

Le prix de vente de l'hectolitre de bon blé a été

$$11\ 128,7 : 2400 = 4^f,63695.$$

Le prix de l'hectolitre de blé avarié a été

$$4^f,637 \times \frac{4}{5} = 4,637 \times 0,8 = 3^f,7096.$$

Réponse. — Prix de vente de l'hectolitre : pour le blé conservé, 4^f,64; pour le blé avarié, 3^f,71.

156. Pour éclairer une usine, il faut 725 becs de gaz qui restent allumés en moyenne 2 heures 0,8 par jour, pendant 180 jours de l'année. Le gaz est payé à raison de 40 centimes le mètre cube, et chaque bec en consomme 123 litres et quart par heure. Remise est faite au propriétaire de l'usine des $\frac{58}{725}$ de la consommation annuelle du gaz qu'il emploie.

On demande quel serait pour 100 le montant de cette remise, le prix net du mètre cube de gaz consommé dans l'usine, et à combien s'élèverait la dépense totale, s'il n'y avait pas de remise.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Besançon, 1878.

Chaque bec reste allumé pendant un nombre d'heures égal à

$$2^h,8 \times 180 = 504^h.$$

Le volume du gaz consommé annuellement par chaque bec est

$$123^l,25 \times 504 = 62\ 118^l = 62^m^o,118.$$

La quantité totale de gaz brûlé annuellement est

$$62^m^o,118 \times 725 = 45\ 035^m^o,55.$$

La dépense annuelle sans réduction serait

$$0^f,40 \times 45\ 035,55 = 18\ 014^f, 22.$$

La fraction $\frac{58}{725}$ réduite en décimale est égale à 0,08

La réduction faite est donc

$$18\ 014^f,22 \times 0,08 = 1441^f,1376.$$

La somme nette à payer par le propriétaire est

$$18\ 014^f,22 - 1441^f,14 = 16\ 573^f,08.$$

Par la réduction de 0,08, le prix net du mètre cube de gaz est

$$0^f,40 \times 0,92 = 0^f,368.$$

Réponse. — Réduction de 8 %.

Prix net du mètre cube de gaz, 36 centimes 8 millièmes.

Dépense totale sans réduction, 18 014^f,22.

157. On a vendu les $\frac{3}{4}$ d'une propriété pour 35 437^f,50 à raison de 3780 fr. l'hectare. Le reste a été vendu à un prix qui surpasse le 1^{er} de 20 centimes par mètre carré. Combien le vendeur a-t-il reçu en tout et quelle était la surface de la propriété?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Nov. 1881.

Les $\frac{3}{4}$ de la propriété contiennent autant d'hectares qu'il y a de fois 3780^f dans 35 437^f,50. Cette surface a

$$35\ 437,5 : 3780 = 9^ha,375 = 937^a,5.$$

Le quart de la propriété a 937^a,5 : 3 = 312^a,5 = 31 250 mètres q.

La propriété totale a..... 312^a,5 × 4 = 1250 ares.

Le prix de vente de la 1^{re} partie a été :

par hectare 3780^f; par are 37^f,80; par mètre carré 0^f,378.

Le prix de vente du mètre carré du reste a été

$$0^f,378 + 0^f,20 = 0^f,578.$$

Ce reste a 31 250 mètres carrés.

Sa vente a produit..... 0^f,578 × 31 250 = 18 062^f,50.

Le vendeur a donc retiré de la vente totale

$$35\ 437^f,50 + 18\ 062^f,50 = 53\ 500^f.$$

158. Une institutrice, qui débute dans l'enseignement, a été installée le 13 octobre 1870. A la fin du mois de mars, on règle ce qui lui est dû et elle reçoit la somme de 546^f,25. On demande quel est son traitement annuel, en sachant qu'on lui a retenu, d'après la loi, le traitement du 1^{er} mois et qu'on a fait sur le rest. la retenue de 5 %. Les mois sont comptés de 30 jours.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Lyon, 1879.

Du 13 octobre à la fin du mois il y a 18 jours, et du 1^{er} novembre à la fin de mars, il y a 5 mois. L'institutrice a donc reçu son traitement pour 4 mois 18 jours, c'est-à-dire pour 138 jours.

La somme reçue n'est que les 0,95 du traitement sans retenue. 0,95 de ce traitement pour 138 jours sont 546^f,25.

0,01 serait $\frac{546,25}{95}$; le traitement serait $\frac{54\ 625}{95} = \frac{10\ 925^f}{19}$.

Pour un jour, le traitement serait $\frac{10\ 925}{19 \times 138}$.

Pour l'année il sera $\frac{10925 \times 360}{19 \times 138} = 1500$ fr.

159. Sur trois notes, l'une de 180^f,45, l'autre de 70^f,25 et la 3^e de 240^f,80, l'acheteur en les soldant a retenu les centimes et n'a payé que les francs. On demande : 1^o à combien pour 100 s'élève la retenue faite sur le tout; 2^o quelle est celle des trois notes qui a subi la plus forte retenue relativement au montant.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Ajaccio, 1879.

1^o Le total des trois notes est 491^f,50.

La retenue sur ce total est 0,45 + 0,25 + 0,80 = 1^f,50.

Sur 4915 décimes, on a retenu 15 décimes.

Sur 1 décime, la retenue serait $\frac{15}{4915} = \frac{3}{983}$.

Sur 100 décimes, elle est $\frac{300}{983} = 0,30$.

2^o La retenue sur chaque note en est une partie égale :

dans la 1^{re}, à $\frac{45}{18\ 045}$ ou $\frac{1}{401}$;

dans la 2^e, à $\frac{25}{7025}$ ou $\frac{1}{281}$;

dans la 3^e, à $\frac{8}{2408}$ ou $\frac{1}{301}$.

Réponse. — La réduction sur le total est de 3 dixièmes %. La plus forte réduction est sur la 2^e note.

160. Un propriétaire a 18 hectares de terre cultivée en blé. Il a récolté par hectare 2 mètres cubes 360 décimètres cubes de blé pesant 72 kilogr. 35 décagrammes l'hectolitre. Ce blé rend en farine les $\frac{8}{11}$ de son poids.

On ajoute à la farine 53 d'eau pour 100 de son poids, et la pâte perd un 6^e de son poids par la cuisson. On demande combien le produit de la récolte donnera de pains de 2 kilogrammes.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Poitiers, 1879.

D'abord, il y a par hectare 2360 litres ou 23^{hl},6 de blé.

La récolte a été..... 23^{hl},6 × 18 = 424^{hl},8.

Le poids du blé récolté est..... 72^{kg},35 × 424,8 = 30 734^{kg},28

Le poids de farine est $\frac{30\ 734^{\text{kg}},28 \times 8}{11} = 22\ 352^{\text{kg}},2$.

Le poids d'eau ajouté à la farine est $22\ 352^{\text{kg}},2 \times 0,53 = 11\ 846^{\text{kg}},666$

Ajoutons le poids de la farine..... 22 352^{kg},200

Le poids de la pâte est... 34 198^{kg},866

La perte de $\frac{1}{6}$ par la cuisson égale..... 5 699^{kg},811

Le poids de pain obtenu est... 28 499^{kg},055

Le nombre de pains est la moitié de ce poids, c.-à-d. 14 249,527

Réponse. — On aura 14 249 pains de 2 kilogr., plus un autre pain de 1 kilogramme seulement.

§ 2. — PROBLÈMES DONNANT LIEU AUX DIVERSES OPÉRATIONS SUR LES FRACTIONS ORDINAIRES.

161. On achète une étoffe à raison de 9 fr. les 4^m,75; on la revend 17 fr. les 7 mètres et on gagne 28 fr. Quelle est la longueur de la pièce?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Le prix d'achat du mètre est $\frac{9^f}{4,75} = \frac{900}{475} = 1^f,894$.

Le prix de vente est..... $\frac{17^f}{7} = 2^f,428$.

Le gain par mètre est 2^f,428 — 1^f,894 = 0^f,534.

La longueur de la pièce est 28 : 0,534 = 52^m,43.

OBSERVATION. — On a obtenu le prix d'achat et le prix de vente du mètre approchés seulement par défaut à 1 millièmè près; leur différence est aussi approchée à moins de 1 millièmè près; mais on ne peut pas dire que le quotient obtenu en divisant 28 par cette différence a le même degré d'approximation. Pour éviter cette incertitude, on conserve le prix d'achat et le prix de vente sous la forme de fractions ordinaires, et on opère alors de la manière suivante :

Le prix d'achat du mètre est $\frac{9}{4,75} = \frac{900}{475} = \frac{36^f}{19}$.

Le prix de vente est $\frac{17^f}{7}$.

Le gain par mètre est

$$\frac{17}{7} - \frac{36}{19} = \frac{17 \times 19 - 7 \times 36}{7 \times 19} = \frac{71^f}{133}$$

Le nombre de mètres est égal au nombre de fois que ce gain par mètre est contenu dans le gain total 28 francs. Il est donc

$$28 : \frac{71}{133} = \frac{28 \times 133}{71} = \frac{3724}{71} = 52^m,45.$$

Réponse. — La pièce avait 52^m,45 et non 52^m,43.

162. On vide les $\frac{2}{3}$ d'un tonneau; puis on y remet 35 litres de vin et le tonneau est alors à moitié plein. Quelle est la capacité de ce tonneau?

Brevet élémentaire. Aspirantes.

Après le tirage des $\frac{2}{3}$ du tonneau, il n'en reste plus que $\frac{1}{3}$.

$\frac{1}{3}$ du tonneau plus 35 litres égalent $\frac{1}{2}$ du tonneau.

Donc 35 litres sont la différence qu'il y a entre $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ du tonneau.

Cette différence est $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$ du tonneau.

La capacité du tonneau entier est donc

$$35^l \times 6 = 210 \text{ litres.}$$

163. Lorsque les $\frac{3}{4}$ d'un mètre de drap valent 12 francs, que valent les $\frac{5}{7}$ du mètre?

Certificat d'études primaires. — Doubs, 1877.

Le prix des $\frac{3}{4}$ de mètre est 12^f.

Le prix de $\frac{1}{4}$ de mètre serait 12^f : 3 = 4^f.

Le prix du mètre est 4^f × 4 = 16^f.

Le 7^e de mètre coûterait $\frac{16^f}{7}$.

Les $\frac{5}{7}$ de mètre valent $\frac{16^f}{7} \times 5 = \frac{80^f}{7} = 11^f,428 \text{ c.-à-d. } 11^f,43.$

164. On a compté 16 battements d'une montre entre l'instant où l'on a vu l'éclair et celui où l'on a entendu le tonnerre. A quelle distance est-on du nuage orageux, si le son parcourt 340 mètres par seconde et si la montre marque 128 battements par minute, l'éclair se produisant au moment où on l'aperçoit?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Melun, 1879.

Entre deux battements consécutifs, il y a $\frac{60^s}{128} = \frac{15}{32}$ de seconde.

Le temps marqué par les 16 battements est

$$\frac{15^s}{32} \times 16 = \frac{15^s}{2} = 7^s,5.$$

La distance demandée est donc

$$340^m \times 7,5 = 2550 \text{ mètres.}$$

165. La lune tourne sur elle-même en 27 jours 7 heures et 43 minutes. Exprimer ce nombre en nombre décimal, en prenant le jour ou l'heure pour unité.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

On a 1^j = 24^h = 60^m × 24 = 1440^m.

$$7^h = \frac{7^j}{24} = 0,2916; 43^m = \frac{43^j}{1440} = 0,0298.$$

On trouve donc 27^j 7^h 43^m = 27^j,3214.

166. La roue d'une machine fait 91 tours en 3 secondes $\frac{3}{4}$.

On demande combien elle fera de tours en 5 heures $\frac{3}{4}$.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Juillet 1881.

En convertissant le temps en secondes, on trouve :

$$5^h \frac{3}{4} = 60^m \times 5 + 45^m = 345^m.$$

$$345^m = 60^s \times 345 = 20700^s.$$

En 3^s $\frac{3}{4}$ ou $\frac{15}{4}$ de seconde, la roue fait 91 tours.

En $\frac{1}{4}$ de seconde, le nombre de tours serait $\frac{91}{15}$.

En 1 seconde, il sera $\frac{91 \times 4}{15}$.

En 20 700^s le nombre de tours sera

$$\frac{91 \times 4 \times 20\,700}{15} = 364 \times 1380 = 502\,320.$$

Réponse. — En $5^h \frac{3}{4}$ la roue fait 502 320 tours.

167. Le nombre des jours qui composent la durée de l'année sidérale est 365,2564. Exprimer la fraction décimale en divisions du jour : heures, minutes et secondes.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

0,2564 de jour valent en heures

$$24^h \times 0,2564 = 6^h,1536.$$

0,1536 d'heure valent en minutes

$$60^m \times 0,1536 = 9^m,2160.$$

0,216 de minute valent en secondes

$$60^s \times 0,216 = 12^s,960.$$

Réponse. — L'année sidérale a 365j 6^h 9^m 13^s.

168. Chercher quel est le rapport du diamètre de la lune à celui du soleil, en sachant que le diamètre de la lune équivaut aux $\frac{3}{11}$ de celui de la terre, et que le diamètre du soleil vaut 110 fois celui de la terre.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

Le diamètre de la terre est $\frac{1}{110}$ de celui du soleil.

Celui de la lune étant les $\frac{3}{11}$ de celui de la terre est les $\frac{3}{11}$ de $\frac{1}{110}$ de celui du soleil, c'est-à-dire

$$\frac{1}{110} \times \frac{3}{11} = \frac{3}{1210}.$$

Réponse. — Le diamètre de la lune égale 3 fois la 1210^e partie de celui du soleil.

169. Trouver les fractions équivalentes à $\frac{3}{8}$ et qui ont pour numérateurs les nombres 6, 51, 33, 39, 48.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris.

D'abord la fraction $\frac{3}{8}$ est irréductible. On a à chercher les nombres entiers par lesquels il faut multiplier 3 pour avoir les numérateurs donnés ; on divisera donc ces numérateurs par 3.

Or, on trouve :

$$\begin{array}{l|l} 6 : 3 = 2 ; & 39 : 3 = 13 ; \\ 51 : 3 = 17 ; & 48 : 3 = 16. \\ 33 : 3 = 11 ; & \end{array}$$

En multipliant les deux termes de $\frac{3}{8}$ par chacun de ces quotients, on aura les fractions suivantes pour les fractions demandées :

$$\frac{6}{16}, \frac{51}{136}, \frac{33}{88}, \frac{39}{104}, \frac{48}{128}.$$

170. Trouver une fraction qui soit équivalente à la fraction $\frac{5}{9}$ et telle que la somme de ses deux termes soit égale à 42.

Brevet élémentaire. Aspirants.

La somme des deux termes de $\frac{5}{9}$ est 14. Or 42 est égal à 3 fois 14.

Donc, si on multiplie les deux termes de $\frac{5}{9}$ par 3, la fraction ainsi obtenue $\frac{15}{27}$ est la fraction demandée.

171. Réduire au plus petit dénominateur commun les fractions

$$\frac{1}{3}, \frac{7}{21}, \frac{21}{63}, \frac{105}{315}.$$

Certificat d'études primaires. — Paris, 1881.

Quand les fractions proposées n'ont pas leur plus simple expression, on doit d'abord les y réduire, avant d'appliquer

la règle par laquelle on les ramène au plus petit dénominateur.

Or, dans l'exemple proposé, il est facile de voir que chaque dénominateur est le triple de son numérateur. On divisera donc les deux termes de chaque fraction par son numérateur, excepté la première; on trouve par là que chaque fraction est égale à $\frac{1}{3}$. Ainsi le plus petit dénominateur commun est 3.

172. Les deux termes d'une fraction ayant le même nombre de chiffres, on écrit chaque terme à la suite de lui-même. Que vaut la fraction ainsi obtenue par rapport à la première?

Brevet élémentaire. Aspirants.

Soit la fraction $\frac{27}{34}$; la nouvelle fraction sera $\frac{2727}{3434}$.

Le numérateur 27 de la 1^{re} est devenu 27 centaines; le numérateur de la 2^e vaut donc 100 fois plus 1 fois ou 101 fois le numérateur 27 de la 1^{re}. On voit de même que le dénominateur 3434 de la 2^e vaut 101 fois le dénominateur 34 de la 1^{re}.

Ainsi on a multiplié les deux termes de la fraction proposée par 101; donc la nouvelle fraction est équivalente à la première.

173. Une personne achète chez un marchand 5 mètres 3 quarts d'étoffe qu'elle paye 40^f,25. Vérification faite, on trouve que le marchand s'est trompé en mesurant et que le coupon ne contient que 4 mètres 7 huitièmes. Quelle somme le marchand doit-il rendre à l'acheteur?

Brevet élémentaire. Aspirants. — Bordeaux.

Les fractions $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{8}$ pouvant être converties exactement en fractions décimales, on remplacera :

$$5 \frac{3}{4} \text{ par } 5,75 \text{ et } 4 \frac{7}{8} \text{ par } 4,875.$$

Le prix d'achat du mètre est

$$40,25 : 5,75 = 7 \text{ fr.}$$

Il manque au coupon acheté 5^m,75 — 4^m,875 = 0^m,875.
Le marchand doit rendre

$$7^f \times 0,875 = 6^f,125, \text{ c.-à-d. } 6^f,12.$$

174. Trouver le nombre dont les $\frac{2}{3}$ et les $\frac{3}{4}$ réunis valent 68.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1878.

$$\text{On a } \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}.$$

17 fois la 12^e partie du nombre valent 68.

La 17^e partie vaut 17 fois moins que 68, ou $68 : 17 = 4$.

Le nombre demandé est 12 fois 4, c.-à-d. 48.

175. Une locomotive parcourt les $\frac{7}{12}$ d'une route en 3 heures $\frac{1}{2}$. On demande combien elle met de temps pour parcourir la

route entière; combien pour en parcourir les $\frac{2}{5}$, les $\frac{7}{8}$, les $\frac{9}{14}$.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1878.

D'abord 3^h $\frac{1}{2}$ font $\frac{7^h}{12}$. On parcourt :

$$\frac{7}{12} \text{ de la route en } \frac{7^h}{12}; \frac{1}{12} \text{ de la route en } \frac{1^h}{12};$$

la route entière en 12 fois $\frac{1^h}{12}$, c'est-à-dire en 6 heures.

On mettrait :

$$\text{pour les } \frac{2}{5} \text{ de la route, } \frac{2}{5} \text{ de } 6^h, \text{ c.-à-d. } 6 \times \frac{2}{5} = \frac{12}{5} = 2^h24^m.$$

$$\text{pour les } \frac{7}{8} \text{ de la route, } \frac{7}{8} \text{ de } 6^h, \text{ c.-à-d. } 6 \times \frac{7}{8} = \frac{42}{8} = 5^h15^m.$$

$$\text{pour les } \frac{9}{14} \text{ de la route, } \frac{9}{14} \text{ de } 6^h, \text{ c.-à-d. } 6 \times \frac{9}{14} = \frac{54}{14} = 3^h51^m\frac{3}{7}.$$

176. On a vendu les $\frac{2}{9}$ d'une pièce de terre, puis les $\frac{2}{7}$ du reste; après la deuxième vente, il ne reste plus que 54 ares 27 centiares. Quelle était l'étendue de cette terre?

Brevet de sous-maitresse. — Paris, 1881.

Après la vente des $\frac{2}{9}$ de la pièce, il en reste $\frac{7}{9}$.

On vend ensuite $\frac{2}{7}$ de $\frac{7}{9}$, c.-à-d. $\frac{7}{9} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{9}$ de la pièce.

En deux fois on a donc vendu $\frac{4}{9}$ de la pièce; il en reste $\frac{5}{9}$.
 $\frac{5}{9}$ de la pièce contiennent..... $54^{\text{a}}, 27$.
 $\frac{1}{9}$ de la pièce contient..... $54^{\text{a}}, 27 : 5 = 10^{\text{a}}, 854$.
 La pièce entière a $10^{\text{a}}, 854 \times 9 = 97^{\text{a}}, 686$ c.-à-d. $97^{\text{a}}, 68$ centiares.

177. Un poteau vertical est partagé en quatre parties. La 1^{re} est le tiers; la 2^e le quart; la 3^e les 2 septièmes; enfin, la 4^e a 2^m. Trouver la hauteur de ce poteau.

Brevet de sous-maitresse. — Paris, 1881.

Les trois premières parties font ensemble un total égal à

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{7} = \frac{28}{84} + \frac{21}{84} + \frac{24}{84} = \frac{73}{84} \text{ de la hauteur.}$$

Il reste $\frac{11}{84}$ de cette hauteur pour la 4^e partie.

$\frac{11}{84}$ de la hauteur égalent 2^m,2; $\frac{1}{84}$ serait $\frac{2^{\text{m}},2}{11} = 0^{\text{m}},2$.
 La hauteur égale $0^{\text{m}},2 \times 84 = 16^{\text{m}},80$.

178. Un robinet remplirait en 1 heure les $\frac{2}{5}$ d'un bassin; un autre robinet en viderait les $\frac{8}{9}$ en 3 heures. Le bassin étant vide, on ouvre les deux robinets à la fois. Dans combien de temps le bassin sera-t-il rempli?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Lot, 1875.

En 1 heure le 2^e robinet viderait $\frac{8}{27}$ du bassin.

Les deux robinets étant ouverts ensemble, la partie du bassin remplie au bout de 1 heure est

$$\frac{2}{5} - \frac{8}{27} = \frac{54}{135} - \frac{40}{135} = \frac{14}{135}$$

Pour le remplir, il faudra autant d'heures qu'il y a de fois $\frac{14}{135}$ dans $\frac{135}{135}$, c'est-à-dire que 14 est contenu de fois dans 135.

Ce nombre d'heures est $135 : 14 = 9^{\text{h}} 38^{\text{m}}$.

179. Un bassin reçoit par quart d'heure 22 litres 3 quarts d'eau et en perd 3 litres 1 tiers dans le même temps. Combien conservera-t-il de litres au bout de 1 heure et demie?

Certificat d'études primaires. — Ardennes, 1878.

La quantité d'eau gardée en $\frac{1}{4}$ d'heure est

$$22^{\text{l}} \frac{3}{4} - 3^{\text{l}} \frac{1}{3} = 22^{\text{l}} \frac{9}{12} - 3^{\text{l}} \frac{4}{12} = 19^{\text{l}} \frac{5}{12}$$

Au bout de 1^h $\frac{1}{2}$, ou de $\frac{6}{4}$ d'heure, la quantité d'eau sera 6 fois celle qu'il y a au bout de 1 quart d'heure, c.-à-d.

$$19^{\text{l}} \frac{5}{12} \times 6 = 114^{\text{l}} + \frac{5}{2} = 116^{\text{l}} \frac{1}{2}$$

180. D'un vase plein d'eau, on retire le tiers plus le quart de ce qu'il contient, et il y reste le 7^e de ce qu'on a retiré, plus 16 litres. Trouver : 1^o quelle est la capacité du vase; 2^o quelle est la valeur de la monnaie d'argent qui aurait le même poids que l'eau qui remplissait le vase.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

1^o En deux fois, on a retiré

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12} \text{ de l'eau du vase.}$$

Il en reste $1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$ du vase.

Ces $\frac{5}{12}$ du vase égalent $\frac{1}{7}$ de $\frac{7}{12}$, c.-à-d. $\frac{1}{12}$ du vase plus 16 litres.

Ces 16 litres sont donc $\frac{4}{12}$ c.-à-d. $\frac{1}{3}$ du vase.

Ainsi la capacité du vase est $16^{\text{l}} \times 3 = 48$ litres.

L'eau qui remplissait le vase pesait 48 kilogr. ou 4800 décagr.

Or, 1 décagramme d'argent monnayé vaut 2 francs.

4800 décagr. d'argent valent $2^{\text{f}} \times 4800 = 9600$ fr.

Réponse. — Le vase a 48 litres.

La somme demandée est 9600 fr.

181. On partage une somme entre 4 personnes. La 1^{re} en a la moitié; la seconde le 5^e; la 3^e le 6^e; la 4^e, qui a le reste, reçoit 48 francs de moins que la 3^e. Quelle est la somme partagée?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Les trois premières personnes ensemble ont reçu

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{15}{30} + \frac{6}{30} + \frac{5}{30} = \frac{26}{30} \text{ de la somme.}$$

A la 4^e, il reste $\frac{4}{30}$ de cette somme.

Elle a reçu 48^f de moins que la 3^e qui a eu $\frac{5}{30}$ de la somme.

La différence 48^f est donc $\frac{1}{30}$ de la somme.

La somme partagée est 48^f × 30 = 1440 fr.

182. Un particulier a acheté une charge de pommes de terre. Il en cède $\frac{1}{4}$ à un de ses voisins, $\frac{1}{3}$ à un autre et $\frac{1}{6}$ à un troisième. Il lui en reste encore 2 hectolitres et un 5^e. Combien avait-il acheté de pommes de terre?

Brevet élémentaire. Aspirants. — Bordeaux, 1857.

Ce qu'il a cédé aux trois personnes est égal à

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{2}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \text{ de la charge.}$$

Il lui reste par conséquent $\frac{1}{4}$ de cette charge.

Le quart de la charge est 2^{hl} $\frac{1}{5}$ ou 2^{hl}, 2.

La charge entière est 2^{hl}, 2 × 4 = 8^{hl}, 8^l ou 8 hectol. 80 litres.

183. Trouver le nombre dont les $\frac{2}{7}$ plus les 0,291 font 0,0027.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Metz, 1857.

On a d'abord

$$\frac{2}{7} + \frac{291}{1000} = \frac{2000}{7000} + \frac{2037}{7000} = \frac{4037}{7000}$$

$\frac{4037}{7000}$ du nombre sont 0,0027; $\frac{1}{7000}$ de ce nombre serait $\frac{0,0027}{4037}$.

Le nombre demandé est donc

$$\frac{0,0027 \times 7000}{4037} = \frac{18,9}{4037} = \frac{189}{40370}$$

184. Un homme boit le tiers du vin qui remplit un verre. Il le remplit en y versant de l'eau et il boit la moitié du tout; il le remplit une seconde fois avec de l'eau et en boit encore la moitié. Quelle partie du vin primitif reste-t-il dans le verre?

Brevet élémentaire. Aspirants.

La 1^{re} fois, il a bu $\frac{1}{3}$ du vin; il en reste $\frac{2}{3}$.

Ces $\frac{2}{3}$ du vin mélangés avec de l'eau remplissent le verre.

En buvant la moitié du mélange, l'homme boit la moitié du vin qui s'y trouve, c.-à-d. $\frac{1}{3}$ du vin primitif. Il n'en reste plus que $\frac{1}{3}$.

Ce dernier tiers étant mélangé avec de l'eau pour remplir le verre, l'homme en buvant la moitié du mélange boit la moitié du vin, c'est-à-dire la moitié de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{6}$ du vin primitif.

L'homme en trois fois a bu

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \text{ du vin.}$$

Il reste donc dans le verre $\frac{1}{6}$ du vin primitif.

185. Un fermier a vendu successivement les $\frac{2}{9}$ des $\frac{3}{8}$, puis $\frac{1}{6}$, puis $\frac{17}{24}$ de sa récolte de blé. Le reste est réservé pour la consommation de sa maison, qui comprend 15 personnes. En moyenne, une personne consomme 17 doubles décalitres de blé par an. Trouver en hectolitres la quantité de blé de cette récolte.

Certificat d'études des cours d'adultes. — Paris, 1880.

Consommation par personne..... 20^l × 17 = 340 litres.
Quantité pour 15 personnes.... 340^l × 15 = 5100^l = 51 hectol.

Les $\frac{2}{9}$ de $\frac{3}{8}$ sont $\frac{2 \times 3}{9 \times 8} = \frac{1}{12}$.

Les trois parties de la récolte vendues font

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{17}{24} = \frac{2}{24} + \frac{4}{24} + \frac{17}{24} = \frac{23}{24}$$

Il reste pour la consommation la $\frac{1}{24}$ partie de la récolte.
La récolte contenait $51^{\text{hl}} \times \frac{24}{1} = 1224$ hectolitres.

186. Deux fontaines versent de l'eau dans le même bassin. La 1^{re} pourrait le remplir en 3 heures et la 2^e en 5 heures. On laisse d'abord couler la 1^{re} pendant 1 heure, puis la 2^e seule pendant 1 heure et demie, et ensuite on les laisse couler toutes deux ensemble. Au bout de combien de temps le bassin sera-t-il rempli?

Brevet élémentaire. Aspirants. — Toulouse.

En 1^h la 1^{re} fontaine remplit $\frac{1}{3}$ du bassin; la 2^e $\frac{1}{5}$ ou $\frac{2}{10}$ du bassin.

En 1^h, $\frac{1}{2}$ la 2^e remplit $\frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$ du bassin.

La partie remplie ainsi par les deux fontaines successivement est

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{10} = \frac{10}{30} + \frac{9}{30} = \frac{19}{30} \text{ du bassin.}$$

Il ne reste plus à remplir que $\frac{30}{30} - \frac{19}{30} = \frac{11}{30}$ du bassin.

Or, les deux fontaines ensemble en 1 heure remplissent

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15} = \frac{16}{30} \text{ du bassin.}$$

Pour remplir $\frac{1}{30}$ du bassin, elles mettraient $\frac{1^{\text{h}}}{16}$.

Pour remplir $\frac{11}{30}$ du bassin, elles mettront

$$\frac{1^{\text{h}}}{16} \times 11 = \frac{11^{\text{h}}}{16} = 41^{\text{m}} \frac{1}{4}$$

Le temps demandé est $1^{\text{h}} + 1^{\text{h}}30^{\text{m}} + 41^{\text{m}} \frac{1}{4}$, c.-à-d. $3^{\text{h}}11^{\text{m}} \frac{1}{4}$.

187. Un ouvrage peut être fait en 5 heures par un homme, en 8 heures par une femme et en 12 heures par un enfant. Au bout de combien d'heures l'ouvrage sera-t-il fait par les trois personnes travaillant ensemble?

Brevet de sous-maitresse. — Paris. 1878.

En 1 heure, l'homme fait $\frac{1}{5}$ de l'ouvrage; la femme $\frac{1}{8}$; l'enfant $\frac{1}{12}$.

La partie de l'ouvrage qu'ils font ensemble par heure est

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{24}{120} + \frac{15}{120} + \frac{10}{120} = \frac{49}{120}$$

Pour faire $\frac{1}{120}$ de l'ouvrage, il leur faudrait $\frac{1^{\text{h}}}{49}$.

Pour faire l'ouvrage entier, il faudra 120 fois ce temps, c'est-à-dire

$$\frac{1^{\text{h}}}{49} \times 120 = 2^{\text{h}}26^{\text{m}} \frac{46}{49} \text{ c.-à-d. } 2^{\text{h}}27^{\text{m}}.$$

188. Trois ouvriers ont travaillé ensemble pour faire un ouvrage. Le 1^{er} en a fait $\frac{1}{3}$, le 2^e $\frac{1}{4}$ et le 3^e le reste. L'ouvrage ayant été payé 2^f,50 le mètre, le 3^e a reçu pour sa part 40 francs. Combien chaque ouvrier a-t-il fait de mètres?

Brevet élémentaire. Aspirants.

La partie de l'ouvrage faite par les deux premiers est

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

La partie faite par le 3^e est $\frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$.

Ces $\frac{5}{12}$ de l'ouvrage ont été payés 40 fr.

Le prix d'un $\frac{12^{\text{e}}}{12}$ de l'ouvrage serait 40^f : 5 = 8 fr.

L'ouvrage entier a été payé 8^f × 12 = 96 fr.

Le nombre de mètres de l'ouvrage est

$$96 : 2,5 = 38^{\text{m}},40$$

Les parties faites par les trois ouvriers sont :

par le 1^{er}..... $38^{\text{m}},40 : 3 = 12^{\text{m}},80$.

par le 2^e..... $38^{\text{m}},40 : 4 = 9^{\text{m}},60$.

par le 3^e..... $38^{\text{m}},40 \times \frac{5}{12} = 16^{\text{m}}.$

189. Deux pièces de toile ont ensemble 103^m,50 et les $\frac{2}{5}$ de la 1^{re} font les $\frac{3}{4}$ de la 2^e. Trouver la longueur de chacune.

Brevet élémentaire. Aspirants.

$\frac{1}{5}$ de la longueur de la 1^{re} égale les $\frac{3}{8}$ de la seconde.

La longueur de la 1^{re} est donc $\frac{15}{8}$ de la 2^e.

Pour avoir les longueurs de chaque pièce, il n'y a qu'à diviser 103^m,50 en deux parties dont la 1^{re} soit 15 fois la 8^e partie de la 2^e.

Pour cela, on divise 103^m,50 en (15 + 8) ou 23 parties égales. Chaque partie a 103^m,50 : 23 = 4^m,50.

La 1 ^{re} pièce a	4 ^m ,50 × 15 =	67 ^m ,50
La 2 ^e	4 ^m ,50 × 8 =	36 ^m ,00
Vérification...		103 ^m ,50

190. On a vendu un terrain en trois lots, au prix de 45 francs l'are. Le 1^{er} lot comprenait les $\frac{2}{9}$ du terrain; le 2^e les $\frac{2}{5}$ du reste. Le 3^e lot valait 3,223 francs de plus que le 1^{er}. Trouver quelle était la surface du terrain.

Brevet élémentaire. Aspirants.

Le 1^{er} lot a $\frac{2}{9}$ du terrain; il reste $\frac{7}{9}$ du terrain.

Le 2^e lot a $\frac{2}{5}$ de $\frac{7}{9}$, c'est-à-dire $\frac{7}{9} \times \frac{2}{5} = \frac{14}{45}$ du terrain.

Le total de ces deux lots est

$$\frac{2}{9} + \frac{14}{45} = \frac{10}{45} + \frac{14}{45} = \frac{24}{45} \text{ du terrain.}$$

Le 3^e lot a $\frac{45}{45} - \frac{24}{45} = \frac{21}{45}$ du terrain.

Le 3^e surpasse le 1^{er} de $\frac{21}{45} - \frac{10}{45} = \frac{11}{45}$ du terrain.

$\frac{11}{45}$ du terrain valent donc 3223 fr.

La 4^e partie du terrain vaudrait 3223^f : 11 = 293 fr.

Le terrain entier vaut 293^f × 45 = 13185 fr.

Sa surface en ares est 13185 : 45 = 293 ares.

191. Les 2 tiers d'un champ sont plantés en froment, le quart en vignes et le reste en pommes de terre; la 2^e partie surpasse la 3^e de 8 ares 4 centiares. Trouver l'étendue de chaque parcelle.

Brevet élémentaire. — Aix, 1878.

L'étendue des deux premières parties est

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12} \text{ du champ.}$$

La 3^e partie égale $\frac{1}{12}$ du champ.

La différence entre la 2^e et la 3^e, qui est de 804 centiares, est

$$\frac{3}{12} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \text{ du champ.}$$

Le champ entier a donc 804^{ca} × 6 = 4824 centiares.

La partie en froment a 4824 × $\frac{2}{3}$ = 1608 × 2 = 3216 centiares.

La partie en vignes a..... 4824 : 4 = 1206 centiares.

La partie en pommes de terre a... 1206 - 804 = 402 centiares.

192. Un homme avait un tonneau de bière. Il en a bu le tiers, puis un accident a fait couler la moitié du reste. En vidant ce qui restait encore, on a trouvé 33 litres. Calculer la capacité du tonneau et la valeur de la bière perdue, au prix de 17 fr. l'hectolitre.

Certificat d'études primaires. — Ardennes, 1878.

L'homme ayant bu $\frac{1}{3}$ du tonneau, il en reste $\frac{2}{3}$.

La quantité écoulée est $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$, c.-à-d. $\frac{1}{3}$ du tonneau.

Il reste encore $\frac{1}{3}$ du tonneau valant 33 litres.

La capacité du tonneau est donc 33^l × 3 = 99 litres.

La perte a été de 17 × 33 = 561.

193. Un ouvrier dépense le tiers de ce qu'il gagne pour sa nourriture, le 8^e pour son habillement et son logement, le 10^e en menus frais, et il économise à la fin de l'année 318 francs. Que gagne-t-il par an?

Concours cantonal. — Aisne.

On a :

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} = \frac{40}{120} + \frac{15}{120} + \frac{12}{120} = \frac{67}{120}$$

Il a dépensé $\frac{67}{120}$ de son gain. Il en reste $\frac{120}{120} - \frac{67}{120} = \frac{53}{120}$.

$\frac{53}{120}$ du gain valent 318^f; donc $\frac{1}{120}$ vaut 318 : 53 = 6 fr.
Le gain total est de 6^f × 120 = 720 fr.

194. Un marchand a un tonneau plein de vin, du prix de 80 centimes le litre. Il vend les $\frac{2}{3}$ des $\frac{5}{8}$ du tonneau; le lendemain, il en vend pour 7^f,20 de plus que la veille et il ne lui reste plus que le demi-quart du tonneau. Trouver la capacité du tonneau.

Brevet élémentaire. Aspirants.

Les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ sont $\frac{5}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$. Le demi-quart est égal à $\frac{1}{8}$.
Le nombre de litres vendus pour 7^f,20 est 7,20 : 0,80 = 9 litres.
On a donc vendu la 1^{re} fois et le lendemain

$$\frac{5}{12} + \frac{5}{12} \text{ du tonneau} + 9^{\text{l}}, \text{c.-à-d. } \frac{5}{6} \text{ du tonneau} + 9^{\text{l}}.$$

Le total de $\frac{5}{6} + \frac{1}{8}$ est $\frac{20}{24} + \frac{3}{24} = \frac{23}{24}$.

Les $\frac{23}{24}$ du tonneau plus 9 litres font la capacité du tonneau.

Les 9 litres sont donc la 24^e partie de cette capacité.
La capacité entière est 9^l × 24 = 216 litres.

195. Un père et son fils travaillent à un ouvrage qu'ils peuvent faire ensemble en 15 jours. Ils travaillent d'abord 6 jours ensemble; puis le fils achève seul l'ouvrage en 30 jours. Combien de temps chacun emploierait-il séparément à faire l'ouvrage?

Brevet élémentaire. Aspirants.

Ensemble ils font par jour $\frac{1}{15}$ de l'ouvrage; en 6 jours, $\frac{6}{15}$.

Il reste $\frac{15}{15} - \frac{6}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ de l'ouvrage.

Le fils fait $\frac{3}{5}$ de l'ouvrage en 30 jours; pour $\frac{1}{5}$, il met 10 jours.

Pour faire l'ouvrage entier, le fils mettra 50 jours

Dans les 15 jours où il a travaillé avec son père, le fils a fait $\frac{15}{50}$, c'est-à-dire $\frac{3}{10}$ de l'ouvrage.

Le père en ces 15 jours en a donc fait $\frac{7}{10}$.

Pour faire $\frac{1}{10}$ de l'ouvrage, il mettrait $\frac{15}{7}$ de jour.

Pour l'ouvrage entier, le père mettra $\frac{150}{7} = 21\frac{3}{10}$.

196. Un réservoir de 6000 litres est alimenté par deux fontaines. L'une verse 1 hectolitre en 1 heure et demie; l'autre 2 hectolitres en 4 heures et demie. On les fait couler ensemble. Quel temps leur faut-il pour remplir le réservoir supposé vide?

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1880.

La 1^{re} en 1^h $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$ verse 100 litres; la 2^e en 4^h $\frac{1}{2}$ ou $\frac{9}{2}$ 200 lit.

En $\frac{1}{2}$ h la 1^{re} verse $\frac{100^{\text{l}}}{3}$; la 2^e $\frac{200^{\text{l}}}{9}$.

En 1^h la 1^{re} verse $\frac{200^{\text{l}}}{3}$; la 2^e $\frac{400^{\text{l}}}{9}$.

Ensemble elles donnent par heure

$$\frac{200}{3} + \frac{400}{9} = \frac{200}{3} + \frac{400}{9} = \frac{600}{9} + \frac{400}{9} = \frac{1000^{\text{l}}}{9}.$$

Autant de fois il y a $\frac{1000^{\text{l}}}{9}$ dans 6000^l, autant il leur faudra d'heures pour remplir le bassin.

Le nombre d'heures demandé est

$$6000 : \frac{1000}{9} = \frac{6000 \times 9}{1000} = 54^{\text{h}}.$$

197. On a vendu successivement d'une pièce de drap $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{17}$, $\frac{1}{4}$ et il reste 10^m,65. On demande la longueur de la pièce entière et le produit de chaque vente, le prix du mètre étant de 10^f,75.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Juillet 1881.

La partie de la pièce vendue dans les 3 premières ventes est

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{17} + \frac{1}{4} = \frac{68}{340} + \frac{60}{340} + \frac{85}{340} = \frac{213}{340} \text{ de la pièce.}$$

Il reste pour la 4^e vente

$$\frac{340}{340} - \frac{213}{340} = \frac{127}{340} \text{ de la pièce.}$$