

Ces $\frac{127}{340}$ de la pièce égalent $10^m,65$; $\frac{1}{340}$ égalerait $\frac{10^m,65}{127}$.

La pièce entière a $\frac{10^m,65 \times 340}{127} = 28^m,50$.

Le prix de toute la pièce sera

$$10^f,75 \times 28,5 = 306^f,375.$$

Produit de la 1^{re} vente..... $306^f,375 : 5 = 61^f,275$

Produit de la 2^e..... $306^f,375 \times \frac{3}{17} = 54^f,066$

Produit de la 3^e..... $306^f,375 : 4 = 76^f,593$

Produit de la 4^e..... $306^f,375 \times \frac{127}{340} = 114^f,440$

Total... $306^f,374$

198. Une personne avait une certaine somme. Elle en a dépensé $\frac{1}{3}$ pour acheter de la toile à $2^f,25$ le mètre; elle a employé $\frac{2}{5}$ du reste pour avoir du drap à $12^f,75$ le mètre, et avec ce qui lui est resté, elle a payé l'achat de 225 litres de vin à 54 fr. l'hectolitre. Combien a-t-elle reçu de mètres de toile et de mètres de drap?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Juillet 1880.

Après la dépense de $\frac{1}{3}$ de la somme, il reste $\frac{2}{3}$ de cette somme.

Les $\frac{2}{5}$ de ce reste sont $\frac{2}{5}$ de $\frac{2}{3}$ ou $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$ de la somme.

La partie de la somme dépensée en deux fois est

$$\frac{1}{3} + \frac{4}{15} = \frac{5}{15} + \frac{4}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}.$$

Le 3^e reste est donc $\frac{2}{5}$ ou $0,4$ de la somme.

Ces $0,4$ valent $54^f \times 2,25 = 121^f,50$.

$0,1$ de la somme est $121^f,50 : 4 = 30^f,375$.

La somme entière est $30,375 \times 10 = 303^f,75$.

Dans l'achat, on a employé :

pour la toile..... $303^f,75 : 3 = 101^f,25$

pour le drap..... $303,75 \times \frac{4}{15} = 81^f,00$.

Les nombres de mètres achetés sont :

en toile..... $101,25 : 2,25 = 45^m$.
en drap..... $81 : 12,75 = 6^m,35$.

199. Dans une école de 3 classes où la rentrée vient d'être faite, les $\frac{2}{5}$ des enfants savent lire, écrire et compter; les $\frac{2}{3}$ du reste savent lire et écrire; les autres, au nombre de 60, ne savent rien.

Trouver le nombre des enfants de l'école et le nombre des enfants de chaque classe, combien il y en a pour 100 qui savent lire, écrire et compter, qui savent lire et écrire, qui ne savent rien.

Admission à l'École normale d'institutrices de la Seine, 1875.

La 1^{re} classe contient $\frac{2}{5}$ du nombre des enfants; il en reste $\frac{3}{5}$.

La 2^e classe contient 2 fois $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{5}$ ou $\frac{2}{5}$ de ce nombre.

Ces deux classes contiennent donc $\frac{4}{5}$ de ce nombre.

Il en reste $\frac{1}{5}$ pour la 3^e; ainsi $\frac{1}{5}$ du nombre d'enfants est 60.

La 1^{re} et la 2^e classe ont chacune $60 \times 2 = 120$.

Le nombre total est..... $60 \times 5 = 300$.

Sur 300 élèves, il y en a 120 de la 1^{re} et 120 de la 2^e classe.

Sur 100, il y en aurait 3 fois moins, c'est-à-dire 40.

Dans la 3^e il y en a 60 pour 300, c'est-à-dire 20 %.

Réponse. — Nombre total 300. 1^{re} cl., 120; 2^e cl., 120; 3^e cl. 60., 1^{re} classe, 40 %; 2^e cl., 40 %; 3^e cl., 20 %.

200. Une pompe, destinée à élever l'eau pour le service d'une usine, met 10 heures 25 minutes pour remplir le réservoir, quand elle fonctionne bien. Par suite d'un accident, le rendement de cette pompe se trouve diminué d'un tiers, au moment où le bassin ne contient encore que le quart de l'eau qu'il doit contenir. Combien faudra-t-il de temps ce jour-là pour remplir le réservoir?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Les $10^h 25^m$ font $60^m \times 10 + 25^m = 625$ minutes.

Pour remplir $\frac{1}{4}$ du bassin, il a fallu $\frac{625^m}{4} = 156^m,25$.

Si la pompe avait continué à marcher régulièrement, elle aurait mis pour remplir le reste du bassin un temps égal à

$$625^m - 156^m,25 = 468^m,75.$$

Or, elle ne fournit plus que les $\frac{2}{3}$ de ce qu'elle aurait donné; si elle fournissait seulement $\frac{1}{3}$, il lui faudrait, pour achever de remplir le bassin 3 fois plus de temps, c'est-à-dire $468^m,75 \times 3$.

Comme elle donne $\frac{2}{3}$, il lui faut seulement la moitié de ce dernier temps, c'est-à-dire

$$\frac{468^m,75 \times 3}{2} = \frac{1406,25}{2} = 703^m,125 \text{ ou } 11 \text{ heures } 43 \text{ minutes.}$$

Le temps employé ce jour-là pour remplir le réservoir a donc été

$$156^m + 11^h + 43^m = 11^h + 199^m = 14^h 19^m.$$

201. Un marchand vend une pièce de toile en trois fois. Le 1^{er} coupon est les $\frac{2}{7}$ de la pièce; le 2^e est formé des $\frac{4}{5}$ du reste et le 3^e coupon, qui a une longueur de 8 mètres, est vendu 22 fr. Le marchand fait dans chacune de ces ventes un bénéfice de 10 %.

Trouver : 1^o combien de mètres contenait la pièce; 2^o le prix total de vente; 3^o le prix d'achat.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Ardennes, 1878.

Après la vente du 1^{er} coupon, il reste $\frac{5}{7}$ de la pièce.

La 2^e fois, on vend 4 fois la 5^e partie de $\frac{5}{7}$, c.-à-d. $\frac{4}{7}$ de la pièce.

Ces deux coupons font une partie de la pièce égale à

$$\frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{6}{7} \text{ de la pièce.}$$

Le 3^e coupon est $\frac{1}{7}$ de la pièce.

La longueur de la pièce était donc..... $8^m \times 7 = 56^m$.

Le produit total de la vente est..... $22^f \times 7 = 154^f$.

154^f sont le prix d'achat plus le 10^e de ce prix, c.-à-d. $\frac{11}{10}$ de ce prix.

$\frac{1}{10}$ de ce prix sera $154 : 11 = 14^f$.

Le prix d'achat était $14^f \times 10 = 140^f$.

202. On a vendu deux champs au prix de 3400 fr. l'hectare.

Le 1^{er} qui, n'a que les $\frac{2}{3}$ des $\frac{5}{6}$ de l'étendue du 2^e, a coûté 1240 fr.

de moins. Quelle est la superficie de chacun?

Brevet élémentaire. Aspirants.

$$\text{Les } \frac{2}{3} \text{ des } \frac{5}{6} \text{ égalent } \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}.$$

L'étendue du 1^{er} champ n'est donc que les $\frac{5}{9}$ de celle du 2^e.

Si on suppose la surface des deux champs composée de $(9 + \dots)$, c'est-à-dire de 14 parties égales, le 1^{er} en a 5 et le 2^e 9.

La différence des deux champs est 4 de ces parties, c'est-à-dire $\frac{4}{14}$ de la surface totale des deux champs.

Ces $\frac{4}{14}$ de la surface valent 1240^f; donc $\frac{1}{14}$ vaut $\frac{1240^f}{4} = 310^f$.

La valeur du 1^{er} est $310^f \times 5 = 1550^f$.

La valeur du 2^e est $310^f \times 9 = 2790^f$.

La surface de chacun en ares est :

pour le 1^{er}..... $1550 : 34 = 45^a,58$
pour le 2^e..... $2790 : 34 = 82^a,05$.

203. Une institutrice a dépensé dans une année le tiers de ses appointements pour sa nourriture, le quart pour son entretien, le chauffage et l'éclairage, la 7^e partie pour des objets divers. Avec le surplus, elle a acheté 9 fr. de rente 4,50 % au cours de 103^f,50.

Quels étaient ses appointements?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Besançon, 1879.

Une rente de 4^f,50 coûte..... $103^f,50$.

Une rente de 9^f coûte..... $103^f,50 \times 2 = 207^f$.

La partie des appointements dépensée est

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} = \frac{28}{84} + \frac{21}{84} + \frac{12}{84} = \frac{61}{84}.$$

Il reste $\frac{84}{84} - \frac{61}{84} = \frac{23}{84}$ des appointements.

$\frac{23}{84}$ des appointements valent 207^f; donc $\frac{1}{84}$ vaudrait $\frac{207^f}{23}$.

Le montant des appointements est par conséquent

$$\frac{207}{23} \times 84 = \frac{17388}{23} = 756^f.$$

204. Trois personnes se sont associées pour placer dans une entreprise une somme d'argent qui s'est augmentée du quart de sa valeur et est ainsi devenue 60 500 fr. Trouver la part de chaque personne dans le bénéfice, en sachant que la 1^{re} personne avait déposé les $\frac{3}{8}$ de la somme, la 2^e les $\frac{2}{5}$ et la 3^e le reste.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Aisne, 1879.

La somme 60 500^f vaut 5 fois le quart du capital mis en commun. Le quart de ce capital est 60 500^f : 5 = 12 100^f. Le bénéfice à partager est donc 12 100 fr.

La 1^{re} personne en aura les $\frac{3}{8}$, c.-à-d... $12\ 100 \times \frac{3}{8} = 4537^f,50$

La 2^e aura les $\frac{2}{5}$ ou les 0,4, c.-à-d... $12\ 100 \times 0,4 = 4840^f,00$

Le total des parts des deux premières est... $9377^f,50$

La 3^e aura..... $12\ 100^f - 9377^f,50 = 2722^f,50$.

205. Si, au double d'un nombre, on ajoute le tiers de ce nombre et qu'on en retranche le 7^e, on trouve $15\frac{1}{3}$. Quel est ce nombre?

Brevet élémentaire. Aspirants. — Douai, 1872.

On a d'abord $\frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{7}{21} - \frac{3}{21} = \frac{4}{21}$.

Pour abrégé désignons le nombre par N.

Or, 2 fois N plus $\frac{4}{21}$ de N font $\frac{46}{21}$ de N.

Ainsi $\frac{46}{21}$ de N valent $15\frac{1}{3}$ ou $\frac{46}{3}$; donc $\frac{1}{21}$ de N vaut $\frac{1}{3}$.

Le nombre demandé est $\frac{1}{3} \times 21 = 7$.

206. Il reste 47 400 francs à une personne qui a disposé du $\frac{1}{4}$ de sa fortune, des $\frac{2}{7}$ et des $\frac{3}{11}$. Quelle était cette fortune?

Brevet élémentaire. Aspirants. — Nancy, 1871.

La partie de la fortune donnée est

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{7} + \frac{3}{11} = \frac{77}{308} + \frac{88}{308} + \frac{84}{308} = \frac{249}{308}$$

La partie restante est $\frac{308}{308} - \frac{249}{308} = \frac{59}{308}$

$\frac{59}{308}$ de la fortune valent 47 400^f; donc $\frac{1}{308}$ vaut $\frac{47\ 400^f}{59}$.

La fortune entière valait

$$\frac{47\ 400}{59} \times 308 = 247\ 444^f,06.$$

207. La somme des $\frac{3}{8}$ et des $\frac{11}{12}$ d'un nombre est inférieure de $17\frac{1}{3}$ au double de ce nombre. Calculer ce nombre.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Douai, 1871.

Pour abrégé, désignons le nombre inconnu par N.

On a d'abord

$$\frac{3}{8} + \frac{11}{12} = \frac{9}{24} + \frac{22}{24} = \frac{31}{24}$$

Ainsi le double de N, moins les $\frac{31}{24}$ de N, font $17\frac{1}{3}$ ou $\frac{52}{3}$.

Nous aurons ensuite

$$2N - \frac{31}{24} \text{ de } N = \frac{52}{3} \text{ ou } \frac{48}{24} \text{ de } N - \frac{31}{24} \text{ de } N = \frac{52}{3}$$

et par conséquent

$$\frac{17}{24} \text{ de } N = \frac{52}{3}$$

On a donc $\frac{1}{24}$ de N = $\frac{52}{3 \times 17}$; puis N = $\frac{52 \times 24}{3 \times 17}$.

En effectuant les opérations, on trouve

$$N = 24\frac{8}{17}.$$

208. En passant de la température de zéro à 1 degré, une barre de fer s'allonge de $\frac{1}{79700}$ de sa longueur. Quelle sera à 30 degrés la longueur d'une barre de fer qui à zéro est longue de 10 mètres $\frac{5}{6}$?

N. B. — On fera les calculs sans réduire les fractions ordinaires en fractions décimales et l'on exprimera le résultat par un nombre entier accompagné d'une fraction ordinaire.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Digne, 1879.

Une barre de 1 mètre passant de 0 à 30 degrés, sa longueur devient

$$1^m + 1^m \times \frac{30}{79\,700} = 1^m + \frac{3}{7970} = \frac{7973^m}{7970}$$

La barre de $10^m \frac{5}{6}$ aura donc à 30 degrés une longueur égale à

$$\frac{7973}{7970} \times 10 \frac{5}{6} = \frac{7973}{7970} \times \frac{65}{6} = \frac{518\,245}{47\,820}$$

En extrayant les entiers du résultat, on trouve

$$10^m + \frac{40\,045}{47\,820} \text{ ou } 10^m + \frac{8009}{9564}$$

En fraction décimale, on aurait $10^m,837$.

209. Un champ de forme rectangulaire a 120 mètres de longueur et 98 de largeur. Les $\frac{2}{5}$ de sa superficie sont cultivés en

blé; $\frac{1}{7}$ en seigle; les $\frac{3}{19}$ en sarrasin et le reste en maïs. Exprimer en ares et centiares la superficie de chacune de ces parties; dire combien le champ rapporte par an, en sachant que la partie semencée en maïs donne un bénéfice brut de 400 fr. En outre, la production d'un hectare en maïs vaut celle de 97^a,8 en blé ou de 103^a,32 en seigle, ou de 127^a,03 en sarrasin.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Montpellier.

1^o Surface du champ..... $120 \times 98 = 11760^m = 117^a,60$

Surface en blé $117^a,6 \times \frac{2}{5} = 117^a,6 \times 0,4 = 47^a,04$

Surface en seigle..... $117^a,6 : 7 = 16^a,80$

Surface en sarrasin..... $117^a,6 \times \frac{3}{19} = 18^a,568$

Total de ces 3 parties... $82^a,408$

Surface en maïs..... $117^a,6 - 82^a,408 = 35^a,192$.

2^o Produit de 1 are de maïs..... $400^f : 35,192 = 11^f,3662$.

Produit de 1 hectare de maïs..... $1136^f,62$.

Les produits des quatre parties sont : en maïs..... 400^f .
 en blé..... $\frac{1136^f,62}{97,8} \times 47,04 = 546^f,69$.
 en seigle..... $\frac{1136^f,62}{103,32} \times 16,8 = 184^f,81$.
 en sarrasin..... $\frac{1136^f,62}{127,03} \times 18,568 = 166^f,13$.
 Produit total..... $1297^f,63$.

210. La 5^e partie d'un bassin étant remplie, on ouvre le robinet d'une fontaine, qui seule le remplirait en $5^h \frac{3}{11}$, s'il était vide.

En même temps fonctionne une pompe qui retire l'eau du bassin et qui le viderait en $9^h \frac{2}{3}$, s'il était plein et si elle agissait seule. Au bout de combien de temps le bassin sera-t-il complètement rempli?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Poitiers, 1879.

La fontaine remplirait le bassin entier en $5^h \frac{3}{11}$ ou $\frac{58^h}{11}$.

La pompe seule le viderait entièrement en $9^h \frac{2}{3}$ ou $\frac{29^h}{3}$.

La partie qui serait remplie en 1 heure par la fontaine est égale à 1 divisé par le nombre d'heures qu'elle mettrait à le remplir.

La partie remplie en 1^h est donc $1 : \frac{58}{11} = \frac{11}{58}$ du bassin.

La partie vidée par la pompe en 1^h est $1 : \frac{29}{3}$ ou $\frac{3}{29}$ du bassin.

L'eau gardée par le bassin en 1^h en occupe une partie égale à

$$\frac{11}{58} - \frac{3}{29} = \frac{11}{58} - \frac{6}{58} = \frac{5}{58}$$

Or, il n'y a plus à remplir que $\frac{4}{5}$ du bassin; pour cela, il faudra constant d'heures que cette fraction contient de fois $\frac{5}{58}$.

Ce nombre d'heures est donc

$$\frac{4}{5} : \frac{5}{58} = \frac{4 \times 58}{5 \times 5} = \frac{232}{25} = 9^h 16^m,8 \text{ c.-à-d. } 9^h 17^m.$$

211. Un marchand a vendu une certaine quantité de sucre en trois lots. Le 1^{er}, qui est les $\frac{2}{7}$ de cette quantité, a été vendu avec

un bénéfice de 6^f,50; le 2^e, qui est les $\frac{3}{4}$ dureste, a été vendu avec un bénéfice de 8^f,25, et sur le reste, qui pèse 10 kilogr., on a perdu 4 francs. La somme retirée de la vente totale a été de 122^f,75. On demande : 1^o le poids total du sucre; 2^o le prix d'achat; 3^o le gain moyen fait par kilogramme.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Aisne, 1875.

Après la vente des $\frac{2}{7}$ il reste $\frac{5}{7}$ du sucre.

La 2^e fois, il vend $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{7}$, c.-à-d. $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{28}$ du sucre.

Le poids des deux premiers lots vendus est donc

$$\frac{2}{7} + \frac{15}{28} = \frac{8}{28} + \frac{15}{28} = \frac{23}{28} \text{ du sucre.}$$

Le reste $\frac{5}{28}$ du sucre pèse 10 kilogr.; $\frac{1}{28}$ du sucre pèse 2^{ks}.

Le poids du sucre était donc.... 2^{ks} \times 28 = 56^{ks}.

Le marchand a gagné 6^f,50 + 8^f,25 - 4^f = 10^f,75.

L'achat a coûté 122^f,75 - 10^f,75 = 112^f.

Sur 56^{ks}, le bénéfice a été 10^f,75.

Sur 1^{ks}, le gain a été..... 10^f,75 : 56 = 0^f,19.

212. D'un fût de vin coûtant 145 fr. on cède les $\frac{2}{5}$ à 72 centimes le litre et les $\frac{3}{8}$ à 70 centimes le litre. Le reste vendu à 68 centimes a produit 36^f,72. Calculer le bénéfice total, le bénéfice pour cent et la contenance du fût.

Brevet de sous-maitresse. — Paris, 1879.

La partie du fût vendue dans les deux premières fois est

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{8} = \frac{16}{40} + \frac{15}{40} = \frac{31}{40}.$$

Il reste pour la 3^e vente $\frac{9}{40}$ du fût.

Le nombre de litres de la 3^e vente est..... 3672 : 68 = 54 litres.
9 fois la 4^o partie du fût égalent 54 litres.

La 4^o partie égale..... 54 : 9 = 6 litres.

Le fût contient..... 6 \times 40 = 240 litres.

Les $\frac{2}{5}$ ou 0,4 du fût sort..... 240 \times 0,4 = 96 litres

Les $\frac{3}{8}$ du fût sont..... $\frac{240 \times 3}{8} = 90$ litres.

Les 96 litres ont produit..... 0^f,72 \times 96 = 69^f,12.

Les 90 litres ont produit..... 0^f,70 \times 90 = 63^f,00.

Le produit de la 3^e vente a été..... 36^f,72.

La vente totale a produit... 168^f,84.

Bénéfice total..... 168^f,84 - 145^f = 23^f,84

Bénéfice pour cent..... $\frac{23,84}{145} \times 100 = 16,44$

Contenance du fût 240 litres.

213. Un marchand a acheté un certain nombre de kilogrammes de marchandises en plusieurs fois, savoir : les $\frac{2}{7}$ de ce nombre à raison de 1^f,15 le kilogr.; les $\frac{3}{8}$ du même nombre à raison de 1^f,20 le kilogr. et le reste qui est de 4 kilogr. 375 gr. à 1^f,37. Quelle a été la dépense du marchand, et combien doit-il revendre l'hectogramme pour gagner 17^f,50 sur toute la marchandise ?

Certificat d'études primaires. — Var, 1880.

Les deux parties achetées les deux premières fois font

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{8} = \frac{16}{56} + \frac{21}{56} = \frac{37}{56} \text{ du total.}$$

Il reste pour le 3^e achat $\frac{19}{56}$ du total.

$\frac{19}{56}$ du poids total sont 4^{ks}, 375; $\frac{1}{56}$ de ce poids est $\frac{4^{\text{ks}}, 375}{19}$;

Ce poids total est..... $\frac{4^{\text{ks}}, 375 \times 56}{19} = 12^{\text{ks}}, 894$.

Les $\frac{2}{7}$ du poids sont..... $\frac{12,834 \times 2}{7} = 3^{\text{ks}}, 684$.

Les $\frac{3}{8}$ — $\frac{12,834 \times 3}{8} = 4^{\text{ks}}, 834$.

Prix du 1^{er} achat..... 1^f,15 \times 3,684 = 4^f,2366

Prix du 2^e achat..... 1^f,20 \times 4,834 = 5^f,8008

Prix du 3^e achat..... 1^f,37 \times 4,375 = 5^f,9937

Somme déboursée par le marchand..... 16^f,0311

Somme à retirer de la vente..... 16^f,03 + 17^f,50 = 33^f,53.

Prix de vente de l'hectogramme

$$33^{\text{f}}, 53 : 128,94 = 0^{\text{f}}, 26.$$

214. Un bassin pouvant contenir 8 hectolitres reçoit par heure 75 litres $\frac{3}{4}$ par un 1^{er} robinet, 86 litres $\frac{2}{3}$ par un deuxième et perd 64 litres $\frac{4}{5}$ par un autre. On ouvre les trois robinets ensemble. Au bout de combien de temps le bassin sera-t-il rempli?

Certificat d'études primaires. Garçons. — Paris, 1881.

En 1 heure, le bassin reçoit par les deux premiers robinets

$$75^l \frac{3}{4} + 86^l \frac{2}{3} = 161^l + \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = 162^l \frac{5}{12}.$$

Pendant le même temps, il perd par le 3^e robinet $64^l \frac{4}{5}$.

En 1 heure, il garde un volume d'eau égal à

$$162^l \frac{5}{12} - 64^l \frac{4}{5} \text{ ou } 162^l \frac{25}{60} - 64^l \frac{48}{60},$$

$$\text{c.-à-d. } 161^l \frac{85}{60} - 64^l \frac{48}{60} = 97^l \frac{37}{60}.$$

Autant de fois ce volume d'eau sera contenu dans 800 litres, autant il faudra d'heures pour remplir le bassin.

Ce nombre d'heures est donc

$$800 : 97 \frac{37}{60} = 800 : \frac{5857}{60} = \frac{48000}{5857}.$$

En effectuant la division, on trouve :

$$8^h \ 11^m \ 43^s.$$

215. Une 1^{re} fontaine coulant seule remplirait un bassin en 3 heures $\frac{1}{2}$; une 2^e le remplirait en 3^h $\frac{1}{7}$; une 3^e en 4^h $\frac{1}{3}$.

En combien de temps rempliront-elles le bassin ensemble, et quelle fraction de ce bassin chacune d'elles aura-t-elle remplie?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Ardennes, 1878.

Le bassin serait rempli :

par la 1^{re} seule en $\frac{7^h}{2}$; par la 2^e en $\frac{22^h}{7}$; par la 3^e en $\frac{13^h}{3}$.

La partie du bassin remplie en 1 heure par chaque fontaine est :

PROBLÈMES SUR LES FRACTIONS ORDINAIRES 103

par la 1^{re} : $\frac{7}{2} = \frac{2}{7}$; par la 2^e : $\frac{22}{7} = \frac{7}{22}$; par la 3^e : $\frac{13}{3} = \frac{13}{13}$

Ensemble les trois fontaines remplissent en 1 heure

$$\frac{2}{7} + \frac{7}{22} + \frac{3}{13} = \frac{572}{2002} + \frac{637}{2002} + \frac{462}{2002} = \frac{1671}{2002} \text{ du bassin.}$$

Autant de fois il y a $\frac{1671}{2002}$ donc $\frac{2002}{1671}$, autant il faudra d'heures.

Ce nombre d'heures est donc

$$\frac{2002}{2002} : \frac{1671}{2002} = \frac{2002}{1671} = 1^h \ 11^m \ 8^s.$$

La partie du bassin qui sera remplie par chaque fontaine est :

$$\text{par la 1^{re} } \frac{572}{2002} \times \frac{2002}{1671} = \frac{572}{1671};$$

$$\text{par la 2^e } \frac{637}{2002} \times \frac{2002}{1671} = \frac{637}{1671};$$

$$\text{par la 3^e } \frac{462}{2002} \times \frac{2002}{1671} = \frac{462}{1671}.$$

216. Un minerai contient $\frac{4}{27}$ de son poids de fer, et il se produit une perte de 7% sur le fer dans la fonte. Quel nombre de tonnes de minerai emploie-t-on annuellement pour obtenir chaque jour 7 tonnes $\frac{2}{5}$ de fer, le nombre des jours de travail dans l'année étant de 310?

Brevet élémentaire. Aspirantes.

1 tonne de minerai contient $\frac{4^t}{27}$ de fer.

Par suite de la perte de 7% du fer, le poids de fer fourni par 1 tonne de minerai est seulement 0,93 du poids de fer du minerai,

$$\text{c. à-d. } \frac{4^t}{27} \times 0,93 = \frac{3^t,72}{27} = \frac{1^t,24}{9}.$$

Pour fournir 7^t $\frac{2}{5}$ de fer ou 7^t,4, il faudra autant de tonnes de minerai qu'il y a de fois $\frac{1,24}{9}$ dans 7,4.

Ce nombre de tonnes est donc

$$7,4 : \frac{1,24}{9} = \frac{7,4 \times 9}{1,24} = \frac{66,6}{1,24} = \frac{3330}{62} = \frac{1665^t}{31}.$$

Le nombre de tonnes de minerai à employer dans l'année sera

$$\frac{1665}{31} \times 310 = 16\ 650^t.$$

217. Deux personnes ont le même revenu annuel. La 1^{re} économise chaque année la 5^e partie de son revenu et la seconde dépense 800 fr. de plus que l'autre. Il en résulte qu'au bout de 3 ans la seconde a 852 fr. de dettes. Quel est leur revenu ?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Aisne, 1878.

La 2^e personne dépense $\frac{4}{5}$ du revenu plus 800^f.

A la fin de la 1^{re} année, sa dette est..... $852 : 3 = 284^f$.
En dépensant 284^f de moins, elle ne dépenserait que son revenu, ce qui fait :

$$\frac{4}{5} \text{ du revenu} + 800^f - 284^f \text{ ou } \frac{4}{5} \text{ du revenu} + 516^f.$$

La 5^e partie du revenu est par conséquent 516^f.

Le revenu annuel est donc..... $516 \times 5 = 2580^f$.

218. Un cultivateur a de la graine de trèfle de deux qualités, la 1^{re} coûtant 152 fr. et l'autre 122 fr. les 104 kilogr. Il ensemente les $\frac{2}{5}$ d'une prairie avec la 1^{re} qualité et le reste avec la 2^e, et il emploie ainsi pour 90 fr. de graine. Calculer la surface de la prairie, en sachant qu'il a fallu 30^{kg} de graine par hectare.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1876.

Pour 1 hectare de prairie, on emploie :

de la 1^{re} qualité $\frac{2}{5}$ ou 0,4 de 30^{kg}, c.-à-d. 12^{kg};

de la 2^e qualité, 30 — 12 = 18^{kg}.

Le prix du kilogr. de graine est :

$$1^{\text{re}} \text{ qualité, } \frac{152}{104} = \frac{76^f}{52}; \quad 2^{\text{e}} \text{ qualité, } \frac{122}{104} = \frac{61^f}{52}.$$

$$12^{\text{kg}} \text{ de la } 1^{\text{re}} \text{ coûtent..... } \frac{76 \times 12}{52} = \frac{76 \times 6}{26} = \frac{456^f}{26}.$$

$$18^{\text{kg}} \text{ de la } 2^{\text{e}} \text{ coûtent..... } \frac{61 \times 18}{52} = \frac{61 \times 9}{26} = \frac{549^f}{26}.$$

La dépense par hectare est $\frac{456^f}{26} + \frac{549^f}{26} = \frac{1005^f}{26}$.

Le nombre d'hectares de la prairie sera égal au nombre de fois que la dépense pour 1 hectare est contenue de fois dans 90^f. Ce nombre d'hectares est donc

$$90 : \frac{1005}{26} = \frac{90 \times 26}{1005} = \frac{2340}{1005} = 2,3283.$$

Réponse. — La prairie a 2 hectares 32 ares 83 centiares.

219. Les $\frac{242}{363}$ des $\frac{48}{80}$ des $\frac{295}{294}$ des $\frac{78}{91}$ d'un nombre valant 84, quel est ce nombre ? Combien faut-il lui ajouter pour obtenir les $\frac{132}{308}$ des $\frac{567}{324}$ de 1560 ?

Brevet élémentaire. Aspirants. — Charente-Inférieure, 1880.

Les fractions réduites à leur plus simple expression deviennent :

$$\frac{242}{363} = \frac{2}{3}; \quad \frac{48}{80} = \frac{3}{5}; \quad \frac{78}{91} = \frac{6}{7}; \quad \frac{132}{308} = \frac{3}{7}; \quad \frac{567}{324} = \frac{7}{4}.$$

La fraction $\frac{295}{294}$ est irréductible.

Or les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{5}$ des $\frac{295}{294}$ des $\frac{6}{7}$ du nombre sont une partie de ce nombre égale à

$$\frac{6}{7} \times \frac{295}{294} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{7} \times \frac{295}{294} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{7} \times \frac{59}{147} = \frac{2 \times 59}{7 \times 49} = \frac{118}{343}.$$

Les $\frac{118}{343}$ du nombre inconnu valent 84; $\frac{1}{343}$ du nombre vaudra $\frac{84}{118}$.

Le nombre demandé est..... $\frac{84 \times 343}{118} = \frac{14406}{59} = 244 \frac{10}{59}$.

Les $\frac{3}{7}$ des $\frac{7}{4}$ de 1560 sont $1560 \times \frac{7}{4} \times \frac{3}{7} = \frac{1560 \times 3}{4} = 1170$.

Au 1^{er} nombre qui est $244 \frac{10}{59}$, on doit ajouter

$$1170 - 244 \frac{10}{59} = 925 \frac{49}{59}$$

220. Deux femmes font un tapis hexagonal, en cousant ensemble 6 triangles équilatéraux de 2 mètres de côté chacun. La 1^{re} seule pourrait, en travaillant bien, terminer ce travail en 24 heures; mais elle ne fait jamais que $\frac{1}{7}$ de ce qu'elle pourrait faire. La 2^e seule pourrait faire ce travail en 30 heures; mais elle ne fait jamais que les $\frac{3}{11}$ de ce qu'elle pourrait faire. Trouver le nombre d'heures que ces deux femmes emploieront pour faire cet ouvrage ensemble et combien chacune aura cousu de mètres.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Seine-et-Marne, 1876.

En ne faisant que $\frac{1}{7}$ de ce qu'elle devrait faire pour terminer l'ouvrage en 24 heures, la 1^{re} mettrait seule $24 \times 7 = 168$ heures.

Si la 2^e ne faisait que $\frac{3}{11}$ de ce qu'elle devrait faire pour terminer l'ouvrage en 30 heures, il lui faudrait 11 fois 30^h ou 330^h.

Mais comme elle fait $\frac{3}{11}$ au lieu de $\frac{1}{11}$, il lui faudrait pour terminer l'ouvrage le tiers de 330 heures, c'est-à-dire 110 heures.

Elles font donc en 1 heure :

la 1^{re} $\frac{1}{168}$ de l'ouvrage; la 2^e $\frac{1}{110}$ de l'ouvrage,
et ensemble par heure

$$\frac{1}{168} + \frac{1}{110} = \frac{110}{18480} + \frac{168}{18480} = \frac{278}{18480} = \frac{139}{9240} \text{ de l'ouvrage.}$$

Autant de fois il y a $\frac{139}{9240}$ dans $\frac{9240}{9240}$, autant il leur faudra d'heures pour faire l'ouvrage en travaillant ensemble.

Ensemble elles mettront $9240 : 139 = 66,47$, c.-à-d. $66^m,47^m$.

La longueur de la couture est..... $2^m \times 6 = 12$ mètres.

La 1^{re} personne fait 110 parties du travail pendant que l'autre en fait 168; le total serait 278 parties.

Les nombres de mètres de couture faits par chacune seront :

$$\text{par la 1^{re}..... } 12^m \times \frac{110}{278} = 4^m,748 \text{ ou } 4^m,75.$$

$$\text{par la 2^e..... } 12^m \times \frac{168}{278} = 7^m,251 \text{ ou } 7^m,25.$$

CHAPITRE III

PROBLÈMES SUR LES SURFACES

Règles et conseils.

RÈGLES. — 1^o Pour calculer la surface d'un rectangle ou d'un carré, on multiplie entre eux les deux nombres qui expriment la longueur et la largeur, ou, comme on dit ordinairement, on multiplie la longueur par la largeur.

Si l'unité de longueur est le mètre, le produit exprime des mètres carrés; si l'unité de longueur est le décimètre, le produit exprime des décimètres carrés, etc.

2^o Pour trouver un côté d'un rectangle, quand on connaît l'autre côté et la surface, on divise le nombre qui exprime la surface par le nombre qui exprime la longueur du côté connu, ou, comme on dit ordinairement, on divise la surface par la longueur.

Mais avant de commencer la division, on doit convertir en mètres carrés le nombre qui exprime la surface, lorsque le côté connu est évalué en mètres; le quotient est alors un nombre de mètres.

CONSEILS. — 1^o Ne dites pas dans les calculs relatifs aux surfaces : *Je multiplie 8 mètres par 24 mètres*, ou *je divise 24 mètres carrés par 8 mètres*, ce qui n'a pas de sens, mais seulement : *Je multiplie 8 par 3; je divise 24 par 8*.

2^o N'employez pas les mots *mètre*, *décimètre*, qui désignent des longueurs, pour *mètre carré*, *décimètre carré*, qui désignent des surfaces, comme on le fait trop souvent.

3^o Ne faites jamais usage de cette abréviation m^2 que certains auteurs ont à tort mise en vogue, pour indiquer le mètre carré. La seule abréviation raisonnable est m_q (la lettre q étant l'ini-