de bastante longitud, pueden abreviarse las operaciones de la división, procediendo de la manera que vamos á exponer; para lo cual consideramos el caso más sencillo de la división en dos partes, resumiendo todos los casos análogos á los expuestos hasta aquí en el problema general siguiente, en el cual hacemos uso solamente de las soluciones numéricas.

624. **Problema 19.—Dividir un polígono en dos partes equivalentes, desiguales ó proporcionales á dos números dados m y n, por medio de una recta tirada desde uno de sus vértices, ó por un punto situado en uno de sus lados, ó bien por medio de una recta paralela á uno de sus lados.**

Sea primero dividir el polígono ABC...H (fig. 303, lám. 15) en dos partes equivalentes por una recta tirada desde el vértice H. Divídase en triángulos a, b, c... desde este vértice, hállese la superficie de cada uno y súmense para tener la del polígono. Entonces si $a + b + c$, por ejemplo, es la suma inmediatamente inferior á la mitad que se trata de separar, se hallará la diferencia, y se tomará en el triángulo siguiente HCD una parte r igual á esta diferencia por medio de una recta HM á partir del vértice H (593), y esta línea HM resolverá el problema. Para comprobación se verá si es también $e + d + s$ igual á la mitad del polígono.

Cuando la línea divisoria ha de partir de un punto Z situado en un lado AH, el procedimiento no varía esencialmente.

625. Si el polígono se ha de dividir en dos partes iguales en superficie por medio de una recta paralela al lado AI (fig. 304, lámina 15), se trazará por el punto B, por ejemplo, una paralela BM á la AI, y se hallará la superficie de la parte del polígono ABMHI, descomponiéndola, por ejemplo, en triángulos, y la de la parte BCDEFGM descomponiéndola también en triángulos, ó en triángulos y trapecios como se ve en la figura, para sumar sus áreas y tener la total del polígono, la que se dividirá por 2. Hecho esto, si la parte ABMHI no equivale á la mitad del polígono y es, por ejemplo, menor, se trazará por G la GR paralela á la BM, y se tomará en el trapecio BMGR la parte BmnM, adyacente á la base mayor BM [**86**] (619), y la recta mn paralela á la BM será la que dividirá al polígono en dos partes equivalentes.

De un modo análogo se procederá en la división en dos partes desiguales, cuyos valores numéricos deben darse de antemano, así como en la división en dos partes que se hallen en la relación

de m á n, las que también hay que determinar primero según hemos ya visto en los demás casos de esta especie.

626. **Contornos curvilíneos y mixtilíneos.**—Cuando los contornos están formados de muchos lados y es pequeña además la magnitud de éstos, ó bien cuando son curvilíneos ó mixtilíneos, en cuyos casos pueden considerarse como polígonos irregulares de infinito número de lados, podemos hacer uso de la circunscripción ó inscripción de un polígono de menor número de lados para determinar la supercie total de la figura en cuestión. Una vez hallada ésta, así como el valor de las partes iguales, desiguales ó proporcionales en que haya de dividirse, y señalado el punto por donde haya de trazarse la línea divisoria, bien que sea un vértice ó se halle situado en el contorno ó en el interior, ó bien que dicha recta se haya de trazar paralelamente á una dirección dada ó á arbitrio, en todos los casos no habrá más que seguir exactamente la marcha trazada hasta aquí en la serie de operaciones expuestas, cuidando de aprovechar siempre las circunstancias favorables que puedan conducir, en los diferentes casos que se presentan en la práctica, á soluciones más prontas y más sencillas.

627. De igual manera se procede para resolver el problema importante siempre de añadir ó quitar á una tierra una parte, para tomarla de otra colindante ó cederla á ésta, valiéndonos de los problemas anteriores, en particular de los 1.º (593) y 17 (619), pues en el caso de la figura 305 (lám. 15), en que el contorno $abcd$ es bastante irregular, después de haberle circunscrito un polígono ABCDE y de haber trazado una recta mn que á ojo parezca que dará la parte $obcp$ que se quiera separar de la tierra M, se hallará la verdadera superficie de esta parte, hallando la del polígono mnDCB y restando de ella la superficie comprendida entre el contorno rectilíneo del polígono y el curvilíneo de la tierra M. Si el resultado no es igual á la parte que se ha de quitar de dicha tierra, se hallará la diferencia, la que se añadirá ó quitará de la $obcp$, por medio de triángulos como el ors, ó por paralelas como et considerando á la figura $opte$ como paralelogramo ó rectángulo según la forma y dirección de las líneas oe y pt en cuyo caso, tomando la op como base, se hallará la altura xz, ó bien, previo el trazado de una paralela auxiliar fg, hallar la supercie del trapecio $opqf$, y por el problema 17 (619) determinar la recta et que forme con la base op el trapecio parcial $opte$ que exprese la diferencia que se ha de quitar ó añadir según los casos, haciendo las construcciones por la

parte de la recta *op* que sea conveniente para satisfacer á las condiciones que han de llenarse.

628. En el caso de ser las líneas del contorno de la tierra, aunque sinuosas, que puedan considerarse como rectas sin error de consideración como en la fig. 306 (lám. 15), se podrá añadir á la tierra ABCDEF el triángulo B*s*C tomando la BC por base y hallando la altura *rs* ó quitarle una parte A*mn*F tomándola por un rectángulo, siendo AF la base y determinando la altura *ab*. Si se hubiera de quitar dicha parte por el lado de la ED, pudiera ésta considerarse como la base de un paralelogramo ED*dc* cuya altura *ef* se hallaría.

629. **División de los solares.**—Cuando en el terreno que se trata de dividir hay que establecer construcciones, es necesario que los solares que resultan sean figuras que presenten ángulos rectos, especialmente en las líneas de fachada, tanto para la mayor solidez de los edificios como para su mejor distribución.

Supongamos, por ejemplo, que el cuadrilátero ABCD (fig. 307, lám. 15), es un terreno que se quiere dividir en cuatro solares, siendo AB la línea de fachada. Se trazará una línea PQ á arbitrio en sentido de la longitud de la figura y paralela á la línea AB, la que se marca en el terreno plantando piquetes en los puntos P y Q; se mide esta línea y se divide en cuatro partes iguales, trazando por los puntos de división las perpendiculares EH, YF y GK á la PQ, para fijar aproximadamente las dimensiones de cada uno de los cuatro solares, que suponemos han de ser iguales en superficie. Hecho esto, se hallará la superficie total del cuadrilátero ABCD y dividiéndola por 4 se tendrá la cabida que ha de tener cada uno de los solares. Se medirá la primera parte ADHE, y si se supone que tiene menos superficie que el cuarto de ABCD, se tomará del trapecio siguiente HEFY la parte H*mn*E que le falte adyacente á su base menor HE valiéndose de la fórmula [**83**] (619), y el primer solar estará representado por el cuadrilátero AD*mn*. Mídase ahora la superficie *m*YF*n* y si también es menor que el cuarto de ABCD, se seguirá el mismo procedimiento para añadirle la parte Y*pq*F y así sucesivamente, y se tendrán los cuatro solares de igual superficie AD*mn*, *mpqn*, *prsq* y *r*CB*s* (622). De un modo análogo se resolvería el problema si los solares hubieran de ser desiguales, ó proporcionales á números dados, ateniéndonos á las observaciones expuestas (607).

630. Mr. J. Regnault resuelve este problema en su curso prác-

tico de Agrimensura, siguiendo el procedimiento que se ve en el siguiente

Ejemplo numérico.—Sea el cuadrilátero anterior ABCD (fig. 307, lám. 15), en el que se suponen practicadas las construcciones anteriores de trazar la PQ y las perpendiculares dichas por los puntos de división. Sea la medida de PQ=$76^m,48$ y por consiguiente su cuarto $19^m,12$.

La primera parte DAEH, siendo un cuadrilátero cualquiera, se le divide en dos triángulos para conocer su superficie, para lo cual se miden las líneas DA, AE, EH, HD y DE, y lo mismo se hace para hallar la cuarta parte representada por el cuadrilátero KGBC, midiendo las líneas GB, CB, CK, KG y CG. En cuanto á las partes HEFY y FYKG que son dos trapecios, se miden sus bases paralelas y se multiplica su semisuma por su distancia.

Una vez tomadas todas las medidas sobre el terreno, se procede á las operaciones del cálculo de la manera siguiente.

La primera parte se compone de los dos triángulos DAE y DEH:

La superficie del triángulo DAE es igual (411) á

$$\sqrt{36{,}45\times10{,}55\times23{,}45\times2{,}45}$$
$$=\sqrt{22093{,}365} = 148{,}7\ \text{m}^2 = 1{,}49 \text{ áreas.}$$

La superficie del triángulo DEH es igual á

$$\sqrt{41{,}40\times18{,}40\times7{,}40\times15{,}60}$$
$$=\sqrt{87937{,}512} = 296{,}54\ \text{m}^2 = 2{,}97 \text{ áreas.}$$

$$\text{Superficie de la primera parte} = 4{,}46 \text{ áreas.}$$

La segunda parte está representada por el trapecio HEFY; se suman las dos líneas HE y FY y se multiplica la mitad de la suma por $19^m,12$, lo que da

$$\frac{25{,}80+27{,}90}{2}\times 19^m{,}12 = 513^m{,}37 = 5{,}13 \text{ áreas.}$$

La tercera parte está representada por el trapecio FYKG; se suman las dos líneas YF y KG y se multiplica la mitad de la suma por $19^m,12$, lo que nos da

$$\frac{27{,}90+29{,}50}{2}\times 19^m{,}12 = 548^m{,}74 = 5{,}49 \text{ áreas.}$$

Por último, la cuarta parte se compone de los dos triángulos KGC y GBC;

La superficie del triángulo KGC es igual á

$$\sqrt{46,80 \times 17,30 \times 22,10 \times 7,40}$$

$$= \sqrt{19682,3456} = 363,87 \text{ m}^2 = 3,6387 \text{ áreas.}$$

La superficie del triángulo GBC es igual á

$$\sqrt{43,60 \times 29,20 \times 4,20 \times 10,20}$$

$$= \sqrt{54540,42} = 233,53 \text{ m}^2 = \underline{2,3353 \text{ áreas.}}$$

$$5,9740 \text{ áreas.}$$

y despreciando las dos últimas decimales, la superficie de la cuarta parte será 5,97 áreas.

Sumando las cuatro partes, se tendrá la superficie total de la figura ABCD, que será

$$4^a,46 + 5^a,13 + 5^a,49 + 5^a,97 = 21^a,05;$$

y como cada solar ó lote debe ser el cuarto de esta superficie, equivaldrá á $5^a,26$.

La primera parte siendo $4^a,46$ le faltan $0^a,80$ para ser $5^a,26$.
La segunda parte siendo $5^a,13$ le faltan $0^a,13$ para ser $5^a,26$.
La tercera parte siendo $5^a,49$ le sobran $0^a,23$ para ser $5^a,26$.
La cuarta parte siendo $5^a,97$ le sobran $0^a,71$ para ser $5^a,26$.

Para igualar cada una de estas partes al valor $5^a,26$ que ha de tener cada lote, se procederá de este modo:

Para la 1.ª parte que tiene de menos $0^a,80$, se tomará esta cantidad de la 2.ª parte, por medio de una paralela *mn* á la línea HE. Mas para hallar la anchura E*n* de la zona que hay que añadir, es preciso no contentarse con dividir esta superficie por la línea HE, en atención á que la línea *mn* que se quiere determinar tendrá una longitud tanto mayor cuanto más se aleje de la línea HE.

Para hallar la cantidad constante en que va aumentando la HE á medida que se separa de su posición primitiva ó que se aproxima á YF para convertirse en la *mn*, se formará la proporción siguiente:

Entre YF y HE hay una diferencia de $2^m,10$ para una superficie

de $5^a,13$, ¿cuál será la diferencia entre HE y *mn* para una superficie de $0^a,80$? es decir,

$$5^a,13 : 2^m,10 : : 0^a,80 : x = 0^m,32.$$

Para tener la longitud de *mn*, se añadirá $0^m,32$ á la longitud de HE, lo que da $26^m,12$. Se sumarán las dos líneas HE y *mn* y se obtendrá $51^m,92$, cuya mitad es $25^m,96$ y dividiendo la superficie $0^a,80$, que es un trapecio, por $25^m,96$, que es una de las dimensiones, el cociente $3^m,08$ expresará la anchura de la zona que hay que tomar de la segunda parte HYFE para añadirla á la primera ADHE y tener así el primer cuarto ó lote AD*mn* de $5^a,26$. Así, en lugar de la medida $19^m,12$ tomada sobre la PQ, se tomará $19^m,12 + 3^m,08 = 22^m,20$ y por el nuevo punto de división se trazará una perpendicular á la AB ó á su paralela PQ, la cual será la *mn*, que es la primera línea de separación.

Para hallar el segundo cuarto ó lote, se observará que siendo la segunda parte HEFY de $5^a,13$ y habiéndola quitado $0^a,80$ para formar el primer cuarto ó lote, queda reducida á $4^a,33$, y como debe contener $5^a,26$ le falta $0^a,93$ que es preciso tomar de la 3.ª parte FYKG para componer dicho segundo lote. Para hallar la anchura de la zona que hay que tomar de la 3.ª parte expresada, se seguirá el mismo método, hallando la cantidad en que debe aumentarse YF al aproximarse á KG, para convertirse en la *pq*, que ha de ser la segunda línea de separación, para lo cual tendremos la siguiente proporción:

Entre YF y KG hay una diferencia de $1^m,60$ para una superficie de $5^a,49$, ¿cuál será la diferencia entre YF y *pq* para una superficie de $0^a,93$?, ó lo que es lo mismo

$$5^a,49 : 1^m,60 : : 0^a,93 : x = 0^m,27.$$

Para tener la longitud de *pq* se añadirá $0^m,27$ á la de YF, lo que dará $28^m,17$. Sumando las dos rectas YF y *pq*, y tomando la mitad de la suma se encuentra $28^m,03$ y dividiendo por esta cantidad la superficie $0^a,93$, se obtiene la anchura de la zona que hay que tomar de la tercera parte YFGK para añadirla á la figura *mn*FY y tener así el segundo cuarto ó lote *mpqn* de $5^a,26$ también. Hecha esta división, se halla por cociente $3^m,31$ y siendo la distancia entre las líneas HE y FY tomada sobre la línea PQ de $19^m,12$, es preciso restar de ella $3^m,08$ y añadir al resultado $3^m,31$, lo que dará la distancia $19^m,35$ entre las dos líneas *mn* y *pq*. Trazando por el nuevo punto de división una perpendicular á la AB ó á su paralela PQ se tendrá la *pq*, que es la segunda línea de separación.

Para hallar el tercer cuarto ó lote, se observará que siendo la tercera parte FYKG de $5^a,49$ y habiéndola quitado $0^a,93$ para formar el segundo cuarto ó lote, queda reducida á $4^a,56$ y como debe contener $5^a,26$, le falta $0^a,70$ que es preciso tomar de la cuarta parte HGBC para componer dicho tercer lote. Operando como lo hemos hecho en los dos lotes anteriores, buscaremos la cantidad que hay que aumentar á la KG para que se convierta en la *rs* por medio de la proporción

$$5^a,97 : 3^m,90 :: 0^a,70 : x = 0^m,45.$$

Añadiendo, pues, $0^m,45$ al valor de KG, se tendrá $rs = 29^m,95$ y sumando los valores de KG y *rs*, y tomando la mitad se obtiene $29^m,72$. Se dividirá $0^a,70$ por $29^m,72$, y se obtendrá por cociente $2^m,32$ que es la anchura de la zona que hay que tomar de la cuarta parte KGBC para componer el tercer lote, y tomando sobre la PQ y á partir de la GK la cantidad $2^m,32$ y trazando por el nuevo punto de división una perpendicular á la PQ, se tendrá la *rs*, que es la tercera línea de separación. La distancia entre las líneas *pq* y *rs* será por lo tanto igual á

$$19^m,12 - 3^m,31 + 2^m,32 = 18^m,13.$$

Obtenidos ya los tres lotes AD*mn*, *mpqn* y *prsq*, el cuadrilátero restante *r*CB*s* representará el cuarto lote, y para comprobación se restará de la cuarta parte KGBC que es de $5^a,97$, la cantidad $0^a,70$ que se tomó para el tercer lote, y resulta en efecto $5^a,27$ que debe contener también el cuarto lote, con la diferencia de una centiárea por exceso, pues siempre es inevitable alguna pequeña diferencia. La distancia entre las líneas *rs* y CB será igual á

$$19^m,12 - 2^m,32 = 16^m,80.$$

Por los mismos métodos acabados de emplear, se procederá á la división de cualquier solar, cualquiera que sea su figura.

631. **División de las dehesas.**—Como este problema no difiere del anterior de división de los solores, sino en ser las dimensiones de aquéllas mayores que las de éstos, se siguirán los mismos métodos en su resolución, para dividirlas en *suertes* ó *lotes*, *cuarteles* ó *tranzones*.

Los hacendados que dan sus dehesas ó tierras en arrendamiento, tienen la costumbre de dividir sus terrenos en zonas ó fajas de igual anchura, las que á su vez dividen en porciones ó trozos del mismo ó distinto número de áreas ó de hectáreas, á las que dan el nombre de *lotes*, *suertes*, *tranzones* ó *cuarteles*. Estos lotes, numerados, anotada su cabida, y amojonándolos bien para que se distingan unos de otros, pueden arrendarlos, evitándose la repetición de frecuentes medidas, y sirviéndoles para siempre la división primitiva.

Sea, por ejemplo, la dehesa ABCD (fig. 308, lám. 15). Se trazará en la dirección que sea más conveniente una recta EF que la atraviese, y que medida con exactitud supongamos que tiene 800 metros, y tratemos de dividir la posesión en 5 fajas ó zonas. Se divide 800 por 5, y resultan 160 metros. Tomando esta medida cinco veces en la línea EF, quedará dividida la posesión en cinco fajas, y además sobrarán las porciones *opq* y F*rst*. Para dividir las fajas en lotes ó suertes de 5 hectáreas cada una, se reducirán las 5 hectáreas á metros cuadrados, que son 50000, y partiendo este número por 160, se tendrán $312^m,5$. Tomando en las perpendiculares *cc'*, *ee'*..... y á partir de la EF, distancias como *ox*, *oh*..... iguales á 312 metros y medio, y trazando paralelas á la EF, se tendrán las zonas divididas en lotes de á 5 hectáreas, excepto las porciones próximas á los contornos muy irregulares, las que habrá que medir por separado, tales como las A*abc*, *cbde*..... *opq* y F*rst*. Sin embargo, si se quisiesen formar todas las suertes posibles de 5 hectáreas, una vez medida la suerte irregular A*abc*, si suponemos que vale menos, se le añadirá lo que la falte, tomando la diferencia de la parte *cbde* por medio de la paralela *mn* á la *cb*, y por los métodos que ya se conocen. Numeradas todas las suertes que contienen 5 hectáreas completas, así como las que resulten con menos por ser las últimas porciones á las que nada puede añadirse, quedará concluído el trabajo.

632. En cuanto hemos dicho se ha sobrentendido que todo el terreno objeto de la división era de la misma calidad, pudiéndose aplicar además todos los procedimientos explicados para la división de polígonos en partes iguales, desiguales ó proporcionales á números dados, y reuniendo además la condición de que todas las suertes participen de algún objeto que sea notable, como una fuente, un pozo, una vereda, un molino, etc., ya esté situado en el interior de la tierra ó en uno de sus linderos, ó bien estando el terreno ó heredad compuesto de trozos de distinta calidad, será

preciso que el Agrimensor procure que todos participen del buen terreno y del malo, ó bien que al que se le dé mejor terreno se le dé menos cantidad que al que le toque malo, de modo que haya compensación á fin de que todos reciban igual valor, de donde se deduce que en los terrenos de diferentes calidades, para dividir su valor en partes iguales, las porciones habrán de ser desiguales, y también podrá suceder que habiendo de dividir un terreno compuesto de partes de distinta calidad, por ser la división en partes desiguales ó proporcionales, vengan á resultar iguales los pedazos de tierra; pues si, en efecto, una tierra estuviese compuesta de dos porciones iguales que la una fuese de calidad doble mejor que la otra, y hubiera que partirla entre dos herederos con la condición de que el uno recibiera doble valor que el otro, bastaría dar al primero la mitad que tenía doble valor y al segundo la otra mitad. Todo esto hace ver cuánta instrucción, paciencia y recursos en la ciencia y en la práctica han de acompañar á un buen Agrimensor para llenar con exactitud y conciencia su cometido. Nos ocuparemos, por lo tanto, á pesar de cuantas cuestiones hemos resuelto sobre este particular, de la resolución de los siguientes problemas numéricos que abrazan varios de los casos que acabamos de enumerar y para que se comparen los métodos numéricos y gráficos que ahora seguiremos, con los empleados en otros casos de igual naturaleza.

633. **Problema 1.º—Se quiere dividir una dehesa en cuatro partes iguales, tales que todas participen del punto** O (fig. 309, lám. 15), **que puede ser un pozo, casa, fuente ú otro objeto cualquiera de utilidad para todos los propietarios.**

Medida toda la heredad, y suponiendo que tiene 126 hectáreas, se dividirá este número por 4, y corresponderá á cada parte 31,5 hectáreas, que reducidas á metros cuadrados resultan 315000 m^2. Trácense desde el punto O dos rectas OC y OD que comprendan el espacio que parezca podrán contener poco más ó menos las 31,5 hectáreas, y mídase la superficie de esta porción OCD, que supondremos resulta ser de 30 hectáreas, es decir, que tiene 1,5 hectáreas de menos, cuya cantidad habrá que añadir á la porción OCD. Se reducirá 1,5 hectáreas á metros cuadrados, que da 15000 m^2, y se medirá la OD, que supongamos tiene 500 metros, y ha de servir de base del triángulo que se ha de añadir á la porción OCD. Se dividirá, pues, 15000 por 500, y resultará 30 metros, que será la

mitad de la altura de dicho triángulo, por lo que doblando esta cantidad y levantado en el extremo D de la OD una perpendicular DN de 60 metros de longitud, y trazando la paralela NE á la OD, no habrá más que tirar por el punto E donde encuentra á la linde y el punto O la OE, y se tendrá la parte OED próximamente igual á un triángulo de 1,5 hectáreas, cuya altura es la EM=ND, que añadido á la porción OCD de 30 hectáreas, resulta la primera parte OCDE de 31,5 hectáreas.

Para hallar la segunda parte, trácese otra recta OA que nos dé la porción AOE, y que á la simple vista venga á contener las 31,5 hectáreas, y si resultase ahora salir mayor, quítesele la parte AOF por el mismo procedimiento, y la segunda parte será la porción EOF. Del mismo modo se continuará para obtener la tercera parte OFH, después de añadir ó quitar la cantidad que se haya errado en el tanteo, y la cuarta parte OCH no habrá necesidad de hallarse, pues es el residuo de las otras tres, pero convendrá, sin embargo, como comprobación medir su superficie, que deberá ser también 31,5 hectáreas con corta diferencia si la partición está bien hecha.

634. **Problema 2.º—Repartir una dehesa** ABCDEF (figura 310, lám. 15) **de 200 hectáreas entre cinco labradores, á partes iguales, con la condición de que todos disfruten de la parte** ABCD **que es la mejor y de la** AFED **que es de peor calidad y pantanosa.**

Bien reconocida y clasificada la posesión para repartirla con la igualdad posible, se trazará una recta AD ó una línea quebrada que separe la parte buena de la mala que está sujeta á quiebras y daños, á fin de que todas las suertes participen de una y otra. Hecho esto, se dividirá la recta AD en cinco partes iguales A*a*, *ab*,.... y por los puntos *a*, *b*, *c* y *d* se trazarán en la parte de mejor calidad las cuatro rectas que se ven en la figura en las direcciones que deban tener (633) para que los cinco trozos sean de la misma cabida, y haciendo igual operación en la parte AFED de peor calidad, se tendrá la tierra dividida en cinco suertes de 40 hectáreas cada una y participando todas del terreno superior y del inferior. Si el terreno quebrado y malo estuviese situado en el interior de la heredad, como sucede con el *AmnDrs* señalado en la figura, se trazaría la recta AD de manera que le dividiese en dos partes próximamente iguales y se procedería después de la misma manera.