CAPÍTULO IX.

TEORÍA ELEMENTAL DE LOS DETERMINANTES.

304. **Inversiones y sustituciones.** Cuando varios objetos ó *elementos* tienen un orden natural de sucesión, como por ejemplo las letras del alfabeto, los números enteros ó en general la serie de cantidades: $a_1, a_2, \ldots\ldots, a_n$ y se agrupan unos á continuación de otros, se dice que forman una *permutación*.

Si dos elementos de una permutación se suceden en su orden natural, forman una *sucesión*, y si por el contrario guardan un orden opuesto al natural, forman una *inversión;* en este último caso habrá en el grupo total tantas inversiones cuantos pares de elementos haya que presenten inversiones.

Sean, por ejemplo, las permutaciones: $a_1 a_2 a_3$, $a_1 a_3 a_2$, $a_2 a_3 a_1$; la primera no presenta ninguna inversión, la segunda presenta una inversión y la tercera dos.

Se llama *orden* de una permutación el número de elementos constitutivos.

Las permutaciones que contienen un número par de inversiones se consideran como *positivas* y se les denomina de *primera clase;* las que contienen un número impar de inversiones, se les considera como *negativas* y se les denominan de *segunda clase.*

En realidad esto equivale á dar á cada permutación el signo que resulta de formar el producto de las diferencias que se obtienen restando el índice de cada elemento de los índices de los elementos siguientes, pues *solamente en cada inversión* resultará una diferencia negativa.

Si una permutación no presenta inversión alguna, se le llama *principal* y hay que considerarla como permutación de la primera clase.

305. Teorema fundamental. *Si en una permutación se cambian entre sí dos elementos, la permutación cambia de signo* (ó de clase).

Distinguiremos dos casos:

Primer caso. Sea $a_1, a_2, \ldots\ldots, a_\alpha, a_\beta, \ldots\ldots, a_n$ la permutación propuesta en la que eligiremos dos elementos contiguos cualesquiera a_α, a_β y la cual llamando A los elementos que anteceden á a_α y B los que siguen á a_β, puede escribirse así:

$$A, a_\alpha, a_\beta, B$$

Si permutamos los elementos elegidos, tendremos:

$$A, a_\beta, a_\alpha, B$$

Evidentemente los elementos de A entre sí y con todos los siguientes forman el mismo número de inversiones en una y otra permutación; lo mismo sucede con los elementos de B comparados entre sí y con los precedentes; luego la diferencia de inversiones sólo puede provenir de los dos elementos a_α, a_β, comparados entre sí. Ahora bien, si estos dos elementos presentaban una inversión ó una sucesión, después del cambio presentarán una sucesión ó una inversión. El número total de inversiones varía, pues, en una unidad únicamente, de par pasa á impar ó vice versa y la permutación *cambia de signo.*

Segundo caso. Supongamos que los elementos elegidos a_α y a_β no sean contiguos sino separados por un conjunto de elementos intermedios que representaremos por C; entonces escribiremos:

$$A, a_\alpha, C, a_\beta, B$$

y efectuando la permutación:

$$A, a_\beta, C, a_\alpha, B$$

Ahora bien, esta permutación puede obtenerse de la primera permutando en ésta sucesivamente el elemento a_β con cada uno de los precedentes hasta traerlo inmediatamente antes de a_α, lo que producirá la permutación:

$$A, a_\beta, a_\alpha, C, B$$

y permutando en ésta el elemento a_α sucesivamente con cada uno de los siguientes hasta que siga inmediatamente á C, lo que dará:

$$A, a_\beta, C, a_\alpha, B$$

Al efectuar la primera operación y siendo k el número de términos comprendidos en C, la permutación primitiva había cambiado de signo $k+1$ veces, y al efectuar la segunda operación había cambiado k veces; en resumen $2k+1$ veces que por ser un número impar expresa en definitiva el cambio de signo de la primera permutación.

306. Del anterior teorema se deduce que: *n elementos presentan el mismo número de permutaciones positivas y negativas.*

En efecto, á la permutación que contiene $a_\alpha a_\beta$ en el orden: $\ldots\ldots a_\alpha \ldots\ldots a_\beta \ldots\ldots$ corresponde siempre otra permutación en que entran los mismos elementos en orden inverso: $\ldots\ldots a_\beta \ldots\ldots a_\alpha \ldots\ldots$ y estas dos permutaciones son de signos contrarios según el teorema que acaba de demostrarse.

307. *Se llama sustitución la operación que tiene por objeto pasar de una permutación dada á otra también dada y compuesta de los mismos elementos;* si son sólo dos los elementos que se quieren permutar, la operación se llama *transposición.*

La forma simbólica que se adopta comunmente es:

$$\begin{pmatrix} dcab \\ abcd \end{pmatrix}$$

y expresa que la permutación *inferior* debe sustituirse por la *superior* cambiando a en d, b en c, etc.; esto se consigue por una serie de transposiciones sucesivas, porque partiendo de la permutación dada: $abcd$, si llevamos d al primer rango, resulta: $dbca$, permutando c con b, se obtiene: $dcba$, y finalmente por medio de una última permutación resulta: $dcab$.

Cuando cada elemento de la permutación primitiva se reemplaza por el siguiente, teniendo cuidado de reemplazar el último por el primero, la sustitución se llama *circular;* por ejemplo:

$$\begin{pmatrix} bcda \\ abcd \end{pmatrix}$$

Si en la circunferencia de un círculo colocamos los m elementos de una sustitución circular, de modo que la dividan en m partes iguales sucediéndose en el orden mismo con que se sustituyen, dicha sustitución quedará efectuada con sólo hacer girar el círculo en un sentido conveniente un ángulo igual á la m^{a} parte de la circunferencia.

Vemos pues que *una sustitución circular de* m *elementos equivale á las* m — 1 *transposiciones sucesivas del primer elemento con cada uno de los* m — 1 *siguientes.*

De consiguiente según que el número m de términos sea par ó impar, la disposición cambiará ó no cambiará de signo, es decir, que la operación equivale á multiplicar la permutación primitiva por $(-1)^{m-1}$.

Supongamos que se desea ejecutar la sustitución:

$$\begin{pmatrix} \alpha_1\,\alpha_2\,\alpha_3 \ldots\ldots \alpha_k\,1\,2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (n-1)\,n \\ 1\,2 \ldots\ldots \alpha_1 \ldots\ldots \alpha_2 \ldots\ldots \alpha_3 \ldots\ldots \alpha_k \ldots\ldots (n-1)\,n \end{pmatrix}$$

en que: α_1, α_2, ... representan k números de los n primeros números enteros.

Para conseguirlo, en la permutación *principal* llevaremos α_1 al primer lugar por medio de $\alpha_1 - 1$, transposiciones sucesivas ó sea una sustitución circular del orden α_1, lo que origina la permutación:

$$\alpha_1\,1\,2 \ldots\ldots \alpha_2 \ldots\ldots \alpha_3 \ldots\ldots \alpha_k \ldots\ldots (n-1)\,n$$

Llevaremos ahora el elemento α_2 al segundo lugar efectuando $\alpha_2 - 2$ transposiciones sucesivas ó sea una sustitución circular de orden $\alpha_2 - 1$, lo que origina la permutación:

$$\alpha_1\,\alpha_2\,1\,2 \ldots\ldots \alpha_3 \ldots\ldots \alpha_k \ldots\ldots (n-1)\,n$$

Prosiguiendo la operación, llevaremos α_3 al tercer lugar efectuando $\alpha_3 - 3$ transposiciones sucesivas hasta llevar α_k al k^{simo} lugar efectuando $\alpha_k - k$ transposiciones sucesivas.

Vemos que el número de transposiciones al que equivale la sustitución propuesta es llamándolo N:

$$N = (\alpha_1 - 1) + (\alpha_2 - 2) + \ldots\ldots + (\alpha_k - k) = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots\ldots + \alpha_k - \frac{k(1+k)}{2}$$

Si pues se tratase de efectuar la sustitución:

$$\begin{bmatrix} n\,(n-1) \ldots\ldots 2\,1 \\ 1\,2 \ldots\ldots (n-1)\,n \end{bmatrix}$$

El número de transposiciones sería:

$$N = \frac{n(n-1)}{2}$$

308. **Matrices.** Consideremos las m series horizontales ó *hileras:*

$$\left\|\begin{array}{l} a_1^1 \quad a_1^2 \quad a_1^3 \ldots\ldots a_1^n \\ a_2^1 \quad a_2^2 \quad a_2^3 \ldots\ldots a_1^n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_m^1 \quad a_m^2 \quad a_m^3 \ldots\ldots a_m^n \end{array}\right\| \tag{540}$$

compuestas cada una de n términos ó elementos (como simbolizan los exponentes) dispuestos de tal modo que constituyan n *columnas* verticales de m elementos cada una (como expresan los índices); el cuadro de estos elementos en número de mn así dispuestos y encerrado entre rectas verticales, se llama *matriz* (1).

En la forma expuesta se usa de una misma letra afectada de índice y exponente; el primero expresa el rango de la *hilera* y el segundo el rango de la *columna* á que corresponde un elemento dado, pero se han usado otras formas que es útil conocer.

Se tiene, por ejemplo, la notación de doble índice:

$$\left\|\begin{array}{l} a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13} \ldots\ldots a_{1n} \\ a_{21} \quad a_{22} \quad a_{23} \ldots\ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1} \quad a_{m2} \quad a_{m3} \ldots\ldots a_{mn} \end{array}\right\|$$

cuya significación claramente se comprende y que fué empleada por *Leibnitz.*

Se tiene la notación:

$$\left\|\begin{array}{l} a_1 \quad b_1 \quad c_1 \ldots\ldots l_1 \\ a_2 \quad b_2 \quad c_2 \ldots\ldots l_2 \\ a_3 \quad b_3 \quad c_3 \ldots\ldots l_3 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_m \quad b_m \quad c_m \ldots\ldots l_m \end{array}\right\|$$

empleada por *Cauchy* y en la cual el rango de la letra y del índice expresan respectivamente la columna y la hilera. Se usa aún la notación de Leibnitz suprimiendo la letra común y encerrando dentro de un paréntesis el doble índice, en esta forma:

$$\left\|\begin{array}{l} (11) \quad (12) \quad (13) \ldots\ldots (1n) \\ (21) \quad (22) \quad (23) \ldots\ldots (2n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ (m1) \quad (m2) \quad (m3) \ldots\ldots (mn) \end{array}\right\|$$

Por último, *Sylvester* propuso indicar el orden de sucesión de las columnas por las m letras: $a, b, c, \ldots\ldots, l$ y el de las hileras por las n letras: $\alpha, \beta, \gamma, \ldots\ldots, \lambda$ representando abreviada y simbólicamente la matriz por la notación:

$$\left\|\begin{array}{l} a \quad b \quad c \ldots\ldots l \\ \alpha \quad \beta \quad \gamma \ldots\ldots \lambda \end{array}\right\|$$

de la cual se deduce combinando cada una de las m primeras letras con cada una de las n segundas, la matriz:

$$\left\|\begin{array}{l} a\alpha \quad b\alpha \quad c\alpha \ldots\ldots l\alpha \\ a\beta \quad b\beta \quad c\beta \ldots\ldots l\beta \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a\lambda \quad b\lambda \quad c\lambda \ldots\ldots l\lambda \end{array}\right\|$$

(1) Generalmente cuando hay diverso número de hileras que de columnas, se acostumbra usar dos rayas verticales de cada lado; pero cuando hay igual número de hileras que de columnas se usan una sola de cada lado.

309. Conservando á m y n la misma significación que les hemos dado, pueden suceder tres casos: $m > n$, $m < n$, $m = n$; como los dos primeros constituyen uno solo, habrá en definitiva dos casos: 1º, *cuando* m *y* n *son desiguales*, y 2º, *cuando son iguales;* en el primer caso, la matriz se llama *rectangular;* en el segundo, *cuadrada;* estimándose el *orden* ó *grado* de ésta por el número de las hileras ó de las columnas.

Comparando dos hileras ó dos columnas entre sí, se les llama *homónimas*.

Dos elementos pertenecientes á dos líneas cualesquiera son *correspondientes*, cuando el número de orden que expresa el lugar que cada uno ocupa en su línea respectiva es el mismo para ambos.

Dos matrices son *semejantes* cuando están constituídas por el mismo número de hileras y el mismo número de columnas.

Dos líneas homónimas del mismo rango en dos matrices semejantes, son *homólogas*, y dos elementos de dos líneas homólogas son *homólogos*.

En una matriz cuadrada, una hilera y una columna del mismo rango se llaman *conjugadas*, los elementos correspondientes de dos líneas conjugadas son *conjugados*, y el elemento único que figura en las dos se llama *principal*.

La diagonal que va del vértice superior de la izquierda al vértice inferior de la derecha, se llama *principal*, y la otra diagonal se llama *secundaria*.

Es *simétrica* una matriz cuadrada cuando sus elementos conjugados son iguales dos á dos, como por ejemplo:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{vmatrix}$$

Si los elementos conjugados de una matriz cuadrada son iguales dos á dos y de signos contrarios siendo nulos los principales, la matriz es *hemisimétrica*, y si no son nulos todos los elementos principales, *pseudosimétrica;* por ejemplo se tienen respectivamente ambos casos en las dos matrices:

$$\begin{vmatrix} o & b & c \\ -b & o & e \\ -c & -e & o \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a & b & c \\ -b & d & e \\ -c & -e & f \end{vmatrix}$$

310. **Determinantes.** Se llama *determinante de los* n² *elementos de una matriz cuadrada del orden* n:

$$\begin{vmatrix} a_1^1 & a_1^2 & a_1^3 \ldots\ldots & a_1^n \\ a_2^1 & a_2^2 & a_2^3 \ldots\ldots & a_2^n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_n^1 & a_n^2 & a_n^3 \ldots\ldots & a_n^n \end{vmatrix}$$

la suma algebraica de los productos obtenidos tomando n *de estos* n² *elementos de todas las maneras posibles, de modo que un mismo producto no contenga dos elementos de una misma línea ni de una misma columna y siguiendo la regla adoptada para los signos.*

El producto de los términos constitutivos de la diagonal principal es el *término principal:* $a_1^1\, a_2^2\, a_3^3 \ldots\ldots a_n^n$.

Si en este término principal dejamos fijos los índices *inferiores* y permutamos los superiores, obtendremos todos los demás términos del determinante, que serán *positivos* ó *negativos* según que la permutación correspondiente de los índices *superiores* sea de la primera ó de la segunda clase, es decir, según que presente un número *par* ó *impar* de inversiones.

Como salvo alguna relación especial impuesta á los elementos considerados, no puede haber en el desarrollo del determinante dos términos iguales y de signos contrarios, no habrá reducción que efectuar.

Es esencial notar que si por el contrario se permutan los índices *inferiores* dejando fijos los *superiores*, se halla *el mismo determinante;* dejamos al lector la demostración que en último análisis expresa que lo que es cierto para las *hileras* es también cierto para las *columnas* y vice versa.

311. El número de términos del determinante de nº orden es según la ley de formación expresada (párrafo 310), el número de permutaciones de los n índices superiores ó bien de los n inferiores, ó en general de n cantidades, número que según el párrafo (46) es igual á: $1.2.3 \ldots\ldots n = n!$

El determinante contendrá tantos términos positivos como negativos (párrafo 306) y será un *polinomio homogéneo del grado n* con respecto á todos los elementos, puesto que cada término es un producto de n de estos elementos.

312. Un determinante se expresa comunmente con las letras: D, d, Δ y δ, por su matriz correspondiente ó por otras notaciones abreviadas que conviene conocer.

Consiste una en escribir entre paréntesis el término principal de esta manera:

$$(a_1^1\, a_2^2\, a_3^3 \ldots\ldots a_n^n)$$

Consiste la otra en afectar el término principal del símbolo Σ que representa suma, puesto que el determinante es una suma algebraica de términos deducidos del principal y preceder á dicho término del signo $\pm$ en esta forma:

$$\Sigma \pm a_1^1\, a_2^2 \ldots\ldots a_n^n$$

Finalmente, esta última forma puede escribirse también de este modo:

$$\Sigma (-1)^i\, a_1^1\, a_2^2 \ldots\ldots a_n^n$$

en cuya expresión i designa el número de las inversiones que presenten los índices elegidos para el desarrollo.

313. **Formación del determinante.** Para explicar la formación de un determinante nos limitaremos, por ser suficiente, á considerar los determinantes de segundo y de tercer orden. Sea pues el determinante de segundo orden:

$$\begin{vmatrix} a_1^1 & a_1^2 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{vmatrix}$$

Escribiremos el término principal $a_1^1\, a_2^2$ que llevará signo $+$, y permutando, por ejemplo, los índices inferiores, resultará: $a_2^1\, a_1^2$, que llevará signo $-$; de consiguiente podremos escribir:

$$\begin{vmatrix} a_1^1 & a_1^2 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{vmatrix} = \Sigma \pm a_1^1\, a_2^2 = a_1^1\, a_2^2 - a_2^1\, a_1^2$$

Sea el determinante de tercer orden:

$$\begin{vmatrix} a_1^1 & a_1^2 & a_1^3 \\ a_2^1 & a_2^2 & a_2^3 \\ a_3^1 & a_3^2 & a_3^3 \end{vmatrix}$$

Escribiendo el término general y permutando, por ejemplo, los índices inferiores de todas las maneras posibles sin perder de vista la regla de los signos, hallaremos el valor del desarrollo; vamos á explicar el modo práctico de efectuarlo sin dificultad.

Consideremos el producto $a_1^1 a_2^2$ de los dos primeros elementos del término principal; permutando los índices inferiores, por ejemplo, obtendremos: $-a_2^1 a_1^2$; si á continuación de estos dos productos escribimos el tercer término a_3^3 cuyo índice no origina ninguna inversión, resultará:

$$a_1^1 a_2^2 a_3^3, \quad -a_2^1 a_1^2 a_3^3$$

Si en cada uno de estos productos permutamos sucesivamente el índice 3 con su inmediato hasta que llegue á colocarse en el primer lugar de la izquierda, teniendo presente la regla de los signos, resultará:

$$\begin{vmatrix} a_1^1 & a_1^2 & a_1^3 \\ a_2^1 & a_2^2 & a_2^3 \\ a_3^1 & a_3^2 & a_3^3 \end{vmatrix} = \Sigma \pm a_1^1 a_2^2 a_3^3 = a_1^1 a_2^2 a_3^3 - a_1^1 a_3^2 a_2^3 + a_3^1 a_1^2 a_2^3 - a_2^1 a_1^2 a_3^3 + a_2^1 a_3^2 a_1^3 - a_3^1 a_2^2 a_1^3$$

Si hubiéramos deseado efectuar el desarrollo permutando los índices superiores, el resultado habría sido llamando D la matriz del determinante:

$$D = \Sigma \pm a_1^1 a_2^2 a_3^3 = a_1^1 a_2^2 a_3^3 - a_1^1 a_2^3 a_3^2 + a_1^3 a_2^1 a_3^2 - a_1^2 a_2^1 a_3^3 + a_1^2 a_2^3 a_3^1 - a_1^3 a_2^2 a_3^1$$

314. Por lo que llevamos expuesto se ve que el procedimiento que debe seguirse para efectuar el desarrollo de un determinante de cualquier orden es el mismo que se sigue en Álgebra para formar el denominador común de las fórmulas de *Cramer* cuando se trata de resolver un sistema de ecuaciones determinadas (1) de primer grado y á este denominador común en los valores de las incógnitas se le llama justamente *determinante;* adelante explicaremos por qué motivo.

En la práctica y en virtud de transformaciones que á su turno expondremos, el desarrollo del determinante se efectúa con procedimientos más expeditos que los que acabamos de explicar.

315. Dado en tesis general el determinante de grado n, es fácil deducir el de grado $n+1$. Sea en efecto:

$$T = \pm a_\alpha b_\beta c_\gamma \ldots\ldots l_\lambda$$

un término cualquiera del determinante de orden n y m_μ un *nuevo* término cualquiera del determinante de orden $n+1$.

Si á continuación de los factores de T escribimos m_μ, obtendremos un término T′ del determinante por formar y tendremos:

$$T' = \pm a_\alpha b_\beta c_\gamma \ldots\ldots l_\lambda m_\mu$$

término que tendrá el signo de T porque no se ha introducido ninguna inversión.

Si se hace pasar m_μ sucesivamente del último rango al primero, cambiando el signo á cada operación, se obtendrán sucesivamente términos del nuevo determinante con sus signos y el número total de términos formados será $n+1$.

(1) Por lo común en los cursos de Álgebra Elemental que se ocupan de esta cuestión bajo el carácter en que la hemos considerado, explican las reglas de *Cramer* por el método que siguiendo á *Laplace* ha dado *Mr. Gergoune* en sus "*Anales de Matemáticas.*" Nosotros adelante demostraremos dichas reglas basados en la misma teoría que estudiamos.

Operando análogamente con cada uno de los términos del determinante de nº orden que son en número de: $1.2.3\ldots\ldots n = n!$ se formarán todos los términos del determinante de orden $n+1$ en número de: $1.2.3\ldots\ldots n(n+1) = (n+1)!$

316. **Determinantes menores.** Se llama *menor* de un determinante el formado por las líneas que quedan en él después de suprimir un cierto número de hileras y el mismo número de columnas.

Clase de un *menor* es el número de hileras ó de columnas suprimidas en el determinante primitivo; su *grado* es, pues, la diferencia entre el grado de dicho determinante primitivo y la clase del menor.

Sea Δ el determinante primitivo del grado n; si se suprime la hilera α_1 y la columna β_1, el determinante menor correspondiente es evidentemente del orden ó del grado $n-1$ y se llama de *primera clase;* se usa para representarlo la notación $\Delta_{\alpha_1}^{\beta_1}$ que expresa que en el determinante Δ se ha suprimido la línea α_1 y la columna β_1.

Si se suprimen dos hileras: α_1, α_2 y dos columnas: β_1, β_2, el determinante menor correspondiente es del grado $n-2$ y de la *segunda clase*, la notación será: $\Delta_{\alpha_1 \alpha_2}^{\beta_1 \beta_2}$.

Finalmente, si se suprimen un número p de hileras: $\alpha_1, \alpha_2, \ldots\ldots, \alpha_p$ y un número p de columnas: $\beta_1, \beta_2, \ldots\ldots, \beta_p$, el determinante menor correspondiente será de grado $n-p$ y de la pª clase, la notación será: $\Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots\ldots \alpha_p}^{\beta_1 \beta_2 \ldots\ldots \beta_p}$.

Dos menores son *complementarios* cuando cada uno está formado por las hileras y columnas que deben suprimirse en el determinante primitivo para obtener el otro. Sea por ejemplo en el determinante:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix}$$

los menores:

$$\begin{vmatrix} b_1 & d_1 \\ b_3 & d_3 \end{vmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_4 & c_4 \end{vmatrix}$$

son complementarios.

Un menor es *principal* cuando las hileras y columnas que lo forman son todas líneas conjugadas del determinante primitivo; los elementos principales de un menor principal son también elementos principales del determinante primitivo y su complemento es otro menor principal. El menor

$$\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

es principal.

Dos menores de un determinante son *conjugados* cuando los números de orden de las hileras del primero son los mismos que los de las columnas del segundo y vice versa. Los menores:

$$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

son conjugados.

El conjugado de un menor principal es él mismo.

Característica de un menor es la suma total de los números de orden que tienen en el determinante positivo las hileras y columnas que componen dicho menor.

La característica de un menor principal es un número par que es el doble de la suma de los números de orden de las hileras ó las columnas que lo forman.