

presentadas por los números 10, 6, 5 y 4, y sus cabidas respectivamente son 8, 5, 4 y 3 hectáreas. Multiplicando ordenadamente estos números, es decir, el que representa la calidad de cada suerte por el que expresa su cabida, se tendrán los productos 80, 30, 20 y 12, que suman 142, y no habrá más que dividir la renta total 8.520 reales en cuatro partes proporcionales á estos productos, y se tendrán las rentas de cada suerte, para lo cual estableceremos las proporciones siguientes:

$$142 : 8.520 :: 80 : x = 4.800 \text{ rs.}$$

$$142 : 8.520 :: 30 : x' = 1.800 \text{ rs.}$$

$$142 : 8.520 :: 20 : x'' = 1.200 \text{ rs.}$$

$$142 : 8.520 :: 12 : x''' = 720 \text{ rs.}$$

8.520 rs.

668. Cuando se levanta el plano de una heredad, con el objeto de conocer exactamente su figura y la cabida de su superficie, en los casos de compra y venta, de división ó repartición, y en todas aquellas operaciones en que hay necesidad de separar ó distinguir una parte de las demás, si no se estableciesen las líneas divisorias en el terreno ó se perdieran los datos, sería preciso volver á hacer de nuevo las operaciones en los casos que hubiera necesidad, y se comprende que lo primero es señalar bien en el terreno las líneas que separan una heredad de las contiguas, así como las que deban dividirla en varias partes iguales, desiguales ó proporcionales, lo que se llama hacer el *deslinde*. Esta operación tiene la mayor importancia cuando se trata de entresacar un terreno de entre otros varios, por haber sido borradas las líneas divisorias por el transcurso del tiempo y hay que restablecerlas de nuevo. Pero después de hecho el deslinde, deberá fijarse las líneas de una manera estable para evitar inconvenientes en lo sucesivo, poniendo en el terreno ciertas señales, que marquen dónde acaban las propiedades de los unos y dónde comienzan las de los otros, y á esto se llama hacer el *apeo*. Estas dos operaciones simultáneas de *deslindar* una finca y *apearla* ó fijarla de modo que permanezca sin alteración en lo sucesivo, las comprenden algunos bajo la sola expresión de *hacer el apeo*.

669. **Deslindes.**—Desde luego se concibe que en fincas en cuya extensión y figura no se presente dificultad por parte del mis-

presentadas por los números 10, 6, 5 y 4, y sus cabidas respectivamente son 8, 5, 4 y 3 hectáreas. Multiplicando ordenadamente estos números, es decir, el que representa la calidad de cada suerte por el que expresa su cabida, se tendrán los productos 80, 30, 20 y 12, que suman 142, y no habrá más que dividir la renta total 8.520 reales en cuatro partes proporcionales á estos productos, y se tendrán las rentas de cada suerte, para lo cual estableceremos las proporciones siguientes:

CAPITULO II.

$$142 : 8.520 :: 80 : x = 4.800 \text{ rs.}$$

$$142 : 8.520 :: 30 : x' = 1.800 \text{ rs.}$$

$$142 : 8.520 :: 20 : x'' = 1.200 \text{ rs.}$$

$$142 : 8.520 :: 12 : x''' = 720 \text{ rs.}$$

DE LOS DESLINDES Y APEOS DE LOS TERRENOS.

668. Cuando se levanta el plano de una heredad, con el objeto de conocer exactamente su figura y la cabida de su superficie, en los casos de compra y venta, de división ó repartición, y en todas aquellas operaciones en que hay necesidad de separar ó distinguir una parte de las demás, si no se estableciesen las líneas divisorias en el terreno ó se perdieran los datos, sería preciso volver á hacer de nuevo las operaciones en los casos que hubiera necesidad, y se comprende que lo primero es señalar bien en el terreno las líneas que separan una heredad de las contiguas, así como las que deban dividirla en varias partes iguales, desiguales ó proporcionales, lo que se llama hacer el *deslinde*. Esta operación tiene la mayor importancia cuando se trata de entresacar un terreno de entre otros varios, por haber sido borradas las líneas divisorias por el transcurso del tiempo y hay que restablecerlas de nuevo. Pero después de hecho el deslinde, deberán fijarse las líneas de una manera estable para evitar inconvenientes en lo sucesivo, poniendo en el terreno ciertas señales, que marquen dónde acaban las propiedades de los unos y dónde comienzan las de los otros, y á esto se llama hacer el *apeo*. Estas dos operaciones simultáneas de *deslindar* una finca y *apearla* ó fijarla de modo que permanezca sin alteración en lo sucesivo, las comprenden algunos bajo la sola expresión de *hacer el apeo*.

669. **Deslindes.**—Desde luego se concibe que en fincas en cuya extensión y figura no se presente dificultad por parte del mis-

mo dueño y de los propietarios colindantes, la operación de levantar el plano de una finca y dividirla si es preciso, nos da determinados los linderos y las líneas divisorias, y por lo tanto deberíamos desde luego pasar á tratar de los distintos medios que se emplean para fijar dichas líneas y linderos que constituyen el *apeo*; mas como no siempre sucede así, tenemos que ocuparnos de resolver diversos problemas de importancia que se comprenden en la cuestión de los *deslindes*.

Para esto, distinguiremos dos partes: en la primera trataremos del convenio que se hace entre varios propietarios colindantes para transformar los linderos formados por líneas *onduladas* ó *sinuosas* en otros compuestos de líneas rectas, sin que ninguno pierda nada en extensión superficial, por la mejor disposición y mayor sencillez que presentan las figuras rectilíneas sobre las curvilíneas y mixtilíneas, tanto para el levantamiento de los planos, como para las demás operaciones de división que sea necesario practicar en los terrenos. Estas operaciones se conocen con el nombre de *transformación de los linderos*.

En la segunda parte nos ocuparemos de averiguar las direcciones que deben tener los linderos de una heredad que se han borrado ó desaparecido con el tiempo, para determinar su situación, ó bien para entresacar y hallar una tierra que haya desaparecido entre otras en que debe hallarse comprendida, lo que suele suceder con frecuencia, pues hay muchos que usurpan la propiedad ajena rompiendo los linderos á pesar de haber leyes que prohíben la translimitación, que por ser un despojo violento, lleva consigo la pena de perder la propiedad de la tierra, si esto lo hace de su propia autoridad, y otro tanto más el que no es dueño, como puede verse en el libro IV, título 13 de la Novísima Recopilación. Estas operaciones se comprenden bajo el nombre de *investigación* ó *rectificación de los linderos*.

670. **Transformación de los linderos.**—Pasaremos á exponer los problemas que pueden ocurrir más comúnmente.

671. **Problema 1.º—Transformar en un lindero recto, una línea ondulada ó sinuosa.**

Sea *Amnr*sB (fig. 322, lám. 16) la línea ondulada que es lindero común á dos propiedades M y N, comprendidas entre las rectas *EE'* y *CC'*, y que se quiere sustituir con una recta. Trácese la recta *AB* que una sus extremos, y hállese la superficie del espacio comprendido entre dicha *AB* y la línea ondulada, para lo cual se tra-

zarán en el plano que se supone levantado de antemano el mayor número de perpendiculares sobre la *AB* que sea posible, para determinar con bastante precisión dicha superficie, valiéndonos del método expuesto (431). Estas perpendiculares deben ser las trazadas y medidas en el terreno para el levantamiento del plano del contorno de la superficie. Dividiendo el doble de esta superficie por la *AB* considerada como base de un triángulo, se tendrá (594) la altura del mismo, y levantando en el punto B ó A, según se designe, una perpendicular, se tomará en ella con arreglo á escala la parte *BD* igual á dicha altura, y se trazará por el punto *D* la paralela *DC* á la *AB*, que cortará á la linde *BC* de la tierra *N* en un punto *C*. Unase el punto *A* con el *C* por medio de la *AC*, y este será el lindero recto que separará las dos propiedades *M* y *N*. Haciendo el *replanteo* ó sea trasladando al terreno la recta *AC* del plano, quedará resuelta la cuestión.

672. **Problema 2.º—Transformar en dos linderos rectos, una línea ondulada y sinuosa.**

Sea la *Amnr*sB (fig. 323, lám. 16) la línea ondulada; hágase la misma construcción que en el problema anterior y hállese la superficie que dividiendo su doble por la base *AB* tendremos la altura, que supongamos sea *BG*. Trazando por el punto *G* en el plano una paralela á la *AB*, se podría unir cualquier punto de esta paralela con los *A* y *B*, y se tendrían los dos linderos rectos. Si la paralela pasase por un punto notable, como el árbol *E* que puede servir de hito ó coto, ó cortase una vereda ó sendero *AE*, que conviene sea camino á los dos tierras *M* y *N*, se aprovecharía dicho punto *E* para tirar las rectas *AE* y *EB* que serían los dos linderos rectos.

Si hubiese un pozo *D* en la heredad *N*, y el propietario tratase con el de la tierra *M* para darle participación, entonces desde este punto *D* se bajaría una perpendicular *DF* á la *AB*, que se tomaría por altura del triángulo que tuviese por superficie la comprendida entre la *AB* y la línea ondulada. Dividiendo el doble de esta superficie por la altura se tendrá la base *AP* (594), y en este caso quedaría reemplazada la línea sinuosa por una quebrada compuesta de las tres rectas ó linderos *AD*, *DP* y *PB*.

Se comprende que á no ser por circunstancias particulares ó por obstáculos que se interpongan, debe siempre trazarse un solo lindero *AC* como en el problema 1.º, pues el trazado de las *AE* y *EB*, así como el de las *AD*, *DP* y *PB*, da lugar á ángulos entran-

tes y salientes que desfiguran las heredades y es menos á propósito en el caso de dedicarse la tierra á las construcciones de edificios.

673. Problema 3.º—Transformar un lindero curvilineo ó tortuoso, en un lindero recto que sea paralelo á la recta que une los extremos del primero.

Supongamos que las líneas AD y BC (fig. 324, lám. 16) limitan las dos propiedades M y N que tienen común el lindero curvilineo ó tortuoso $AmnrB$ y que se quiera reemplazar éste por una recta que sea paralela á la AB que une los extremos de aquél. Para esto se trazará en el plano una recta cualquiera DC paralela á la AB y se hallará la superficie del trapecio ABCD, y las medidas de las bases AB y CD y de la altura CH. Con estos datos y el valor de la superficie comprendida entre la AB y la línea sinuosa $AmnrB$, que se hallará como se ha dicho en el problema 1.º, se puede hacer aplicación de las fórmulas [83] y [86] (619), para hallar la longitud de la línea de separación, que tomándola con arreglo á escala desde B á F y trazando la EF, paralela á BC se tendrá el punto E, por el cual se tirará la EG paralela á AB, la cual será el lindero recto que se deseaba, y que separa del trapecio ABCD una parte ABGE, igual en superficie á la comprendida entre AB y la línea sinuosa $AmnrB$.

674. En los problemas anteriores, hemos supuesto tácitamente que los terrenos que tienen un lindero común, son de la misma calidad, pues si ésta fuera diferente, sería preciso tener en cuenta esta circunstancia, para evitar el que haya perjuicio para ninguno de los propietarios. Supongamos que los terrenos M y N (fig. 322, lám. 16) son de distinta calidad, y que sea N el que tenga calidad doble mejor que el M. Después de establecido el nuevo lindero recto AC, es evidente que el propietario de M cede al de N la parte comprendida entre la recta Ar y la línea ondulada $Amnr$, y que toma del mismo la parte comprendida entre las rectas rC y CB y la ondulada rsB , cantidades exactamente iguales en extensión y que resuelven el problema en la hipótesis de ser las tierras M y N de igual calidad. Pero en el caso presente que decimos que la parte rCBs vale doble que la $Amnr$, de dos modos puede el propietario de M indemnizar al de N; ó averiguando el valor de las superficies rCBs y $Amnr$, que se medirán con cuidado y que deben salir iguales, y hallando sus valores, que supongamos resulta para la primera 400 rs., en cuyo caso deberá ser 200 rs. el de la segun-

da, para que el propietario de M entregue al de N la diferencia 200 reales que resulta á favor de éste, ó bien apelando al medio de no tomar el propietario de la tierra M nada más que la mitad de la parte rCBs de la tierra N. Para esto, dividiendo toda la superficie rCBs, que es el doble de la que ahora se trata de dejar, por la BC considerada como base de un triángulo, se tendrá la altura del mismo. Levantando, pues, en el punto C una perpendicular CP á la BC igual á dicha altura, trazando por P una paralela PR á la BC y uniendo el punto O de su intersección con la AC con el punto B, el triángulo BOC de base BC y de altura OF = PC será el que tendrá que ceder el propietario de la tierra M al de la tierra N y tomar solamente de ésta la parte rOBs, verificándose en este caso el tener que sustituir el lindero recto AC que resultó primero, por la línea quebrada compuesta de los dos linderos AO y OB, entre las dos propiedades M y N. De un modo análogo debe procederse en los casos de igual naturaleza.

675. Problema 4.º—Transformar el contorno irregular ó sinuoso de un terreno cualquiera, en una serie de linderos rectos, que le separan de las propiedades colindantes.

Si suponemos que el terreno O (fig. 325, lám. 16) es de corta extensión, y que las líneas ab , cd , rs y tx separan entre sí las propiedades colindantes M, N, P y R, se trazarán las rectas bc , cr , ra y bx y se transformará el lindero sinuoso que separa al terreno O de cada uno de los contiguos, haciendo aplicación de los métodos expuestos en los tres problemas anteriores. Mas debe hacerse aquí una observación importante, y es: que trazado el primer lindero recto, como el segundo debe partir del extremo del primero, el tercero del extremo del segundo y así sucesivamente, al final, cuando no quede más que unir el último punto con el primero, ó de partida, sería una casualidad muy extraña que la línea de separación con la última propiedad fuese la que uniese dichos puntos; por lo cual, lo que casi siempre ocurrirá será el tener que valerse de dos linderos rectos para separar la tierra de la última propiedad.

Sea, por ejemplo, el terreno O (fig. 326, lám. 16) y sean Aa, Bb, Cc, Dd, y Ee las lindes laterales que separan entre sí las propiedades colindantes M, N, P, R y S. Trácese las rectas AB, BC, CD, DE y EA que unen entre sí los extremos de cada una de las partes del contorno sinuoso del terreno O, ó colindantes con los de cada

uno de los distintos propietarios y cuyos linderos ondulados se han de transformar en linderos rectos, relacionados entre sí y de modo que no resulte perjuicio en superficie para la tierra O ni para las colindantes.

Para esto, á partir de un punto tal como el A, se empezará substituyendo el lindero curvilíneo común con la tierra M, por el lindero recto ab paralelo á AB por el método del problema 3.º (673). No se tomará ahora como base de operación la BC que une los extremos de la linde sinuosa común con la propiedad N, sino la bC que desde el punto b de la linde Bb común á las tierras M y N va á parar á C, y dicha linde sinuosa se podrá reemplazar por los dos linderos rectos br y rC por el método del problema 2.º (672). Tomando después por base la CD se transformará el lindero ondulado común con la propiedad P, en el lindero recto Cd por el método del problema 1.º (671), y para continuar no tomaremos por base de la operación la DE, sino la dE , y observando que el terreno que hay que tomar de la propiedad R es mayor que el que hay que ceder del terreno O, la línea de separación obtenida también como en el problema 1.º se dirigirá al interior del terreno O hasta encontrar á la prolongación de la linde lateral Ee en un punto s , y por último nos encontramos ya en el caso de unir el último punto s con el de partida a para substituir el lindero curvilíneo común con la propiedad S por uno ó más linderos rectos. Para esto, no tomaremos por base de la operación la AE, sino la as ; y como sería, según hemos dicho, muy casual que la parte que se tome de la propiedad S compense la que se ceda de la propiedad O, en cuyo caso la as resolvería la cuestión, y lo natural es que haya una diferencia, se tomará la as como base de operación y se construirá el triángulo ats que tenga de superficie esta diferencia, determinando su altura y siguiendo el método expuesto en el problema 2.º, bien hacia la parte de la propiedad S ó hacia el interior de la O, según deba tomarse la diferencia de la primera, como suponemos en la figura ó de la segunda en caso contrario.

676. Se comprende que en un terreno no puede trazarse más que un lindero paralelo, cualquiera que sea el número de las lindes que haya que modificar; pues de otro modo resultarían entre las que estuviesen contiguas, pedazos de terreno en forma de picos, que no deben permitirse de modo alguno en la figura de las heredades, supuesto que el principal objeto de la transformación de los linderos consiste en regularizar los terrenos, de manera que

las posesiones se presenten con las formas más regulares, sencillas y agradables á la vista que sea posible.

Del mismo modo se puede observar, que el menor número de linderos rectos que convendría obtener, debe ser igual al número de trozos curvilíneos correspondientes á las propiedades colindantes; es decir, que en el caso de la figura 325 (lám. 16), deberían resultar cuatro rectas de separación, por ser cuatro las propiedades M, N, P y R, colindantes con la propiedad O, á no ser que por la diferente calidad de los terrenos contiguos, como dijimos en la figura 322 (lám. 16) (674), ó con el objeto de dar mayor regularidad al terreno, ó bien por cualquiera otra circunstancia de conveniencia ó de interés común á los propietarios, como hemos explicado en la figura 323 (lám. 16) (672), haya que doblar el número de los nuevos linderos rectos comunes á unos y otros terrenos.

Por último, convendría que no pasase el número de los nuevos linderos rectos del doble del número de las propiedades colindantes, á no ser también que por las razones acabadas de exponer y que sea preciso satisfacer, ó por la mucha extensión de los terrenos, sea indispensable aumentar en mayor cantidad el número de los expresados nuevos linderos.

677. Dicho se está que en todos los procedimientos de que nos estamos ocupando y de los que nos valgamos en lo sucesivo, deben hacerse con precisión las operaciones sobre el plano, y el trazado en el terreno de las rectas que resuelven las cuestiones ó sea el replanteo. Excusado es decir también que de un modo análogo debe procederse en cuantos problemas ocurran de este género y cuyas variedades no influyen en la parte esencial de su resolución y están siempre al alcance del geómetra, después de cuanto se ha indicado sobre el particular.

678. Pero si se supone ahora que en el caso indicado (675) fuese un terreno tal como el O (fig. 325, lám. 16), de grande extensión, como pudiera suceder que las perpendiculares $a'b'$, $c'd'$, para determinar la linde común á las tierras O y N, tuviesen mucha longitud y hubiera que inscribir un polígono de más lados que el cuadrilátero $bcra$ para la determinación del contorno, dividiríamos entonces el trozo curvilíneo $rd'b'c$ en tres partes en los puntos p y q y la cuestión se reduciría á substituir esta curva por tres ó más linderos rectos, y así en las demás partes del contorno.

679. **Método de las compensaciones.**—Cuando el polígono es de mucha extensión, como hemos dicho en el párrafo an-

terior, y presenta muchos lados de poca longitud ó es curvilíneo, se emplea con ventaja el *método de las compensaciones*, que consiste en sustituirle por otro de menos lados, dispuestos de manera que haya *compensación* entre las partes excedentes y deficientes; así, para el contorno curvilíneo representado en la figura 327 (lámina 16), se traza una primera recta AB, de manera que la figura deficiente *a'* equivalga á la excedente *a*; después la BC de modo que *b'* equivalga á *b*, y así sucesivamente. Si la última recta EA puede trazarse de modo que la parte deficiente *e* pueda reemplazar á las dos excedentes *e'* y *e''*, entonces la línea EA será la última que resuelve el problema; en caso contrario, el último lindero curvo cuyos extremos son A y E, se transformará en dos linderos rectos como ya sabemos (672).

Si los contornos de los terrenos son rectilíneos, pueden establecerse las compensaciones con más exactitud; pues si la recta AB (figura 328, lám. 16), es un lado de un polígono principal, los triángulos *a* y *c* pueden reemplazarse por los *b* y *d* que aparecen equivalentes.

Se puede dar un medio sencillo para establecer la *recta de compensación* que ha de sustituir á una línea ondulada, resolviendo el siguiente

680. **Problema.**—**Dada la línea ondulada EHF** (fig. 329, lámina 16) **que separa dos propiedades M, N, comprendidas entre las rectas AB y CD, reemplazarla por una recta EF, sin que se alteren las superficies de las dos propiedades.**

En el punto de intersección de la línea ondulada con la recta AB, se levantará á ésta una perpendicular EF prolongándola hasta su encuentro en F con CD, y se hallarán las superficies de los tres segmentos *a*, *b* y *c* que forma con la línea ondulada. La propiedad AEHFC se hallará aumentada en los segmentos *a* y *c*, y disminuída en el *b*: si *b* fuese igual á *a+c*, la recta EF resolvería el problema, pero si resulta *a+c > b*, se hallará la diferencia *a+c-b* y se dividirá por $\frac{EF}{2}$; tomando á partir de E una parte EG igual al cociente hallado, y trazando la FG, ésta resolverá el problema, siendo la recta de compensación que ha de representar el nuevo límite común á ambas propiedades. En efecto, se tiene

$$\text{triáng. EFG} = \frac{FE}{2} \times EG = a + c - b.$$

681. **Deslinde entre dos pueblos.**—Cuando el deslinde se practica con el fin de distinguir ó separar los términos de dos pueblos contiguos, hay que extender esta operación á líneas de muchos kilómetros, lo que la complica sobre manera. El Agrimensor, que tiene que proceder con arreglo á las formalidades que la ley prescribe y á presencia de muchos interesados, es necesario que dé muestras de gran inteligencia y rectitud, por lo que debe estudiar bien cuantos problemas en lo científico y disposiciones en lo legal puedan conducirle al acierto, evitando de este modo los disgustos y cuestiones, las más veces fomentadas por las pasiones, que pueden suscitarse entre los particulares y entre familias enteras.

682. **Rectificación de los linderos.**—Comprendemos en esta parte los medios que deben emplearse para descubrir los linderos borrados por el tiempo ó la mala fe, así como las tierras perdidas y ocultas ú oscurecidas entre las de los propietarios colindantes, para lo cual estudiaremos los siguientes problemas.

683. **Problema 1.º**—**Dadas cuatro tierras, entre las que se halla otra que resulta tener menos superficie que la que le corresponde, rectificar sus linderos, para recobrar la cantidad que le falta.**—Sea la tierra O (fig. 330, lám. 16), que linda al Norte con la tierra M, al Este con la N, al Sur con la P y al Oeste con la R, determinadas todas por las líneas llenas que se ven en la figura, y supongamos que medida la tierra O por el sujeto que la compra ó hereda, resulta tener 5 hectáreas y 3 áreas, siendo así que según las escrituras y documentos correspondientes debe contener 5 hectáreas y 35 áreas. Se hallará pues en el caso de reclamar las 32 áreas que le faltan, y para esto lo primero que debe exigir á los dueños de las tierras colindantes M, N, P y R, es, no sólo la medida de sus tierras, sino la presentación de los títulos ó escrituras, para hacer el cotejo de las medidas que ahora resulten con las que en los títulos se consignan.

Verificadas las medidas de las cinco tierras, supongamos que resultan las cabidas siguientes:

Para la tierra.	O.....	5 hectáreas y 3 áreas.
Para la »	M.....	7 25
Para la »	N.....	8 32
Para la »	P.....	6 »
Para la »	R.....	9 »

Total de la superficie ABCDEF = 35 hectáreas y 60 áreas.