La loi du mouvement elliptique de chacune des planètes autour du soleil telle que Képler l'a établie, ne peut se rapporter évidemment qu'au mouvement relatif de la planète autour du soleil regardé comme immobile; d'après ce que nous venons de dire, cette loi serait complétement d'accord avec le principe de la gravitation universelle, si le soleil et la planète que l'on considère n'étaient soumis qu'à leur attraction mutuelle. Mais il n'en est pas ainsi. L'existence d'un grand nombre de planètes qui circulent autour du soleil fait que ce dernier astre est attiré à la fois par toutes les planètes et que chaque planète est aussi attirée, non-seulement par le soleil, mais encore par toutes les autres planètes. Il doit donc en résulter, pour chacun des corps du système planétaire, un mouvement beaucoup plus complexe que celui dont nous venons de parler. Si Képler a trouvé que chaque planète décrit une ellipse dont le soleil occupe un des foyers, c'est parce que le mouvement relatif de la planète autour du soleil ne diffère pas beaucoup du mouvement elliptique. La différence est heureusement assez faible pour n'avoir pas empêché Képler de trouver la loi simple qu'il a fait connaître; mais cette différence n'en existe pas moins, et la loi de Képler ne doit être regardée que comme une loi approximative.

§ 316. Le peu de différence entre le mouvement réel d'une planète autour du soleil et le mouvement elliptique qu'elle posséderait autour de cet astre, si toutes les autres planètes n'existaient pas, montre que les attractions qu'elle éprouve de la part de ces autres planètes n'ont que très-peu d'influence sur son mouvement. Ces attractions sont donc très-petites, par rapport à l'attraction qui émane du soleil : il en résulte nécessairement que les masses des planètes sont très-petites par rapport à la masse du soleil.

En regardant chaque planète comme n'étant attirée que par le soleil, on n'est pas rigoureusement dans la réalité, mais on ne s'en éloigne pas beaucoup, quant au résultat auquel on parvient, à cause de la faiblesse des masses des planètes relativement à celle du soleil. Le mouvement elliptique d'une planète autour du soleil, dû à la seule attraction de cet astre, peut être considéré comme étant une première approximation du mouvement qu'elle prend réellement, sous l'action simultanée des diverses forces qui lui sont appliquées. Les attractions que la planète éprouve de la part de toutes les autres planètes ne font que l'écarter de petites quantités du mouvement elliptique dont elle aurait été animée sans cela; les modifications qu'elles produisent dans son mouvement sont ce qu'on nomme des *perturbations* ou des *inégalités*.

Pour simplifier l'étude du mouvement complexe que prend une planète, sous l'action du soleil et des autres planètes, on imagine qu'une planète fictive se meut, conformément aux lois du mouvement elliptique, sur une orbite dont les éléments varient peu à peu et progressivement, et que la planète réelle oscille de part et d'autre de cette planète fictive, sans jamais s'en écarter beaucoup. Les changements progressifs des éléments du mouvement elliptique de la planète fictive sont ce qu'on nomme les *inégalités séculaires* de la planète que l'on considère : les oscillations de la planète réelle de part et d'autre de la planète fictive sont dues à ce qu'on nomme ses *inégalités périodiques*. Le mouvement du plan de l'écliptique dans l'espace (§ 166), et le changement de position du périhélie de la terre, dans ce plan (§ 167), sont des inégalités séculaires du mouvement de la terre, que l'observation a fait connaître, et dont la théorie de la gravitation universelle rend complétement compte.

§ 317. Un des résultats les plus remarquables auxquels on a été conduit, en cherchant à déterminer les perturbations du mouvement des planètes, c'est que les grands axes des orbites elliptiques variables sur lesquelles se meuvent les planètes fictives dont nous venons de parler, conservent constamment les mêmes valeurs : les inégalités séculaires de chaque planète affectent tous les éléments de son mouvement elliptique, à l'exception du grand axe de l'ellipse, qui reste toujours le même. La durée de la révolution d'une planète autour du soleil est liée à la longueur du grand axe de son orbite par la troisième loi de Képler; l'invariabilité du grand axe entraîne donc en même temps l'invariabilité de la durée de sa révolution.

Les excentricités des orbites des diverses planètes, et les inclinaisons de leurs plans sur le plan fixe avec lequel coïncidait le plan de l'écliptique à une époque déterminée, prennent peu à peu des valeurs différentes de celles qu'elles avaient d'abord. Mais on a reconnu que les variations de ces éléments, quoiqu'elles s'effectuent dans le même sens pour chacun d'eux pendant un grand nombre de siècles, n'en sont pas moins périodiques, chacun de ces éléments, après avoir constamment augmenté, ou constamment diminué, pendant un certain temps, variera ensuite en sens contraire, de manière à se rapprocher de sa valeur primitive. On a démontré que ces excentricités et ces inclinaisons, qui ont actuellement des petites valeurs, resteront toujours petites, en sorte qu'elles ne feront jamais qu'osciller entre des limites restreintes.

C'est dans l'ensemble des résultats que nous venons d'indiquer relativement aux grands axes, aux excentricités et aux inclinaisons des orbites elliptiques des planètes, que consiste la *stabilité du système du monde*, telle qu'elle a été établie par les géomètres. On voit, en effet, qu'il s'ensuit nécessairement que les orbites des planètes conserveront toujours à peu près les mêmes dimensions et les mêmes positions relatives autour du soleil.

§ 318. **Masses des planètes.** — La théorie de la gravitation universelle a permis d'arriver à la connaissance des masses des divers corps qui composent notre système planétaire. Nous allons voir par quelles considérations on est parvenu à les déterminer.

Commençons par la terre, et cherchons à calculer le rapport de sa masse à la masse du soleil. Si nous pouvons trouver les grandeurs des attractions que le soleil et la terre exercent sur l'unité de masse d'un corps, et à la même distance, il est clair que le rapport de ces attractions sera précisément celui des masses du soleil et de la terre. Or, nous savons que la vitesse acquise par un corps après une seconde de chute, à la surface de la terre, est de $9^m,8088$ par seconde; le nombre 9,8088 sert donc de mesure à l'attraction de la terre sur l'unité de masse d'un corps placé près de sa surface. Si le corps se trouvait à une distance 23 280 fois plus grande du centre de la terre, c'est-à-dire à la distance qui sépare la terre du centre du soleil (§ 150), l'attraction que la terre exercerait sur l'unité de masse de ce corps serait égale à 9,8088 divisé par le carré de 23 280; elle serait donc représentée par le nombre 0,000 000 018 0988. Mais le mouvement de la terre autour du soleil nous permet de trouver aussi la grandeur de l'attraction que le soleil exerce sur l'unité de masse placée à la même distance de la terre au centre du soleil. Observons que la circonférence de l'orbite de la terre, supposée circulaire, est 23 280 fois plus grande que la circonférence de la terre qui est de 40 millions de mètres; divisons la longueur de la circonférence de cette orbite par le nombre de secondes contenues dans l'année sidérale (§ 189), et nous trouverons la vitesse de la terre, qui est de $29\ 507^m,43$ par seconde; divisons enfin le carré de cette vitesse de la terre par le rayon de l'orbite terrestre, ou par 23 280 fois le rayon de la terre, et nous aurons la mesure de l'attraction exercée par le soleil sur l'unité de masse de la terre (§ 309) : on trouve ainsi 0,005 874 89 pour la mesure de cette attraction. D'après cela, les attractions exercées par le soleil et par la terre, sur l'unité de masse d'un corps placé à la distance qui sépare la terre du centre du soleil, sont représentées,

la première par le nombre 0,005 874 89, et la seconde par le nombre 0,000 000 018 0988; le rapport de ces deux nombres, qui est égal à 324 600, sera le rapport de la masse du soleil à celle de la terre. On en conclut donc que la masse du soleil est égale à 324 600 fois celle de la terre, ou bien encore que, si l'on représente la masse du soleil par 1, la masse de la terre sera représentée par la fraction $\frac{1}{324\ 600}$.

La considération du mouvement de l'un des satellites de Jupiter autour de cette planète permet de trouver la mesure de l'attraction que la planète exerce sur l'unité de masse de ce satellite. En opérant comme nous venons de le faire, on peut en déduire la mesure de l'attraction de Jupiter sur l'unité de masse d'un corps placé à une distance de son centre égale à la distance de la terre au centre du soleil; en comparant ensuite cette attraction à celle que le soleil exerce sur l'unité de masse de la terre et que nous venons de calculer, on en conclut le rapport de la masse de Jupiter à la masse du soleil. Le même moyen peut servir à déterminer les masses de Saturne, d'Uranus et de Neptune.

Quant aux planètes, telles que Mercure, Vénus et Mars, qui n'ont pas de satellites, on ne peut pas déterminer les rapports de leurs masses à la masse du soleil, en suivant la marche qui vient d'être indiquée. On a recours alors aux perturbations que chacune de ces planètes détermine par son action sur les autres corps du système planétaire; la grandeur des perturbations que produit une planète dépend en effet du rapport qui existe entre sa masse et celle du soleil, et l'on conçoit que, si ces perturbations ont été mesurées directement par l'observation des positions successives des astres qui les éprouvent, on peut en déduire la valeur de la masse de la planète qui les a occasionnées.

C'est en employant les diverses méthodes qui viennent d'être indiquées, qu'on a trouvé les valeurs suivantes pour les masses des planètes principales, évaluées en prenant la masse du soleil pour unité :

NOMS DES PLANÈTES.	MASSES.	NOMS DES PLANÈTES.	MASSES.
Mercure.	$\frac{1}{4348000}$	Jupiter.	$\frac{1}{1050}$
Vénus.	$\frac{1}{412150}$	Saturne.	$\frac{1}{3512}$
La Terre.	$\frac{1}{324600}$	Uranus.	$\frac{1}{20574}$
Mars.	$\frac{1}{2968300}$	Neptune.	$\frac{1}{17500}$

On ne sait rien relativement aux masses des diverses planètes comprises entre Mars et Jupiter, si ce n'est que ces masses sont très-petites.

La masse de la lune est $\frac{1}{81}$ de celle de la terre.

Quant aux comètes, on a pu s'assurer dans plusieurs circonstances que leurs masses sont extrêmement petites par rapport aux masses des planètes. Leur mouvement est souvent troublé d'une manière considérable, par l'action qu'elles éprouvent de la part des planètes dans le voisinage desquelles elles viennent à passer; si leurs masses n'étaient pas très-petites relativement à celles de ces planètes, elles produiraient en même temps des modifications appréciables dans le mouvement de ces derniers astres : or, on n'a jamais trouvé, dans le mouvement des planètes, rien qui pût être attribué à l'action perturbatrice des comètes. Il est même arrivé qu'une comète a traversé le système des satellites de Jupiter, sans que les mouvements de ces satellites aient été troublés en aucune manière.

§ 319. **Pesanteur à la surface du soleil et des planètes.** — L'attraction que le soleil et les planètes exercent sur tous les corps qui les environnent doit s'exercer en particulier sur les corps placés près de leur surface; et il doit en résulter des phénomènes analogues à ceux que produit la pesanteur à la surface de la terre. Les corps qu'on abandonnerait à eux-mêmes, dans le voisinage de la surface du soleil, tomberaient sur cette surface; si des obstacles s'opposaient à leur chute, ils exerceraient des pressions sur ces obstacles. Il en est de même pour les corps situés dans le voisinage de la surface d'une quelconque des planètes. Mais cette pesanteur, à la surface des planètes et du soleil, ne s'exerce pas partout avec la même intensité; elle dépend à la fois de la masse du

globe sur la surface duquel on la considère et du rayon de ce globe, c'est-à-dire de la distance qui sépare la surface du point central où toute la masse pourrait être concentrée sans que l'attraction totale qu'elle exerce fût sensiblement altérée. Il n'est pas difficile de calculer l'intensité de la pesanteur à la surface du soleil ou d'une planète, en tenant compte des deux éléments dont nous venons de parler. Faisons ce calcul pour le soleil.

L'intensité de la pesanteur sur la terre étant représentée par 1, celle qui existe sur la surface du soleil serait représentée par 324 600, si le rayon du soleil était égal à celui de la terre. Mais le rayon du soleil est 108 $\frac{1}{2}$ fois plus grand que celui de la terre (§ 152); l'attraction exercée par le soleil sur sa surface est donc 11 772 plus fois petite que si son rayon était égal à celui de la terre (11 772 est le carré de 108 $\frac{1}{2}$). En divisant 324 600 par 11 772, on trouve 27,57 qui est la mesure de l'intensité de la pesanteur à la surface du soleil : cette intensité est plus de 27 fois plus grande que celle de la pesanteur sur la terre.

Pour se faire une juste idée de ce que signifie ce résultat, on peut concevoir que l'on se serve d'un appareil à ressort, tel que ceux que l'on emploie souvent pour peser les corps. Cet appareil étant gradué, il suffit de suspendre un corps au crochet dont il est muni, pour que la position que prend un index ou une aiguille mobile le long de la graduation indique tout de suite le poids du corps. Supposons donc que l'on suspende à cet appareil un corps pesant 1 kilogramme, l'aiguille s'arrêtera, sur la graduation, à la division qui correspond à 1 kilogramme. Si ce même appareil, supportant le même corps, était situé près de la surface du soleil, le ressort se trouverait beaucoup plus tendu qu'il ne l'est sur la terre : l'aiguille s'arrêterait à la division correspondant à 27 $^{\text{kil}}$, 57.

Ce que nous venons de dire relativement à la pesanteur sur la surface du soleil, nous pouvons évidemment le répéter sans la moindre difficulté pour les diverses planètes et pour la lune. Le tableau suivant contient les résultats auxquels on arrive ainsi :

NOMS DES CORPS CÉLESTES.	PESANTEUR A LA SURFACE.	NOMS DES CORPS CÉLESTES.	PESANTEUR A LA SURFACE.
Soleil.	27,57	Jupiter.	2,58
Mercure.	0,52	Saturne.	1,10
Vénus.	0,86	Uranus.	0,88
La Terre.	1,00	Neptune.	0,95
Mars.	0,38	Lune.	0,16

§ 320. **Perturbations du mouvement de la lune.** — Le mouvement de révolution de la lune autour de la terre est dû à l'attraction que la terre exerce sur la lune. L'orbite de la lune serait une ellipse ayant la terre pour foyer, et cette orbite serait décrite conformément à la loi des aires, si la terre et la lune existaient seules dans l'espace. L'existence des autres corps du système planétaire, et surtout du soleil, fait qu'il est loin d'en être ainsi; la lune éprouve dans son mouvement des perturbations considérables, beaucoup plus grandes que celles qu'éprouvent les planètes. La lune est incomparablement plus rapprochée de la terre que du soleil; en sorte que, si la masse du soleil était peu différente de celle de la terre, il ne produirait dans le mouvement de la lune que des inégalités à peine sensibles. Mais la masse du soleil est tellement grande par rapport à celle de la terre, que son action perturbatrice sur la lune produit des modifications très-importantes dans le mouvement de ce satellite. Aussi le calcul de toutes les inégalités du mouvement de la lune, qui ne sont pas assez petites pour pouvoir être négligées, constitue-t-il la question la plus complexe de l'astronomie mathématique.

Nous allons voir quelques exemples des inégalités que l'action du soleil détermine dans le mouvement de la lune. Mais, pour cela, il est nécessaire que nous nous fassions d'abord une idée nette de la manière dont le soleil peut agir pour produire ces inégalités.

A chaque instant, la terre et la lune, attirées toutes deux par le soleil, tombent l'une et l'autre vers cet astre central. Les détails dans lesquels nous sommes entrés précédemment (§ 310) expliquent suffisamment ce qu'on doit entendre par cette chute de la terre et de la lune vers le soleil. Si les attractions du soleil, sur l'unité de masse de la terre et sur l'unité de masse de la lune, étaient égales et avaient des directions parallèles, la chute des deux corps vers le soleil se produirait exactement de la même manière, et il n'en résulterait aucun changement dans les positions relatives de la lune et de la terre; la lune occuperait successivement, par rapport à la terre, exactement les mêmes positions que si le soleil n'exerçait son attraction sur aucun des deux corps. Mais il n'en est pas ainsi : l'attraction du soleil sur l'unité de masse de la lune est tantôt plus grande, tantôt plus petite que l'attraction qu'il exerce sur l'unité de masse de la terre, suivant que la distance qui le sépare de la lune est plus petite ou plus grande que celle qui existe entre la terre et lui. En outre, ces attractions ne sont pas dirigées exactement de même, puisque

leurs directions passent toujours par le centre du soleil; il n'y a d'exception que lorsque la lune est en opposition ou en conjonction, auquel cas les directions des forces qui tendent à rapprocher la terre et la lune du soleil se confondent en une seule. Cette différence de grandeur et de direction des actions exercées par le soleil sur l'unité de masse de la terre et de la lune doit donc occasionner certaines modifications dans la position que la lune occupe successivement par rapport à la terre. Pour arriver à la connaissance de ces modifications, il nous suffira de raisonner comme on le fait toutes les fois qu'il s'agit d'étudier le mouvement relatif d'un corps par rapport à un autre corps qui est lui-même en mouvement.

Nous imaginerons donc qu'on attribue à l'ensemble de la terre et de la lune un mouvement commun, égal et contraire au mouvement que possède réellement la terre autour du soleil; les positions relatives de la lune et de la terre ne seront nullement altérées par l'existence de ce mouvement commun; mais il en résultera que la terre sera réduite au repos, et que le mouvement total dont la lune se trouvera ainsi animée sera précisément le mouvement que nous cherchons à étudier, c'est-à-dire le mouvement relatif de la lune autour de la terre. Or, attribuer à l'ensemble de la terre et de la lune un mouvement commun égal et contraire au mouvement réel de la terre, cela revient à appliquer, à chaque unité de masse de chacun de ces deux corps, une force égale, parallèle et de sens contraire à l'attraction que le soleil exerce sur l'unité de masse de la terre. On peut donc dire que le mouvement relatif de la lune autour de la terre est dû aux actions simultanées de trois forces, savoir : 1° l'attraction que la lune éprouve de la part de la terre; 2° celle qu'elle éprouve de la part du soleil 3° une force qui, pour chaque unité de masse de la lune, est égale, parallèle et de sens contraire à l'attraction du soleil sur l'unité de masse de la terre. Si le mouvement relatif de la lune autour de la terre était dû uniquement à la première de ces trois forces, il s'effectuerait conformément aux deux premières lois trouvées par Képler pour le mouvement des planètes autour du soleil. Les deux dernières forces tendent à rendre ce mouvement différent de ce qu'il serait si la première agissait seule; la résultante de ces deux dernières forces constitue donc la force perturbatrice due à la présence du soleil, c'est-à-dire la force qui produit toutes les perturbations du mouvement de la lune occasionnées par l'action de cet astre.

§ 321. Passons maintenant à l'examen de quelques-uns des effets produits par la force perturbatrice dont nous venons de parler.

Lorsque la lune est en conjonction, elle est plus rapprochée du soleil que la terre ; et, par conséquent, l'unité de masse de la lune est plus fortement attirée par le soleil que l'unité de masse de la terre. Pour avoir la force perturbatrice à cet instant, il faut, comme nous l'avons dit, chercher la résultante de l'attraction exercée par le soleil sur la lune, et d'une force qui, pour chaque unité de masse de la lune, est égale, parallèle et de sens contraire à l'attraction du soleil sur l'unité de masse de la terre. La première de ces deux composantes est dirigée de la lune vers le soleil ; la seconde composante est plus petite que la première, et lui est d'ailleurs directement opposée, à cause de la position particulière que nous supposons à la lune : la résultante de ces deux forces est donc égale à l'excès de la première sur la seconde, et agit dans le sens de la première, c'est-à-dire qu'elle tend à éloigner la lune de la terre.

Lorsque la lune est en opposition, elle est plus éloignée du soleil que la terre ; et par suite l'attraction qu'elle éprouve de la part du soleil est plus petite que celle qu'éprouve la terre à égalité de masse ; la force que nous devons composer avec l'attraction du soleil sur la lune, pour avoir la force perturbatrice, est donc plus grande que cette attraction, et lui est encore directement opposée : il en résulte que dans cette nouvelle position de la lune, la force perturbatrice tend encore à l'éloigner de la terre.

Lors des quadratures, la terre et la lune étant sensiblement à la même distance du soleil, les deux composantes de la force perturbatrice ont la même valeur ; et, comme elles sont encore à peu près directement opposées l'une à l'autre, à cause de la grande distance du soleil, il s'ensuit que la force perturbatrice est très-petite relativement à ce qu'elle est lors des syzygies.

D'après cela, on voit qu'en moyenne la force perturbatrice due à la présence du soleil tend à éloigner la lune de la terre ; le soleil soutient la lune à une distance de la terre plus grande que celle à laquelle elle se trouverait sans l'action de cet astre. Mais on comprend que cette action du soleil sur la lune doit se faire sentir plus ou moins énergiquement, suivant que le soleil est plus rapproché de la terre et de la lune ; lorsque le soleil est à son périgée, il doit soutenir la lune à une plus grande distance de la terre que lorsqu'il est à son apogée. L'orbite de la lune doit donc se contracter peu à peu pendant tout le temps que le soleil met à aller de son périgée à son apogée, pour se dilater ensuite pendant que le soleil revient de son apogée à son périgée.

Ces alternatives d'augmentation et de diminution de la distance moyenne de la lune à la terre amènent des changements analogues dans la durée de la révolution sidérale. La troisième loi de Képler, qui convient aux satellites aussi bien qu'aux planètes, montre en effet que plus la distance moyenne d'un satellite à sa planète est petite, moins il met de temps à faire un tour entier autour de cette planète. La durée de la révolution de la lune autour de la terre doit donc diminuer lorsque son orbite se contracte, et augmenter, au contraire, lorsque son orbite se dilate ; cette durée doit être à son maximum lorsque le soleil est à son périgée, c'est-à-dire vers le 1er janvier, et à son minimum six mois plus tard, vers le 1er juillet.

Ce changement périodique dans la durée de la révolution de la lune est une des inégalités que l'observation a fait connaître avant qu'aucune considération théorique ait pu en indiquer l'existence ; c'est l'inégalité connue sous le nom d'*équation annuelle*, dont la découverte est due à Tycho-Brahé (§ 216). En vertu de cette inégalité, la durée de la révolution sidérale de la lune, évaluée chaque année vers le 1er janvier, surpasse de plus d'un quart d'heure la valeur qu'on lui trouve lorsqu'on la détermine vers le 1er juillet.

§ 322. Nous avons dit (§ 212) que la durée de la révolution sidérale de la lune diminue peu à peu depuis l'époque des plus anciennes observations. La théorie de la gravitation universelle a assigné la cause de cette accélération continuelle du moyen mouvement de la lune. Voici en quoi elle consiste :

Nous venons de voir que, chaque année, le moyen mouvement de la lune s'accélère et se ralentit, suivant que le soleil s'éloigne ou se rapproche de la terre. Si l'orbite que décrit la terre autour du soleil restait toujours la même, il est clair que le mouvement de la lune reprendrait, à la fin de chaque année, exactement la valeur qu'il avait au commencement de cette année ; en sorte que, au bout d'un nombre quelconque d'années, il se retrouverait toujours égal à ce qu'il était d'abord. Il est vrai que le grand axe de l'orbite de la terre ne varie pas (§ 317) ; mais il n'en est pas de même de son excentricité, qui prend, de siècle en siècle, des valeurs de plus en plus petites. Le changement de forme qui en résulte pour l'orbite de la terre fait que la quantité dont la distance de la lune à la terre est augmentée, en moyenne, par l'action perturbatrice du soleil, n'est pas la même d'une année à une autre : à égalité de grand axe de l'orbite terrestre, le soleil soutient la lune à une distance de la terre, d'autant plus grande, que l'excentricité de cette orbite a une plus grande valeur. La diminution continuelle de cette excentricité entraîne donc une diminution correspondante de la distance moyenne de la lune à la terre, et, par conséquent, une diminution de la durée de sa révolution sidérale. Le calcul a fait voir que l'accélération du moyen mouvement de la lune, occasionnée, comme nous venons de le dire, par la variation séculaire de l'excentricité de l'orbite terrestre, n'est guère que la moitié de celle que l'observation a indiquée dans le mouvement de notre satellite. Nous verrons plus loin (§ 332) à quelle autre cause le reste de cette accélération peut être attribué.

La diminution progressive de l'excentricité de l'orbite de la terre ne doit pas persister indéfiniment. Ainsi que nous l'avons dit (§ 317), les inégalités séculaires des excentricités des planètes sont périodiques; l'excentricité de la terre, après avoir encore diminué pendant un certain nombre de siècles, augmentera ensuite pendant longtemps, pour diminuer encore à une époque plus reculée, et ainsi de suite. La variation séculaire de l'excentricité de l'orbite de la terre ne produira donc pas toujours une accélération du moyen mouvement de la lune; lorsque cette excentricité cessera de diminuer, pour entrer dans sa période d'accroissement, elle déterminera un ralentissement progressif du moyen mouvement de la lune; plus tard, lorsqu'elle recommencera à décroître, elle accélérera de nouveau ce moyen mouvement, et ainsi de suite.

§ 323. Nous pouvons encore nous rendre compte facilement de la manière dont la rétrogradation des nœuds de l'orbite de la lune (§ 210) est produite par l'action perturbatrice du soleil.

Soit S le soleil (*fig.* 341), T la terre, EE le plan de l'écliptique, et NLN'L' l'orbite de la lune, qui coupe le plan de l'écliptique suivant la ligne des nœuds NN'. Considérons la lune en un point L de la partie de son orbite qui est la plus rapprochée du soleil. Représentons l'attraction du soleil sur la lune par la ligne LA; la force qui, pour chaque unité de masse, est égale, parallèle et de sens contraire à l'attraction du soleil sur l'unité de masse de la terre, sera représentée par la ligne LB, parallèle à ST, et un peu plus petite que LA, parce que la terre est ici supposée plus loin du soleil que la lune. La force perturbatrice, qui est la résultante des forces LA et LB, sera donc représentée par la diagonale LC du parallélogramme LACB, et l'on voit qu'elle tend à rapprocher la lune du plan de l'écliptique. Sous l'action de cette force, la lune ne reste pas dans le plan mené par la terre T, et par l'arc qu'elle vient de parcourir avant d'arriver en L; au lieu de décrire l'arc LD situé dans ce plan, elle décrit un arc LF compris entre l'arc LD

et le plan de l'écliptique; les choses se passent comme si le plan NLT, dans lequel se mouvait la lune avant d'arriver en L, tournait autour de la ligne LT, pour prendre la position N_1LT. Il en résulte que, par suite de l'action de la force perturbatrice LC, la

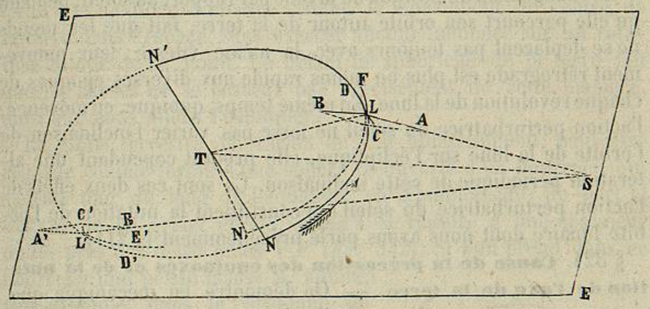

Fig. 341.

ligne des nœuds NT prend la position N_1T : cette ligne a donc tourné autour de la terre, dans le plan de l'écliptique, en sens contraire du sens dans lequel la lune se meut, c'est-à-dire qu'elle a rétrogradé.

Si nous considérons encore la lune en L', dans la partie de son orbite qui est la plus éloignée du soleil, nous arriverons au même résultat. L'B' et L'A' seront les deux composantes de la force perturbatrice, la seconde étant un peu plus grande que la première, parce que la terre est plus près du soleil que la lune; sous l'action de la résultante L'C' de ces deux forces, résultante qui tend encore à rapprocher la lune du plan de l'écliptique, elle décrit l'arc L'E' compris entre ce plan et l'arc L'D' qu'elle aurait décrit, si la force perturbatrice n'eût pas agi. Il est aisé de voir qu'il en résulte encore un déplacement de ligne des nœuds autour de la terre, et dans le sens rétrograde.

Ainsi, lorsque la lune se trouve dans la partie de son orbite qui est la plus rapprochée du soleil, ou bien dans la partie qui en est la plus éloignée, c'est-à-dire lorsqu'elle est dans les positions auxquelles correspond la plus grande intensité de la force perturbatrice, l'action de cette force donne toujours lieu à une rétrogradation des nœuds; les nœuds doivent donc, en définitive, rétrograder d'une certaine quantité à chaque révolution de la lune autour de la terre. Il faut ajouter que, non-seulement on comprend par ces considérations comment l'action perturbatrice du soleil détermine la rétrogradation des nœuds de la lune; mais encore la vitesse de ce mouvement rétrograde, calculée d'après l'action du soleil, est exactement la même que celle qui est fournie par l'observation du phénomène.

Le changement de position de la lune par rapport au soleil, pendant qu'elle parcourt son orbite autour de la terre, fait que les nœuds ne se déplacent pas toujours avec la même vitesse; leur mouvement rétrograde est plus ou moins rapide aux diverses époques de chaque révolution de la lune. En même temps, quoique, en moyenne, l'action perturbatrice du soleil ne fasse pas varier l'inclinaison de l'orbite de la lune sur l'écliptique, elle produit cependant une altération périodique de cette inclinaison. Ce sont ces deux effets de l'action perturbatrice du soleil qui constituent la nutation de l'orbite lunaire dont nous avons parlé précédemment (§ 211).

§ 324. **Cause de la précession des équinoxes et de la nutation de l'axe de la terre.** — On démontre en mécanique que, si un corps solide, entièrement libre, tourne autour d'une ligne droite placée toujours de la même manière à son intérieur, cet axe de rotation doit observer aussi constamment la même direction dans l'espace, à moins que le corps ne soit soumis à l'action de quelque force qui tende à changer cette direction. Or, on sait que l'axe de rotation de la terre passe toujours par les mêmes points de sa masse; car, s'il en était autrement, si les pôles de la terre se déplaçaient sur la surface du globe, il en résulterait des changements dans les valeurs des latitudes géographiques des divers lieux, changements que la mesure de ces latitudes, à diverses époques, aurait mis en évidence. L'observation n'ayant jamais indiqué la moindre variation dans la latitude de chaque lieu de la terre, on en conclut nécessairement que la ligne des pôles ne change pas de position à l'intérieur du globe terrestre. Il s'ensuit que l'axe du monde ne devrait pas changer de direction dans l'espace, qu'il devrait toujours aller passer par les mêmes points du ciel, si aucune force n'agissait sur la terre de manière à détruire cette invariabilité de direction de son axe de rotation. Les phénomènes de la précession des équinoxes et de la nutation de l'axe de la terre, que nous avons décrits précédemment (§§ 163 et 174), doivent donc tenir à l'action de certaines forces perturbatrices, qui tendent constamment à modifier la rotation de la terre, en changeant la direction de l'axe autour duquel cette rotation s'effectue.

On a reconnu que c'est l'aplatissement de la terre qui est la cause de ce changement de direction de son axe. Si la terre était

exactement sphérique, et que la matière dont elle est formée fût répartie régulièrement autour de son centre, il est clair que les actions exercées par un astre quelconque, le soleil, par exemple, sur ses diverses molécules, se composeraient toujours en une force unique passant par son centre; et que cette force résultante ne ferait que modifier, à chaque instant, le mouvement du centre de la terre dans l'espace, sans exercer aucune influence sur sa rotation autour de ce point. Le défaut de sphéricité de la terre fait que les choses ne se passent pas précisément de cette manière, ainsi que nous allons l'expliquer.

Le globe terrestre, en raison de son aplatissement, peut être regardé comme formé d'une sphère recouverte d'un bourrelet qui s'étend tout du long de l'équateur, en s'amincissant, de part et d'autre de ce grand cercle, jusqu'à se réduire à une épaisseur nulle, près des deux pôles P,P′ (*fig.* 342). Si l'on prend dans ce bourrelet une petite masse M, située, par exemple, dans le voisinage de l'équateur, on voit que cette masse, participant au mouvement de rotation de la terre, décrit une circonférence de cercle autour de l'axe PP′; on peut l'assimiler, jusqu'à un certain point, à un satellite de la terre qui se mouvrait dans le plan de l'équateur terrestre. Le soleil, en agissant sur ce satellite, dont l'orbite est inclinée sur le plan de l'écliptique, doit produire une rétrogradation de ses nœuds, comme cela a lieu pour la lune (§ 323). Toute autre masse prise dans le bourrelet dont nous avons parlé, et considérée comme un satellite de la terre, éprouverait évidemment, de la part du soleil, un effet analogue à celui que nous venons d'indiquer pour la petite masse M : l'intersection du plan de son orbite avec le plan de l'écliptique changerait progressivement de direction dans ce dernier plan, en tournant dans le sens rétrograde.

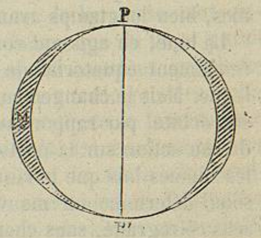

Fig. 342

Les diverses masses qui composent le bourrelet étant liées les unes aux autres de manière à former un tout solide, la rétrogradation qu'aurait éprouvée la ligne des nœuds relative à chacune d'elles, si elles eussent été indépendantes les unes des autres, doit persister après leur réunion; c'est-à-dire que le bourrelet, considéré seul, indépendamment de la masse sphérique qui est à son intérieur, présenterait, dans son mouvement de rotation autour de PP′, une circonstance analogue à la rétrogradation des orbites circulaires de ses diverses parties : l'intersection du plan de l'équateur de ce bourrelet avec le plan de l'écliptique rétrograderait dans ce dernier plan. Si l'on imagine enfin que le bourrelet soit invariablement lié à la masse sphérique qu'il enveloppe, on voit qu'il devra nécessairement l'entraîner dans son mouvement rétrograde ; seulement, la vitesse de ce mouvement sera beaucoup diminuée par l'adjonction de ce noyau sphérique, dont la masse est extrêmement grande, relativement à celle du bourrelet. On voit, par là, comment l'action du soleil sur les différentes parties du renflement que la terre présente tout du long de l'équateur, et qui s'étend, de part et d'autre de ce grand cercle, en s'amincissant de plus en plus, occasionne un mouvement rétrograde de l'intersection du plan de l'équateur avec le plan de l'écliptique, c'est-à-dire de la ligne des équinoxes; ce mouvement est précisément celui que nous avons étudié précédemment sous le nom de précession des équinoxes, et que l'observation a dévoilé aux astronomes, bien longtemps avant qu'on ait pu en assigner la cause.

La lune, en agissant comme le soleil sur les diverses parties du renflement équatorial de la terre, tend à produire un effet analogue. Mais le changement assez rapide de la position du plan de son orbite, par rapport au plan de l'écliptique, fait que le résultat de son action sur la partie renflée du globe terrestre ne suit pas les mêmes lois que le résultat de l'action du soleil. Tandis que le soleil détermine un mouvement progressif des équinoxes dans le sens rétrograde, sans changement de l'angle compris entre l'équateur terrestre et l'écliptique, la lune au contraire communique aux équinoxes un mouvement périodique, et fait en même temps varier périodiquement l'obliquité de l'équateur sur l'écliptique : les périodes de ce mouvement des équinoxes et de la variation de l'obliquité de l'écliptique sont d'ailleurs les mêmes, et égales chacune à la durée de la révolution sidérale des nœuds de l'orbite lunaire, c'est-à-dire à l'intervalle de temps que l'orbite de la lune partant d'une position quelconque emploie à y revenir. En un mot, tandis que le soleil, en agissant sur la partie renflée de la terre, produit la précession des équinoxes, la lune, par une action analogue, donne lieu à la nutation de l'axe de la terre.

325. **Cause de l'aplatissement de la terre.** — Les phénomènes géologiques nous portent à croire que la terre était primitivement fluide, et que ce n'est que par le refroidissement que sa surface s'est solidifiée. Cette fluidité primitive de la terre, combinée avec son mouvement de rotation sur elle-même, permet d'expliquer facilement la forme légèrement aplatie que présente sa surface.

Une masse fluide, dont les diverses parties s'attirent les unes les autres, tend naturellement à prendre la forme d'une sphère en vertu de ces attractions mutuelles. C'est ainsi que les gouttes de pluie, pendant qu'elles tombent, prennent exactement la forme sphérique, comme on le reconnaît par le phénomène de l'arc-en-ciel, qui serait inexplicable sans cela. La fabrication du plomb de chasse, qui consiste à laisser tomber des gouttes de plomb fondu d'une hauteur assez grande pour qu'elles puissent se solidifier pendant qu'elles sont en mouvement, repose sur cette même propriété. La terre devait donc tendre aussi à prendre la forme d'une sphère parfaite, lorsque son état de fluidité permettait à ses diverses molécules de se mouvoir facilement les unes par rapport aux autres.

Mais le mouvement de rotation dont la terre était animée ne lui a pas laissé prendre exactement cette forme. Chaque molécule éprouvait l'action d'une force centrifuge résultant de son mouvement circulaire autour de l'axe de rotation de la masse tout entière; et cette force a dû modifier la forme que la terre aurait prise, si ses diverses molécules n'eussent été soumises qu'à leurs actions mutuelles. La force centrifuge tendant à éloigner les molécules de la terre de l'axe autour duquel s'effectuait leur mouvement commun de rotation, il en est résulté un renflement vers l'équateur et un aplatissement vers les pôles. La terre s'est arrêtée à une figure d'équilibre telle que la résultante de l'attraction exercée par la masse entière sur une molécule située en un point quelconque de sa surface et de la force centrifuge relative à cette molécule, fût dirigée perpendiculairement à la surface en ce point.

La théorie indique que, en vertu de cette action des forces centrifuges, la surface de la terre a dû prendre la forme d'un ellipsoïde de révolution aplati ayant pour axe de figure son axe de rotation. La solidification successive des matières situées à la surface du globe, ou près de cette surface, s'est effectuée ensuite sans modifier sensiblement la forme de cette surface; et c'est ainsi que la terre est arrivée à l'état où nous la voyons maintenant, sans cesser de présenter l'aplatissement que son mouvement de rotation lui avait donné tout d'abord.

Les eaux de la mer se trouvent encore actuellement dans les conditions où se trouvait toute la masse de la terre lorsqu'elle était entièrement fluide. L'équilibre de ces eaux s'établit conformément à la condition qui vient d'être indiquée il n'y a qu'un instant; et la forme de leur surface est sensiblement la même que celle que présentait la surface de la terre avant de s'être solidi-