original, de manera que construyendo sobre $ab = \mathrm{DE}$ (fig. 167, lám. 7) un polígono *abc*... semejante al ABC... (Geom., Probl. 30), se tendrá resuelto el problema.

En efecto, llamando P al polígono ABC... y X al *abc*... que se trata de construir, tendremos

$$\mathrm{X} : \mathrm{P} : : \overline{ab}^2 : \overline{\mathrm{AB}}^2 : : \overline{\mathrm{DE}}^2 : \overline{\mathrm{FD}}^2; \qquad [60]$$

pero los triángulos semejantes DEF y DAB dan la proporción

$$\mathrm{DE} : \mathrm{DF} : : \mathrm{D\,B} : \mathrm{DA},$$

y por lo tanto (Arit., 170.—Cor.)

$$\overline{\mathrm{DE}}^2 : \overline{\mathrm{DF}}^2 : : \overline{\mathrm{DB}}^2 : \overline{\mathrm{DA}}^2; \qquad [61]$$

Las proporciones [60] y [61] tienen una razón común; luego resultará

$$\mathrm{X} : \mathrm{P} : : \overline{\mathrm{DB}}^2 : \overline{\mathrm{DA}}^2; \qquad [62]$$

y como se tiene (Geom., Teor. 70.—2.°)

$$\overline{\mathrm{DB}}^2 : \overline{\mathrm{DA}}^2 : : \mathrm{BC} : \mathrm{AC} : : m : n,$$

resultará por último

$$\mathrm{X} : \mathrm{P} : : m : n;$$

que es lo que se quería demostrar.

Si en la construcción sucediese que la cuerda AD fuese igual al lado AB del polígono, la cuerda BD lo sería á *ab*.

Si el polígono dado fuese un cuadrado, se operaría de la misma manera para obtener el valor del lado sobre el que se ha de construir el nuevo cuadrado.

562. Cuando no se quiere seguir el procedimiento indicado para la construcción del polígono semejante, y conviene evitar la formación de ángulos que en ella se requiere, se podrá hacer uso del método por intersecciones, tomando en la cuerda AD otra parte $\mathrm{D}a = \mathrm{BC}$ y la $\mathrm{D}c$ igual á la diagonal AC (fig. 167, lám. 7; y fig. 255, lámina 13), y tirando las paralelas *ab* y *cd* se tendrán las $\mathrm{D}b$ y $\mathrm{D}d$ homólogas de las BC y AC.

563. Comparando dos lados homólogos de la copia y el original, puede construirse fácilmente la escala de la primera. Tomando por ejemplo $\mathrm{DF} = 100^{\mathrm{m}}$ en la del original, DE representará la

misma magnitud en la que se trata de construir. En algunos casos particulares, que á continuación damos á conocer, se puede hallar más sencillamente el valor del lado homólogo, fundándose en la relación numérica que se conoce ó que se deduce (Geom., Problemas 22 y 23) de los valores gráficos DF y DE.

564. *Casos particulares.*—1.° Si la superficie de la copia ha de ser doble de la del original, se tendrá $\frac{m}{n} = 2$; de donde se deduce $l^2 = 2\mathrm{L}^2$, y $l = \mathrm{L}\sqrt{2}$; es decir, que el nuevo lado l es la diagonal de un cuadrado cuyo lado es L, ó lo que es lo mismo, l es el lado del cuadrado inscrito en un círculo cuyo radio es L. Si el polígono dado es un cuadrado, l es su diagonal.

2.° Cuando la superficie de la copia haya de ser la mitad de la del original, se tendrá $\frac{m}{n} = \frac{1}{2}$, y $l^2 = \frac{1}{2}\mathrm{L}^2$; de donde $l = \frac{1}{2}\mathrm{L}\sqrt{2}$; es decir, que el nuevo lado es la mitad de la diagonal de un cuadrado cuyo lado es L. Si el polígono dado es un cuadrado, l es la mitad de su diagonal.

3.° Si la superficie del nuevo polígono ha de ser el triplo de la del propuesto, se tendría después de hechas las operaciones $l = \mathrm{L}\sqrt{3}$; es decir, que l es el lado del triángulo equilátero inscrito en un círculo cuyo radio es L.

4.° Si ha de ser el cuádruplo de la del propuesto, se tendrá $l = 2\mathrm{L}$; es decir, que el lado del nuevo polígono ha de tener doble longitud que el del propuesto; lo que debe ser así (Geom., Teor. 100).

565. **Instrumentos de reducción.**—*Compás.*—El *compás de reducción* se compone de dos brazos de metal AE, BD (fig. 256, lámina 13) terminados por ambos extremos en puntas de acero. Una ranura longitudinal que ambos presentan, permite á una pieza *c* correr á lo largo de ella, y fijarse en un punto dado con auxilio de un tornillo de presión. Á los lados de esta ranura están grabadas unas divisiones acompañadas de números que representan las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$... escritas á su lado, las cuales indican la relación en que está la parte $c\mathrm{B}$ de uno de los brazos con la otra $c\mathrm{D}$, y que es la misma que existe entre las aberturas AB y DE de las puntas de acero. Así, cuando la línea de fe que acompaña á la pie-

za c coincide con la división $\frac{1}{2}$, AB es mitad de DE, y puede reducirse un plano en esta relación tomando las distancias del original con las puntas D y E, con lo que se obtendrán sus homólogas correspondientes en las A y B; ó bien amplificarse tomando con estas últimas las distancias del original.

566. **Pantógrafo.**—Se funda la teoría de este instrumento de reducción, en que si se suponen dos reglas A′C′, CK (fig. 257, lámina 13), unidas por medio de articulaciones á otra PC en los puntos A′ y C, constituyendo un sistema que puede girar alrededor del punto P, conservándose siempre paralelas las dos primeras reglas, cuyas longitudes son proporcionales á las distancias de P á las articulaciones respectivas, sus extremos K y C′ estarán siempre en línea recta con el punto fijo P; principio que está fundado á su vez en la teoría de las líneas proporcionales. Además, al pasar el sistema de una posición á otra recorriendo el punto C un arco Cc, los extremos K y C′ de las reglas paralelas estarán también en línea recta en sus nuevas posiciones k y c' en virtud del principio indicado, y se tendrá la proporción

$$Pc : Pa' :: Pk : Pc' ;$$

y como por hipótesis se tiene

$$PC : PA' :: PK : PC',$$

y las primeras razones son evidentemente una misma, se tendrá

$$PK : PC' :: Pk : Pc'; \qquad [63]$$

y por consiguiente la recta C′c' es paralela á Kk y está con ella en la relación constante de PA′ á PC. En virtud de todo lo expuesto, si suponemos un lápiz situado en el punto C′ y un punzón en K, cuando éste recorra una recta Kk, el lápiz trazará la C′c' paralela á ella y en la relación de PA′ á PC; por lo tanto, cuando el punzón recorra los diferentes lados de un polígono cualquiera, el lápiz trazará otro semejante á él por tener sus lados paralelos y en la misma relación, que puede ser dada de antemano disponiendo convenientemente las articulaciones A′ y C. Las curvas recorridas al mismo tiempo por K y C′ resultan también semejantes, porque pueden considerarse como límites de polígonos rectilíneos.

567. **Descripción del pantógrafo de Gavard.**—Las condiciones á que debe satisfacer el sistema de reglas á que acabamos

de referirnos para aplicarse á la copia y reducción de planos, se obtienen cumplidamente en el pantógrafo de Gavard, que se compone de dos reglas de metal AC y BD (fig. 258, lám. 13), unidas á otra CK por medio de juegos de charnela c, c', los cuales son ejes cilíndricos verticales de acero, que en su parte inferior llevan un taladro horizontal donde se introduce una palanca en que termina la pieza del destornillador, para armar y desarmar el instrumento y apretar más ó menos las reglas; terminando por su parte superior en una rosca, á la que se atornilla una tuerca en forma de cabeza de tornillo: una cuarta regla A′B′ igual en longitud á la parte CD de la CK, va unida por sus extremos y también por medio de juegos de charnela c'' y c''' como los anteriores, á dos cajas de metal A′ y B′, las cuales pueden correr á lo largo de las reglas AC y BD cuando se aflojan los tornillos t y t', ó formar cuerpo con dichas reglas apretándolos; logrando de este modo colocar la regla A′B′ paralelamente á la CD y á la distancia que convenga, constituyendo el paralelogramo A′B′CD de ángulos variables. A lo largo de la parte PA corre otra caja P, con su correspondiente tornillo t'' por la parte exterior del instrumento para fijarla á la regla, y con un taladro cilíndrico por la interior donde se introduce un eje de acero, el cual tiene en su extremo inferior una rosca que se atornilla en la tuerca correspondiente dispuesta en una masa de hierro H, la que tiene por objeto hacer que permanezca fijo dicho eje, alrededor del cual se ha de verificar el movimiento de rotación de todo el instrumento.

Otra caja C′ corre á lo largo de la regla A′B′, y puede fijarse á ella por el tornillo de presión t''', llevando consigo un lapicero z, y una tercera caja K está igualmente dispuesta con relación á la regla CD, y se halla provista de un *calcador* de acero a. El extremo afilado del lapicero z de la caja C′, puede estar en contacto con un papel fijo al tablero sobre el cual se dispone el instrumento, para cuyo fin se le carga de un peso conveniente con auxilio de unas piezas de plomo que pueden colocarse fácilmente en la parte superior del lapicero; ó bien puede impedirse el contacto, elevando el lapicero por medio de un cordón, que atraviesa las poleas verticales p, p' y la horizontal p'', así como una anilla b, y se sujeta por uno de sus extremos á la pieza d, dotada de un movimiento de báscula.

Las reglas que constituyen el instrumento se apoyan en cuatro ó más cajas s, que llevan en su parte inferior unas armaduras de