Unas cuantas palabras ponemos á continuación para dar idea del método. Sea la ecuación:

$$Ax^m + Bx^{m-1} + \ldots\ldots + Rx^2 + Px + Q = 0 \qquad (1)$$

Si P y Q son < 1 se supondrá $x = K\alpha$, y tomando K suficientemente grande, dividiendo (1) entre AK^m y trasponiendo todos los términos menos el último al segundo miembro, resultará:

$$q = -\alpha p - (r\alpha^2 + \ldots\ldots + b\alpha^{m-1} + \alpha^m) \qquad (2)$$

en la que p y $q < 1$. Esta preparación de la ecuación tiene por fin limitar la magnitud de las figuras á que va á dar lugar. Sean por un instante p y q dos variables, y α un parámetro numérico susceptible de admitir cualquier valor; la ecuación (2) de primer grado en p y en q es ecuación de una recta referida á un sistema de ejes coordenados que pueden suponerse rectangulares, siendo p y q las abscisas y las ordenadas.

Supongamos que se da á α un valor cualquiera y tendremos:

$$\text{Para } p=0: \quad q = -(r\alpha^2 + \ldots\ldots\ldots + b\alpha^{m-1} + \alpha^m)$$
$$\text{,,}\ \ p=1: \quad q = -\alpha - (r\alpha^2 + \ldots\ldots + b\alpha^{m-1} + \alpha^m)$$

las primeros valores de p y q dan uu punto sobre el eje de las y, los segundos dan otro sobre una paralela al eje de las y trazada á la distancia 1, por ambos se hará pasar una recta correspondiente al parámetro α. Así pues, si sucesivamente se toma:

$$\alpha = 0,\ 0.1,\ 0.2,\ \ldots\ldots\ldots,\ -0.1,\ -0.2,\ -0.3,\ \ldots\ldots\ldots$$

se obtendrá una serie de rectas correspondiendo á diversos valores de α y distinguiéndose una de otra por la inscripción del número que la ha originado. Sobre la red de líneas construídas para más facilidad en papel cuadrícula, se marcará el punto cuyas coordenadas son los valores de los coeficientes p y q en la ecuación (2). Si el punto cae sobre una de las rectas de la red, la indicación de esta recta será el valor de la raíz de (2), si cae entre dos rectas se interpolará á la vista para atribuir á α el valor conveniente. Habrá tantas raíces reales como rectas hay conteniendo al punto p y q, ó como hay pares de rectas consecutivas comprendiendo á dicho punto.

IV

Sistemas de cálculo.

LEIBNITZ, NEWTON, LAGRANGE, DIAZ COVARRUBIAS Y GARGOLLO.

1. Esta nota, que es como un prólogo del Capítulo VII de la Primera Parte, y debe leerse antes que él, la hemos incluído porque al haber desarrollado en dicho Capítulo las operaciones preliminares del Cálculo nos pareció conveniente dar al lector ideas generales sobre los sistemas diversos que se han propuesto para fundarlo. Faltos de espacio, no intentamos hacer (lo que sería muy largo) una exposición detallada de sus concepciones filosóficas, ni tampoco una reseña de la evolución que han sufrido las ideas, ni mucho menos un análisis crítico. Nos vamos, pues, á limitar á hacer mención de dichos sistemas, diversificando en pocas palabras su modo de ver las cosas después de entrar en algunas consideraciones preliminares. Los párrafos siguientes no son sino el extracto de un opúsculo que pienso publicar más tarde.

2. La variedad asombrosa de entidades que constelan el Universo y las múltiples propiedades de que están dotadas, ha hecho una división necesaria en las ciencias para el estudio de esta propiedad ó de aquella. El cuerpo tiene cierta esencia que motiva fenómenos de cambio sustancial, es decir, fenómenos químicos; está provisto también de color, de dureza, de sabor, etc., que no son sino pro-

piedades físicas; el cuerpo es *extenso* y entra al dominio de la Geometría, está en reposo ó en movimiento, y entra en la esfera de la Mecánica. Analizarlo de un golpe, abarcando todas estas propiedades, es una empresa poco menos que imposible, y hé aquí cómo el gran artificio lógico de la abstracción suprime los obstáculos. El físico no se preocupa de la íntima esencia del cuerpo y hace *abstracción* de los fenómenos que puedan cambiar su naturaleza; como el químico (bien entendido que hablamos de las ciencias en su individualidad pura, pues en sus aplicaciones tienen ligas inmensas unas con otras) hace *abstracción* de los fenómenos que *no cambian* la naturaleza del cuerpo, pues justamente su misión es el análisis de los cambios y los fenómenos sustanciales de la materia. Pues bien, ese procedimiento llevado al grado más alto, es el que utiliza y aplica el geómetra; descarta en el cuerpo el color, la densidad, y demás propiedades físicas, las químicas, sus condiciones de reposo ó movimiento, y de abstracción en abstracción, llega á crear en su mente un sér ideal, imposible de verse en la realidad, utópico por decirlo así, puesto en parangón con los séres existentes, un sér que tan sólo tiene la facultad de ser extenso, sutil é inmaterial, que se escapa á la reacción química, que no está sujeto á las leyes físicas, que es un Sér–idea, por decirlo así. El matemático procede análogamente en Aritmética y en Álgebra; en Aritmética suprime en el cuerpo todo lo que no sea número, es decir, todo lo que no sea investigar como nociones de valor las propiedades del cuerpo como partes de un conjunto; en Álgebra suprime el número y sólo conserva las ideas generales de *relación*, es decir, sólo conserva lo que conduzca á descubrir leyes referentes á los cuerpos considerados sólo como agrupamientos de partes cuya relación general es la que importa. En Mecánica pura, el cuerpo es un sólido geométrico sujeto á la acción de fuerzas que se equilibran ó motivan un movimiento y es sólo lo que versa sobre esta facultad lo que conserva el analista, llega á reducir todo ese sólido á un punto singular en que se reconcentran los efectos que sobre el cuerpo actúan, y plantea las leyes de la Estática si las fuerzas se equilibran, ó las de la Dinámica si no se equilibran.

Vemos pues, que por abstracción procede la ciencia matemática y que de ese modo es como hace inquebrantables sus leyes; al aplicar después al sér concreto las especulaciones abstractas, está persuadido que no surgirá un error; así es como en los últimos años FRESNEL, CAUCHY y MASCART, para no citar sino un ejemplo, han emprendido sus luminosas investigaciones sobre óptica matemática. A la vez cada ramo aislado procede también por abstracción al estudiar las propiedades que le importan. En Geometría por ejemplo, suponiendo ya descartadas en un cuerpo todas las propiedades menos la extensión, no es sin embargo fácil afrontar desde luego el análisis de esa extensión; para llevarlo á cabo, se apela á las concepciones de *superficie*, *línea* y *punto*, suponiendo los volúmenes terminados por superficies, éstas por líneas y las líneas por puntos. La concepción de *superficie* como extensión en dos sentidos, de *línea* como extensión en nno solo y de *punto* como negación en toda extensión en el cual sólo quedan vivas las ideas de ser y de posición relativa, no son en realidad más que artificios de abstracción ó concepciones subjetivas de las que no encontramos un ejemplo concreto en el mundo exterior.

Vemos pues, desde luego, que por este medio se reducen las investigaciones complicadas á otras más sencillas, y en esto consiste el primer artificio de la abstracción.

El segundo estriba en introducir en el curso de las investigaciones ciertas magnitudes cuyo objeto inmediato es el ser magnitudes auxiliares que facilitan la reducción de cada problema á otros más sencillos y que unas veces figuran en la relación final que se busca entre los elementos del problema y otras desaparecen, siendo entonces propiamente magnitudes subsidiarias.

Prosigamos tomando á la Geometría como ejemplo para hacer ver cómo se apela á estas magnitudes auxiliares.

Hemos llegado á concebir el punto, la línea y la superficie para la inteligencia del volumen. Ahora bien, después de precisada la noción de estos elementos, viene la comparación de unos con otros y entonces es fácil imaginar en cada cuerpo y en cada superficie sistemas de líneas que definan su forma y dimensiones, siendo entonces estos sistemas el objeto final de todas las investigaciones geométricas que ven en ellas magnitudes que deben conocerse desde luego y por cuyo medio puede pasarse al conocimiento de la extensión que caracterizan: son, pues, magnitudes auxiliares. La comparación de las áreas de dos figuras semejantes depende de otra comparación que es la de los cuadrados de los lados homólogos; la relación abstracta que el cuadrado del lado de una de las figuras guarde con el cuadrado del homólogo en la otra, nos da á conocer la que guardan las áreas entre sí.

Sabemos, por ejemplo, que dos radios de dos esferas son como 2 es á 3 es á 5, y diremos que las áreas de las esferas son como 4 es á 9 es á 25, y los volúmenes como 8 es á 27 es á 125. La comparación de la entidad complexa volumen que hemos referido á la de la entidad menos complexa área, en último análisis depende de la comparación de entidades tales como las líneas que constituyen la concepción más simple en extensión. Estas líneas son pues magnitudes auxiliares rigurosamente, puesto que reunen las dos condiciones precitadas: 1°, ser más sencillas que las magnitudes del problema reduciendo así la resolución á términos más sencillos, y 2° poseer la facultad de permitirnos pasar de su conocimiento al de las magnitudes primitivas, y del análisis de sus leyes y relaciones al de leyes y relaciones más complicadas.

Tomaremos la ciencia del cálculo como segundo ejemplo; en ella encontramos los logaritmos cumpliendo con todo rigor un papel de magnitudes auxiliares. Los logaritmos se definen como las potencias á que debe elevarse una cantidad fija para producir un número propuesto. Hay pues, tres elementos en la cuestión: uno fijo, la base del sistema, y dos variables y relacionados entre sí: el número propuesto y el exponente de la base. Desde luego vemos que esta relación mutua entre el número y su logaritmo hace presentir la posibilidad de determinar el uno cuando se conoce el otro; esta relación estrecha y sujeta á leyes rigurosas permite que calculadas de antemano tablas en que constan al lado de los números propuestos los logaritmos correspondientes, la resolución de un problema sea más rápida que sin la intervención de los logaritmos. Pero no sólo es más rápida, sino que se lleva á cabo por medio de operaciones más sencillas: sumas en lugar de multiplicaciones, restas en lugar de divisiones, etc. Los logaritmos, de consiguiente, son tipos de los más perfectos de magnitudes auxiliares.

El cálculo trigonométrico presenta otro ejemplo de un sistema de magnitudes auxiliares en las líneas trigonométricas muy análogo al sistema de los logaritmos. En este caso, la dificultad de abordar inmediatamente el análisis de las magnitudes angulares y la complicación que resultaría de introducirlas directamente en los cálculos, queda expeditada por el sistema de líneas trigonométricas. Estas magnitudes satisfacen los dos artificios generales de que ya hemos hablado, y toman propiamente el carácter de magnitudes auxiliares. En primer lugar, reducen el análisis de los ángulos ó las líneas curvas que los miden, al análisis de líneas rectas que es más sencillo; y en segundo lugar, la mutua relación que las liga con los ángulos hace que, conocido un ángulo, se puedan determinar sus líneas trigonométricas ó viceversa, pudiendo formar tablas que hacen más rápida y más fácil la solución del problema, conduciendo á operaciones sencillas que equivalen á otras más complicadas á que daría lugar el uso directo de los ángulos.

Dijimos que unas magnitudes auxiliares se conservaban en la resolución del problema como su elemento esencial, tal es el radio en la comparación de los volúmenes de dos esferas, que es el que sirve de magnitud auxiliar y entra indispensablemente en la expresión final. Dijimos que otras magnitudes auxiliares servían transitoriamente quedando eliminadas al resolver el problema, tal es el carácter de los logaritmos y de las líneas trigonométricas que no dejan rastro en la solución final, que en el primer caso es siempre un número y en el segundo un ángulo. A esta clase de magnitudes subsidiarias transitorias pertenecen las auxiliares de que hace uso el Cálculo Infinitesimal como unos le llaman, el Análisis Trascendente según otros. En resumen, podemos decir que la complexidad de los fenómenos naturales ha obligado á la ciencia á recurrir, por medios indirectos y artificios lógicos de abstracción, á magnitudes auxiliares que permitan pasar del estudio de sus relaciones más sencillas al de las relaciones más complicadas que serían difíciles de abordar directamente. Este gran medio de investigación, que según hemos visto, permite aisladamente precisar los linderos de la Aritmética, del Álgebra, de la Geometría y de la Mecánica, es el que ha dado margen á la gran concepción del Cálculo.

3. Tres sistemas típicos se consideran: el de los *infinitamente pequeños* de LEIBNITZ, el de los *límites* de NEWTON y el de las *derivadas* de LAGRANGE; á éstos tiene México la honra de añadir otros dos: el de las *auxiliares trigonométricas* del señor Ingeniero D. FRANCISCO DIAZ COVARRUBIAS, y el que puede llamarse de las *nulidades* patrocinado por el señor Ingeniero D. MANUEL GARGOLLO Y PARRA. También tiene que agregar el nombre de otro sabio, el del gran panegirista de LEIBNITZ, D. GABINO BARREDA.

En el Cap. VII Primera Parte hemos dicho que LEIBNITZ y NEWTON descubrieron casi simultáneamente los procedimientos del Cálculo, considerándolo bajo puntos de vista diferentes; la falta de espacio y el carácter puramente elemental de esta obra, sólo me va á permitir dar una ligera idea de estos sistemas.

4. LEIBNITZ suponía las magnitudes compuestas de elementos pequeñísimos ó *infinitamente pequeños*, según su propia expresión, y de los cuales prescindía al compararlos con las magnitudes mismas que á su vez eran consideradas como *infinitamente grandes* respecto á las partes elementales. Así pues, considerando una curva como compuesta de elementos rectilíneos, una superficie curva como constituída por elementos planos, etc., desde luego resultaba un ventajoso artificio que permitía servirse de estas relaciones sencillas para estudiar en el orden concreto las propiedades relativas á las líneas y superficies curvas por analogía con los polígonos rectilíneos y los poliedros terminados por caras planas, y en el orden abstracto las relaciones de las magnitudes de cualquiera especie reducidas á las que guardan los elementos. Supóngase una línea curva; el punto de contacto de dicha curva con una tangente, era una de esas partes elementales rectilíneas medida por la diferencia de abscisas y de ordenadas de ambos puntos del elemento rectilíneo. Si d simboliza una cantidad infinitamente pequeña en que es susceptible de aumentarse una cantidad variable x, dx será la *diferencial* y $x+dx$ la expresión nueva de una variable aumentada de una cantidad infinitamente pequeña. Supongamos que se pide la diferencial (ó sea el crecimiento infinitamente pequeño) de x^2. Según la notación nueva x^2 será $(x+dx)^2=x^2+2dx+dx^2$ y el crecimiento sufrido:

$$2x\,dx+dx^2$$

Pero dx^2, según el razonamiento leibniciano, desaparece ante $2x\,dx$, pues dx^2 es un rectángulo de lados infinitamente pequeños; así pues, la *diferencial* de x^2 será $2x\,dx$. LEIBNITZ no se detiene en este resultado, sino que concibe infinitamente pequeños de diversos órdenes que respectivamente pueden ser considerados como despreciables ante los infinitamente pequeños de orden anterior. Por ejemplo, tomando tres ordenadas infinitamente próximas, la diferencia entre cada una y la siguiente es un infinitamente pequeño de primer orden y á su vez la diferencia entre las dos diferencias infinitamente pequeñas sucesivas, constituye un infinitamente pequeño de segundo orden, etc. Vemos pues, que el método de LEIBNITZ rinde al matemático los servicios que el microscopio rinde al naturalista. El artificio ingeniosísimo de que se vale le permite escudriñar, por decirlo así, la constitución íntima de las magnitudes para investigar cómo están relacionados los elementos, qué orden guardan, y deducir entonces qué relaciones y qué orden pertenece á las magnitudes mismas. La breve noticia en donde LEIBNITZ ha expuesto sus principios y que deja adivinar que este sabio fué guiado por el método de *maximis* y *minimis* de FERMAT en la invención del cálculo diferencial, se titula: "*Nova methodus pro* MAXIMIS *et* MINIMIS *itemque tangentibus quæ nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis genus,*" noticia publicada en la "*Acta Eruditorum Lips.*" Octubre 1684. LEIBNITZ en la exposición de sus ideas llega á decir que ha reconocido que "*encontrar tangentes es propiamente diferenciar, y encontrar cuadraturas no es otra cosa que sumar* (1) siempre que se supongan las diferencias *incomparablemente pequeñas.*

NEWTON en su sistema se servía de relaciones auxiliares, á las que consideraba como el *límite* ó la *última razón* de las cantidades variables en un crecimiento y decrecimiento, y al que se aproximaban éstas indefinidamente. Así por ejemplo, una curva era considerada por él como el límite de un polígono inscrito ó circunscrito á ella, hacia el cual tendían ambos al aumentar el número de lados indefinidamente. Esto supuesto, considera á la magnitud en su límite y sustituye este á la primera con la precisa condición de que la diferencia entre ambos no llegue á ser rigurosamente nula. De consiguiente, buscando en un problema dado cuál debe ser la relación *límite* entre los incrementos simultáneos de las variables que figuren, esta relación le sirve de auxiliar para hallar las relaciones que constituyan el objeto del problema.

Entre las obras del insigne autor, en las que ya como esbozo ó de un modo más preciso difundió sus ideas, cabe citar la "*Philosophiæ naturalis principia mathematica,*" 1687, Lóndres; "*Methodus fluxionum et serierum infinitarum,*" T. I de los "*Opuscula,*" pág. 32 (edit. Castillon); la "*Opti-*

(1) Carta de LEIBNITZ al Marqués de L'HOSPITAL, 27 de Diciembre de 1694. Gerhardt. "*Correspondencia de* LEIBNITZ" T. II. pág. 259.

que" (1704), que incluye dos disertaciones tituladas: "*de Quadratura curvarum*" y "*Enumeratio linearum tertii ordinis*," etc.

Lagrange, dando carácter abstracto á sus investigaciones, no opera con cantidades evanescentes, y toma como magnitudes auxiliares los que él llama *derivadas* de las funciones y que son los coeficientes de la primera potencia del incremento atribuido á la variable independiente. Este método carece de las aproximaciones que los anteriores, así es que Lagrange intenta presentar el análisis como una simple extensión del álgebra común. Su complicación es extrema para un principiante y á veces es tal, que el mismo autor insigne recurre con frecuencia á los límites ó á las magnitudes infinitesimales para expeditar la solución de los problemas, esencialmente al tratarse de aplicaciones geométricas. Lagrange, que como se sabe, ha sido de los genios más fecundos, de que puede enorgullecerse la ciencia, en obras innumerables dejó estampadas sus ideas. La obra característica en que precisó su sistema es la inmortal "*Théorie des fonctions analytiques*" (1797); después de esta las "*Leçons sur le calcul de fonctions*" (1806), y el "*Traité de la resolution des équations numériques de tous les degrés*" (1808). (1)

Díaz Covarrubias en sus "*Elementos de Análisis Trascendente,*" ha querido evitar las cantidades evanescentes por consideraciones geométricas. En pocas palabras razona así: siendo pocas con respecto á las que puede concebir la imaginación las curvas definidas, es preciso buscar un método general para estudiarlas; ahora bien, aunque puede concebirse la existencia de un sistema de rectas características auxiliares en toda curva definible, no es menos cierto que el descubrimiento de tal sistema requeriría un estudio especial para cada forma. Ahora bien, no se comprende que haya una analogía necesaria entre los sistemas de auxiliares que correspondan á curvas diferentes, de tal naturaleza que ellos puedan tener algo de común ya con respecto á su posición referida á la curva, ya respecto á su magnitud, dirección, etc.; de consiguiente, se deduce que no es posible la aplicación de un método general para hallar en las curvas el sistema de rectas destinado á caracterizarlas. Busca entonces el Sr. Díaz Covarrubias su sistema de auxiliares por otras consideraciones; una curva—dice—puede suponerse originada por un punto en movimiento al que llama *generador*; si bien es cierto que el cambio de dirección del generador es diverso para cada curva, todas tienen una propiedad común, la *variabilidad* de esa dirección; así pues, comencemos por determinar—dice—la dirección del generador en un punto cualquiera de la línea que describe. Si en un momento dado cesa de obrar la causa que hace variar su dirección de acuerdo con la ley propia de la curva sin que cese el movimiento del generador, éste seguirá su trayecto en la dirección que en ese instante tiene, es decir, según la tangente á la curva en ese punto. Así pues, concebida la curvatura como la representación de la variabilidad de direcciones y la tangente como la dirección del generador en el punto de contacto, esto proporciona un sistema de magnitudes auxiliares común á todas las curvas. Geométricamente envuelve dificultades el problema de trazar una tangente á una curva, pero en el orden analítico no sucede lo mismo, pues la investigación independiente de toda noción concreta de forma permite hallar procedimientos generales para determinar la tangente á una curva cualquiera, representada abstractamente por una ecuación. En resumen, la sustitución de las direcciones rectilíneas por las curvilíneas reune las circunstancias de un sistema conveniente de magnitudes auxiliares: la generalidad, pues es común á todas las curvas imaginables, la sencillez por introducir la noción constante en lugar de la de variabilidad, y la facilidad de su deducción, pues analíticamente puede siempre trazarse una tangente en un punto cualquiera de una recta cualquiera. Conocida la ley de las variaciones de las tangentes se conocerá la curvatura de la línea. Así pues, en este sistema, la base fundamental es que el símbolo que es para Lagrange derivada, es para Leibnitz coeficiente diferencial de primer órden y para Newton valor límite entre los incrementos de la función y la variable independiente, representa en él rigurosamente la tangente trigonométrica del ángulo que la tangente á la curva (ó dirección del generador en un punto dado) hace con un eje coordenado.

Gargollo y Parra textualmente dice en sus «*Elementos de cálculo Diferencial é Integral,*» que

(1) Delambre en el «*Eloge*» de Lagrange dice: "Gracias á los trabajos de Lagrange, la ciencia matemática asemeja hoy un paraíso amplio y bello cuyos cimientos ha renovado, al que ha dado cima y en el cual no puede darse un paso sin saludar con admiración monumentos de su genio." La publicación de las «*Œuvres de Lagrange,*» publicadas por los meritorios y loables cuidados de J. A. Serret, es un verdadero servicio hecho á la ciencia.

su sistema ha querido conseguir "conservar al cálculo en el carril deductivo y silogístico de las demás ciencias matemáticas;» que dicho sistema es sólo una «modificación y enmienda del gran concepto de Leibnitz que permite aclarar los puntos que este gran hombre dejó en la sombra.» Después de exponer y precisar la importancia del método de abstracción en la ciencia matemática y llegar á las conclusiones que ya hemos incluído en los párrafos 2 etc., de esta Nota, llega á un razonamiento en que por medio de un ejemplo aclara su teoría. Sea p el volumen de un paralelipípedo cuyas tres dimensiones son a, b, c, y se tendrá $p=abc$; como a b y c son arbitrarios, la relación anterior conviene á todos los paralelipípedos imaginables. Si concebimos que c vaya menguando continuamente llegará al fin á ser nula, es decir $c=0$, en este caso tendremos $p=a.b.0$.

Por una parte el Álgebra dice que el producto anterior es 0, pero por otra advierte la Geometría que un ser extenso en longitud y latitud reales y de altura nula es una superficie. En el orden *material* no pueden combinarse ambas conclusiones contradictorias pero en la idea que concibe y especula con séres inextensos, esta relación viene á representar á un sér que simplemente por no tener *todas las propiedades de los demás* no puede tener relación *numérica* con ellos pero sí con otros de otra especie. Así, p no es ya un paralelipípedo sino un paralelógramo, una superficie. Si pues por s representamos la base de los paralelipípedos p, tendremos que el paralelipípedo p que es nulo cuando se le considera en la ecuación $p=a.b.c$, viene á ser el paralelógramo que da la ecuación

$$s=a.b$$

que representará todos los paralelógramos que puedan servir de base á los paralelipípedos de la anterior ecuación. Haciendo $b=0$ resulta:

$$p=a.0.0=a.0^2, \quad s=a.0$$

Estas relaciones manifiestan que el paralelipípedo que no tiene altura ni latitud es doblemente nulo, y el paralelógramo sin latitud es nulo en primer grado, y se cambia en una línea l; así pues:

$$p=a.0^2, \quad s=a.0, \quad l=a$$

la última ecuación representará todas las líneas que puedan ser bases de un paralelógramo.

Vemos pues, que la línea a que la Geometría hace intervenir en sus especulaciones con facilidad, es una *nulidad* de primer orden respecto á la superficie y de segundo respecto al sólido. El punto es una nulidad de primer órden respecto á la línea, de segundo respecto á la superficie y de tercero respecto al volumen.

Se deducen pues, dos cosas: 1°, que si bien en lo material lo nulo es la negación del ser, en el orden abstracto hay diversos órdenes de nulidad que se distinguen entre sí y corresponden á séres de distinta especie que no siendo comparables con los demás lo son con la suya propia; 2°, que así como las leyes que rigen á los cuerpos se aplican á las abstracciones geométricas, en las cuales sólo concebimos extensión, y ésta no siempre es completa, así también esas mismas leyes son aplicables á esas otras abstracciones, que nos aparecen nulas sin serlo en realidad sino bajo cierto concepto de relación con otras de diversa especie. La concepción sustancial del sistema hace comprender que pueden generalizarse los resultados y entrar en el cálculo no sólo tres sino más órdenes de unidades. Si en un cuerpo dado, dotado por ejemplo de extensión y movimiento, se van nulificando la altura, la latitud, la longitud, y después los factores relativos á la velocidad, fuerza, espacio recorrido, etc., se comprende que la sucesiva abstracción de estas propiedades va originando órdenes diversas de nulidades. Finalmente, este sistema se presta admirablemente para las aplicaciones la ciencia matemática en Física, en Mecánica, etc., por el carácter peculiar de su concepción.

4. Para compensar la brevedad de la exposición que tenía que ser necesariamente concisa y marcar á la vez las diferencias en el mecanismo de los sistemas anteriores, resolveremos un problema sencillo: *trazar una tangente á una curva representada por la función:*

$$y=f(x)$$

Siendo Y, X, las coordenadas de la recta que se busca, y x, y las del punto de contacto, su ecuación será de la forma:

$$Y-y=a(X-x)$$