

za c coincide con la división $\frac{1}{2}$, AB es mitad de DE, y puede reducirse un plano en esta relación tomando las distancias del original con las puntas D y E, con lo que se obtendrán sus homólogas correspondientes en las A y B; ó bien amplificarse tomando con estas últimas las distancias del original.

566. **Pantógrafo.**—Se funda la teoría de este instrumento de reducción, en que si se suponen dos reglas A'C', CK (fig. 257, lámina 13), unidas por medio de articulaciones á otra PC en los puntos A' y C, constituyendo un sistema que puede girar alrededor del punto P, conservándose siempre paralelas las dos primeras reglas, cuyas longitudes son proporcionales á las distancias de P á las articulaciones respectivas, sus extremos K y C' estarán siempre en línea recta con el punto fijo P; principio que está fundado á su vez en la teoría de las líneas proporcionales. Además, al pasar el sistema de una posición á otra recorriendo el punto C un arco Cc, los extremos K y C' de las reglas paralelas estarán también en línea recta en sus nuevas posiciones k y c' en virtud del principio indicado, y se tendrá la proporción

$$Pc : Pa' :: Pk : Pc';$$

y como por hipótesis se tiene

$$PC : PA' :: PK : PC',$$

y las primeras razones son evidentemente una misma, se tendrá

$$PK : PC' :: Pk : Pc'; \quad [63]$$

y por consiguiente la recta C'c' es paralela á Kk y está con ella en la relación constante de PA' á PC. En virtud de todo lo expuesto, si suponemos un lápiz situado en el punto C' y un punzón en K, cuando éste recorra una recta Kk, el lápiz trazará la C'c' paralela á ella y en la relación de PA' á PC; por lo tanto, cuando el punzón recorra los diferentes lados de un polígono cualquiera, el lápiz trazará otro semejante á él por tener sus lados paralelos y en la misma relación, que puede ser dada de antemano disponiendo convenientemente las articulaciones A' y C. Las curvas recorridas al mismo tiempo por K y C' resultan también semejantes, porque pueden considerarse como límites de polígonos rectilíneos.

567. **Descripción del pantógrafo de Gavard.**—Las condiciones á que debe satisfacer el sistema de reglas á que acabamos

de referirnos para aplicarse á la copia y reducción de planos, se obtienen cumplidamente en el pantógrafo de Gavard, que se compone de dos reglas de metal AC y BD (fig. 258, lám. 13), unidas á otra CK por medio de juegos de charnela c, c' , los cuales son ejes cilíndricos verticales de acero, que en su parte inferior llevan un taladro horizontal donde se introduce una palanca en que termina la pieza del destornillador, para armar y desarmar el instrumento y apretar más ó menos las reglas; terminando por su parte superior en una rosca, á la que se atornilla una tuerca en forma de cabeza de tornillo: una cuarta regla A'B' igual en longitud á la parte CD de la CK, va unida por sus extremos y también por medio de juegos de charnela c'' y c''' como los anteriores, á dos cajas de metal A' y B', las cuales pueden correr á lo largo de las reglas AC y BD cuando se aflojan los tornillos t y t' , ó formar cuerpo con dichas reglas apretándolos; logrando de este modo colocar la regla A'B' paralelamente á la CD y á la distancia que convenga, constituyendo el paralelogramo A'B'CD de ángulos variables. A lo largo de la parte PA corre otra caja P, con su correspondiente tornillo t'' por la parte exterior del instrumento para fijarla á la regla, y con un taladro cilíndrico por la interior donde se introduce un eje de acero, el cual tiene en su extremo inferior una rosca que se atornilla en la tuerca correspondiente dispuesta en una masa de hierro H, la que tiene por objeto hacer que permanezca fijo dicho eje, alrededor del cual se ha de verificar el movimiento de rotación de todo el instrumento.

Otra caja C' corre á lo largo de la regla A'B', y puede fijarse á ella por el tornillo de presión t''' , llevando consigo un lapicero z , y una tercera caja K está igualmente dispuesta con relación á la regla CD, y se halla provista de un *calçador* de acero a . El extremo afilado del lapicero z de la caja C', puede estar en contacto con un papel fijo al tablero sobre el cual se dispone el instrumento, para cuyo fin se le carga de un peso conveniente con auxilio de unas piezas de plomo que pueden colocarse fácilmente en la parte superior del lapicero; ó bien puede impedirse el contacto, elevando el lapicero por medio de un cordón, que atraviesa las poleas verticales p, p' y la horizontal p'' , así como una anilla b , y se sujeta por uno de sus extremos á la pieza d , dotada de un movimiento de báscula.

Las reglas que constituyen el instrumento se apoyan en cuatro ó más cajas s , que llevan en su parte inferior unas armaduras de

hierro, las cuales terminan en unas ruedas de marfil susceptibles de girar alrededor de su eje horizontal, y la armadura en que este eje se apoya gira también alrededor de un eje vertical; resultando que todas las ruedas pueden moverse como se necesita en todos sentidos, en virtud de los dos movimientos combinados de que es susceptible el aparato.

La longitud de la regla BD es igual á la parte de la CA que hay desde su extremo C hasta el *cero*. A partir de este punto en la CA, del extremo B en la BD, y del A' en la A'B', se ven marcadas en las tres reglas las mismas divisiones $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{12}$

Las letras mayúsculas de la figura son las que van grabadas en el mismo instrumento.

568. **Disposición del pantógrafo en estación.**—Colocado como se representa en la figura sobre un tablero bien nivelado, dispuestos convenientemente el calcador, el lapicero y las cajas s, y seguros de que todos los movimientos del aparato se ejecutan con facilidad, se fijará la relación que ha de guardar la copia con el original, y supongamos que sea la de $\frac{1}{2}$. Se moverá la regla

A'B' paralelamente á sí misma hasta que los bordes de las cajas A' y B' coincidan exactamente con las divisiones $\frac{1}{2}$ de las reglas AC y BD. Se correrá después la caja C' á lo largo de la regla A'B' hasta que coincida con la división $\frac{1}{2}$, así como las cajas P y K se

harán coincidir exactamente con los *ceros* de las reglas AC y CD, apretando después fuertemente los tornillos de las cinco cajas: hecho todo lo cual, el instrumento se hallará armado y en disposición de usarse; pero antes debe verificarse y corregirse, determinando también la posición que han de tener en la mesa donde se halla el pantógrafo, el dibujo original y el papel blanco que ha de recibir la copia.

Para la colocación del original y el papel de la copia, supongamos primero que el instrumento es exacto y que se ha montado de manera que llene exactamente las condiciones que se requieren para la fiel reproducción del original. Se fija al tablero el papel de la copia, en el cual se ha trazado una línea homóloga de otra del original y en la relación asignada; moviendo el pantógrafo hasta

que la punta del lápiz se halle en uno de los extremos de dicha recta de la copia, y colocando su homólogo en el original debajo del calcador. Fijando este punto, y llevando el lápiz por el movimiento del pantógrafo al otro extremo de la citada línea, se hace girar á la recta homóloga en el original alrededor de su extremo fijo hasta que el otro coincida con la punta del calcador; con lo cual se hallará convenientemente dispuesto el original. La coincidencia no podrá menos de verificarse, en atención á la hipótesis que hemos hecho de la exactitud del instrumento.

559. **Verificaciones y correcciones.**—Las causas de imperfección á que este instrumento está sujeto y las verificaciones y correcciones á que da lugar son las siguientes:

1.^a Que estando bien establecidas las divisiones de las tres reglas, y exactamente colocadas las cajas A', C' y B' (fig. 258, lámina 13), en la relación elegida de $\frac{1}{2}$ por ejemplo, los tres puntos P, C', K no se hallen en línea recta; lo que se conocerá en que adaptando á ellos el canto de una regla ó un hilo tirante no coincide exactamente. Entonces el error puede provenir de que la punta del lápiz no sea la proyección del eje del lapicero por estar mal afilado, lo que se conocerá si haciéndole girar sobre sí mismo alrededor de su eje traza la punta una pequeña circunferencia en lugar de señalar un solo punto, en cuyo caso se procederá á afilarle de nuevo. Si á pesar de estar bien afilado el lápiz, su punta no se halla en línea recta con los *ceros*, es prueba de que el error está en las divisiones de la regla A'B', por lo que habrá que recorrer á lo largo de ésta la caja C' en el sentido conveniente verificando la corrección por tanteos.

2.^a Que estando el lápiz en línea recta con los *ceros* P y K no resulte la coincidencia de que hemos hecho mérito en el párrafo anterior, resultando en el original una recta más corta ó más larga que la homóloga de la recorrida por el lápiz en la copia. En este caso se aflojarán los tornillos *t* y *t'*, y se aproximará la regla A'B' á la CK ó se alejará de ella paralelamente á sí misma, buscando por tanteos la nueva posición que debe ocupar, hasta que se logre la coincidencia exacta.

Cuidando de que se verifiquen las mencionadas condiciones, es fácil concebir que se podrá adoptar otra relación cualquiera distinta de las que marcan las divisiones de la regla, disponiendo convenientemente las cajas en el pantógrafo por tanteos.

570. **Usos del pantógrafo.**—Dispuesto el instrumento como hemos indicado en lo que llevamos expuesto, la copia resulta reducida: pero si queremos amplificar un dibujo ó copiarle en la misma escala, se coloca la pieza H (fig. 258, lám. 13) en C' y el lapicero en P, y la línea de fe de C' en la división $\frac{1}{2}$ de la regla A'B'

para este último caso; y en el de la amplificación es necesario además colocar las cajas A' y B' de modo que dividan á las reglas AC, BD en partes proporcionales á los números que marcan la relación de las escalas. Así, para copiar en escala doble de la del original, se hará que PA' sea doble de A'C.

Dispuesto y corregido el instrumento, se reduce la operación á pasar el calcador por todas las líneas del original, las que irá reproduciendo fielmente y con exactitud el lápiz en el papel dispuesto para la copia. El pantógrafo sustituye con la mayor ventaja á cuantos procedimientos hemos explicado anteriormente, determinando con toda la facilidad y prontitud que puedan desearse los contornos del dibujo, así como sus detalles, por complicados que sean.

Cuando se trate de la reproducción de líneas rectas, convendrá guiar el calcador por el borde de una regla ó escuadra delgada colocada en contacto con aquéllas, y se cuidará de separar el lápiz del papel de la copia, levantándole por medio del hilo que atraviesa las poleas, cuando no se quiera que alguna línea del original resulte en la copia, ó cuando al pasar el calcador de un punto á otro se quiera evitar el trazado de líneas inútiles. Aflojando después el cordón, vuelve á caer por su propio peso y el de las pesas adicionales (567). Los arcos de círculo deberán hacerse ó rectificarse con el compás.

571. **Fórmulas en que se funda la división de las reglas del pantógrafo de Gavard.**—Las fórmulas que emplean los constructores para marcar las divisiones de las reglas, pueden servir para establecer una relación cualquiera $\frac{m}{n}$ de la copia al original, cuando no aparezca señalada en el instrumento: se miden las cantidades constantes PC y CK (fig. 258, lám. 13), las que designaremos respectivamente por *a* y *b*: llamando entonces *x* é *y* á las PA' y A'C' se tendrán las razones iguales

$$x : a :: y : b :: m : n,$$

de las que resultan las fórmulas

$$x = a \times \frac{m}{n}; \quad [64]$$

$$y = b \times \frac{m}{n}; \quad [65]$$

572. Cuando el eje de rotación está en C' (570), se tiene la proporción PA' : A'C' :: PC' : C'K, ó (Arit., 171),

$$PA' : PC' :: PC' : PC' + C'K,$$

de la cual resulta, después de sustituir valores,

$$x : a :: m : m + n;$$

de donde

$$x = a \times \frac{m}{m + n}; \quad [66]$$

y de un modo análogo se obtiene

$$y = b \times \frac{m}{m + n}; \quad [67]$$

573. **Pantógrafo decimal.**—Este pantógrafo difiere solamente del de Gavard en que los extremos de las reglas PC y BK (fig. 259, lám. 13) están unidos por una regla PB, por medio también de juegos de charnela, en los puntos P y B. Las cinco reglas que forman el instrumento son iguales y tienen exactamente la longitud de 1 metro, constituyendo por lo tanto las cuatro CK, BK, PB y PC un rombo en todas las posiciones del instrumento, conservándose siempre la A'B' paralela á las PB y CK en su movimiento á lo largo de las reglas PC y BK. El calcador va siempre en K, y el centro de rotación y el lapicero pueden cambiar de posición en los puntos P y C', resultando las dos disposiciones que pueden dársele en su uso. La división de las dos reglas PC y BK á partir de los puntos P y B donde se colocan los *ceros*, y la de la A'B' á partir de A, donde se coloca también en esta regla, puede ser cualquiera; pero siendo más conveniente en todos los pantógrafos dividir las reglas en muchas partes iguales, para obtener más fácilmente las relaciones, y más cómodo emplear la división decimal, en el instrumento que nos ocupa se han dividido las tres reglas PC, BK y A'B', que hemos dicho tienen de largo un metro, en decímetros, centímetros y milímetros, llevando cada una de las

cajas que corresponden á los puntos A', C' y B' el correspondiente *nonius* que comprende la longitud de 9 milímetros dividida en 10 partes iguales, recibiendo por esta circunstancia este instrumento el nombre de *pantógrafo decimal*, que no es otra cosa que el de Gavard perfeccionado.

Las fórmulas para establecer las divisiones son las mismas que las del de Gavard, con la diferencia de que en el pantógrafo decimal son iguales las constantes *a* y *b*.

574. **Aplicación de la fotografía á la copia y reducción de los planos.**—La *fotografía* está llamada á prestar un importante servicio en su aplicación á la copia de los planos en igual, mayor ó menor escala que el original, cuando este problema haya acabado de resolverse por completo. Hoy se reproducen ya los dibujos con mucha exactitud; pero este sistema tiene el inconveniente, cuando el original presenta muchos detalles y la relación elegida para la copia es muy pequeña, que ésta resulta bastante confusa, puesto que se reproducen todos aquellos; y en un plano topográfico no hay necesidad sino de cierto número de ellos, debiéndose descartar, para la claridad del dibujo, los que son insignificantes. En los planos en grande escala es de la mayor importancia la aplicación de la fotografía, por lo mismo que reproduce todos los detalles. Atendida la índole de este sistema y la prontitud de las operaciones, la fotografía será con el tiempo un inmenso adelanto en la reproducción de los planos y producirá economías de consideración.

Hemos concluído con la primera parte de la *Topografía*, ó sea con la parte necesaria al *Agrimensor* para medir los terrenos y levantar el plano de los mismos, representando además su forma y teniendo todos los datos necesarios, que á su vez puede utilizar para emprender otras varias operaciones que se le pueden encomendar y que son del dominio exclusivo de la *Agrimensura*, como son la transformación y división de los polígonos, los deslindes y apeos de los terrenos, de lo cual vamos á ocuparnos en la segunda parte, así como del conocimiento y clasificación, análisis químico y tasación de los mismos.

cajas que corresponden á los puntos A', C' y B' el correspondiente *nonius* que comprende la longitud de 9 milímetros dividida en 10 partes iguales, recibiendo por esta circunstancia este instrumento el nombre de *pantógrafo decimal*, que no es otra cosa que el de Gavard perfeccionado.

PARTE SEGUNDA.

CAPITULO PRIMERO.

TRANSFORMACIÓN DE LOS POLÍGONOS Y DIVISIÓN DE TERRENOS Y HEREDADES.

575. **Transformación de los polígonos.—Ideas generales.**—Se dice que se *transforma* un polígono en otro, cuando por medio de una *operación gráfica* se sustituye el primero con otro que le es *equivalente*, es decir, que tiene la misma superficie que el polígono dado, pero cuya forma es distinta de la de éste, pudiendo ser el mismo ó diferente el número de sus lados y ángulos; pero siempre distintas las relaciones de magnitud de unos y de otros.

Se concibe que esta operación gráfica debe ejecutarse en el papel, después de haber construido el polígono del terreno en la mayor escala posible, para verificar después las referencias al terreno; puesto que aunque pudiera ejecutarse desde luego sobre este último, las dificultades que se ofrecen en general producen resultados menos exactos. En lo que vamos á decir se entenderá, sin embargo, que operamos lo mismo sobre el terreno que sobre el papel.

La transformación de los polígonos es una operación de la mayor importancia, por las razones siguientes:

- 1.^a Porque es indispensable como auxiliar en la resolución de muchas cuestiones, especialmente en las que tienen por objeto la división de los terrenos y heredades.
- 2.^a Por la aplicación que puede hacerse de ella como auxiliar