

ARITHMÉTIQUE APPLIQUÉE

OU

RECUEIL MÉTHODIQUE

ET

SOLUTIONS RAISONNÉES

DE 730 PROBLÈMES CHOISIS DANS LES EXAMENS

[A L'USAGE DES CANDIDATS AU CERTIFICAT D'ÉTUDES PRIMAIRES
AU BREVET ÉLÉMENTAIRE ET AU BREVET SUPÉRIEUR

PAR

G. BOVIER-LAPIERRE

Professeur honoraire de l'Université,
Ancien délégué cantonal du quatrième arrondissement de Paris
Officier de l'Instruction publique,
Membre de la Société de linguistique de Paris.

LIVRE DU MAÎTRE



PARIS

LIBRAIRIE CH. DELAGRAVE

15, RUE SOUFFLOT, 15

Arithmétique appliquée, 2^e série, recueil méthodique de 600 problèmes choisis
dans les examens du brevet élémentaire et du brevet supérieur des années 1884,
1885, 1886 et 1887, par G. BOVIER-LAPIERRE.

Livre de l'Élève. In-12 cart. . 1 25 | Livre du Maître. In-12 cart. . .

QA103
L3
1897
c.1



1080074706



FACULTAD DE INGENIERÍA

ARITHMÉTIQUE APPLIQUÉE

PREMIÈRE SÉRIE



LIVRE DU MAÎTRE

OUVRAGES DU MÊME AUTEUR

COURS COMPLET D'ARITHMÉTIQUE pour l'enseignement secondaire moderne.

Classe de 6^e; 1 vol. in-12, cart. Prix..... 1 fr. 25 c.
 Classes de 5^e et de 3^e, avec un grand nombre de problèmes à résoudre; 1 vol. in-12, cart. Prix..... 2 fr. »
 Classe de 4^e; 1 vol. in-12, cart. Prix..... 1 fr. 50 c.

COURS D'ALGÈBRE pour l'enseignement secondaire moderne.
 Classes de 3^e et de 2^e, avec un grand nombre de problèmes à résoudre. 1 vol. in-12 cart. Prix..... 2 fr. »

SOLUTIONS RAISONNÉES des problèmes énoncés dans l'*Algèbre* pour l'enseignement secondaire moderne.
 1 vol. in-12 cart. Prix..... 2 fr. »

ARITHMÉTIQUE APPLIQUÉE ou Recueil méthodique de problèmes choisis dans les examens, à l'usage des candidats au certificat d'études, au brevet élémentaire et au brevet supérieur.

Livre de l'Élève, contenant les énoncés.
 2 vol. in-12, cart. Prix de chaque volume..... 1 fr. 25 c.
Livre du Maître, contenant les solutions raisonnées de tous les problèmes du « Livre de l'Élève », 2 vol. in-12, cart.
 Prix de chaque volume..... 2 fr. 50 c.

COURS GRADUÉ D'ARITHMÉTIQUE pour l'enseignement primaire, conforme aux nouveaux programmes officiels du 27 juillet 1882.

N° 1. — L'Arithmétique des écoles primaires. Cours élémentaire.
Livre de l'Élève, 1 vol. in-12, cart. Prix..... 0 fr. 90 c.
Livre du Maître, 1 vol. in-12, cart. Prix..... 1 fr. 20 c.

N° 2. — L'Arithmétique des écoles primaires. Cours moyen.
Livre de l'Élève, 1 vol. in-12, cart. Prix..... 1 fr. 50 c.
Livre du Maître, 1 vol. in-12, cart. Prix..... 1 fr. 50 c.

N° 3. — DEGRÉ SUPÉRIEUR.
Livre de l'Élève, 1 vol. in-12, cart. Prix..... 1 fr. 50 c.
Livre du Maître, 1 vol. in-12, cart. Prix..... 2 fr. 50 c.

Admis tous trois sur la liste des ouvrages fournis gratuitement par la Ville de Paris aux écoles primaires communales.

ÉLÉMENTS DE TRIGONOMÉTRIE RECTILIGNE, à l'usage de l'enseignement secondaire moderne et des écoles normales primaires. 1 vol. in-12, cart. Prix..... 4 fr. 50 c.

ÉLÉMENTS DE GRAMMAIRE LATINE, rédigés sur un nouveau plan, à l'usage des classes élémentaires.
 1 volume in-12, cart. Prix..... 1 fr. 50 c.

Le même ouvrage complété par la théorie de la syntaxe.
 Prix..... 1 fr. 75 c.

Ouvrage approuvé par la Commission scolaire des livres classiques.

Coulommiers. — Imp. P. Brodard. — 548-96.

ARITHMÉTIQUE APPLIQUÉE

PREMIÈRE SÉRIE

RECUEIL MÉTHODIQUE

et solutions raisonnées

DE 900 PROBLÈMES CHOISIS DANS LES EXAMENS

A L'USAGE DES CANDIDATS AU CERTIFICAT D'ÉTUDES PRIMAIRES
 AU BREVET ÉLÉMENTAIRE ET AU BREVET SUPÉRIEUR

PAR G. BOVIER-LAPIERRE

Professeur honoraire de l'Université, Officier de l'Instruction publique,
 Membre de la Société de Linguistique de Paris,
 Ancien membre de la Commission des examens de l'Hôtel de Ville de Paris,
 Ancien Délégué cantonal du IV^e arrondissement. *

LIVRE DU MAÎTRE

SIXIÈME ÉDITION CORRIGÉE



446.

PARIS

LIBRAIRIE CH. DELAGRAVE

15, RUE SOUFFLOT, 15

1897

14078

GA103

23

1897



74706

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
AVERTISSEMENT.....	VII
INTRODUCTION.....	X
Conseils généraux sur la résolution des problèmes.....	1
CHAPITRE I. — Problèmes sur les quatre règles appliquées aux nombres entiers et décimaux.....	5
CHAPITRE II. — Problèmes sur les fractions ordinaires.....	55
CHAPITRE III. — Problèmes sur les surfaces. — Règles et conseils.....	107
CHAPITRE IV. — Problèmes sur les volumes. — Règles et conseils.....	121
CHAPITRE V. — Problèmes particuliers sur les fractions.....	135
CHAPITRE VI. — Problèmes sur les monnaies et les densités. — Explications relatives aux monnaies et à la densité.....	146
Tableau des densités des corps les plus importants.....	148
CHAPITRE VII. — Problèmes sur les mélanges.....	167
— sur les alliages.....	183
NOTE sur les titres des alliages d'or et d'argent.....	208
CHAPITRE VIII. — Problèmes sur les intérêts simples.....	209
— sur les intérêts composés.....	248
Tableau relatif aux intérêts composés.....	253
CHAPITRE IX. — Problèmes sur l'escompte.....	254
— sur l'échéance moyenne.....	277
CHAPITRE X. — Problèmes sur les partages proportionnels....	286
CHAPITRE XI. — Problèmes sur les mobiles et les nombres complexes.....	326
CHAPITRE XII. — Problèmes divers et problèmes algébriques...	356
CHAPITRE XIII. — Problèmes élémentaires de géométrie. — Règles sur la mesure des surfaces et des volumes.....	397
— sur les Caisses d'épargne.....	412

AVERTISSEMENT

Les 900 problèmes contenus dans ce recueil ont été distribués en plusieurs chapitres, et classés méthodiquement dans chacun, de telle sorte que les difficultés vont en croissant graduellement du premier au dernier. C'est à cause de cet ordre, exigé par l'intérêt des élèves, que certains problèmes, appartenant aux examens du brevet supérieur, se trouvent placés avant d'autres problèmes proposés dans les examens du brevet élémentaire et même du certificat d'études primaires. Cette absence de juste proportion entre les sujets des épreuves écrites des diverses académies s'est opposée à la réalisation du plan que nous avons d'abord formé : diviser ce recueil en deux parties, l'une consacrée au brevet élémentaire, l'autre au brevet supérieur. Au reste, les maîtres et les maîtresses sauront très bien distinguer les problèmes qui, vers la fin de chaque chapitre, doivent être réservés à ce dernier brevet.

Certains énoncés paraîtront peut-être longs et même diffus; qu'on ne nous en attribue pas la rédaction. Nous avons tenu à conserver aux sujets de composition la forme officielle avec laquelle ils ont été proposés dans les examens. Les candidats se familiariseront ainsi avec les difficultés de nature diverse qu'ils peuvent rencontrer dans les questions qu'ils auront à résoudre; en même temps, ils trouveront toute la variété désirable dans ces problèmes

recueillis, pour ainsi dire, sur tous les points de la surface du pays.

Parmi les problèmes réunis ici, il y en a, même parmi ceux du brevet élémentaire, dont la solution ne diffère que par la forme de celle qu'emploierait la méthode algébrique. Il ne sera pas sans intérêt pour les candidats de voir quelle simplicité et quelle clarté le langage algébrique apporte dans ces questions; nous croyons donc leur rendre service, en indiquant celles de ces questions qui sont traitées dans les *Solutions raisonnées* des problèmes de notre *Algèbre simplifiée*.

D'ailleurs, il leur importe à tous, aux aspirantes aussi bien qu'aux aspirants, d'acquérir l'usage du calcul algébrique, puisqu'il est compris dans l'enseignement des Écoles normales.

Les aspirants peuvent même se trouver en face de problèmes relatifs aux progressions et aux annuités, et être obligés de montrer qu'ils ne sont point étrangers à la connaissance des logarithmes. Ils trouveront ces théories exposées dans notre *Algèbre simplifiée*, qui a été écrite spécialement pour les aspirants et les aspirantes au brevet supérieur, et les exercices d'application dans le volume des *Solutions raisonnées* qui complète cet ouvrage.

INTRODUCTION

Personne ne conteste plus aujourd'hui la valeur du certificat d'études primaires. D'un autre côté, le brevet de capacité a pris une grande importance; car quoiqu'il ne soit exigé que pour les fonctions d'instituteur et d'institutrice, il est recherché, à Paris surtout, par un grand nombre de jeunes filles qui aspirent à l'acquérir comme un couronnement de leurs études. De là est née dans les écoles une vive émulation, et si les efforts des aspirants et des aspirantes étaient aidés par une bonne méthode, les études en éprouveraient une heureuse influence; les maîtres n'auraient pas à lutter péniblement contre des difficultés qu'ils ne surmontent qu'à force de zèle. Or, si nous ne considérons que l'arithmétique en particulier, les épreuves écrites et les épreuves orales des examens montrent que, malgré de réelles améliorations, elle est encore sous le joug de la routine et qu'elle s'accroche trop aveuglément à des considérations abstraites empruntées à un enseignement d'un autre ordre, au lieu de suivre une voie plus naturelle et par là même plus simple, que le bon sens suffirait seul à découvrir dans bien des cas. Cette conclusion, qui paraîtra peut-être sévère à quelques personnes, est le résultat de nos observations personnelles. Pour la justifier, nous allons entrer dans quelques développements, que nous appuierons sur des exemples exclusivement puisés dans les examens.

Nous signalerons d'abord un préjugé qui égare les aspirantes surtout, c'est que la valeur d'une composition est pour ainsi dire mesurée sur son étendue. Elles craindraient d'être accusées d'ignorance ou au moins de pauvreté de savoir, si elles ne

jetaient pêle-mêle sur le papier tout ce que la mémoire leur fournit relativement à la question qu'elles ont à traiter. Parmi les nombreux exemples que nous pourrions citer, voici un des plus remarquables.

Le problème suivant avait été proposé pour l'épreuve écrite dans l'examen du brevet élémentaire.

Le bois à brûler provenant des démolitions se vend 35 francs les 1000 kilogrammes ; à combien revient le stère de ce bois, si le stère ne pèse que les 0,9 du poids du même volume d'eau ?

Dans la plupart des compositions que nous eûmes l'occasion d'examiner, la résolution de ce petit problème n'occupait pas moins d'une page de grand format. C'était un exposé confus de tout ce qui concerne la mesure du volume d'un corps à faces rectangulaires ; du mètre cube, on descendait au décimètre cube et même au centimètre cube ; on évaluait le poids d'un centimètre cube de ce bois, comme si la masse avait été compacte et sans aucun vide, en appelant à son aide la relation qui existe entre le poids, le volume et la densité d'un corps. Enfin, au milieu de ces explications, plusieurs aspirantes passèrent à côté du but sans l'apercevoir ; en d'autres termes, elles ne parvinrent pas à la solution cherchée, quand il suffisait d'un instant de réflexion pour la découvrir et de quelques lignes pour tracer la marche qui y conduisait.

Si les aspirantes avaient été habituées à consulter leur raison plutôt que leur mémoire, elles n'auraient pas fait d'autres raisonnements que le suivant :

Le mètre cube d'eau pèse 1000 kilogrammes ou 10 quintaux.

Le stère de bois en pèse les 9 dixièmes, c.-à-d. 9 quintaux.

Le prix de 10 quintaux de bois est 35 francs.

Celui de 1 quintal en serait la 10^e partie ou 3^f,50.

Le stère vaudra 9 fois autant, c'est-à-dire $3^f,50 \times 9 = 31^f,50$.

Cette déplorable prolixité, qui semble un mérite indispensable, provient de l'abus qu'on fait de la *méthode de l'unité*, en l'appliquant partout et d'une manière uniforme, comme si c'était une machine dont il suffit de tourner la manivelle, pour faire sortir des matières qu'on y a mises le résultat demandé.

Qu'on pose, par exemple, la question suivante : *Calculez l'intérêt de 900 francs à 5 % pour 3 mois.*

Les élèves ne manqueront jamais de couvrir une demi-page de ce beau raisonnement, que nous nous bornons à transcrire :

100 fr. en 1 an ou 12 mois produisent 5 fr.

1 fr. en 12 mois rapportera 100 fois moins ou $\frac{5}{100 \times 12}$.

1 fr. en 1 mois rapportera 12 fois moins ou $\frac{5}{100 \times 12}$.

900 fr. en 1 mois rapporteront 900 fois plus ou $\frac{5 \times 900}{100 \times 12}$.

900 fr. en 3 mois rapporteront 3 fois plus ou $\frac{5 \times 900 \times 3}{100 \times 12}$.

Il ne viendra à l'esprit de personne de dire simplement :

L'intérêt de 900 fr. pour 1 an est 9 fois l'intérêt de 100 fr., c'est-à-dire 45 fr.

Pour 3 mois, ou le quart de l'année, l'intérêt sera le quart de 45 fr., par conséquent 11^f,25.

Il semble que, dans l'atmosphère de l'école ou de la salle d'examen, les choses les plus simples prennent des proportions extraordinaires et présentent un aspect tout autre que celui qu'elles auraient au dehors. Les idées elles-mêmes ne s'y succèdent plus dans leur ordre naturel.

Par exemple, on avait à chercher pour l'épreuve écrite dans un examen : *combien il faudrait de temps à deux fontaines coulant ensemble pour remplir un bassin de 800 litres, chaque fontaine fournissant un certain nombre de litres dans un temps donné.*

Après avoir trouvé, d'après les conditions du problème, que les deux fontaines versaient ensemble par heure 97 litres 6 décilitres, il semble que tous devaient s'accorder à dire que le nombre d'heures demandé est égal au nombre de fois qu'il y a 97,6 dans 800 litres, et qu'il suffit par conséquent de diviser 800 par 97,6.

Cette marche parut trop courte et trop directe, et, dans presque toutes les compositions, on prit le détour suivant :

Pour remplir 97^l,6, il faut 1 heure.

Pour remplir 1 litre, il faudrait $\frac{1}{97,6}$ heure.

Pour remplir 800 litres, il faudrait $\frac{1 \times 800}{97,6}$.

Engagé dans l'ornière de la méthode de l'unité, on ne s'apercevait pas combien on heurtait le bon sens, en cherchant le temps qu'auraient mis les deux fontaines pour remplir un litre,

quand il s'agit d'un bassin de 800 litres, et surtout lorsque la quantité d'eau fournie par les deux fontaines est assez considérable pour qu'il soit matériellement impossible de déterminer le temps qu'elles mettraient à remplir un litre seulement.

Nous n'en finirions pas, si nous voulions retracer ici les voies tortueuses dans lesquelles se jettent les élèves à la recherche de la solution d'un problème et les procédés mécaniques auxquels ils ont recours. Nous présenterons seulement comme dernier exemple la méthode employée presque partout, avec une aveugle uniformité, pour partager un nombre en deux ou plusieurs parties ayant entre elles des relations données.

Soit la question suivante : *Diviser 72 francs entre deux personnes, de manière que la plus jeune ait les $\frac{4}{5}$ de ce qu'aura l'aînée.*

D'abord, il arrive souvent que, faute de réfléchir sur la question et de la comprendre, les élèves s'empressent d'appliquer la fraction au nombre à partager et prennent ici les $\frac{4}{5}$ de 72 francs pour avoir l'une des parts, oubliant que la 2^e part doit être non pas les $\frac{4}{5}$ de la somme totale, mais seulement de l'autre part.

Ceux qui se rappellent mieux les leçons qu'ils ont reçues, au sujet de ces questions, font la dissertation suivante que nous reproduisons textuellement :

Si on représente la part de l'aînée par 1 ou $\frac{5}{5}$, la part de la cadette sera représentée par $\frac{4}{5}$, c'est-à-dire qu'il faut partager 72 francs en deux parties qui soient entre elles comme les fractions $\frac{5}{5}$ et $\frac{4}{5}$ ou comme leurs numérateurs 4 et 5, dont le total est 9. Mais 5 par rapport à 9 est les $\frac{5}{9}$ et 4 par rapport à 9 en est les $\frac{4}{9}$. L'aînée aura donc les $\frac{5}{9}$ de 72 fr. ou $\frac{72 \times 5}{9} = 40$ fr, et la cadette aura les $\frac{4}{9}$ de 72 fr. ou $\frac{72 \times 4}{9} = 32$ fr.

La première fois que l'élève a entendu de telles explications, il n'y a certainement pas compris grand'chose. Qu'est-ce, pour lui, que ces fractions $\frac{5}{5}$ et $\frac{4}{5}$ qui sont censées représenter les deux parts? Un 5^e c'est la 5^e partie de quelque chose; quelle est ici cette chose? En outre, les deux parts réunies devraient donner $\frac{9}{5}$, c'est-à-dire 9 fois la 5^e partie de cette chose imaginaire. Ce raisonnement est aussi solide que si on voulait poser une construction sur un nuage; ce n'est même plus un raisonnement, c'est parler contre la raison.

N'insistons pas plus longuement sur cette singulière théorie, où l'élève n'entend que des mots, sans pouvoir y saisir quelques idées claires. Un paysan ignorant qui assisterait à une pareille leçon hausserait les épaules; il n'en dirait pas si long pour opérer le partage, si on mettait les 72 pièces d'un franc sur la table devant lui.

Je donne 5 fr. à l'aînée, dirait-il, et par conséquent 4 fr. à la cadette, ce qui fait en tout 9 fr. Or, il y a 8 fois 9 fr. dans les 72 fr.; donc l'aînée aura 8 fois 5 fr., c'est-à-dire 40 fr.; la cadette aura 9 fois 4 fr., c'est-à-dire 36 fr.

De la leçon du paysan, il ne sera pas difficile de tirer la règle à appliquer pour résoudre les questions de cette espèce.

Le bon sens naturel, voilà le guide le plus sûr, le maître le plus habile; malheureusement, ce n'est pas celui qui est le plus souvent consulté. Qu'on lui donne une place plus grande dans l'enseignement de l'arithmétique, et cette étude devenue moins artificielle, perdra de son aridité et n'excitera plus de répulsion chez les élèves. C'est pour aider à amener cette transformation que nous avons rédigé cet ouvrage.

Nous avons voulu faire autre chose qu'une collection de problèmes, suivis du résultat dans le livre de l'élève ou accompagnés de leurs solutions développées dans le livre du maître. Recueillis dans les examens qui ont eu lieu à diverses époques et dans les diverses académies, ils présentent une variété de formes et de combinaisons tout à fait propre à familiariser les candidats avec toutes les questions qui peuvent leur être proposées. Cette qualité, qui n'est pas sans importance, serait insuffisante; nous avons cherché à donner à cet ouvrage un caractère vraiment pédagogique, en classant méthodiquement les problèmes

qui sont unis entre eux par une certaine analogie, en indiquant les règles qui leur sont applicables, en y ajoutant des conseils propres à écarter les longueurs inutiles et à conduire au but par le chemin le plus commode et le plus court.

Quant à la gradation des problèmes de chaque catégorie, nous avons dû l'établir en les comparant les uns avec les autres, et non pas d'après le degré de l'examen dans lequel ils ont été proposés ; car tel problème qui a été donné pour le certificat d'études primaires est plus difficile qu'un autre problème proposé pour l'examen du brevet élémentaire, et souvent celui-ci est plus embarrassant que tel problème proposé aux candidats du brevet supérieur.

Au reste, l'administration de l'instruction publique avait compris combien était fâcheux ce manque de proportion dans les épreuves écrites des examens ; c'est pour y remédier, autant que possible, qu'elle envoie maintenant les mêmes sujets de compositions dans tous les départements, au lieu d'en laisser le choix, comme auparavant, aux diverses académies.

En terminant, nous nous permettrons de dire que cet ouvrage, tout modeste qu'il soit, nous a coûté plus de temps et de travail qu'on ne pense ; à ce titre, nous réclavons l'indulgence de nos lecteurs pour les erreurs qui auraient pu échapper. Nous les prions même de nous les communiquer ; nous recevrons leurs observations avec reconnaissance.



ARITHMÉTIQUE APPLIQUÉE

LIVRE DU MAÎTRE

FACULTAD DE INGENIERIA

CONSEILS POUR LA RÉOLUTION DES PROBLÈMES

1° Présentez le raisonnement avec la plus grande concision, en omettant tous les détails inutiles ; faites des phrases courtes, en évitant l'emploi des pronoms et des conjonctions.

2° Ne remplacez jamais dans le corps d'un raisonnement les mots *plus*, *moins*, *multiplié par*, *divisé par*, *égale par* les signes (+, -, ×, :, =) ; réservez ces signes pour les placer seulement entre les nombres.

3° Écrivez les nombres avec les signes qui les rattachent entre eux au bout de la ligne, ou mieux sur une seule ligne, afin qu'on les distingue nettement des explications qui les précèdent et de celles qui les suivent.

4° Dans un raisonnement où se présente une multiplication, conservez scrupuleusement à chaque facteur sa fonction et sa place, en ne perdant pas de vue que le multiplicateur reste un nombre abstrait. Par exemple, ne dites jamais que pour trouver le prix de 64 mètres d'étoffe à 7 fr. le mètre il faut *multiplier 64 mètres par 7 fr.*, langage qu'on entend répéter partout, quoiqu'il soit contraire au bon sens. Dites seulement : *il faut multiplier 7 fr. par 64* ; car le prix cherché est égal à 64 fois 7 fr., ce qu'on écrit ainsi :

$$7^{\text{fr}} \times 64 = 448^{\text{fr.}}$$

N'oubliez pas de placer au-dessus de chaque nombre concret l'indication abrégée du nom de ses unités