

Ce moyen de déterminer la parallaxe de hauteur de la lune, à une époque quelconque, est celui que l'on devrait employer, si l'on n'avait pas à sa disposition les résultats des observations antérieures. Mais il n'en est pas ainsi. Les mouvements des astres sont connus avec une grande précision, et l'on peut indiquer d'avance, pour une époque quelconque, les positions qu'ils doivent occuper par rapport à la terre. La *Connaissance des temps*, qui n'est autre chose que le recueil des prédictions faites ainsi plusieurs années d'avance, relativement aux positions des astres dans le ciel, fournit la valeur de la parallaxe horizontale équatoriale de la lune, pour les diverses époques de chaque année. On peut donc y prendre la valeur de cette parallaxe pour le moment de l'observation qu'on veut corriger; et en la diminuant dans le rapport du rayon de la terre aboutissant au lieu d'observation au rayon de l'équateur terrestre, rapport qui, pour Paris, est égal à 0,9981, on trouve la parallaxe horizontale de la lune qui convient au lieu où l'on est placé et à l'instant où l'on a fait l'observation. On en déduit alors la parallaxe de hauteur de l'astre, comme il a été dit pour le soleil (§ 151).

La correction qui vient d'être indiquée pour la distance zénithale de la lune, et qui consiste à en retrancher la valeur de sa parallaxe de hauteur, devra être appliquée au résultat fourni par l'observation de l'astre au cercle mural (§ 151). Quant au résultat de l'observation à la lunette méridienne, il n'a pas besoin d'être corrigé; la parallaxe n'a pas la moindre influence sur l'instant du passage de l'astre dans le plan du méridien.

La grandeur de la parallaxe de la lune fait comprendre la nécessité qu'il y a de faire la correction qui s'y rapporte avant de chercher à se rendre compte du mouvement de la lune dans le ciel. Le diamètre apparent de la lune est d'environ un demi-degré; sa parallaxe horizontale est donc presque le double de ce diamètre, en sorte que, lorsque la lune est près de l'horizon, elle nous paraît entièrement au-dessus de certaines étoiles, que nous verrions au-dessus d'elle, si nous étions placés au centre de la terre. Lorsque la lune approche du zénith, l'effet de la parallaxe devient très-faible. Les différentes positions que la lune occupe successivement parmi les constellations sont donc très-inégalement modifiées aux diverses heures d'une même journée; et si l'on ne tenait pas compte de l'effet de la parallaxe, on trouverait son mouvement beaucoup plus complexe qu'il ne l'est en réalité. Malgré le peu d'exactitude des moyens d'observation que possédait Hipparque, ce grand astronome s'aperçut des dérangements que la lune éprouve chaque

jour dans le ciel par l'effet de la parallaxe, et il indiqua la marche à suivre pour tenir compte de cet effet, en rapportant toutes les observations au centre de la terre.

§ 206. **Variation diurne du diamètre apparent de la lune.** — Par le seul fait de la rotation de la terre sur elle-même, chaque jour nous nous rapprochons et nous nous éloignons alternativement de la lune. Or, la distance de la lune à la terre n'est pas assez grande pour que ce déplacement diurne que nous éprouvons autour de l'axe de la terre ne fasse pas varier d'une manière très-sensible la grandeur du diamètre apparent de la lune. Les choses se passent en définitive de la même manière que si, la terre restant immobile, la lune prenait successivement différentes positions L , L' , L'' (fig. 253), toutes également éloignées du centre O de notre globe, mais plus ou moins rapprochées de la verticale AZ du lieu d'observation. Lorsque la lune se trouve à l'horizon même du point A , sa distance à ce point est sensiblement égale à la distance OL ; si, au contraire, la lune vient se placer au zénith du point A , sa distance à ce point est plus petite que OL d'une quantité égale au rayon OA de la terre, rayon qui est à peu près la soixantième partie

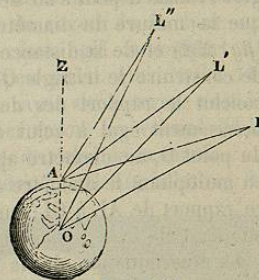


FIG. 253.

de OL . Donc, lorsque la lune passe de l'horizon d'un lieu à son zénith, tout en restant à une même distance du centre de la terre, son diamètre apparent doit augmenter à peu près dans le rapport de 59 à 60; c'est-à-dire que si le diamètre de la lune à l'horizon est d'environ 31 minutes et demie, ce qui est à peu près sa valeur moyenne, ce diamètre devient de plus de 32 minutes lorsque la lune vient se placer au zénith. On comprend par là, qu'à mesure que la lune s'éloigne de l'horizon pour se rapprocher du zénith, c'est-à-dire depuis son lever jusqu'à son passage au méridien du lieu, son diamètre apparent doit augmenter d'une manière très-sensible; qu'ensuite, lorsque la lune a dépassé le méridien, et qu'elle se rapproche de plus en plus de l'horizon, son diamètre apparent doit diminuer, pour prendre, au moment du coucher de l'astre, la valeur qu'il avait à son lever.

Remarquons en passant que cette variation diurne du diamètre apparent de la lune est précisément contraire à ce que nous indique le témoignage de nos sens. La lune nous semble plus grosse

à l'horizon que lorsqu'elle s'est élevée à une certaine hauteur; mais en effectuant la mesure du diamètre apparent de l'astre à diverses distances du zénith, on reconnaît que cette diminution des dimensions de l'astre, à mesure qu'il s'élève, est une pure illusion, et qu'au contraire le diamètre apparent de l'astre est d'autant plus grand que sa distance zénithale est plus petite. Nous avons déjà parlé de cette illusion d'optique à l'occasion du soleil (§ 126); tout ce que nous en avons dit est directement applicable à la lune.

On a souvent besoin de connaître, à une époque quelconque, le diamètre apparent de la lune, tel qu'on le verrait si l'on était placé au centre de la terre. Ce diamètre n'est pas le même que celui que l'on observe du lieu où l'on se trouve sur la surface du globe; mais il peut s'en déduire facilement. Nous avons dit (205) que la mesure du diamètre apparent de la lune vue du point A (fig. 252) et de la distance zénithale LAZ de son centre, permet de construire le triangle OAL. Ce triangle étant construit, on en conclut le rapport des deux distances AL, OL, rapport qui est précisément égal à celui du diamètre apparent de la lune, vue du point O, au diamètre apparent du même astre vu du point A: en multipliant le diamètre apparent de la lune, observée en A, par ce rapport de AL à OL, on trouvera le diamètre apparent relatif au point O

La détermination de la position du centre de la lune dans le ciel, par l'observation d'un des bords de son disque, suppose que l'on connaît le diamètre apparent de ce disque, vu du lieu où l'on est placé (§ 202). Nous avons dit que ce diamètre peut être obtenu par l'observation directe; mais il est préférable de le tirer de la *Connaissance des temps*. Or ce recueil, ne pouvant pas donner le diamètre apparent de la lune pour les divers lieux de la surface de la terre et pour les diverses heures de chaque jour dans chacun de ces lieux, fait connaître seulement les valeurs du diamètre apparent de l'astre vu du centre de la terre, pour les diverses époques de chaque année. On a donc besoin de faire subir une correction au diamètre apparent de la lune, fourni par la *Connaissance des temps* pour le moment de l'observation, afin de le rapporter au lieu où l'on est placé. Cette correction est précisément l'inverse de celle que nous venons d'indiquer pour déduire le diamètre apparent de la lune vue du centre de la terre, du diamètre de cet astre vu d'un point de la surface du globe terrestre. A l'aide de la distance zénithale LAZ (fig. 252), fournie par l'observation directe, et de la parallaxe de hauteur OAL, déduite de la parallaxe horizontale donnée par la *Connaissance des temps*,

on peut construire le triangle OAL; ce triangle permet de déterminer les longueurs des côtés AL, OL; en multipliant le diamètre apparent de la lune, relatif au point O, par le rapport de OL à AL, on trouve le diamètre apparent de l'astre, relatif au point A.

§ 207. **Dimensions de la lune.** — La connaissance de la parallaxe de la lune va nous permettre de déterminer immédiatement les dimensions de cet astre. Pour cela nous n'aurons qu'à suivre la marche que nous avons déjà adoptée pour le soleil (§ 152). La parallaxe horizontale équatoriale de la lune a une valeur moyenne de $57' 40''$, ou $3460''$; au moment où elle a cette valeur, le diamètre apparent de la terre, vue du centre de la lune, est égal au double de $3460''$, ou $6920''$. Au même moment le diamètre apparent de la lune vue du centre de la terre est de $31' 25,7$ ou $1885,7$. Le rapport du rayon de la lune au rayon de l'équateur de la terre est donc égal au rapport de $1885,7$ à 6920 , rapport qui est à très-peu près celui de 3 à 11. Ainsi le rayon de la lune est les $\frac{3}{11}$ du rayon de la terre, c'est-à-dire un peu plus du quart de ce dernier rayon. Le volume de la lune, supposée sphérique, est environ $\frac{1}{19}$ de celui de la terre.

La figure 254 peut donner une idée des grandeurs relatives de la terre et de la lune. Le plus grand des deux cercles représente la terre, et le plus petit la lune. Pour que la distance des deux cercles pût figurer en même temps la distance moyenne de la lune et de la terre, il faudrait que les centres fussent éloignés l'un de l'autre de $0^m,641$. A la même échelle, le soleil serait représenté

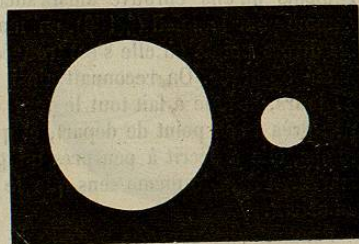


FIG. 254.

par un cercle de $1^m,167$ de rayon; et le centre de ce cercle devrait être à 250 mètres du centre de celui qui représente la terre.

§ 208. **Mouvement de la lune sur la sphère.** — Avant d'entrer dans l'étude des lois du mouvement de la lune, résumons ce qui a été dit, dans les paragraphes précédents, relativement aux observations à faire, et aux corrections à apporter aux résultats des observations directes, pour obtenir les positions successives dans lesquelles le centre de la lune serait aperçu par un observateur placé au centre de la terre. Chaque jour, lorsque la lune passe au méridien du lieu où l'on est placé, on peut observer

le bord de son disque à la lunette méridienne et au cercle mural. En corrigeant les résultats de ces observations, d'après la valeur du diamètre apparent de la lune, mesuré directement (§ 202), on déduit des indications que fournit la *Connaissance des temps* (§ 206), on trouve l'ascension droite et la déclinaison du centre de la lune vue du lieu d'observation. L'ascension droite ainsi obtenue est la même que celle que l'on aurait trouvée, si l'on eût été placé au centre de la terre pour observer l'astre; mais il n'en est pas de même de la déclinaison, qui doit être, suivant les cas, diminuée ou augmentée de la parallaxe de hauteur de l'astre (§ 151), pour devenir égale à ce qu'elle aurait été pour un observateur placé au centre de la terre. Quant à cette parallaxe de hauteur, elle peut être obtenue (§ 205), soit en la déduisant de la valeur du diamètre apparent de la lune mesuré directement, et combiné avec la distance zénithale de son centre, soit en la tirant des indications fournies par la *Connaissance des temps*, combinées également avec la distance zénithale.

D'un jour au jour suivant, la position de la lune sur la sphère céleste change d'une manière très-notable, comme nous l'avons déjà dit (§ 196). Pour se faire une idée de l'ensemble des déplacements qu'elle éprouve ainsi successivement, on peut opérer comme pour le soleil (§ 130), en marquant sur un globe céleste les divers points où elle s'est trouvée aux époques auxquelles elle a été observée. On reconnaît ainsi qu'au bout d'un peu plus de 27 jours, la lune a fait tout le tour de la sphère, pour revenir à peu près à son point de départ, et que, pendant cet intervalle de temps, elle a décrit à peu près un grand cercle de la sphère, en marchant dans le même sens que le soleil, c'est-à-dire d'occident en orient.

Pendant une nouvelle période de temps égale à la précédente, la lune fait encore le tour de la sphère, en parcourant également la circonférence d'un grand cercle; les mêmes circonstances se reproduisent pendant une troisième période de même durée que chacune des deux précédentes, et ainsi de suite. Mais si l'on trace sur un globe céleste la circonférence de grand cercle que la lune décrit à chaque révolution, et que l'on mesure l'inclinaison de ce grand cercle sur l'équateur, on trouve que cette inclinaison n'est pas toujours la même; elle varie d'une révolution à la suivante, de manière à passer successivement par divers états de grandeur, entre deux limites qui sont environ $18^{\circ} \frac{1}{2}$ et $28^{\circ} \frac{1}{2}$.

Au lieu de comparer le grand cercle que la lune décrit sur la sphère à chaque révolution, avec l'équateur céleste, on peut le

comparer avec l'écliptique, et chercher de même l'angle qu'il fait avec ce dernier cercle. Le résultat auquel on arrive est alors tout différent de celui qui vient d'être énoncé. On trouve que l'angle de l'orbite de la lune avec l'écliptique ne varie pas; il conserve constamment une valeur d'environ 5 degrés.

§ 209. Pour se rendre compte d'une manière convenable des circonstances que nous venons de signaler, et qui résultent d'un premier examen des positions qu'occupe successivement la lune parmi les constellations, il est nécessaire de regarder les choses de plus près.

En examinant attentivement la suite des positions que la lune prend sur la sphère, pendant qu'elle fait un tour entier, on reconnaît qu'à la fin de ce tour elle ne vient pas repasser exactement dans les lieux où on l'avait vue au commencement; la courbe que nous la voyons décrire sur la sphère céleste ne se ferme pas (*fig. 255*); cette courbe, après avoir coupé l'écliptique ABCD en N, vient traverser de nouveau ce grand cercle en N', un peu à côté du point N. Dans un second tour, elle parcourt une nouvelle courbe non fermée, analogue à la précédente, mais occupant une position un peu différente sur la sphère; il en est de même de la courbe qu'elle décrit dans un troisième tour, et ainsi de suite. En sorte que la lune se meut à travers les constellations, en décrivant sur la sphère une courbe complexe, ornée de diverses spires qui se croisent successivement, en s'écartant de plus en plus de la première que l'on a considérée. On pourrait comparer ces spires successives à celles que forme un fil qu'on enroule sur une pelote ronde, lorsqu'on opère cet enroulement de manière à conserver à la pelote sa forme arrondie.

Pour simplifier l'indication des circonstances que présente ce mouvement de la lune, pour ne pas avoir à définir directement la courbe complexe qu'elle décrit sur la sphère, on a recours à un moyen qui est d'un usage fréquent en astronomie. On imagine que la lune se meut sur un cercle qui se déplace lui-même peu à peu sur la sphère à mesure que la lune le parcourt. On comprend tout

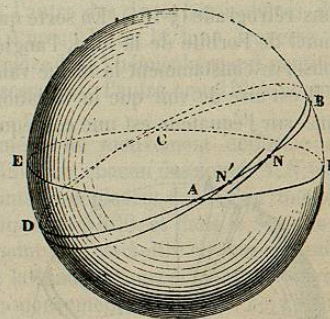


FIG. 255.

de suite que ce moyen doit permettre de se rendre compte d'un mouvement quelconque ; mais on va voir qu'il se prète on ne peut mieux à la représentation du mouvement de la lune.

Le premier examen des résultats de l'observation nous avait fait voir que la lune décrit un grand cercle de la sphère céleste. Le mouvement de la lune ne présentant ce caractère de simplicité que quand on s'en tient à une grossière approximation, concevons que le grand cercle que nous avons trouvé, et que nous regarderons toujours comme étant l'orbite de la lune, se meuve lentement sur la sphère, de manière à y occuper successivement diverses positions ; nous pourrions ainsi satisfaire à toutes les conditions du mouvement de la lune, tel qu'il résulte des observations les plus précises. La discussion d'observations nombreuses, faites à des époques très-diverses, a fait reconnaître qu'on pouvait regarder le grand cercle dont nous venons de parler comme animé d'un mouvement uniforme de rotation autour de l'axe de l'écliptique, dans le sens rétrograde (§ 164). En sorte que, malgré ce déplacement continu de l'orbite de la lune, l'angle qu'elle fait avec l'écliptique conserve constamment la même valeur, qui est de $5^{\circ} 8' 48''$.

Il est aisé de voir que la variation de l'obliquité de l'orbite de la lune sur l'équateur est une conséquence immédiate du mouvement

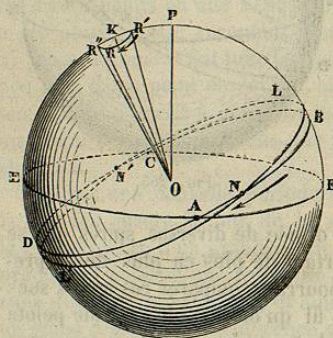


FIG. 256.

de rotation de cette orbite autour de l'axe de l'écliptique. Soient en effet ABCD l'écliptique (fig. 256), EE l'équateur, NLNL' l'orbite de la lune, OP l'axe du monde, OK l'axe de l'écliptique, et OR une perpendiculaire au plan de l'orbite de la lune, perpendiculaire que nous nommerons l'axe de cette orbite. Dans le mouvement de rotation de l'orbite NLNL' autour de l'axe OK de l'écliptique, le point R, pôle de cette orbite, parcourt un petit cercle RRR' autour du point K ; l'axe OR décrit un cône de révolution dont l'axe de figure est la ligne OK. Dans ce mouvement, l'angle de OR avec OK, qui est toujours égal à l'inclinaison de l'orbite de la lune sur l'écliptique, conserve une valeur constante qui est à peu près $5^{\circ} 9'$. Or, à chaque instant l'inclinaison de l'orbite de la lune sur

l'équateur est égale à l'angle que l'axe OR de cette orbite fait avec l'axe du monde OP : on voit donc que cette inclinaison doit varier comme l'angle POR, en passant par tous les états de grandeur, depuis POR' jusqu'à POR". Mais l'angle POR' n'est autre chose que l'obliquité de l'écliptique POK, ou $23^{\circ} 28'$, diminuée de l'angle KOR ou $5^{\circ} 9'$, ce qui fait $18^{\circ} 19'$; de même l'angle POR" est égal à POK augmenté de KOR, c'est-à-dire que sa valeur est de $28^{\circ} 37'$: c'est donc entre ces deux limites, $18^{\circ} 19'$ et $28^{\circ} 37'$, que doit varier l'inclinaison de l'orbite de la lune sur l'équateur. On peut observer que ce que nous venons de dire est exactement la même chose que ce que nous avons dit pour expliquer la variation de l'inclinaison de l'écliptique sur l'horizon à l'occasion de la lumière zodiacale (§ 158).

§ 210. **Rétrogradation des nœuds de la lune.** — On donne le nom de *nœuds* aux deux points N, N' (fig. 256), où l'orbite de la lune coupe l'écliptique, c'est-à-dire aux points où se trouve la lune lorsqu'elle passe de l'un à l'autre des deux hémisphères déterminés par ce grand cercle. Le nœud N, où la lune traverse le cercle de l'écliptique, pour se rendre dans l'hémisphère qui contient le pôle boréal se nomme *nœud ascendant* ; l'autre nœud N' se nomme *nœud descendant*.

L'orbite de la lune étant animée d'un mouvement uniforme de rotation autour de l'axe de l'écliptique, chacun des nœuds N, N' participe à ce mouvement ; ces points se déplacent donc d'un mouvement uniforme, le long de l'écliptique ABCD, et dans le sens de la flèche qui est placée à côté du point N, c'est-à-dire en sens contraire du sens dans lequel le soleil et la lune parcourent leurs orbites respectives. C'est pour cela que le mouvement de rotation de l'orbite de la lune autour de l'axe de l'écliptique est habituellement désigné sous le nom de *rétrogradation des nœuds de la lune*.

Les nœuds de la lune font le tour de l'écliptique dans l'espace de 6793j, 39 ou environ $18 \text{ ans } \frac{2}{3}$; au bout de ce temps, chacun des nœuds se retrouve occuper parmi les étoiles exactement la même place qu'au commencement.

C'est sur ce mouvement des nœuds de la lune qu'est réglée l'oscillation de l'axe de la terre autour de sa position moyenne, que nous avons décrite sous le nom de *nutation de l'axe de la terre* (§ 174).

On peut remarquer qu'il y a une grande analogie entre le phénomène de la rétrogradation des nœuds de la lune et celui de la précession des équinoxes. Le plan de l'équateur de la terre ne conserve pas constamment la même direction ; il tourne autour de

Axe de l'écliptique, et dans le sens rétrograde, en restant toujours incliné de la même quantité sur le plan de l'écliptique : c'est ce qui constitue la précession. Ce mouvement est entièrement pareil à celui de l'orbite de la lune, dont nous venons d'indiquer les circonstances : il n'en diffère que par la vitesse, qui est beaucoup moindre pour les équinoxes que pour les nœuds de la lune. Nous verrons plus tard que cette analogie entre les deux mouvements est une conséquence naturelle de l'identité des causes qui les produisent.

§ 211. **Nutation de l'orbite de la lune.** — L'analogie que nous venons de signaler, entre la précession des équinoxes et la rétrogradation des nœuds de la lune, est encore augmentée quand on étudie plus minutieusement les diverses positions que prend successivement le plan de l'orbite de la lune.

On voit en effet que le mouvement uniforme de rotation dont nous venons de parler, autour de l'axe de l'écliptique, ne suffirait pas pour rendre compte exactement de ces positions successives du plan de l'orbite. L'inclinaison de ce plan sur le plan de l'écliptique ne conserve pas rigoureusement la même valeur de $5^{\circ} 8' 48''$ que nous avons indiquée : elle varie périodiquement de part et d'autre de cette valeur moyenne, entre des limites qui diffèrent l'une de l'autre de $17' 34''$: en sorte que la plus grande valeur de cette inclinaison est de $5^{\circ} 17' 35''$, et sa plus petite valeur est de $5^{\circ} 0' 1''$. L'inclinaison atteint la première de ces deux valeurs chaque fois que le soleil coïncide avec un des nœuds de la lune et la seconde chaque fois que le soleil est éloigné de 90° de ces nœuds.

En outre, le mouvement rétrograde des nœuds de la lune n'est pas rigoureusement uniforme ; ce mouvement est tantôt accéléré, tantôt retardé. De telle manière qu'on peut regarder chaque nœud comme animé de deux mouvements, dont l'un serait le mouvement uniforme de rétrogradation dont nous avons parlé dans le paragraphe précédent, et l'autre serait un mouvement d'oscillation de part et d'autre de la position moyenne déterminée par le premier mouvement.

Tycho-Brahé, qui a découvert la variation périodique de l'inclinaison de l'orbite de la lune sur l'écliptique, ainsi que le mouvement d'oscillation du nœud de part et d'autre de la position moyenne qu'il aurait s'il rétrogradait uniformément, a fait voir que ces deux circonstances peuvent se relier l'une à l'autre d'une manière très-simple. Il suffit pour cela de concevoir que l'axe de l'orbite lunaire éprouve une sorte de nutation autour de la posi-

tion qu'il occuperait à chaque instant, s'il ne faisait que tourner uniformément autour de l'axe de l'écliptique, en faisant toujours le même angle avec ce dernier axe. En effet, si l'on imagine que l'axe OR de l'orbite de la lune (fig. 257) décrive un certain cône circulaire ROR', et qu'en même temps l'axe Or de ce cône soit animé du mouvement uniforme de rotation autour de OK que nous avons d'abord attribué seul à la ligne OR, on reconnaît que le plan de l'orbite de l'astre vient successivement prendre précisément les positions qui sont indiquées par les observations. Il faut pour cela que l'angle formé par OR avec Or reste constamment égal à $8' 47''$, et que l'axe OR de l'orbite de la lune fasse le tour du cône ROR', pendant le temps que le soleil emploie à aller du nœud ascendant de la lune à son nœud descendant, ou du nœud descendant au nœud ascendant, temps qui est d'environ 173 jours.

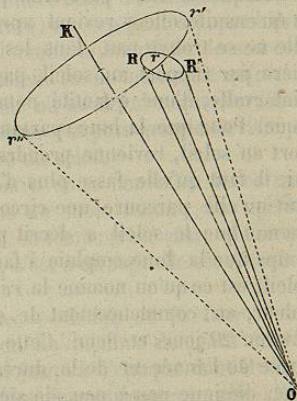


FIG. 257.

Ainsi l'orbite de la lune se déplace autour de l'axe de l'écliptique, en vertu d'un double mouvement, comme la ligne des pôles de la terre. Il y a cependant une différence qu'on a à remarquer et qu'il est bon de signaler : c'est que la nutation de l'axe de la terre consiste en un mouvement de cet axe sur un cône à base elliptique (§ 174), tandis que le mouvement analogue de l'axe de l'orbite lunaire s'effectue sur un cône à base circulaire.

§ 212. **Révolutions sidérale et synodique de la lune.** — La comparaison des observations de la lune faites à des époques éloignées les unes des autres, permet de déterminer avec une grande exactitude le temps que l'astre emploie à faire le tour entier de la sphère céleste, et à revenir à une même position par rapport aux étoiles. Ce temps, que l'on désigne sous le nom de *révolution sidérale de la lune*, était, au commencement de ce siècle, de $27,321661$. ou à peu près 27 jours et un tiers de jour. Il n'a pas toujours eu la même valeur ; on a reconnu qu'il diminue peu à peu depuis l'époque des plus anciennes observations, ou, en d'autres termes, que le mouvement moyen de la lune s'accélère de siècle en siècle. Cette accélération est très-petite.

La durée de la révolution sidérale de la lune est contenue un peu plus de 13 fois dans la durée de l'année : c'est-à-dire que pendant que le soleil semble faire un tour autour de la terre, la lune en fait plus de treize.

Lorsque la lune part d'un point d'une certaine constellation, et qu'ensuite elle y revient après avoir fait tout le tour du ciel, elle ne se trouve pas, dans les deux cas, placée de la même manière par rapport au soleil, parce que cet astre a marché, dans l'intervalle, d'une quantité notable le long du cercle de l'écliptique. Pour que la lune, partant d'une certaine position par rapport au soleil, revienne prendre la même position par rapport à lui, il faut qu'elle fasse plus d'un tour sur la sphère céleste; il faut qu'elle parcoure une circonférence de cercle, augmentée du chemin que le soleil a décrit pendant le temps dont il s'agit. Ce temps que la lune emploie à faire un tour entier par rapport au soleil, est ce qu'on nomme la *révolution synodique de la lune*. Sa valeur, au commencement de ce siècle, était de 29,530589, ou environ 29 jours et demi. Cette valeur, qui dépend à la fois de la durée de l'année et de la durée de la révolution sidérale de la lune, diminue peu à peu, de siècle en siècle, par suite de la diminution de la dernière de ces deux quantités.

§ 213. **Lunaison.** — D'après ce que nous avons dit lors de l'explication des phases de la lune, la nouvelle lune devrait arriver à l'instant précis où le centre de la lune se trouve entre le soleil et la terre, et sur la ligne droite qui joint les centres des deux corps. Or, il est extrêmement rare que cette circonstance se réalise; lorsque la lune vient passer entre le soleil et la terre, son centre se trouve généralement à une certaine distance du plan de l'écliptique, soit d'un côté, soit de l'autre de ce plan, et, par conséquent, il ne traverse pas la ligne droite qui joint le centre du soleil au centre de la terre. On est donc obligé de définir d'une manière un peu différente l'instant auquel on assigne le nom de *nouvelle lune*.

A chaque instant la longitude et la latitude de la lune (§ 143) ont des valeurs particulières, et ces valeurs varient d'un instant à un autre, en raison du mouvement de la lune dans le ciel. La longitude s'accroît constamment, puisque la lune marche sur la sphère céleste en suivant à peu près le grand cercle de l'écliptique, et cela dans le sens même du mouvement du soleil sur ce cercle; quant à la latitude, elle est tantôt boréale, tantôt australe, puisque l'astre se trouve alternativement d'un côté et de l'autre de l'écliptique. Pour que le centre de la lune fut exactement placé

sur la ligne droite qui passe par les centres de la terre et du soleil, il faudrait que la longitude de cet astre fût égale à celle du soleil, et qu'en même temps sa latitude fût nulle. L'existence simultanée de ces deux conditions, au lieu de se reproduire à chaque révolution synodique de la lune, étant au contraire un fait tout exceptionnel et extrêmement rare, on s'en tient à la première, et l'on dit que la lune est nouvelle lorsque la longitude de son centre est égale à celle du centre du soleil. De même on dit qu'on est au premier quartier, à la pleine lune ou au dernier quartier, lorsque la longitude du centre de la lune est plus grande de 90°, de 180° ou de 270° que celle du centre du soleil.

L'intervalle de temps compris entre deux nouvelles lunes consécutives constitue ce qu'on nomme un mois lunaire, ou une *lunaison*. La durée de cet intervalle de temps n'est autre chose que la révolution synodique de la lune, c'est-à-dire qu'elle est d'environ 29 jours et demi.

§ 214. **Age de la lune; épacte.** — L'âge de la lune, à une époque quelconque, est l'indication du nombre de jours écoulés depuis la nouvelle lune précédente jusqu'à l'époque dont il s'agit. La connaissance de cet âge entraîne immédiatement celle de la phase dans laquelle se trouve la lune à la même époque. Il nous est donc utile, dans bien des circonstances, de savoir quel est l'âge de la lune, afin que nous puissions nous rendre compte de la manière dont elle nous éclairera pendant la nuit. Aussi l'âge de la lune est-il donné, pour tous les jours de l'année, dans les principaux annuaires, tels que l'*Annuaire du Bureau des longitudes*.

Cet âge de la lune étant ordinairement représenté par un nombre exact de jours, sans fraction, il est bon de dire de quelle manière on le compte. Pendant 24 heures, à partir de l'instant précis de la nouvelle lune, on dit que la lune a 1 jour; pendant les 24 heures suivantes, on dit qu'elle a 2 jours; et ainsi de suite. L'âge de la lune est donc successivement représenté par les divers nombres entiers, depuis 1 jusqu'à 30. L'*Annuaire du Bureau des longitudes* donne l'âge de la lune compté de cette manière, pour chaque jour à midi.

Il existe un moyen simple de déterminer approximativement l'âge de la lune, à une époque quelconque, en se servant uniquement d'un nombre particulier, nommé *épacte*, qui reste le même dans tout le cours d'une même année, et qui change d'une année à une autre. Ce nombre n'est autre chose que l'âge qu'avait la lune au 31 décembre de l'année précédente. Voici comment on s'y prend pour un jour quelconque appartenant à une année non bis-

sextile. On commence par ajouter à l'épacte le nombre des mois entiers écoulés depuis le 1^{er} janvier, ou depuis le 1^{er} mars, jusqu'au jour dont il s'agit, suivant que ce jour est antérieur ou postérieur au 1^{er} mars; puis on ajoute au résultat le nombre qui indique la date du jour dans le mois qui le renferme : la somme ainsi obtenue, diminuée de 30 unités, si elle est plus grande que 30, représente l'âge de la lune.

Ainsi, supposons qu'on veuille trouver l'âge de la lune pour le 7 février d'une année pour laquelle l'épacte est 9. On ajoutera d'abord une unité à 9, en raison du mois de janvier compris entre le 1^{er} janvier et le 7 février, ce qui fera 10; puis on ajoutera à ce nombre 7 unités, en raison de la date du jour dont il s'agit, et l'on trouvera ainsi 17 pour l'âge de la lune.

Supposons encore qu'on veuille trouver l'âge de la lune pour le 25 juillet de la même année. On ajoutera d'abord 4 unités à l'épacte 9, en raison de quatre mois entiers (mars, avril, mai, juin) compris entre le 1^{er} mars et le 25 juillet, ce qui fera 13; puis on ajoutera 25 unités (date du jour) à ce nombre 13, et l'on obtiendra 38; le résultat obtenu étant plus grand que 30, on en retranchera 30 unités, et il restera 8 pour l'âge de la lune correspondant au 25 juillet.

Pour nous rendre compte de cette règle, observons d'abord que, si l'on connaît l'âge de la lune pour le dernier jour d'un mois, il suffit évidemment de lui ajouter 1, 2, 3, 4,.... unités, pour avoir l'âge de la lune pour le 1^{er}, le 2, le 3, le 4,.... du mois suivant, et que, dès qu'on obtient ainsi un nombre plus grand que 30, c'est qu'on a dépassé la fin de la lunaison dans laquelle on se trouvait, pour entrer dans la lunaison suivante : en sorte que, dans ce dernier cas, on n'a qu'à diminuer le nombre obtenu d'une quantité égale à la durée d'une lunaison, c'est-à-dire de 30 (au lieu de 29, 53), pour avoir encore l'âge de la lune. Cela posé, nous voyons que la règle appliquée donnera bien l'âge de la lune pour un jour quelconque de janvier; puisque, d'après cette règle, on n'aura qu'à ajouter la date du jour à l'épacte, c'est-à-dire à l'âge qu'avait la lune au 31 décembre précédent, et à diminuer ensuite le résultat de 30 unités, si cela est nécessaire. Pour trouver l'âge de la lune à une époque quelconque du mois de février, il suffit d'ajouter la date correspondant à cette époque à l'âge de la lune pour le 31 janvier. Or, d'après ce qui vient d'être dit, l'âge de la lune au 31 janvier sera égal à l'épacte augmentée d'une unité : donc la règle conduit bien encore à un résultat exact pour le mois de février. Le 28 février, il s'est écoulé 59 jours depuis le 31 décembre, savoir 31 en janvier et 28 en février; or, 59 jours forment à très-peu

près le double de la durée d'une lunaison : l'âge de la lune, pour le 28 février, est donc précisément égal à l'épacte, et, en conséquence, la règle indiquée donnera bien l'âge de la lune pour toute la durée du mois de mars. En continuant de la même manière à examiner l'application de cette règle aux différents mois de l'année, on verra qu'elle permet de trouver l'âge de la lune à une époque quelconque, à un jour près, approximation toujours suffisante pour l'objet qu'on se propose dans cette détermination.

La règle a été énoncée pour une année commune de 365 jours; elle doit être un peu modifiée lorsqu'il s'agit d'une année bissextile. En effet, dans une pareille année, le mois de février a 29 jours. Le 28 février, l'âge de la lune est toujours égal à l'épacte; mais le lendemain, 29 février, il est égal à l'épacte augmentée d'une unité, et c'est cet âge correspondant au 29 février qui doit jouer, pour tout le reste de l'année, le rôle que joue l'épacte dans les années communes. Ainsi, dans tous les cas, on appliquera la règle, telle qu'elle a été énoncée, à la condition d'augmenter l'épacte d'une unité, quand il s'agit d'un jour appartenant à une année bissextile et postérieur au 29 février.

§ 215. **Mouvement de la lune autour de la terre.** — Jusqu'ici nous ne nous sommes préoccupés que du changement progressif de la direction suivant laquelle nous apercevons la lune, sans tenir compte en aucune manière de la variation de la distance de cet astre à la terre; c'est en ramenant la lune, par la pensée, à une distance invariable de la terre, que nous avons pu dire qu'elle décrit sur la sphère céleste un grand cercle qui se déplace lui-même suivant certaines lois, ce qui signifie simplement qu'elle se meut dans un plan qui passe par le centre de la terre, et dont la position change à chaque instant. Faisons un pas de plus, et voyons comment la lune s'éloigne et se rapproche alternativement de nous, en même temps qu'elle nous semble se mouvoir à travers les constellations.

Les anciens astronomes, dans l'impossibilité où ils étaient de déterminer par l'observation le rapport suivant lequel la distance de la lune à la terre variait d'une époque à une autre, eurent recours à des hypothèses, comme pour le soleil. Nous avons vu quelles étaient leurs idées sur le mouvement de ce dernier astre dans l'espace (§§ 146 et 147); c'est par des moyens analogues qu'ils ont cherché à se rendre compte des diverses circonstances du mouvement de la lune. L'observation indiquant que la lune se meut sur la sphère céleste avec une vitesse variable, ils ont imaginé diverses combinaisons de mouvements circulaires et uniformes, pour expli-

quer la variation continue de sa vitesse. Les deux hypothèses adoptées pour le soleil ont été essayées pour la lune. Celle de l'excentrique (§ 146) a dû être modifiée un peu, en raison de cette circonstance que le point du ciel où la lune se meut avec la plus grande vitesse se déplace progressivement parmi les étoiles, dans le sens direct : en même temps que la lune décrivait uniformément le cercle excentrique EE (fig. 258), on a dû supposer que le centre O de ce cercle tournait lentement autour de la terre T, et dans le même sens. L'hypothèse de l'épicycle et du déférent (§ 147)

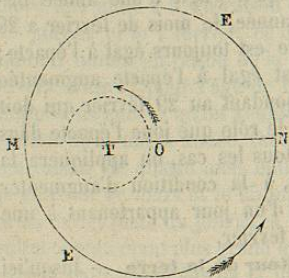


FIG. 258.

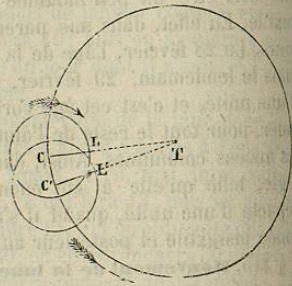


FIG. 259.

n'a pu être adoptée qu'avec une modification analogue, qui consiste à supposer que la lune L (fig. 259) met un peu plus de temps à faire le tour de l'épicycle que le centre C de cet épicycle n'en met à faire le tour du déférent; de cette manière, puisque la lune, partant d'une position L, où elle a sa plus grande vitesse sur la sphère céleste, ne peut revenir à une position analogue L' qu'après avoir fait le tour de l'épicycle, le centre de cet épicycle parcourt pendant le même temps un peu plus que la circonférence du déférent, et vient se placer en C' dans la direction d'une autre région du ciel

La comparaison des positions de la lune résultant de l'une ou de l'autre des hypothèses précédentes, avec celles que fournissait l'observation, a bientôt fait reconnaître que ces hypothèses ne suffisaient pas pour rendre compte des diverses circonstances du mouvement de l'astre. On a donc été obligé de les modifier de nouveau, en admettant, par exemple, pour celle de l'épicycle et du déférent, que ce n'était pas la lune qui parcourait uniformément la circonférence de l'épicycle; mais que cette circonférence était parcourue par le centre D d'un autre épicycle plus petit, sur lequel se mouvait la lune L (fig. 260). On comprend qu'en accumulant ainsi un cer-

tain nombre de mouvements circulaires et uniformes, et en les combinant ensemble d'une manière convenable, on devait parvenir à donner à la lune un mouvement angulaire autour de la terre qui fût précisément le même que celui que les observations font connaître; mais, en même temps, on s'éloignait considérablement de la simplicité de mouvements que l'on avait eue en vue tout d'abord, en regardant le mouvement circulaire uniforme comme le seul qui existât réellement. Lors même qu'on n'aurait pas eu des motifs puissants pour rejeter ces idées des anciens par d'autres considérations, la grande complication résultant de ces épicycles et excentriques superposés aurait dû empêcher de les considérer autrement que comme des moyens factices de représenter l'ensemble des résultats fournis par l'observation.

Mais dès qu'on put suivre chaque jour les changements éprouvés par la distance de la lune à la terre, en comparant les valeurs successives du diamètre apparent de l'astre rapporté au centre de notre globe, on reconnut que ces changements de distance étaient en désaccord complet avec ceux qui résultaient des hypothèses admises.

§ 216. En comparant les positions diverses que la lune vient successivement occuper sur la sphère céleste, avec les valeurs correspondantes de son diamètre apparent, on voit que la lune peut être regardée comme se mouvant autour de la terre suivant des lois analogues à celles du mouvement apparent du soleil autour de la terre. La lune décrit une ellipse dont la terre occupe un des foyers, et elle la décrit conformément à la loi des aires (§ 149).

Mais ces lois, qui sont complètement d'accord avec les observations, quand il s'agit du mouvement apparent du soleil, ne doivent être regardées ici que comme représentant approximativement le véritable mouvement de la lune dans l'espace. La lune ne les suit pas exactement; elle se trouve tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, par rapport à la position qu'elle occuperait si ces lois du mouvement elliptique étaient rigoureusement vraies, sans cependant s'éloigner beaucoup de cette position.

L'excentricité de l'ellipse suivant laquelle la lune se meut à peu près est égale à 0,0548, ou environ $\frac{1}{18}$.

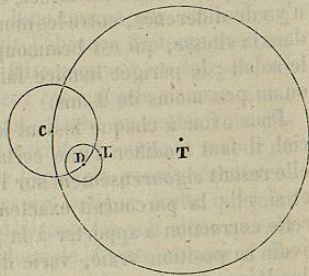


FIG. 260.