c'est pour cela qu'on remplace la seconde pinnule par une simple tige très-déliée (*fig.* 65). En plaçant son œil près de la fente de la pinnule A, on dirige l'alidade de manière que la petite tige B semble se projeter sur le point que l'on veut viser. Il est bien clair que cette tige pourra être rendue aussi mince qu'on voudra, sans nuire à la facilité de l'opération, et que, au contraire, plus elle sera déliée, mieux on verra l'objet vers lequel se dirige le rayon visuel.

On voit, sur la figure 66, de quelle manière une alidade à pinnules s'adapte à un cercle gradué destiné à la mesure des angles. L'alidade mobile autour du centre du cercle, dont un quart seulement a été conservé ici, peut être dirigée successivement suivant divers rayons de ce cercle. Lorsqu'on a visé un point au moyen de

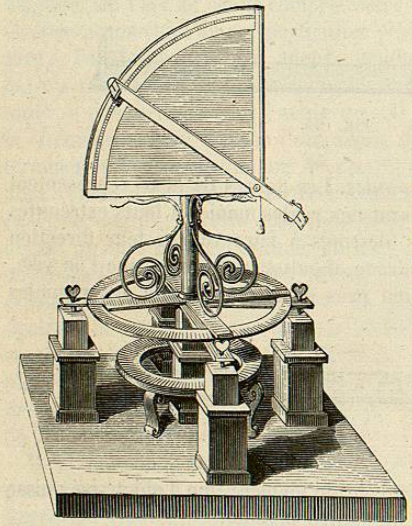


Fig. 66.

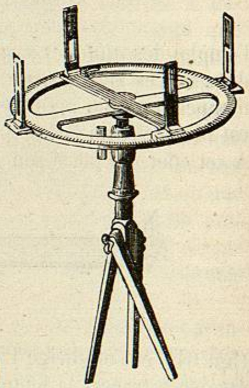


Fig. 67.

l'alidade, elle indique sur le limbe gradué l'extrémité de l'arc de cercle qui se termine au rayon visuel dirigé du centre du cercle vers ce point. Ce moyen de visée appliqué au cercle a été en usage pour les observations astronomiques jusque vers la fin du dix-septième siècle. L'instrument représenté par la figure 66 est un de ceux dont se servit le célèbre astronome Tycho-Brahé dans son obser-

vatoire d'Uranibourg (bâti dans l'île d'Huène, à l'entrée de la mer Baltique).

On emploie encore maintenant des cercles divisés munis d'alidades à pinnules, auxquels on donne le nom de *graphomètres* (*fig.* 67)). Mais ces instruments ne servent que dans les opérations d'arpentage, pour lesquelles la mesure des angles n'a pas besoin d'être effectuée avec une grande exactitude. Les pinnules fixées aux extrémités de chaque alidade sont disposées de telle manière que la visée s'effectue comme avec l'alidade de la figure 65, avec cette différence cependant que chaque pinnule porte à la fois une fente étroite et une tige déliée formée d'un crin tendu, afin qu'on puisse regarder indifféremment à l'une ou à l'autre des extrémités de l'alidade. Les alidades à pinnules ont disparu complétement, depuis deux siècles, des instruments destinés aux observations astronomiques; elles ont été remplacées par les lunettes, dont l'emploi permet d'arriver à des résultats beaucoup plus exacts.

§ 32. La substitution d'une lunette à une alidade munie de pinnules ne semble pas, au premier abord, devoir fournir une plus grande précision, comme moyen de visée; car, lorsqu'une lunette est dirigée vers un objet, on peut faire subir de légers changements à sa direction dans divers sens, sans qu'on cesse pour cela d'apercevoir le point de l'objet que l'on visait spécialement. C'est ce qui arriverait en effet, si les lunettes, telles que nous les avons décrites, n'avaient pas reçu une modification des plus importantes, en vertu de laquelle elles sont devenues un moyen de visée incomparablement plus précis que les alidades. Cette modification consiste dans l'introduction d'un *réticule* dans la lunette, au lieu même où se forme l'image de l'objet observé, produite par l'objectif. Ce réticule n'est autre chose qu'une petite plaque métallique, percée d'un trou circulaire, en travers duquel sont tendus deux fils extrêmement fins dirigés à angle droit l'un sur l'autre (*fig.* 68). Lorsqu'on veut viser un point particulier d'un objet, on dirige la lunette de telle manière que l'image de ce point coïncide avec le point de rencontre des deux fils du réticule. Pour peu qu'on dérange la lunette de cette

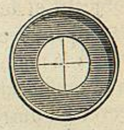


Fig. 68.

position, l'image du point visé s'éloignera du point de croisée des fils : on voit donc que la direction que doit prendre la lunette, pour établir la coïncidence de ces deux points, est parfaitement déterminée.

Lorsqu'on a ainsi complété une lunette par l'addition d'un réticule, on peut se demander quelle est, de toutes les lignes droites qu'on peut imaginer dans le corps de la lunette, celle qui peut être regardée comme étant la ligne de visée, celle qui remplace par conséquent la ligne menée par les fentes des deux pinnules d'une alidade à pinnules (*fig.* 64). C'est ce que nous trouverons sans difficulté, en examinant la marche des rayons lumineux à l'intérieur d'une lunette d'après les principes que nous avons rappelés précédemment (§ 24). La lunette étant dirigée de manière que l'image d'un point lumineux A, (*fig.* 69) coïncide avec la croisée B des fils

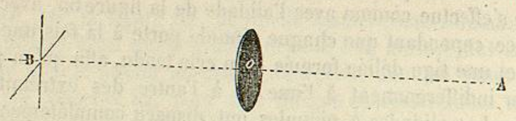


Fig. 69.

du réticule, tous les rayons qui partent du point A, et qui traversent l'objectif, vont ensuite converger vers le point B. Mais de ces divers rayons lumineux, il y en a un qui n'éprouve pas de déviation : c'est celui qui passe par le centre optique O de l'objectif (§ 21). Le rayon AO, qui n'est pas dévié, va, comme tous les autres, passer par le point B : donc les trois points A, O, B, sont en ligne droite. Mais les points O, B, appartiennent à la lunette ; viser le point A, c'est diriger la ligne BO vers ce point : donc BO est la ligne de visée de la lunette. On donne à cette ligne de visée le nom d'*axe optique* de la lunette. Ainsi on peut dire que l'axe optique d'une lunette est la ligne droite qui joint le centre optique de l'objectif au point de rencontre des fils du réticule.

Il faut bien se garder de confondre l'axe optique avec l'axe de figure du tuyau, ou bien encore avec la ligne qui joint les centres de l'objectif et de l'oculaire. La direction de l'axe optique est complétement indépendante de la position de l'oculaire, qui pourrait être tenu à la main, comme une simple loupe, sans qu'il en résultât aucune modification dans la ligne de visée de la lunette. On doit observer en outre qu'il suffit de déplacer le réticule transversalement, à l'intérieur de la lunette, pour changer la direction de l'axe optique, par rapport au tuyau de l'instrument, et l'amener ainsi à satisfaire à certaines conditions, suivant les cas dans lesquels la lunette est employée comme moyen de visée. A cet effet, on dispose souvent le réticule de telle manière qu'on puisse lui donner un petit mouvement transversal dans deux sens différents, à l'aide de vis dont les têtes font saillie en dehors du tuyau de la lunette.

Il est aisé de voir qu'une lunette munie d'un réticule four-

nit un moyen de visée beaucoup plus exact qu'une alidade à pinnules. Dans une alidade, la ligne de visée est déterminée par les fentes des deux pinnules : la largeur qu'on doit nécessairement donner à ces fentes, pour pouvoir apercevoir l'objet visé, fait que la ligne de visée n'est que grossièrement définie, et que sa direction peut varier d'un angle notable, sans cesser de passer par les deux fentes. Il en est de même, lorsque l'une des deux fentes est remplacée par une tige déliée ou un crin tendu, dont la grosseur ne peut pas être trop diminuée, afin qu'on puisse toujours l'apercevoir facilement, en regardant à travers la fente de la pinnule que porte l'autre bout de l'alidade. Dans une lunette munie d'un réticule, au contraire, la ligne de visée est déterminée : 1° par le centre optique de l'objectif, qui est un point sans dimensions, un point mathématique ; 2° par la croisée des fils du réticule, qui ne présente que des dimensions transversales extrêmement petites, puisque les fils, devant être observés avec une loupe (l'oculaire), peuvent être rendus excessivement fins.

On prend quelquefois des fils d'araignée pour former le réticule ; dans ce cas, on choisit, parmi les fils qui composent une toile d'araignée ceux qui se dirigent du centre à la circonférence, tels que OA, OB, OC (*fig.* 70) ; ils sont beaucoup plus forts que les autres. Mais le plus habituellement on se sert de fils de platine, obtenus par le procédé de Wollaston. On sait que ce procédé consiste à passer à la filière un morceau de platine enveloppé d'une masse d'argent, jusqu'à ce que le fil soit aussi fin que ce moyen mécanique le comporte, et à dissoudre ensuite la couche d'argent qui recouvre le platine, en plongeant le fil dans de l'acide azotique.

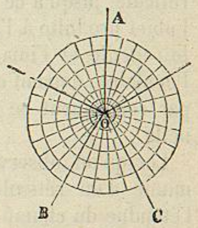


Fig. 70.

La substitution des lunettes munies de réticules aux alidades à pinnules, qui a contribué à augmenter l'exactitude des observations, a été imaginée, en 1667, par les astronomes français Picart et Auzout.

§ 33. Nous avons dit (§ 24) que l'oculaire d'une lunette devait pouvoir se rapprocher plus ou moins de l'objectif, en raison de la distance à laquelle se trouve l'objet observé, et aussi en raison de la vue de l'observateur. Lorsqu'une lunette est munie d'un réticule, conformément à ce que nous venons de dire dans le paragraphe qui précède, il faut aussi que ce réticule puisse se rapprocher plus ou moins de l'objectif, afin qu'on puisse l'amener à l'endroit même où se produit l'image de l'objet observé; A cet effet, le réticule A (*fig.* 71) est fixé à un bout du tuyau BC, qui s'introduit à frottement dans le tuyau principal D de la lunette, et qui peut être enfoncé plus ou moins dans ce tuyau; d'un autre côté, l'oculaire EF (qui est formé de deux lentilles, ainsi que nous l'avons dit dans le

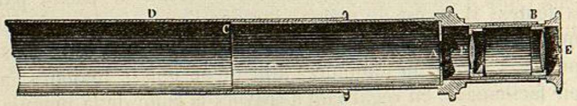


FIG. 71.

§ 26) peut aussi s'enfoncer plus ou moins dans le tuyau BC, de manière à se placer à diverses distances du réticule. Lorsqu'on veut se servir d'une lunette de ce genre, on doit commencer par faire varier la distance de l'oculaire, jusqu'à ce qu'on aperçoive très-nettement les fils; ensuite, chaque fois qu'on dirige la lunette vers un nouvel objet, on enfonce plus ou moins le tuyau BC dans le tuyau D, sans changer les positions relatives de l'oculaire et du réticule, jusqu'à ce qu'on aperçoive très-distinctement l'image de l'objet produite à l'intérieur de la lunette. Il est clair en effet que le réticule et l'image, étant ainsi vus distinctement au moyen de l'oculaire, doivent en être éloignés de la même quantité, et doivent par conséquent se trouver placés au même endroit dans la lunette.

Lorsqu'on observe un objet en plein jour, avec une lunette munie d'un réticule, on voit très-facilement les fils dans toute l'étendue du champ; mais il n'en est plus de même dans les observations de nuit, lorsqu'on observe une étoile, par exemple; il en résulte que si, par suite d'un léger mouvement donné à la lunette, l'étoile cesse d'être aperçue, on ne peut pas savoir si son image est cachée par la croisée des fils, ou bien si elle se trouve seulement derrière un des deux fils, ou bien encore si elle est sortie du champ de la lunette. De plus, ne voyant pas les fils en même temps que l'étoile, on ne peut pas savoir dans quel sens on doit déplacer la lunette, pour amener l'image de l'étoile à se confondre avec le point de rencontre des fils. Pour faire disparaître ces inconvénients que présentent les observations de nuit, on éclaire les fils du réticule, soit en projetant sur eux la lumière d'une lampe ou d'une bougie, que l'on fait entrer par une ouverture pratiquée dans le tuyau de la lunette, et qui est réfléchie par un petit miroir placé obliquement à l'intérieur de ce tuyau; soit

en projetant de la lumière diffuse dans la lunette, à travers l'objectif; soit en rendant les fils eux-mêmes lumineux, au moyen d'un courant d'électricité qui les traverse.

§ 34. Une lunette adaptée à un cercle gradué, qui est destiné à la mesure des angles, doit avoir son axe optique parallèle au plan du cercle. S'il en était autrement, le plan du cercle ne serait pas parallèle au plan de l'angle que l'on veut mesurer, lorsque l'axe optique de la lunette aurait été dirigé suivant un des côtés de cet angle, et il en résulterait une erreur dans la mesure. Pour s'assurer si cette condition est remplie, on se sert d'une lunette spéciale nommée *lunette d'épreuve*. Cette lunette (*fig.* 72), qui est

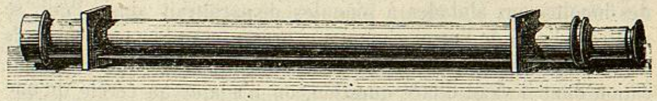


FIG. 72.

également munie d'un réticule, présente, vers les deux extrémités de son tuyau, deux espèces de collets saillants dont le contour est carré; ces deux collets ont exactement les mêmes dimensions. Le réticule de cette lunette est placé de telle manière que son axe optique soit parallèle aux arêtes du prisme carré dont les deux collets saillants forment comme les deux bases. On s'assure de ce parallélisme en posant la lunette sur une surface plane, de manière qu'elle s'y appuie par deux faces correspondantes de ces deux collets, et en observant un point d'un objet éloigné qui se trouve alors dans la direction de l'axe optique; on retourne ensuite la lunette, en la faisant successivement reposer sur les diverses autres faces de ses collets, et, dans chacune de ces nouvelles positions, l'axe optique doit toujours pouvoir se diriger vers le même point de l'objet éloigné, sans que pour cela les deux collets cessent de toucher la surface plane avec laquelle on les a mis en contact. On conçoit dès lors, que pour reconnaître si l'axe optique d'une lunette adaptée à un cercle est bien parallèle au plan du cercle, il suffit de poser la lunette d'épreuve sur le cercle, en ayant soin de l'appuyer par ses deux collets, et de s'assurer si son axe optique et celui de la lunette adaptée au cercle peuvent être dirigés vers un même point très-éloigné. Si cette épreuve fait reconnaître que l'axe optique de la lunette n'est pas parallèle au plan du cercle, on devra déplacer le réticule transversalement, dans le sens que l'expérience aura indiqué, jusqu'à ce que le parallélisme soit obtenu.

Il est indispensable que les pièces qui relient la lunette au centre du cercle, et qui sont mobiles avec elle, portent un index très-rapproché des divisions du limbe et destiné à établir la correspondance entre elles et la lunette. Si un cercle était muni de deux lunettes, dont chacune devrait être dirigée suivant un des côtés de l'angle qu'il s'agit de mesurer, la valeur de l'angle serait fournie par le nombre des divisions du limbe compris entre les index de ces deux lunettes. Mais il faudrait pour cela que la correspondance entre l'axe optique de chaque lunette et l'index qui l'accompagne pût être établie et vérifiée avec une grande exactitude : sans quoi on courrait le risque de commettre des erreurs notables, et tout l'avantage qui résulte de la substitution des lunettes aux alidades à pinnules disparaîtrait ainsi. Pour se mettre à l'abri de l'inconvénient que présenterait l'instrument dans de telles conditions, en raison de la difficulté d'effectuer la vérification dont il vient d'être question, on n'adapte au cercle qu'une seule lunette, dont l'axe optique doit être successivement dirigé suivant chacun des deux côtés de l'angle à mesurer. Il est clair que l'axe optique de la lunette, en passant ainsi de la direction du premier côté de l'angle à celle du second côté, parcourt précisément cet angle ; l'index qui se meut avec la lunette tourne nécessairement de la même quantité, de quelque manière qu'il soit placé par rapport à l'axe optique : il suffit donc de compter les divisions que cet index a ainsi parcourues sur le limbe, pour avoir la mesure de l'angle cherché. Ainsi l'emploi d'une seule lunette, au lieu de deux, permet de placer son index comme on veut sur les pièces qui la suivent dans son mouvement, sans qu'on ait besoin de faire aucune vérification sur la correspondance de cet index avec l'axe optique. Il est à peine nécessaire d'ajouter que le cercle doit rester complétement immobile pendant que la lunette est amenée de la direction du premier côté de l'angle à celle de son second côté.

Souvent, dans les grands instruments des observatoires, la lunette est invariablement fixée au limbe gradué, qui peut tourner avec elle autour de son centre. Dans ce cas, l'index, destiné à marquer sur les divisions du limbe la grandeur de l'angle dont la lunette a tourné en passant d'une position dans une autre, est porté par une pièce fixe placée très-près de ces divisions. Au lieu que la lunette emporte avec elle un index qui parcourt ainsi les diverses divisions du limbe, elle entraîne dans son mouvement le limbe tout entier, dont les divisions viennent passer successivement devant l'index immobile.

Les points que l'on vise dans la mesure des angles, soit pour les recherches astronomiques, soit dans les grandes opérations ayant pour objet la détermination de la figure de la terre, sont toujours à de très-grandes distances de l'observateur. Il en résulte qu'il n'est pas indispensable que l'axe optique de la lunette adaptée à un cercle rencontre la perpendiculaire au plan du cercle menée par son centre. L'axe optique peut passer à côté de cette perpendiculaire, la lunette peut même être tout entière d'un côté de l'axe autour duquel elle effectue son mouvement de rotation sur le cercle, sans qu'il en résulte d'erreur appréciable dans la mesure de l'angle : la grandeur de la distance à laquelle se trouve le point visé fait que l'axe optique peut être regardé comme ayant une direction parallèle à celle qu'il aurait s'il rencontrait réellement l'axe du cercle.

§ 35. Nous avons dit que l'axe optique d'une lunette se trouve défini par le centre optique de l'objectif et par la rencontre des deux fils du réticule. Le premier de ces deux points est un point mathématique ; mais il n'en est pas de même du second. Le diamètre des fils, quelque petit qu'il soit, n'en a pas moins une certaine valeur qui n'est pas nulle, et il en résulte une légère indécision pour la direction de l'axe optique. Lorsqu'on vise une étoile, par exemple, et que l'image de cette étoile a été amenée à se cacher derrière la rencontre des deux fils, on ne sait pas au juste si cette image se trouve au milieu du très-petit espace dans lequel les deux fils se croisent, ou bien si elle est près d'un de ses bords. La position de la lunette, pour laquelle l'étoile disparaît derrière la croisée des fils, ne se trouve donc pas parfaitement déterminée. L'erreur que l'on commet ainsi sur la direction de la lunette, en raison de la difficulté de faire coïncider exactement l'image du point visé avec le milieu de la croisée des fils, se nomme *erreur de pointé*. Cette erreur peut aller à quelques dixièmes de seconde, pour les observateurs les plus exercés, se servant des instruments les plus précis que l'on possède actuellement.

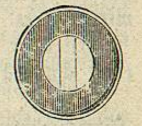


Fig. 73.

Souvent, au lieu d'un seul fil derrière lequel on doit cacher l'image d'une étoile que l'on observe, on en dispose deux parallèles entre lesquels on amène l'image de l'étoile, en la mettant à égale distance de ces deux fils (*fig.* 73). On commet une erreur moindre sur la direction de la lunette, en amenant l'image de l'étoile à paraître également éloignée de ces deux fils parallèles, qu'en la faisant coïncider avec un fil unique qui les remplacerait en passant au milieu de l'espace qui les sépare.

§ 36. **Lecture de l'angle.** — Lorsque la lunette adaptée à un cercle a été dirigée successivement suivant les deux côtés de l'angle qu'on veut mesurer, il ne s'agit plus que de déterminer, au moyen des divisions du cercle, le nombre de degrés, minutes et secondes dont cet angle se compose ; pour cela il faut évaluer la longueur de l'arc parcouru par l'index qui accompagne la lunette, pendant qu'on l'a amenée de la première position à la seconde. Cette évaluation s'effectuerait tout de suite et très-facilement, si le cercle était divisé en secondes ; il suffirait en effet de compter les divisions du cercle que l'index aurait dépassées dans son mouvement, ce qui pourrait être facilité par des numéros affectés à ces divisions, ou au moins à quelques-unes d'entre elles. Mais, si l'on fait attention à la petitesse de l'arc d'une seconde sur un cercle tel que ceux dont on se sert dans la mesure des angles, on comprendra tout de suite qu'il n'est pas possible de réaliser une graduation telle que celle dont nous venons de parler. Sur un cercle de 45 centimètres de diamètre, ce qui est une dimension déjà bien grande pour un instrument portatif, un degré occupe une longueur d'un peu moins de 4 millimètres ; la longueur de l'arc d'une minute est d'environ $\frac{1}{15}$ de millimètre ; et celle de l'arc d'une seconde d'environ $\frac{1}{900}$ de millimètre. On voit qu'il n'y a pas lieu de songer à diviser un pareil cercle en fractions aussi petites que les secondes : dans une graduation de ce genre, les lignes de division se confondraient les unes avec les autres. Les cercles dont on se sert dans les observatoires ont des dimensions beaucoup plus grandes que les cercles portatifs, mais ils sont loin encore d'être assez grands pour que leur contour puisse être divisé en secondes. On se contente habituellement de diviser les cercles destinés à la mesure des angles en arcs de 10′ ou de 5′ ; et, pour évaluer les fractions de ces arcs, on a recours à des moyens particuliers, qui consistent, soit dans l'emploi de *verniers*, soit dans l'emploi de *micromètres*.

§ 37. Pour faire comprendre l'emploi du vernier, nous supposerons d'abord qu'il s'agisse de mesurer la longueur d'une ligne

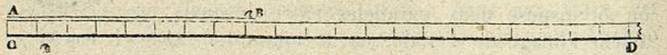


FIG. 74.

droite AB (*fig.* 74). On commence par disposer le long de cette ligne droite une règle CD divisée en parties égales, en centimètres par exemple ; et l'on a soin que l'une des extrémités A de la ligne

à mesurer soit exactement en face d'un des traits de division de la règle. Cela fait, on trouve sans difficulté le nombre de centimètres contenus dans la ligne AB : ici il y en a 8, avec un reste aB plus petit qu'un centimètre. Pour déterminer ensuite la longueur de ce reste aB, évaluée en fraction de centimètre, on peut avoir recours au moyen suivant. On place à la suite de la ligne AB une seconde règle BE (*fig.* 75), dont la longueur totale est de 9 centimètres, et

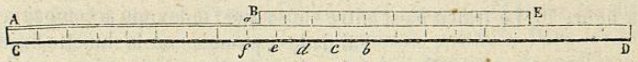


FIG. 75.

qui a été divisée en 10 parties égales ; puis on cherche, parmi les traits de division de cette seconde règle, celui qui se trouve exactement en regard d'un des traits de division de la règle CD : le numéro que porte ce trait de la seconde règle indique le nombre de dixièmes de centimètre, ou de millimètres, contenus dans le reste aB qu'il s'agissait d'évaluer. Ici on trouve que ce reste contient $0^{m},004$, puisque c'est le quatrième trait de division de la règle BE qui est en coïncidence avec un des traits de division de la règle BD.

Pour se rendre compte de ce procédé, il suffit d'observer que la longueur de la règle BE comprenant 9 des parties de CD, et cette règle ayant été partagée en 10 portions égales, chaque division de BE est les $\frac{9}{10}$ d'une des divisions de CD ; la différence entre les longueurs de ces deux divisions est donc de $\frac{1}{10}$ de la seconde. Il en résulte que, par suite de la coïncidence du quatrième trait de la règle BE avec le trait b de la règle CD, le troisième trait de BE est à droite du trait c de $\frac{1}{10}$ de centimètre ; le second trait de BE est à droite du trait d de $\frac{2}{10}$ de centimètre ; le premier trait de BE est à droite du trait e de $\frac{3}{10}$ de centimètre ; et enfin l'extrémité B de la règle BE est à droite du trait f de $\frac{4}{10}$ de centimètre, ce qui donne la longueur de la petite ligne aB.

Il est bien clair que, si la règle BE avait été formée en prenant 19 divisions de CD et divisant leur longueur totale en 20 parties égales, cette règle aurait permis d'évaluer aB en vingtièmes de centimètre ; et que de même on pourrait la disposer de telle manière qu'elle donnât des trentièmes, des quarantièmes, etc., des divisions de la règle principale CD. Ce procédé, aussi simple qu'ingénieux, pour évaluer des fractions des divisions d'une règle, a été imaginé par un Français nommé Vernier ; et c'est de là que vient le nom de *vernier* que l'on donne à la règle BE qui est spécialement destinée à atteindre ce but.

On comprend tout de suite que le principe du vernier peut être appliqué à la mesure des arcs de cercle tout aussi bien qu'à la mesure des lignes droites, et qu'on arrivera ainsi à évaluer les arcs en fractions très-petites des divisions tracées sur le limbe gradué dont on se sert. A cet effet, les instruments qui servent à la mesure des angles sont munis de verniers tracés sur les pièces mêmes qui portent les index destinés à marquer les extrémités des arcs correspondant aux angles cherchés. C'est ce que montre la figure 76. Le trait a n'est autre chose que l'index qui accompagne l'alidade à pinnules ou la lunette fixée à la pièce A. La position de ce trait, parmi les divisions du limbe gradué B, fait connaître tout de suite le nombre entier de ces divisions dont se compose l'arc commençant à un point connu du limbe et se terminant en a. Mais il reste habituellement une portion de cet arc, plus petite qu'une des divisions du limbe, que l'on a besoin d'évaluer en fractions de ces divisions : c'est ce que l'on fait au moyen du vernier porté par la pièce A, et tracé à partir de l'index a, de manière à se trouver toujours placé immédiatement à la suite de l'arc dont on veut trouver la grandeur. Si, par exemple, le limbe n'est divisé qu'en demi-degrés, et que le vernier ait été construit en prenant un arc contenant 29 de ces divisions et le partageant en 30 parties égales, ce vernier permettra d'évaluer les arcs en trentièmes d'un demi-degré, c'est-à-dire en minutes.

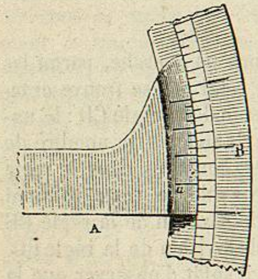
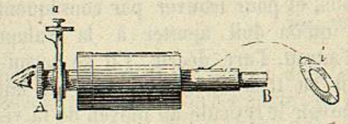


FIG. 76.

Théoriquement parlant, le vernier permet d'évaluer les longueurs rectilignes, ou les arcs de cercle, en parties aussi petites qu'on veut des divisions de la règle ou du limbe gradué; mais en réalité cette subdivision ne peut pas être poussée au delà d'une certaine limite. Les traits que l'on a tracés, soit sur le limbe, soit sur le vernier, ont nécessairement une certaine largeur. Si l'on veut construire un vernier de manière à évaluer des fractions de ligne ou d'arc plus petites que la largeur même des traits de division, il arrivera qu'il n'y aura pas qu'une seule coïncidence entre un des traits du vernier et un de ceux de la règle ou du limbe gradué ; cette coïncidence aura lieu pour plusieurs traits consécutifs, et il en résultera qu'on ne saura pas au juste à laquelle de ces coïncidences on devra s'arrêter. Dans ce cas, on prendra naturellement celle qui occupera sensiblement le milieu

parmi les autres. On conçoit donc qu'un vernier ne peut donner les valeurs de lignes droites ou d'arcs de cercle en fractions très-petites de l'unité principale qu'autant que les divisions sont marquées au moyen de traits extrêmement fins et d'une très-grande précision : on regarde alors les divisions en se servant d'une loupe que l'on tient à la main, ou bien qui est adaptée à l'instrument lui-même.

§ 38. Le vernier n'est guère employé, pour fractionner les divisions d'un cercle, que dans les instruments portatifs. Dans les instruments fixes des observatoires, on lui substitue de préférence le *micromètre*, qui permet de pousser l'exactitude plus loin. Le micromètre n'est autre chose qu'une sorte de petite lunette à réticule AB (*fig.* 77), installée d'une manière invariable en regard des divisions du limbe CD, qui dans ce cas fait corps avec la lunette de l'instrument et se meut avec elle (§ 34). (Ici la graduation est supposée faite sur la tranche du limbe, comme cela arrive quelquefois dans les instruments dont nous nous occupons.) En mettant son œil près de l'oculaire du micromètre, on aperçoit une image agrandie d'une petite partie de la graduation du limbe (*fig.* 78), et l'on voit en même temps les fils du réticule se croisant à travers cette image. Ces fils ne sont pas fixes comme dans les lunettes ordinaires à réticule; une vis à tête graduée a (*fig.* 77), permet de leur donner un mouvement de translation, perpendiculairement à l'axe du micromètre, et dans la direction même dans laquelle on voit marcher les divisions du limbe, lorsqu'on le fait tourner autour de son centre. Le réticule étant amené au commencement de la course que la vis peut ainsi lui faire parcourir, l'axe optique du micromètre occupe une position entièrement déterminée; cette direction particulière de l'axe optique constitue, à proprement parler, l'index destiné à marquer sur le



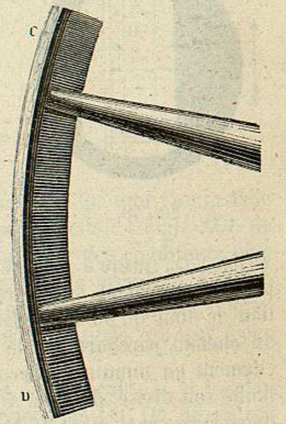


FIG. 77.

limbe l'extrémité de l'arc dont ce limbe a tourné en passant d'une position à une autre. Si le cercle, en tournant autour de son centre, à partir d'une position connue, s'arrêtait dans une seconde position telle que l'un des traits de sa gradation correspondît exactement à l'index dont nous venons de parler, il suffirait de connaître le numéro de ce trait de division pour en conclure tout de suite la grandeur de l'arc dont le limbe aurait tourné. Mais habituellement il n'en est pas ainsi : le point de rencontre des fils du réticule, que nous supposons toujours ramené à l'origine du mouvement qu'il peut prendre, se trouve placé entre deux traits consécutifs, comme le montre la figure 78. Si les divisions du limbe, vues à l'intérieur du micromètre, ont marché dans le sens de la flèche, le trait *m* est le dernier qui, dans ce mouvement, ait dépassé le point de croisement des fils ; on a donc besoin de mesurer la quantité dont il l'a dépassé, pour savoir dans quel rapport elle se trouve avec la largeur totale d'une des divisions, et pour trouver par conséquent ce qu'on doit ajouter à la valeur qu'aurait l'arc décrit s'il se terminait au trait *m*. A cet effet, on fait mouvoir le réticule au moyen de la vis *a* (*fig.* 77), jusqu'à ce que son point de croisement vienne se placer exactement sur le trait *m* ; le nombre de tours et la fraction de tour qu'on a fait faire à la vis font connaître la grandeur du chemin parcouru par le réticule, chemin que l'on évaluera facilement en minutes et secondes. Supposons, par exemple, que le limbe soit divisé de 5 en 5 minutes, que la vis du micromètre doive faire exactement 10 tours pour faire parcourir une division entière au point de croisement des fils, et que le contour de la tête de cette vis soit divisé en 60 parties égales ; chaque tour de la vis fera marcher le réticule d'une quantité égale à l'arc de 30″ pris sur le limbe, et chaque division de la tête de la vis correspondra à un arc d'une demi-seconde.

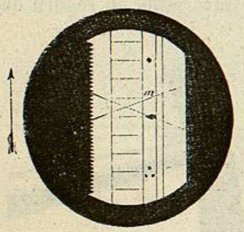


Fig. 78.

Un petit miroir *b* (*fig.* 77), fixé au micromètre, est disposé de manière à renvoyer la lumière d'une lampe ou d'un bec de gaz sur la partie des divisions du limbe qui se trouve en face du micromètre, afin qu'on puisse voir convenablement ces divisions. Le miroir *b*, qui se trouve placé entre le limbe et l'objectif du micromètre, est percé d'une ouverture centrale destinée à laisser passer les

rayons lumineux partis du limbe, qui doivent tomber sur l'objectif pour pénétrer à l'intérieur du micromètre.

§ 39. **Théodolite.** — Lorsque l'on a besoin de connaître l'angle compris entre les lignes menées du point O, où l'on se trouve, à deux points éloignés A, B (*fig.* 79), on peut s'y prendre de deux manières différentes pour y arriver. Ou bien on mesure directement l'angle AOB, au moyen d'un cercle gradué que l'on installe dans le plan même de cet angle ; ou bien on déduit l'angle AOB de quelques autres angles qui se présentent dans des conditions plus favorables pour être obtenus avec une grande précision. C'est ce second procédé que l'on suit toujours maintenant dans les opérations géodésiques, c'est-à-dire dans les opérations qui ont pour objet l'étude de la figure de la terre.

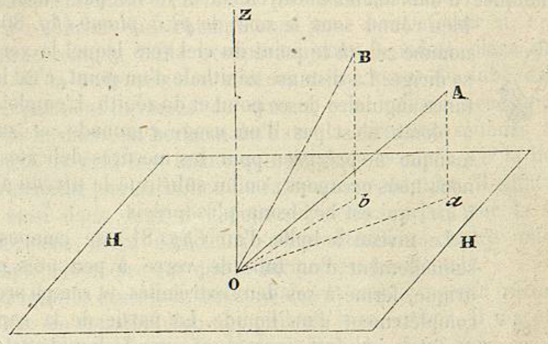


Fig. 79.

On imagine pour cela, par le point O, la verticale OZ et le plan horizontal HH, et l'on considère les projections O*a*, O*b* des lignes OA, OB sur ce plan. Il est clair que si l'on connaît l'angle *a*O*b*, ainsi que les angles AO*a*, BO*b*, on pourra en conclure l'angle AOB. L'angle *a*O*b* est l'angle compris entre les plans verticaux ZOA, ZOB ; les angles AO*a*, BO*b* sont les hauteurs angulaires ou simplement, suivant le langage adopté, les hauteurs des points A et B audessus de l'horizon. A ces deux derniers angles, on substitue leurs compléments ZOA, ZOB, que l'on désigne sous le nom de *distances zénithales* des points A et B.

Le *théodolite* est un instrument disposé spécialement pour effectuer la mesure des deux espèces d'angles dont il vient d'être question, savoir : l'angle compris entre les plans verticaux menés par deux points éloignés, et la distance zénithale d'un point. Ayant de décrire cet instrument, il est nécessaire de dire quelques mots des moyens que l'on emploie pour déterminer la verticalité et l'horizontalité d'une ligne ou d'un plan.

§ 40. La *verticale*, en un lieu quelconque de la terre, c'est la direction suivant laquelle agit la pesanteur. Cette direction nous est indiquée d'une manière extrêmement nette par l'instrument bien connu sous le nom de *fil à plomb* (*fig.* 80). On nomme *zénith* le point du ciel vers lequel la verticale se dirige. La distance zénithale d'un point, c'est la distance angulaire de ce point et du zénith. L'emploi du fil à plomb n'est pas d'un usage commode, et surtout manque de précision pour les mesures délicates dont nous nous occupons; on lui substitue le *niveau à bulle d'air*, qui est beaucoup plus précis.

Fig. 80.

Le niveau à bulle d'air (*fig.* 81) se compose essentiellement d'un tube de verre à peu près cylindrique, fermé à ses deux extrémités, et rempli presque complétement d'un liquide. La partie de la capacité du tube qui n'est pas occupée par le liquide est remplie d'air, ou bien de vapeur du liquide lui-même; c'est ce que l'on nomme la *bulle d'air*. Le tube est presque entièrement enveloppé par une garniture métallique destinée à le garantir; cette garniture ne laisse apercevoir que la partie supérieure du tube, dans laquelle se loge la bulle lorsque le tube est placé horizontalement. Une légère courbure longitudinale, que l'on a donnée au tube à son intérieur, dans la partie que vient occuper la bulle, fait que cette bulle y prend une position déterminé, et qu'une très-faible inclinaison donnée au tube, dans un sens ou dans l'autre, occasionne un déplacement notable de la bulle, qui cherche toujours à se placer au point le plus élevé de l'espace où elle est libre de se mouvoir. Ce niveau à bulle d'air est employé dans deux circonstances différentes: 1° pour reconnaître l'horizontalité d'une surface plane; 2° pour reconnaître la verticalité de l'axe de rotation d'un appareil.

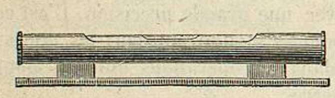


Fig. 81.

Dans le premier cas la garniture métallique du tube porte à sa partie inférieure une règle également métallique (*fig.* 81). Dans la construction du niveau, on dispose cette règle de telle manière que, lorsqu'elle repose sur une surface horizontale, la bulle d'air occupe le milieu de la longueur du tube. Mais on ne doit jamais se fier sur ce que cette condition est exactement remplie. Pour reconnaître si une surface est bien horizontale dans une certaine direction, on ne devra pas se contenter de poser le niveau sur la surface dans cette direction, et de regarder si la bulle est bien au milieu de la longueur du tube; après qu'on aura observé la place qu'occupe la bulle dans cette première position du niveau, on devra retourner l'instrument bout pour bout et voir si, après ce retournement, la bulle occupe toujours la même place dans le tube. Si la bulle reste en effet au même point du tube dans ces deux positions inverses du niveau, cela indique nécessairement que la surface est horizontale dans la direction soumise à cette épreuve, et cela lors même que la place occupée par la bulle ne se trouverait pas au milieu de la longueur du tube. Il suffit d'opérer ainsi dans deux directions différentes prises sur la surface plane, dans deux directions perpendiculaires entre elles, par exemple, pour être sûr que la surface est horizontale.

Lorsque le niveau à bulle d'air est employé pour reconnaître si l'axe de rotation d'un appareil est bien vertical, il n'a plus besoin d'être muni de la règle inférieure dont nous venons de parler. Il suffit qu'il soit adapté d'une manière quelconque à l'appareil dont il s'agit, soit qu'il lui soit entièrement fixé, soit qu'il repose simplement sur certaines parties de cet appareil. Pour que l'axe de rotation soit exactement vertical, il faut que la bulle du niveau conserve toujours la même place dans le tube pour toutes les positions que peut prendre l'appareil dans son mouvement autour de cet axe.

Le niveau à bulle d'air est un instrument extrêmement sensible; pour peu qu'un plan s'écarte de la direction horizontale, ou qu'un axe de rotation s'écarte de la direction verticale, on en est averti par l'emploi du niveau à bulle d'air. Afin que l'on puisse reconnaître sans peine si la bulle d'air occupe toujours la même place dans le tube, on trace habituellement, sur la partie supérieure du tube, un certain nombre de divisions transversales qui servent de repères.

§ 41. Le théodolite est représenté par la figure 82. Il se compose essentiellement de deux cercles gradués, dont l'un est vertical et l'autre horizontal. Le premier de ces deux cercles A est adapté à l'extrémité d'un axe horizontal B, autour duquel il peut tourner sur lui-même. L'axe B est porté par l'extrémité supérieure d'un axe vertical C autour duquel le cercle A et l'axe B peuvent tourner d'un mouvement commun. Un contre-poids D