difficulté; car, dans l'hypothèse où l'on se place, que la surface de la terre est une surface de révolution, cet angle est évidemment la différence des angles que les deux verticales font avec l'axe du monde, et par conséquent la différence entre les latitudes des deux extrémités de l'arc. Il ne nous reste donc plus qu'à faire voir par quel moyen on peut mesurer la longueur d'un arc de méridienne.

§ 105. Cette mesure peut, dans certains cas exceptionnels, s'effectuer directement sur le sol, au moyen d'une règle de longueur connue que l'on porte successivement sur les diverses parties de l'arc. C'est ainsi qu'en 1768, les astronomes Mason et Dixon parvinrent à mesurer par ce procédé simple un arc de méridienne d'une longueur totale de 538 078,39 pieds anglais (le pied anglais vaut $0^{m},305$), sur la limite des États de Pensylvanie et de Maryland, dans une presqu'île située entre les embouchures des rivières Chesapeak, Potomack et Delaware. Mais cette mesure n'a pas pu s'effectuer sur un seul arc dirigé dans toute son étendue sivant la méridienne du point de départ. La longueur mesurée s'est composée en réalité de quatre arcs différents AB, CD, EF, FG (*fig.* 152). Les trois premiers, dirigés chacun suivant une méridienne spéciale, ont été choisis de telle manière que les latitudes des extrémités B et C fussent les mêmes, ainsi que celles des extrémités D et E; en sorte que la somme de ces trois arcs était égale à l'arc AF' de la première méridienne, terminée au parallèle du point F. Le quatrième arc FG était dirigé obliquement par rapport au prolongement de l'arc EF; mais la connaissance de l'angle qu'il formait avec ce prolongement a permis d'en conclure la longueur FG'' de l'arc de méridienne partant du point F et aboutissant au parallèle du point G : cet arc FG'', égal à F'G', a dû être ajouté à la somme des trois arcs AB, CD, EF, pour fournir l'arc total AG' de la méridienne du point A, compris entre ce point et le parallèle du point G. C'est cet arc AG' qui a été trouvé égal à 538 078,39 pieds anglais. La latitude du point A était de 39° 56' 19''; celle du point G', la même que celle du point G, était de 38° 27' 34'' : la différence de ces deux latitudes, c'est-à-dire l'angle des verticales des deux extrémités de l'arc AG', était donc de 1° 28' 45'', ou 1, 479 167. En divisant 538 078,39 par 1,479 167,

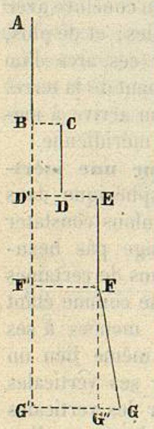

Fig. 152.

on trouve 363 771 pieds anglais pour la longueur de l'arc d'un degré correspondant à la région dans laquelle l'opération a été effectuée.

On comprendra sans peine que la mesure d'un arc de méridienne ne peut pas être pratiquée partout comme nous venons de le dire. On doit même être surpris qu'il ait été possible de trouver une localité convenable pour exécuter l'opération dont nous venons de parler, dans une aussi grande longueur. Les inégalités de la surface du sol, les cours d'eau, les forêts, sont autant d'obstacles qui contribuent à rendre une opération de ce genre impraticable sur la presque totalité de la surface de la terre. Aussi a-t-on dû avoir recours à un autre moyen qui puisse être employé partout; nous allons expliquer en quoi il consiste.

§ 106. Imaginons que l'on veuille trouver la longueur d'un arc de méridienne partant du point A (*fig.* 153), et que l'on ait choisi dans le voisinage des lieux où l'on suppose que cet arc doit passer, des points B, C, D,... placés de manière à pouvoir être aperçus de loin. Ce seront, par exemple, des sommets d'édifices élevés, tels que des clochers ou des signaux artificiels installés sur le haut de certaines collines. Concevons en outre que les divers points A, B, C, D,... soient joints les uns aux autres par des lignes droites de manière à former un réseau de triangles, à travers lequel passe la méridienne du point A.

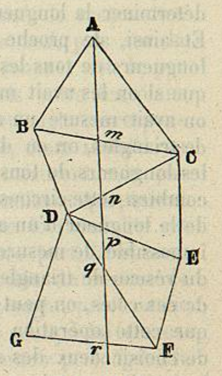

Fig. 153.

Si l'on connaissait tous les côtés et tous les angles de ces divers triangles, ainsi que l'angle formé par la méridienne A*mn*... avec le côté AB, on en conclurait facilement, soit par une construction géométrique, soit par un calcul trigonométrique, les longueurs des diverses portions A*m*, *mn*, *np*,... de cette méridienne. En effet, dans le triangle AB*m*, on connaîtrait le côté AB, et les deux angles adjacents AB*m*, BA*m*; on en conclurait le côté A*m* qui forme la première portion de la méridienne, et en outre le côté B*m* et l'angle B*m*A. Dans le triangle *m*C*n*, on connaîtrait le côté C*m*, qui est la différence entre BC et B*m*, et les deux angles adjacents *m*C*n*, C*mn*, le second de ces angles étant égal à l'angle B*m*A déterminé précédemment; on en conclurait le côté *mn* qui forme la deuxième portion de la méridienne, et en même temps le côté

Cn et l'angle *Cnm*. De la même manière le triangle *Dnp* ferait connaître la troisième portion *np* de la méridienne; et en continuant ainsi on arriverait à déterminer les longueurs de toutes les parties de la méridienne du point A, comprises à l'intérieur des divers triangles du réseau.

Il est aisé de voir qu'il n'est pas nécessaire de mesurer directement les trois côtés et les trois angles de chacun des triangles qui composent le réseau, pour pouvoir opérer comme nous venons de le dire; il suffit de mesurer tous les angles, et un seul côté que l'on désigne sous le nom de *base*. Supposons, en effet, que AB soit le côté que l'on a mesuré. Le triangle ABC est entièrement connu, puisqu'on connaît un de ses côtés et ses trois angles; on peut donc en conclure la longueur de chacun des deux autres côtés AC, BC. De même la connaissance des trois angles du triangle BCD, et du côté BC qu'on vient de trouver, permet de déterminer la longueur de chacun des deux autres côtés BD, CD. Et ainsi, de proche en proche, on parviendra à connaître les longueurs de tous les côtés du réseau de triangles, tout aussi bien que si on les avait mesurés directement. Si, au lieu du côté AB, on avait mesuré un autre côté, pris n'importe où dans le réseau de triangles, on en déduirait d'une manière tout à fait analogue les longueurs de tous les autres côtés. On comprend tout de suite combien cette circonstance donne de facilité pour la détermination de la longueur d'un arc de méridienne : il serait presque toujours impossible de mesurer directement les longueurs des divers côtés du réseau de triangles; tandis que, n'ayant à mesurer qu'un seul de ces côtés, on peut toujours disposer le réseau de telle manière que cette opération se fasse sans difficulté. Il suffira pour cela de choisir deux des sommets des triangles de telle manière que le terrain compris entre eux se prête sans peine à la mesure de la distance qui les sépare. Quant à la mesure des angles, elle s'effectuera au moyen d'un cercle, que l'on installera successivement à chacun des sommets des triangles.

Pour ne pas compliquer tout d'abord l'exposé de cette méthode de triangulation, nous avons regardé implicitement les sommets A,B,C,D,E,... comme se trouvant sur la surface même dont nous cherchons la figure, c'est-à-dire sur la surface des mers prolongée. Il n'en est pas réellement ainsi : les points A,B,C,D,E,... sont plus ou moins élevés au-dessus de cette surface; ce qui fait que les plans des triangles ABC, BCD, CDE,... sont généralement inclinés les uns d'un côté, les autres d'un autre. Aussi ne considère-t-on pas ces triangles eux-mêmes. Par chacun des sommets

A, B, C,..... (*fig*. 154), on imagine une verticale qui va rencontrer la surface des mers prolongée en un certain point; les points *a*, *b*, *c*... ainsi obtenus, déterminent sur cette surface une série de triangles *abc*, *bcd*,... dont chacun correspond à l'un des triangles ABC, BCD... Ce sont ces nouveaux triangles *abc*, *bcd*,... que l'on considère exclusivement; et c'est à eux que doivent se rapporter les raisonnements que nous avons faits précédemment sur les triangles ABC, BCD... Ce sont aussi les angles et un côté de ces nouveaux triangles que l'on a besoin de connaître par des mesures directes, pour pouvoir en conclure les longueurs des diverses portions de la méridienne, comprises à leur intérieur. Or, ces angles et ce côté se déterminent facilement par des mesures faites à la surface même du sol. D'une part, il est aisé de reconnaître que l'un des angles d'un triangle quelconque *bcd*, pris sur la surface des mers prolongée, l'angle dont le sommet est *b*, par exemple, n'est autre chose que l'angle compris entre les plans verticaux menés par les deux côtés BC, BD du triangle correspondant, pris sur la surface du sol; en sorte que, étant installé au point B avec un instrument convenable, on mesurera, non pas l'angle CBD, mais l'angle formé par les plans verticaux qui passent par les côtés BC, BD; nous avons vu (§ 39) que le théodolite est éminemment propre à cette mesure. D'une autre part, la mesure directe, sur la surface du sol, de l'un des côtés du réseau de triangles qu'on y a disposé, du côté AB, par exemple, pris comme base, permet de trouver la longueur du côté *ab*, qui lui correspond dans le réseau tracé sur la surface des mers prolongée; la base AB, ayant été mesurée sur un sol horizontal, comme on le pratique habituellement, peut être regardée comme un arc de cercle dont le centre est le point de rencontre des verticales menées à ses deux extrémités A et B; le côté correspondant *ab* est également un arc de cercle de même centre, et compris entre les mêmes rayons : l'excès de AB sur *ab* se déduit facilement de la connaissance préalable et approximative du rayon de la terre, que l'on prend pour le rayon de l'arc *ab* et de la connaissance de la hauteur du côté AB au-dessus de la surface des mers, obtenue à l'aide d'observations barométriques. Si l'on n'avait aucune notion préalable sur les dimensions de la terre, on pourrait, dans une première approximation, prendre la longueur de la base AB comme étant celle du côté *ab*, qui lui correspond sur la surface des mers

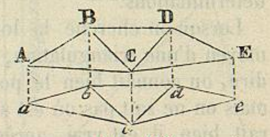

Fig. 154.

prolongée; sauf à revenir ensuite sur les déterminations effectuées d'après cette hypothèse, lorsque la longueur du rayon de la terre aurait été obtenue approximativement par suite de ces premières déterminations.

Lorsqu'on cherche la longueur d'un arc de méridienne par le moyen d'une triangulation, en opérant comme nous venons de le dire, on connait bien le point de départ A de cet arc (*fig.* 153); mais on ne sait pas où est située sa seconde extrémité *r*. On pourrait bien, il est vrai, après avoir déterminé, conformément à ce qui précède, la longueur de la portion F*r* du côté FG, chercher sur le sol en quel lieu se trouve le point *r*; mais, outre que cette recherche présenterait souvent de grandes difficultés pratiques, il arriverait souvent aussi que le point *r* ne serait pas placé favorablement pour qu'on pût y installer un instrument tel qu'un théodolite. On a cependant besoin de connaître la latitude du point *r* aussi bien que celle du point A, pour en déduire l'angle compris entre les verticales menées par ces deux points (§ 104). Pour y arriver, on observe les latitudes des deux extrémités F, G du côté sur lequel est situé le point *r*; et l'on conclut facilement la latitude du point *r* par la connaissance qu'on a des distances comprises entre ce point *r* et les deux points F, G : car, vu le peu de longueur du côté FG, relativement aux dimensions de la terre, on peut admettre qu'en allant de F en G, le long de la ligne FG, la latitude varie proportionnellement au chemin que l'on a parcouru sur cette ligne.

§ 107. **Méridienne de France.** — Le meilleur exemple que nous puissions donner de la mesure d'un arc de méridienne par le moyen d'une triangulation, c'est l'opération qui a été exécutée en France, à la fin du siècle dernier, par les astronomes Delambre et Méchain. L'arc qu'ils ont mesuré a son point de départ à Dunkerque, traverse la France dans sa plus grande longueur, du nord au sud, et se termine en Espagne, près de Barcelone.

La figure 155, représentant une partie du réseau de triangles qui a servi à cette opération, peut donner une idée de la grandeur des triangles employés. Cette portion de réseau, dont le Panthéon de Paris forme un des sommets, contient le côté qui a été adopté pour servir de base à la triangulation. Cette base a été prise sur la route qui va de Melun à Lieusaint, route dont la grande régularité se prêtait très-bien à la mesure directe d'une grande longueur.

Quatre règles de platine, de chacune deux toises de longueur, ont été successivement portées à la suite les unes des autres sur la

ligne à mesurer. Ces règles ne reposaient pas directement sur le sol; elles étaient portées par des pièces de bois bien dressées, que l'on posait sur des trépieds à vis, destinés à les maintenir dans une position convenable. Chaque fois que l'on plaçait une de ces règles à la suite d'une autre, on avait soin de ne pas établir de contact entre leurs extrémités; l'établissement de ce contact aurait presque toujours été accompagné d'un léger choc qui aurait pu déranger la règle déjà installée. Pour mesurer l'intervalle qui restait ainsi entre les deux règles, on se servait d'une languette *a* (*fig.* 156), adaptée à l'extrémité antérieure de chaque règle et mobile entre deux coulisses, à l'aide d'un bouton *b*, que l'on faisait tourner sur lui-même; cette languette était graduée, et un vernier, tracé sur la règle, permettait d'évaluer de très-petites fractions de ces divisions. Le sol ne présentant pas partout une horizontalité par-

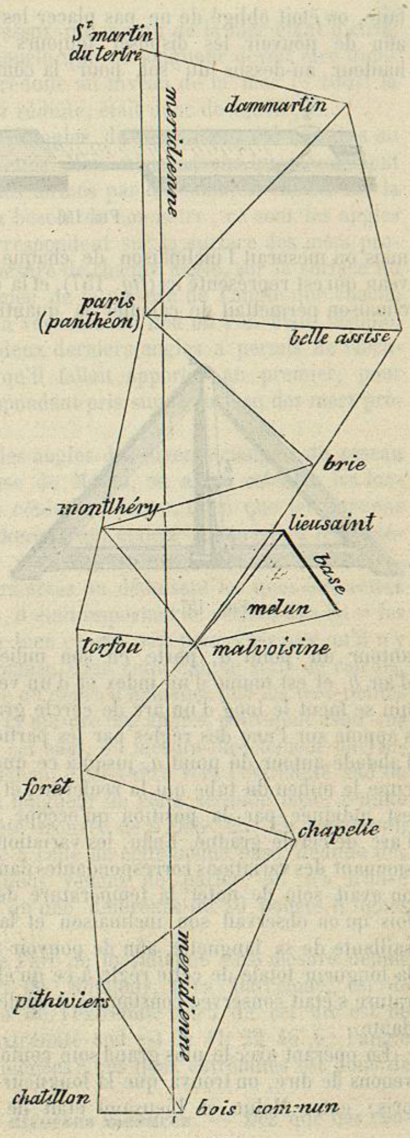

FIG. 155.

faite, on était obligé de ne pas placer les règles horizontalement, afin de pouvoir les disposer toujours à peu près à la même hauteur au-dessus du sol, pour la commodité des opérations;

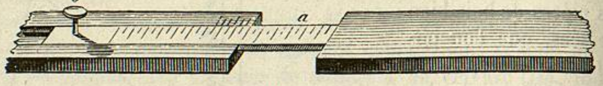

Fig. 156.

mais on mesurait l'inclinaison de chaque règle à l'aide d'un niveau qui est représenté ici (*fig.* 157), et la connaissance de cette inclinaison permettait de calculer la quantité dont on devait diminuer la longueur de la règle, y compris la portion de la languette qui faisait saillie à son extrémité, pour trouver la distance horizontale comprise entre les verticales menées par ces deux extrémités. La disposition du niveau est très-simple. Une alidade *abc*, mobile autour du point *a*, porte en son milieu un niveau à bulle d'air *b*, et est munie d'un index et d'un vernier à son extrémité *c*, qui se meut le long d'un arc de cercle gradué; lorsque le niveau s'appuie sur l'une des règles par les parties *d*, *d*, on fait mouvoir l'alidade autour du point *a*, jusqu'à ce que la bulle d'air en *b* occupe le milieu du tube qui la renferme, et l'inclinaison de la règle est indiquée par la position qu'occupe l'index de l'alidade sur l'arc de cercle gradué. Enfin, les variations de température occasionnant des variations correspondantes dans la longueur des règles, on avait soin de noter la température de chaque règle, chaque fois qu'on observait son inclinaison et la longueur de la partie saillante de sa languette, afin de pouvoir ramener l'indication de la longueur totale de cette règle à ce qu'elle eût été si la température s'était conservée constamment égale à celle de la glace fondante.

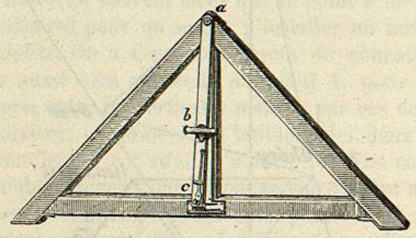

Fig. 157.

En opérant avec le plus grand soin conformément à ce que nous venons de dire, on trouva que la longueur totale de la base comprise entre Melun et Lieusaint était de 6,075ᵗ,98. La hauteur

moyenne de la base au-dessus du niveau de la mer étant d'environ 41 toises, on en a conclu que sa longueur devait être diminuée de 0ᵗ,08, pour être réduite au niveau de la mer (§ 106); la longueur de la base, ainsi réduite, était donc de 6,075ᵗ,90.

Les angles de tous les triangles du réseau ont été mesurés au moyen d'un cercle à lunettes. Mais nous savons que ce ne sont pas les angles des triangles formés par les sommets choisis sur la surface du sol, que l'on a besoin de connaître; ce sont les angles des triangles qui leur correspondent sur la surface des mers prolongée (§ 106). Aussi, la mesure de chaque angle, sur la surface du sol, a-t-elle été accompagnée de la mesure de l'angle que chacun de ses côtés faisait avec la verticale du lieu où l'on était installé. La connaissance de ces deux derniers angles a permis de calculer la petite correction qu'il fallait apporter au premier, pour qu'il devînt l'angle correspondant pris sur la surface des mers prolongée.

Connaissant ainsi tous les angles des divers triangles du réseau et la longueur de la base de Melun, on a pu calculer les longueurs de tous les autres côtés du réseau, ainsi que les portions de la méridienne de Dunkerque qui étaient comprises à leur intérieur.

Les longueurs des divers côtés se déduisant les unes des autres par des calculs successifs, il était important de vérifier à la fin si les derniers résultats étaient bien exacts, soit pour s'assurer qu'il n'y avait pas eu de faute commise dans cette longue série de calculs, soit pour se faire une idée du degré d'influence que les très-petites erreurs, inévitables dans la mesure des angles, pouvaient avoir sur ces derniers résultats. A cet effet, on mesura directement une seconde base près de Perpignan, c'est-à-dire vers l'extrémité sud de la série des triangles. La longueur de cette seconde base, réduite au niveau de la mer, a été trouvée de 6 006ᵗ, 25. En comparant la longueur ainsi obtenue à celle de cette même base, déduite des calculs successifs dont nous venons de parler, on n'a trouvé entre les deux résultats qu'une différence de 10 pouces 8 lignes (0ᵐ,288).

La longueur totale de l'arc de méridienne ainsi mesuré depuis Dunkerque jusqu'au fort de Montjouy, près Barcelone, est de 551 583ᵗ, 6. La latitude de l'extrémité nord de cet arc est de 51° 2′ 8″ 5; celle de l'extrémité sud est de 41° 22′ 46″,6 : l'angle formé par les verticales menées à ces deux extrémités est donc de 9° 39′ 21″,9.

§ 108. **Résultats des diverses mesures.** — Dès que des considérations théoriques eurent conduit Huyghens et Newton à annoncer que la surface de la terre n'était pas sphérique, mais qu'elle était aplatie vers les pôles, on entreprit des mesures sur cette surface afin de vérifier les indications fournies par la théorie. Les premières opérations de ce genre furent effectuées en France. Mais le résultat de ces opérations était loin d'être aussi concluant qu'on l'eût désiré : la faible différence de longueur de l'arc d'un degré, pris au nord et au midi de la France, se trouvait complétement masquée par les erreurs inévitables des observations. Aussi l'Académie des sciences prit-elle le parti de faire mesurer deux arcs de méridienne, l'un vers l'équateur, l'autre le plus près possible du pôle boréal. Ces mesures, effectuées d'une part au Pérou par Bouguer et la Condamine, d'une autre part dans la Laponie par Clairaut, Outhier et Maupertuis, ne laissèrent plus aucun doute sur la question. L'arc de 1° ayant été trouvé notablement plus petit au Pérou que dans la Laponie, la réalité de l'aplatissement de la terre fut complétement mise en évidence.

A la fin du dernier siècle, lorsque l'Assemblée nationale voulut faire adopter un système uniforme de poids et mesures dans toute la France, elle décida que l'unité de longueur, qui devait former la base de ce nouveau système de poids et mesures, serait prise dans un rapport simple avec les dimensions de la terre; elle ordonna, en conséquence, qu'on procédât à une mesure aussi exacte que possible de ces dimensions pour en déduire ensuite la grandeur de la nouvelle unité de longueur. C'est en exécution des ordres de l'Assemblée nationale que Delambre et Méchain effectuèrent la mesure de l'arc de méridienne compris entre Dunkerque et Barcelone, mesure sur laquelle nous avons donné quelques détails dans le paragraphe qui précède. Depuis, on a prolongé cet arc de méridienne au nord jusqu'aux parties septentrionales des Iles Britanniques, et au sud jusqu'à la petite île espagnole de Formentéra; il y a tout lieu d'espérer qu'on ne tardera pas à le prolonger de nouveau dans cette dernière direction, à travers la Méditerranée, jusqu'aux confins méridionaux de l'Algérie : on aura ainsi un arc total dont les verticales extrêmes feront entre elles un angle d'environ 28°.

Si nous considérons seulement la partie de cet arc qui se termine aux parallèles de Greenwich et de Formentéra, et dont l'amplitude est de 12° 48′ 46″,8, nous allons voir qu'elle suffit pour indiquer que la terre est réellement aplatie vers les pôles. Voici, en effet, les résultats qu'elle fournit, quand on la divise en six portions, et qu'on détermine la longueur de l'arc de 1° pour chacune

de ces six portions, comme nous l'avons expliqué précédemment (§ 104) :

NOMS DES STATIONS.	LATITUDES MOYENNES.	LONGUEUR DE L'ARC DE 1°.
Formentéra	40° 0′ 50″	56 955ᵗ,38
Montjouy	42 17 29	56 960,46
Carcassonne	44 44 49	56 977.36
Evaux	47 30 46	57 069,31
Panthéon	49 56 29	57 087,68
Dunkerque	51 15 25	57 097,62
Greenwich		

On voit, par ce tableau, que la longueur de l'arc de 1° est d'autant plus grande que la latitude correspondante est plus élevée, ce qui est le caractère auquel nous avons dit qu'on devait reconnaître l'aplatissement de la terre. Mais cette augmentation de la longueur de l'arc de 1°, à mesure qu'on s'éloigne de l'équateur terrestre, pour se rapprocher de l'un des pôles, est encore bien plus mise en évidence quand on compare entre eux les résultats fournis par les opérations de France et d'Espagne, du Pérou, de la Laponie, et d'autres localités encore, où des opérations de même genre ont été exécutées. C'est ce que montre le tableau suivant :

NOMS DES LOCALITÉS.	LATITUDES MOYENNES.	LONGUEUR DE L'ARC DE 1°.
Pérou	1° 31′ 1″	56 736ᵗ,81
Inde	12 32 21	56 762,30
France et Espagne	46 8 6	57 024,64
Angleterre	52 2 20	57 066,06
Laponie	66 20 10	57 196,16

§ 109. — Il ne suffit pas d'avoir constaté l'aplatissement de la terre, par l'augmentation qu'éprouve la longueur de l'arc de 1° à mesure qu'on s'éloigne de l'équateur. Il faut encore chercher si les résultats des mesures effectuées s'accordent à indiquer que la terre a bien la forme d'un ellipsoïde de révolution, c'est-à-dire si l'accroissement de longueur des degrés, en allant de l'équateur au pôle, suit bien la loi qu'il devrait suivre dans le cas où les diverses méridiennes de la terre seraient toutes des ellipses égales entre elles.

Pour y arriver, prenons les longueurs de deux arcs de 1° compris dans le tableau qui précède, par exemple celles des arcs du Pérou et de France. La connaissance de ces deux arcs, et des latitudes auxquelles ils correspondent, suffit pour déterminer la forme de l'ellipse méridienne de la terre dans l'hypothèse où la terre aurait réellement la figure d'un ellipsoïde de révolution. Il n'existe en effet qu'une seule ellipse, pour laquelle les arcs de 1°, correspondant aux latitudes dont il s'agit, aient précisément des longueurs égales à celles qui ont été trouvées. En effectuant la détermination de cette ellipse par des moyens que nous ne pouvons indiquer ici, on trouve que son demi-grand axe, ou le rayon de l'équateur terrestre, doit être égal à 3 271 985^t,33, et que la différence entre ce demi-grand axe et le demi-petit axe, c'est-à-dire entre le rayon de l'équateur et celui qui va à l'un des pôles de la terre, est égale à 10 631^t,14. En sorte que le rapport qui existe entre cette différence et le demi-grand axe, rapport que l'on nomme l'*aplatissement*, a pour valeur $\frac{1}{367{,}77}$.

Prenons maintenant deux autres arcs de 1°, celui de France et celui de Laponie, et opérons de même. Si la terre a bien la figure d'un ellipsoïde de révolution, nous devons trouver les mêmes résultats. Or, en effectuant la détermination de l'ellipse méridienne de la terre au moyen de ces deux nouveaux arcs, on trouve que le demi-grand axe de l'ellipse doit être égal à 3 271 749^t,24; que la différence entre le demi-grand axe et le demi-petit axe doit être de 10 236^t,87; et qu'en conséquence l'aplatissement est égal à $\frac{1}{319{,}60}$.

Cette deuxième combinaison ne fournit pas les mêmes nombres que la première. Il en serait de même encore, si l'on déterminait les dimensions de l'ellipse méridienne de la terre par d'autres combinaisons des divers résultats contenus dans le second des tableaux ci-dessus. On est obligé d'en conclure que la surface de la terre n'a pas exactement la figure d'un ellipsoïde de révolution : car les différences qui existent entre les diverses valeurs obtenues pour le demi-grand axe et pour l'aplatissement, tout en n'étant pas très-considérables, sont cependant trop fortes pour pouvoir être attribuées aux erreurs d'observation.

§ 110. Il est aisé de se rendre compte des irrégularités que présente la surface de la terre, et qui font qu'elle diffère, quoique très-peu, de la forme ellipsoïdale que la théorie lui assigne. La surface des mers, prolongée à travers les continents, à laquelle toutes les

mesures sont rapportées, est partout dirigée perpendiculairement à la verticale, c'est-à-dire à la direction du fil à plomb. Si quelque cause accidentelle vient modifier tant soit peu la direction du fil à plomb en un lieu de la terre, la direction de la surface des mers se trouvera affectée par la même cause, dans le voisinage de ce lieu, et il en résultera une irrégularité sur cette surface.

Considérons, par exemple, ce qui se passe aux environs d'une montagne M (*fig.* 158). Soit AB la direction que prendrait le fil à plomb, si la montagne n'existait pas. La présence de cette montagne lui fera prendre une direction un peu différente AB'; car, conformément à la loi de la gravitation universelle, qui a été découverte par Newton, et dont nous parlerons plus tard, la masse de la montagne attire à elle le corps pesant suspendu à l'extrémité inférieure du fil à plomb, absolument de la même manière qu'un aimant attire un morceau de fer. Ce corps ne peut pas céder complétement à l'attraction de la montagne, parce que l'attraction qu'il éprouve de la part de la masse entière de la terre tend à maintenir le fil à plomb dans la direction AB; mais il en résulte toujours un léger changement de direction de ce fil, dans le sens indiqué. De l'autre côté de la montagne, en C, le fil à plomb éprouvera une déviation en sens contraire; au lieu d'être dirigé suivant CD, comme il le serait si la montagne M n'existait pas, il s'incline un peu vers elle, suivant CD'. La surface des mers éprouve en conséquence une déviation correspondante; et pour être perpendiculaire aux verticales AB', CD', il faut qu'elle présente une ondulation telle que *mm'm''*.

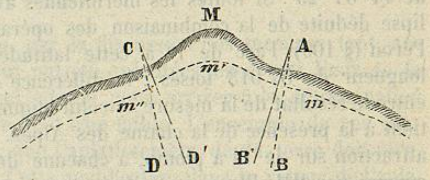

Fig. 158.

On voit par là que, quoiqu'on ne s'occupe pas des irrégularités de la surface des continents, dans les mesures qui ont pour objet la détermination de la figure de la terre, et qu'on rapporte ces mesures à la surface idéale suivant laquelle la mer se mettrait en équilibre si elle pouvait pénétrer partout, ces irrégularités se font cependant sentir, par l'influence qu'elles ont sur la forme de cette surface idéale. Partout où il existe une chaîne de montagnes, la surface des mers prolongée présente une ondulation correspondante, mais beaucoup moins prononcée. On comprend même que la répartition inégale des densités des matières qui composent la croûte extérieure de la terre suffit pour déterminer des inégalités de ce genre sur la surface des mers.

La mesure d'un arc de méridienne effectuée en Italie, par MM. Plana et Carlini, fournit un exemple remarquable de la déformation qu'une chaîne de montagnes peut apporter sur la surface des mers prolongée au-dessous de cette chaîne. L'arc dont il s'agit, compris entre Andrate et Mondovi, est situé près du versant méridional des Alpes. L'angle compris entre les verticales extrêmes est de 1° 7′ 27″. La longueur de l'arc de 1° qu'on en a conclue est de 57 687 toises; cet arc correspond à une latitude moyenne de 44° 57′ 29″. Si toutes les méridiennes avaient la forme de l'ellipse déduite de la combinaison des opérations de France et du Pérou (§ 109), l'arc de 1° à cette latitude moyenne aurait une longueur de 57 013 toises : la différence énorme de 674 toises entre le résultat de la mesure et celui auquel cette ellipse conduit, tient à la présence de la chaîne des Alpes. Cette chaîne agit par attraction sur le fil à plomb, à chacune des extrémités de l'arc mesuré par MM. Plana et Carlini; mais son action est beaucoup plus forte à l'extrémité nord qu'à l'extrémité sud de cet arc. Cette action tend à diminuer l'angle formé par les verticales extrêmes de l'arc, comme on s'en rendra compte sans peine; et par conséquent, à augmenter la longueur de l'arc de 1° qu'on obtient en divisant la longueur totale de l'arc mesuré par l'angle des verticales extrêmes (§ 104).

On comprend maintenant pourquoi les résultats des mesures effectuées dans divers lieux de la terre ne s'accordent pas à fournir les mêmes dimensions pour l'ellipse méridienne, quand on les combine entre eux de différentes manières; les irrégularités dont nous venons de constater l'existence s'opposent à ce que cet accord existe complétement. Cependant, quand on met de côté les arcs mesurés dans des circonstances exceptionnelles et évidemment désavantageuses, tels que l'arc d'Italie dont nous venons de parler, on reconnaît que le désaccord est très-peu important; en sorte que, si l'on fait abstraction des irrégularités accidentelles de la surface des mers, comme on a déjà fait abstraction de celles beaucoup plus fortes que présente la surface des continents, on peut dire que la terre, dans son ensemble, a la forme d'un ellipsoïde de révolution.

§ 111. **Dimensions de la terre; valeur du mètre.** — Lorsque Delambre et Méchain eurent achevé la mesure de l'arc de méridienne compris entre Dunkerque et Barcelone, une commission de savants français et étrangers fut chargée d'établir un nouveau

système de poids et mesures, en se fondant sur les résultats de cette grande opération. La commission, en combinant ces résultats avec ceux qu'on avait précédemment obtenus au Pérou et dans la Laponie, adopta comme ellipse méridienne de la terre une ellipse qui correspondait à un aplatissement de $\frac{1}{334}$, et dont le quart avait une longueur de 5 130 740 toises. La dix-millionième partie de ce quart du méridien terrestre fut choisie pour constituer la nouvelle unité de longueur, à laquelle on donna le nom de *mètre*. La valeur du mètre fut donc fixée à $0^t,513074$, ou bien 3 pieds 11 lignes 296 millièmes de ligne (on sait que la toise se divisait en 6 pieds, le pied en 12 pouces, et le pouce en 12 lignes).

Depuis on a reconnu, par la discussion des mesures tant anciennes que récentes qui ont été exécutées en divers lieux de la terre, que l'aplatissement adopté pour arriver à la détermination de la longueur du mètre était trop faible. L'ensemble de ces mesures fait voir, en effet, que l'aplatissement de la terre doit être, à très-peu près, de $\frac{1}{300}$. Cette modification dans la valeur de l'aplatissement en entraîne une correspondante dans la longueur du quart de l'ellipse méridienne, qui, au lieu d'être de 10 millions de mètres, est un peu plus grand, et contient 10 000 856 mètres. Le demi-grand axe de cette ellipse méridienne, qui n'est autre chose que le rayon de l'équateur terrestre, a une longueur de 6 377 398 mètres; le demi-petit axe de l'ellipse, c'est-à-dire le rayon de la terre qui aboutit à un des pôles, est égal à 6 356 080 mètres : la différence entre ces deux rayons est donc de 21 318 mètres, c'est-à-dire d'un peu plus de 5 lieues de 4 kilomètres.

Il est aisé de se faire une idée nette de l'aplatissement de la terre, en imaginant que l'on construise un globe qui représente exactement sa forme. Si le diamètre de l'équateur de ce globe était d'un mètre, le diamètre mené d'un pôle à l'autre ne devrait différer du premier que de $\frac{1}{300}$ de mètre, c'est-à-dire d'un peu plus de 3 millimètres; il n'y aurait guère qu'un millimètre et demi de différence entre le plus grand et le plus petit rayon de ce globe. On voit tout de suite qu'un pareil aplatissement serait tout à fait insensible à l'œil, et que ce n'est que par des mesures précises qu'on pourrait arriver à le constater.

Quoique, d'après ce qui vient d'être dit, la longueur du quart du méridien contienne en réalité un peu plus de 10 millions de mètres, la différence, qui ne va pas à un kilomètre, est assez faible pour qu'on n'en tienne pas compte, toutes les fois qu'il ne s'agit pas d'arriver à un résultat d'une extrême précision. On peut