

Note sur la fabrication de l'orfèvrerie et de la bijouterie.

(Extrait de l'Annuaire du Bureau des longitudes.)

La fabrication des ouvrages d'or et d'argent est régie en France par la loi du 19 brumaire an VI, relative à la surveillance du titre et à la perception des droits de garantie des matières et ouvrages d'or et d'argent.

Les titres dont les fabricants peuvent faire usage sont :
pour l'or, 920 millièmes, 840 millièmes, 750 millièmes ;
pour l'argent, 950 millièmes, 800 millièmes.

La tolérance de titre est :

pour l'or, 3 millièmes ; pour l'argent, 5 millièmes.

Aucun objet d'or ou d'argent ne peut être mis en vente, sans avoir été présenté à un bureau de garantie et revêtu de l'empreinte des poinçons de l'État, après essai constatant qu'il est au titre légal.

Il y a en France soixante-sept bureaux de garantie ; il en existe en outre sept en Algérie.

Aux termes de l'article premier de l'arrêté des consuls du 5 germinal an XII, il ne peut être frappé de médailles ou jetons ailleurs que dans les ateliers de la Monnaie, à moins d'une autorisation spéciale du gouvernement.

Le titre des médailles et jetons frappés à la Monnaie de Paris est de 916 millièmes pour l'or et 950 millièmes pour l'argent.

Note sur le change à l'Hôtel des monnaies.

(Extrait de l'Annuaire du Bureau des longitudes.)

La retenue à opérer pour frais de fabrication sur les matières versées au change a été maintenue par le décret du 31 octobre 1879, à 6^f,70 par kilogramme d'or au titre de 900 millièmes et à 1^f,50 par kilogramme d'argent au même titre.

Sont seuls admis de droit au change :

1° Les lingots propres au monnayage, affinés, au titre minimum de 994 millièmes et du poids de 6^k à 7^k pour l'or et de 30^k à 35^k pour l'argent ;

2° Les monnaies étrangères inscrites au tarif ;

3° Les ouvrages d'or et d'argent marqués des poinçons de titres français.

Les titres sont exprimés en millièmes et dix-millièmes.

Les pesées sont effectuées au décigramme pour l'or et au gramme pour l'argent.

CHAPITRE VIII

PROBLÈMES SUR LES INTÉRÊTS

Règles et conseils.

RÈGLES. — 1° Pour trouver l'intérêt d'un capital au bout d'un an, on multiplie le capital par le taux et on divise le produit par 100.

Remarque. — Au taux de 5%, l'intérêt est la 20^e partie du capital, et réciproquement le capital vaut 20 fois l'intérêt.

2° Pour trouver l'intérêt au bout d'un certain nombre de mois, on multiplie le capital par le taux et par le nombre de mois, et on divise le produit par 1200.

Remarque. — S'il s'agit de l'intérêt pour 6 mois, on prend la moitié de celui d'un an ; pour 3 mois, on prend le quart de l'intérêt d'un an ; pour 4 mois, on prend le tiers de l'intérêt d'un an.

3° Pour trouver l'intérêt au bout d'un certain nombre de jours, on multiplie le capital par le taux et par le nombre de jours, et on divise le produit par 36 000.

Remarque. — Il importe, surtout aux candidats du brevet supérieur, de ne pas ignorer la simplification suivante de la règle, pour les taux de 6, 5, 4 $\frac{1}{2}$ et 4%.

On multiplie le capital par le nombre de jours et on divise le produit : par 6000 au taux de 6% ; par 7200 au taux de 5% ; par 8000 au taux de 4, 5% ; par 9000 au taux de 4%.

CONSEILS. — 1° Lorsque, dans les compositions de l'examen, les candidats ont à chercher l'une des quatre quantités : l'inté-

rêt, le capital, le taux et le temps, les trois autres étant données, ils ne doivent pas se contenter d'énoncer la règle et de l'appliquer, mais exposer le raisonnement tout entier comme si la règle ne leur était pas connue, en ayant soin cependant d'éviter les trop longs détails.

2° Au lieu de conserver le diviseur 100 comme dénominateur, il est préférable d'effectuer la division par 100 au moyen de la virgule.

3° Quand on doit chercher l'intérêt d'un capital composé seulement d'un nombre de centaines de francs, il serait puéril de chercher d'abord l'intérêt de 1 franc. Dans ce cas, il n'y a qu'à multiplier le taux par le nombre des centaines du capital.

4° Le plus souvent, il y a avantage à remplacer le capital 100 fr. par le capital plus simple de 1 fr. Par exemple, on veut chercher le capital qui, augmenté de son intérêt au bout de 3 mois à 4 %, a pris une valeur de 832^f,24.

On raisonne de la manière suivante :

1 fr. au bout de 1 an produit 0^f,04.

Au bout de 3 mois l'intérêt serait 0^f,01.

Au bout de 3 mois 1 fr. devient 1^f,01.

Donc le capital cherché contient autant de francs qu'il y a de fois 1,01 dans 832^f,24.

Ce capital est $832,24 : 1,01 = 824$ fr.

De là cette règle : *pour trouver le capital qui, augmenté de son intérêt au bout d'un certain temps, a pris une valeur donnée, il faut diviser cette valeur par 1 plus l'intérêt de 1 franc pendant ce temps.*

NOTA. — Il serait trop long d'indiquer toutes les simplifications à appliquer dans ces calculs. On les verra dans les solutions développées qui suivent.

§ 1. — PROBLÈMES SUR LES INTÉRÊTS SIMPLES

421. *Quelle est la somme qui à 4 % par an rapporte 295^f,73 d'intérêt en 3 mois ?*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1880.

En 1 an l'intérêt serait..... $4^f \times 295,73$
Autant de fois il y a 4 fr. dans cet intérêt, autant il y a de fois 100 fr. dans le capital cherché.

Ce nombre de fois est 295,73.

Le capital cherché est donc 29 573 fr.

422. *Quel est le capital qui placé à 5 %, rapporte 424 francs d'intérêt en 147 jours ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Toulouse.

En 1 jour, l'intérêt serait $\frac{424^f}{147}$.

En 1 an, l'intérêt sera $\frac{424^f \times 360}{147} = \frac{50\ 880^f}{49}$.

A 5 % le capital vaut 20 fois l'intérêt d'un an.

Le capital cherché est donc

$$\frac{5080^f \times 20}{49} = \frac{1\ 017\ 600^f}{49} = 20\ 767^f,35.$$

423. *Un capital, placé à 5 % par an, pendant 4 ans et 140 jours, a produit 2772^f,16 d'intérêt simple. Quel est ce capital ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1876.

L'intérêt de 100 fr. pour 4 ans est 20^f.

Pour 140 jours il sera les $\frac{140}{360}$ ou les $\frac{7}{18}$ de 5^f, c'est-à-dire $\frac{35^f}{18}$.

Pour 4 ans et 140 jours l'intérêt de 100 fr. est donc

$$20^f + \frac{35^f}{18} = \frac{360 + 35}{18} = \frac{395^f}{18}.$$

Le capital cherché contient autant de fois 100 fr. qu'il y a de fois $\frac{395}{18}$ dans 2772,16. Ce nombre de fois est

$$2772,16 : \frac{395^f}{18} = \frac{2772,16 \times 18}{395}.$$

Le capital cherché sera donc

$$\frac{277\ 216 \times 18}{395} = \frac{2\ 217\ 228}{395} = 12\ 632^f,62.$$

424. *Une personne a placé un certain capital à 5 % pendant 1 an 2 mois 12 jours. Au bout de ce temps, les intérêts joints au capital ont formé une somme de 27 178^f,40. Quel est ce capital ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1876.

Le temps est $360 + 60 + 12 = 432$ jours.

L'intérêt de 1 franc à 5 % est égal à $1 \times \frac{432}{7200} = \frac{6}{100} = 0,06$.

1 fr. aurait pris au bout de ce temps une valeur de 1,06.

Le capital cherché se compose d'autant de francs qu'il y a de fois 1,06 dans 27 178,40.

Ce capital est donc $27178,40 : 1,06 = 25640$ fr.

425. Quel est le capital qui, réuni à ses intérêts pendant 3 mois et 6 jours, au taux de 4,5 % par an, forme un total de 875,38 ?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Les 3 mois 6 jours font $30j \times 3 + 6j = 96$ jours.

L'intérêt de 1 franc pour ce temps sera

$$\frac{0,045 \times 96}{360} = 0,012.$$

Ainsi 1 franc au bout de ce temps est devenu 1,012.

Le capital cherché est donc

$$875,38 : 1,012 = 865 \text{ fr.}$$

426. Calculer le temps au bout duquel un capital de 76 800 fr. au taux de 4,75 % produit un intérêt de 2128 francs.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

L'intérêt de 100 fr. au bout de 1 an est 4,75.

L'intérêt de 76 800 fr. sera $4,75 \times 768 = 3648$ fr.

Pour 1 jour, l'intérêt du capital serait

$$\frac{3648}{360} = \frac{1216}{120} = \frac{304}{30}.$$

Autant de fois il y a $\frac{304}{30}$ dans 2128 fr., autant il y a de jours dans le temps demandé. Ce temps est

$$2128 : \frac{304}{30} = \frac{2128 \times 30}{304} = 210 \text{ jours.}$$

427. Une somme de 2800 fr. a donné 160 francs d'intérêt au taux de 4,5 %. Pendant combien de temps a-t-elle été placée ?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Clermont, 1876.

L'intérêt de la somme en 1 an est $4,5 \times 28 = 126$ fr.

Autant de fois 126 est contenu dans 160, autant il y a d'années.
Le temps demandé est donc

$$\frac{160}{126} = \frac{80}{63} = 1,269 = 1^a 3^m 71.$$

428. Une somme est déposée chez un banquier, où elle porte intérêt à 3 % par an. On la retire au bout de 255 jours et l'on touche 2859,50 pour le capital et les intérêts. Quelle somme avait-on placée ?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Novembre 1881.

L'intérêt de 1 fr. serait :

$$\text{par an } 0,03; \text{ pour 1 jour } \frac{0,03}{360} = \frac{0,001}{12};$$

$$\text{pour 255 jours } \frac{0,001 \times 255}{12} = 0,02125.$$

Pour 1 fr. au bout de 255 jours on retire 1,02125.

La somme placée contient autant de francs qu'il y a de fois 1,02125 dans 2859,50.

Cette somme est $2859,50 : 1,02125 = 2800$ fr.

429. Le 1^{er} février 1880 on a placé une certaine somme à intérêts simples, au taux de 4,5 % par an, et le 1^{er} avril 1881, on a retiré en tout, intérêts et capital compris, 6104,50. Quelle était la somme placée ?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Novembre 1881.

Du 1^{er} février au 1^{er} avril de l'année suivante il y a 1 an 2 mois, c'est-à-dire 1 an et $\frac{1}{6}$ d'année.

L'intérêt de 1 fr. pour 1 an est 0,045

Pour 2 mois il est

L'intérêt de 1 fr. pour 14 mois est 0,0525

Au bout de 14 mois 1 fr. est devenu 1,0525.

Autant il y a de fois 1,0525 dans 6104,50, autant il y a de francs dans la somme placée.

Cette somme est $6104,50 : 1,0525 = 5800$ fr.

430. Un capital placé à 4,5 % s'est accru des $\frac{2}{9}$ de sa valeur à intérêts simples. Combien de temps est-il resté placé ?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1877.

Au bout de 1 an, un capital de 1 fr. produit 0,045.

Au bout du temps demandé il produirait $\frac{2}{9}$ de franc.

Ce temps est égal à autant d'années qu'il y a de fois $0,045$ dans $\frac{2}{9}$ de franc. Ce nombre d'années sera

$$\frac{2}{9} : 0,045 = \frac{2000}{9 \times 45} = \frac{400}{81} = 4^{\text{a}} 11^{\text{m}} 71.$$

431. On a prêté un capital à un taux tel que le total des intérêts simples pendant 5 ans égale les $\frac{3}{12}$ du capital prêté. Trouver le taux.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Nancy, 1871.

L'intérêt pour 1 an est la 5^e partie des $\frac{3}{12}$ du capital, c'est-à-dire $\frac{3}{60}$ ou $\frac{1}{20}$ du capital.

Donc 100 fr. auraient produit en 1 an 5 fr.

Le taux est 5 %.

432. Une personne avait 16000 francs placés à 6 % chez un banquier, et au bout de 8 mois elle retire 6400 francs. Combien recevra-t-elle à la fin de l'année, si elle retire le reste de son argent avec l'intérêt ?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Rennes.

L'intérêt de 16000 fr. pour 1 an serait $6\% \times 160 = 960$ fr.

Pour 8 mois ou les $\frac{2}{3}$ de l'année, il sera $\frac{960 \times 2}{3} = 640$ fr.

Le banquier doit alors $16000 + 640 = 16640$ fr.

Après qu'on a retiré 6400 fr., il reste chez le banquier

$$16640 - 6400 = 10240 \text{ fr.}$$

L'intérêt de ces 10240 fr. pour 4 mois ou $\frac{1}{3}$ d'année est

$$\frac{0,06 \times 10240}{3} = 204,80.$$

La personne retirera donc

$$10240 + 204,80 = 10444,80.$$

433. Un propriétaire emploie une somme de 73600 francs à l'achat d'un champ. Ce champ a produit 2480 gerbes de blé ;

5 gerbes fournissent 2 décalitres et demi de blé, et le blé vaut 3^f,80 le double décalitre. Chercher à quel taux se trouve placé l'argent de ce propriétaire dans cette acquisition.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Bordeaux, 1879.

5 gerbes donnent 25 litres de blé ; 10 gerbes donnent 50 litres.

2480 gerbes ont donné $50 \times 248 = 12400$ l. = 124 hectolitres.

Le double décalitre de blé vaut 3^f,80.

L'hectolitre vaut 5 fois autant ou $3,80 \times 5 = 19$ fr.

Le produit du champ a été $19 \times 124 = 2356$ fr.

Un capital de 73600 fr. a produit 2356 fr.

100 fr. ont produit 736 fois moins, c.-à-d. $2356 : 736 = 3,20$.

Réponse. — Le taux du placement est 3,20 %.

434. J'ai acheté un champ qui rapporte en moyenne 430 francs de revenu par an. Les droits de mutation, les frais de notaire et autres se sont élevés à 10 % du prix d'achat. Calculez ce prix, en sachant que tout compté, mon argent se trouve placé à 4,5 %.

Brevet élémentaire. Aspirants.

Le capital déboursé pour cette acquisition contient autant de fois 100 fr. qu'il y a de fois 4,5 dans 430.

Or on trouve $430 : 4,5 = 95,5555$.

Ce capital est donc $95,5555 \times 100 = 9555,55$.

Il contient le prix d'achat plus 1 dixième de ce prix.

Ainsi 11 dixièmes du prix d'achat valent $9555,55$.

1 dixième de ce prix serait $9555,55 : 11$.

Ce prix est donc $\frac{9555,55 \times 10}{11} = 8686,868$.

Réponse. — Le prix d'achat était 8686^f,87.

435. Une personne a placé à intérêts simples, au taux de 3 %, un capital dont les intérêts au bout de 10 ans 5 mois lui ont servi à acheter un pré de 37 ares 8 centiares, à raison de 0^f,45 le mètre carré. On demande quel est ce capital.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Caen, 1876.

La surface du pré a 37^a,08 ou 3708 mètres carrés.

Le prix d'achat a été $0,45 \times 3708 = 1668,60$.

Or 10 ans 5 mois font 125 mois.

L'intérêt du capital pour 125 mois est $1668,60$.

Pour 12 mois il sera $\frac{1668,60}{125} \times 12 = 160,185$.

Les 3 centièmes du capital font 160^f,185.
1 centième en est le tiers, c'est-à-dire 53^f,395.
Le capital est donc 5339^f,50.

436. Les $\frac{4}{5}$ d'une somme placés à 3,95 % rapportent 1125 fr.
d'intérêt en 9 mois. Quelle est cette somme ?

Certificat d'études primaires. — Canton de Chaumont, 1881.

Le capital qui porte intérêt est placé pendant 9 mois ou $\frac{3}{4}$ d'année.

Pendant $\frac{3}{4}$ d'année, ce capital a produit 1125 fr.

Pendant $\frac{1}{4}$ d'année, il en produirait le tiers, c'est-à-dire $\frac{1124}{3} = 375$ fr.

Pendant 1 an, l'intérêt aurait été $375^f \times 4 = 1500$ fr.

Or l'intérêt de 1 fr. en 1 an serait 0^f,0395.

Le capital contient donc autant de francs qu'il y a de fois 0^f,0395 dans 1500 fr.

Ce capital est $1500 : 0,0395 = 37974^f,68$.

Ce capital n'est que les $\frac{4}{5}$ cinquièmes de la somme demandée.

$$\frac{1}{5} \text{ de la somme serait } \dots\dots\dots \frac{37974^f,68}{4} = 9493^f,67$$

$$\text{Ajoutons à ce nombre le capital } \dots\dots\dots 37974^f,68$$

$$\text{On a pour la somme demandée } \dots\dots\dots 47468^f,35.$$

437. Un homme a placé son argent à 4 % pendant 8 mois. S'il l'avait placé à 4,50 % pendant le même temps, il aurait retiré 20 francs d'intérêt de plus. Trouver quel était le capital placé.

100 fr. placés à 4,50 % rapportent 0^f,50 de plus qu'à 4 %.

Les 20 fr. sont donc l'intérêt du capital demandé qui aurait été placé à 0^f,50 % pendant 8 mois.

Pour 1 mois, l'intérêt de ce capital serait..... $20^f : 8 = 2^f,50$.

Pour 1 an, l'intérêt sera..... $2^f,50 \times 12 = 30^f$.

Le capital est égal à autant de fois 100 fr. qu'il y a de fois 0^f,50 dans 30 fr. Ce nombre de fois est 60.

Le capital est donc 6000 fr.

438. Un capital et ses intérêts forment au bout de 15 mois une somme de 1309^f,75. Au bout de 8 mois, le même capital avec ses intérêts s'élèverait à 1277^f,20. Trouver le capital et le taux.

Certificat d'études primaires. — Meurthe-et-Moselle, 1880.

La différence entre 15 mois et 8 mois est de 7 mois.
Pour ces 7 mois l'intérêt du capital est

$$1309^f,75 - 1277^f,20 = 32^f,55.$$

L'intérêt pour 8 mois serait :

$$\frac{32^f,25 \times 8}{7} = 37^f,20$$

Le capital est donc..... $1277^f,20 - 37^f,20 = 1240^f$.

Or 8 mois sont les $\frac{2}{3}$ tiers de l'année.

L'intérêt de 1240 fr. pour $\frac{1}{3}$ tiers d'année sera $37^f,20 : 2 = 18^f,60$.

Pour 1 an, il sera..... $18^f,60 \times 3 = 55^f,80$.

L'intérêt de 100^f en 1 an sera..... $\frac{55^f,80}{1240} \times 100 = 4,5$.

Le taux est donc 4 et demi pour 100.

439. Une institutrice ayant fait des économies a placé à la fin de chaque trimestre de l'année 1879 des sommes égales rapportant intérêt à 4 % l'an. Au 1^{er} janvier 1880, elle avait à son compte 1218 francs, comprenant les sommes placées et les intérêts. Quelle somme avait-elle placée à la fin de chaque trimestre ?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Supposons un placement de 1 fr. à la fin de chaque trimestre.

L'intérêt de 1 fr. à 4 % sera :

pour 3 mois 0^f,01 ; pour 6 mois 0^f,02 ; pour 9 mois 0^f,03.

Les valeurs prises par les quatre placements sont, au 1^{er} janvier : pour le 1^{er} 1^f,03 ; pour le 2^e 1^f,02 ; pour le 3^e 1^f,01 ; pour le 4^e 1^f.

Ainsi le placement de 1 fr. à la fin de chaque trimestre forme au 1^{er} janvier un total égal à

$$1^f,03 + 1^f,02 + 1^f,01 + 1 = 4^f,06.$$

Chaque placement contient donc autant de francs qu'il y a de fois 4^f,06 dans 1218 fr.

Le montant du placement est $\frac{1218}{4,06} = 300$ fr.

440. On a placé les $\frac{2}{3}$ d'un capital à 5 % et le reste à 4,5 % et on a retiré au bout de l'année 15725 francs, intérêt et capital réunis. Trouver ce capital.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Grenoble, 1879.

Supposons un capital de 3 francs ; il y aura :
2 francs placés à 5 % et 1 franc à 4,5 %.

L'intérêt de 2 fr. pour 1 an à 5 % sera..... $0^f,10$
 L'intérêt de 1 fr. à 4,5 % sera..... $0^f,045$
 L'intérêt de 3 fr. ainsi placés sera..... $0^f,145$.
 Au bout de 1 an un capital de 3 fr. devient.... $3^f,145$.
 Donc autant de fois il y a $3^f,145$ dans $15\ 725^f$, autant il y a de
 fois 3^f dans le capital demandé.
 Ce nombre de fois est..... $15\ 725 : 3,145 = 5000$.
 Le capital est donc $3^f \times 5000 = 15\ 000$ fr.

(Voir ALG., Solutions raisonnées. Problème 59.)

441. Un homme place les $\frac{2}{5}$ d'un capital à 6% et en retire un
 revenu annuel de 939^f,60. Le reste du capital est placé à 4,5%.
 Trouver le revenu total que cet homme a au bout de l'année; trou-
 ver aussi le taux unique auquel il faudrait placer tout le capital
 pour avoir le même revenu.

Admission à l'École normale d'instituteurs. — Paris, 1875.

1° Les $\frac{2}{5}$ du capital contiennent autant de fois 100 francs qu'il y
 a de fois 6^f dans 939^f,60. Ils valent donc $\frac{939\ 60}{6} = 15\ 660$ fr.

$\frac{1}{5}$ du capital est $15\ 660 : 2 = 7830^f$.

Le capital entier est..... $7830 \times 5 = 39\ 150^f$ fr.

Les $\frac{3}{5}$ du capital valent..... $7830^f \times 3 = 23\ 490$ fr.

À 4,5% l'intérêt de cette seconde partie est pour 1 an

$$0^f,045 \times 23\ 490 = 1057^f,05.$$

Le revenu total est..... $939^f,60 + 1057^f,05 = 1996^f,65$.

2° Un capital de 39 150^f rapporte 1996^f,65.
 100 fr. rapporteront $\frac{1996,65}{391,5} = \frac{19966,5}{3915} = 5^f,10$.

Réponse. — Revenu total 1996^f,65. Taux unique 5,10%.

442. Une personne place les $\frac{2}{5}$ de son capital à 3% et le reste
 4,5%; elle en retire ainsi 1950 fr. de rente. Trouver ce capital?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Rennes, 1871.

Admission à l'École normale des instituteurs de la Seine. — 1875.

Supposons un capital de 10 fr.

Les $\frac{2}{5}$ de 10 fr. sont 4 fr.; le reste est 6 fr.

4^f à 3% rapportent..... $0^f,03 \times 4 = 0^f,12$

6^f à 4,5% rapportent..... $0^f,045 \times 6 = 0^f,27$

10 fr. ainsi placés rapportent..... $0^f,39$.

Autant de fois $0^f,39$ sont contenus dans 1950^f, autant de fois il y
 a 10 fr. dans le capital demandé.

Ce capital est $10^f \times \frac{1950}{0,39} = 50\ 000$ fr.

443. Une personne place les $\frac{3}{4}$ d'un capital à 4,75% et le reste
 à 5,5% et retire ainsi 493 francs d'intérêt pour 72 jours. Trouver
 ce capital. (On comptera l'année de 360 jours.)

Brevet élémentaire. Aspirants. — Lyon, 1876. — Caen, 1879.

D'abord 72 jours sont la 5^e partie de l'année.

L'intérêt du capital pour 1 an serait donc $493 \times 5 = 2465$ fr.

Supposons un capital de 4 fr.; les $\frac{3}{4}$ sont 3^f et le reste 1^f.

3^f à 4,75% produisent en 1 an $0^f,0475 \times 3 = 0^f,1425$

1^f à 5,5% produit..... $0^f,0550$

L'intérêt de 4 fr. ainsi placés serait..... $0^f,1975$.

Le capital cherché est égal à autant de fois 4 francs qu'il y a de
 fois $0^f,1975$ dans 2465 fr.

Ce capital est $\frac{2465}{0,1975} \times 4 = \frac{9\ 860\ 000}{1975} = 49\ 924^f,05$.

(Voir ALG., Solutions raisonnées. Problème 58.)

444. Une personne a placé les $\frac{3}{5}$ de ses fonds à 4% et le
 reste à 6%; elle a ainsi une rente annuelle de 9984 francs. On
 demande : 1° dans quel rapport sont entre elles les deux portions
 de la rente annuelle et quelles sont les valeurs de ces deux por-
 tions; 2° quelles sont les valeurs des deux parties du capital, pla-
 cées l'une à 4% et l'autre à 6%; 3° quel est le total du capital et
 à quel taux moyen il se trouve ainsi placé.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

1° Supposons un capital de 5 fr.

Les $\frac{3}{5}$ de ce capital sont 3 fr. et les $\frac{2}{5}$ sont 2 fr.

3^e à 4 % produisent en 1 an..... $0^f,04 \times 3 = 0^f,12$.
 2^e à 6 % produisent en 1 an..... $0^f,06 \times 2 = 0^f,12$.
 Ainsi les deux parties du capital produisent des intérêts égaux.
 L'intérêt de chaque partie est $9984 : 2 = 4992$ fr.
 2^e A 4 %, le capital vaut 25 fois l'intérêt.
 Donc la partie placée à 4 % égale $4992 \times 25 = 124\ 800$ fr.
 La partie placée à 6 % est les $\frac{2}{3}$ de la première, c'est-à-dire

$$124\ 800 \times \frac{2}{3} = 41\ 600 \times 2 = 83\ 200 \text{ fr.}$$

Le capital total est..... $124\ 800 + 83\ 200 = 208\ 000$ fr.
 3^e Les 2080 centaines de francs produisent 9984 fr. d'intérêt.
 L'intérêt de 100 fr. serait..... $9984 : 2080 = 4^f,80$.
 Le taux moyen du placement est donc 4,80 %.

445. Un homme a placé les 0,35 d'un capital à 4 % ; les 0,45 à 5 % et le reste à 6 %. Il retire ainsi un revenu annuel de 15 132 fr. Trouver ce capital et ses trois parties.

Admission à l'École des arts et métiers. — 1876.

La 1^{re} partie et la 2^e font $0,35 + 0,45 = 0,80$ du capital.
 La 3^e partie est donc les 0,20 du capital.

Supposons que le capital soit de 100 francs. Il y aura :

35^f à 4 % ; 45^f à 5 % ; 20^f à 6 %.

35 ^f à 4 % rapportent.....	$0^f,04 \times 35 = 1^f,40$
45 ^f à 5 % rapportent.....	$0^f,05 \times 45 = 2^f,25$
20 ^f à 6 % rapportent.....	$0^f,06 \times 20 = 1^f,20$

Intérêt de 100^f..... $4^f,85$.

Autant de fois il y a $4^f,85$ dans 15 132^f, autant de fois il y aura 100 francs dans le capital cherché.

On trouve $15\ 132 : 4,85 = 3120$.

Le capital est donc..... $100^f \times 3120 = 312\ 000^f$.

Les trois parties sont :

A 4 %.....	$312\ 000^f \times 0,35 = 109\ 200^f$.
A 5 %.....	$312\ 000^f \times 0,45 = 140\ 400^f$.
A 6 %.....	$312\ 000^f \times 0,20 = 62\ 400^f$.

446. Un capital a fourni trois placements différents. Les $\frac{2}{3}$ ont été placés à 4 % ; $\frac{1}{6}$ à 4,5 % ; le reste à 5 %. Au bout de 16 mois, on a retiré intérêts et capital et on a touché une somme totale de 38 991 francs. On demande : 1^o quelle était la valeur du capital

primitif ; 2^o à quel taux unique il eût fallu le placer tout entier pour arriver au même résultat au bout du même temps.

Brevet supérieur. Aspirants. — 1880.

1^o Supposons un capital de 600 francs.

Les $\frac{2}{3}$ ou les $\frac{4}{6}$ sont 400^f ; le 6^e est 100 fr. ; le reste est 100 fr.

Or 16 mois font 1 an $\frac{1}{3}$ ou $\frac{4}{3}$ d'année.

Les intérêts de ces trois parties pendant 16 mois seront :

$$\text{pour } 400^f \text{ à } 4\% \dots\dots\dots 4 \times 4 \times \frac{4}{3} = \frac{64^f}{3} = 21^f \frac{1}{3}$$

$$\text{pour } 100^f \text{ à } 4,5\% \dots\dots\dots 4,5 \times \frac{4}{3} = \frac{18^f}{3} = 6^f$$

$$\text{pour } 100^f \text{ à } 5\% \dots\dots\dots 5 \times \frac{4}{3} = \frac{20^f}{3} = 6^f \frac{2}{3}$$

$$\text{Total... } 34^f.$$

Un capital de 600 fr. devient ainsi 634^f au bout de 16 mois
 Autant de fois il y aura 634^f dans 38 991^f, autant de fois il y aura 600^f dans le capital cherché. Ce capital est donc

$$600 \times \frac{38\ 991}{634} = 36\ 900 \text{ fr.}$$

2^o L'intérêt produit est..... $38\ 991 - 36\ 900 = 2091$ fr.

Le taux est celui où 600^f produisent 34^f en 16 mois.

D'après la règle, ce taux t sera

$$t = \frac{34 \times 1200}{600 \times 16} = 4,25.$$

447. Une personne place $\frac{1}{4}$ de sa fortune à 3 % ; les $\frac{2}{5}$ à 4 % et le reste à 6 %. Au bout de 3 mois, elle retire pour les intérêts réunis de ces trois parties la somme de 4000 fr. Quel capital avait-elle ? Quelles sont les trois parties placées à 3, 4, 6 % ?

Brevet élémentaire. Aspirants. — Toulouse, 1871.

Les deux premières parties du capital font

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{5}{20} + \frac{8}{20} = \frac{13}{20} \text{ de la fortune.}$$

Il reste pour la 3^e partie $\frac{20}{20} - \frac{13}{20} = \frac{7}{20}$ de la fortune.

Supposons un capital de 20 fr. Il y aura :

5^f à 3 % ; 8^f à 4 % ; 7^f à 6 %.

En 1 an, 5^{fr} à 3 % produisent..... 0^{fr},03 × 5 = 0^{fr},15
 — 8^{fr} à 4 % produisent..... 0^{fr},04 × 8 = 0^{fr},32
 — 7^{fr} à 6 % produisent..... 0^{fr},06 × 7 = 0^{fr},42

En 1 an, 20^{fr} ainsi placés produisent..... 0^{fr},89.

En 3 mois l'intérêt est le quart, c'est-à-dire..... 0^{fr},2225.

Le capital égale autant de fois 20 fr. qu'il y a de fois 0^{fr},2225 dans 4000 fr.

Le capital est donc 20^{fr} × $\frac{4000}{0,2225} = 359\ 550^{fr},56$.

Les trois parties du capital sont :

à 3 % 359 550^{fr},56 : 4 = 89 887^{fr},64

à 4 % 359 550^{fr},56 × 0,4 = 143 820^{fr},22

à 6 % 359 950^{fr},56 × $\frac{7}{20} = 125\ 842^{fr},70$

Total..... 359 550^{fr},56.

448. Un homme a placé deux capitaux à intérêt simple, le 1^{er} à 4 % et le 2^e à 5 %. Il a retiré au bout de 7 ans 9 mois une somme de 23 800 francs pour le capital et les intérêts réunis. Trouver quels sont ces deux capitaux, en sachant que le 1^{er} n'est que les $\frac{5}{6}$ du 2^e.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Aix, 1879.

Supposons 5 fr. placés à 4 % ; il y aura 6 fr. placés à 5 %.
 5 fr. à 4 % produiront en 1 an..... 0^{fr},20.
 6 fr. à 5 % produiront..... 0^{fr},30.

En 7 ans $\frac{3}{4}$ ou 7^{ans},75, l'intérêt sera :

pour les 5 fr..... 0,20 × 7,75 = 1^{fr},55.
 pour les 6 fr..... 0^{fr},30 × 7,75 = 2^{fr},325.

Total..... 3^{fr},875.

11 fr. deviennent donc 11^{fr} + 3^{fr},875 = 14^{fr},875.

Autant de fois 14^{fr},875 seront contenus dans 23 800 fr., autant de fois le 1^{er} capital contient 5 fr. et autant de fois le 2^e capital contient 6 fr.

On trouve ainsi :

1^{er} capital $\frac{23\ 800}{14,875} \times 5 = 1600 \times 5 = 8000$ fr.

2^e capital $\frac{23\ 800}{14,875} \times 6 = 1600 \times 6 = 9600$ fr.

449. Un propriétaire ayant vendu son domaine s'est fait une rente annuelle de 1450 francs, en plaçant les $\frac{2}{3}$ du produit de la vente à 5 %. Quelle était l'étendue de la propriété en hectares, ares et centiares, le prix du mètre carré étant de 0^{fr},24 ?

Certificat d'études primaires. — Charente, 1880.

A 5 % le capital vaut 20 fois l'intérêt.

Les $\frac{2}{3}$ du prix du domaine sont 1450 × 20 = 29 000 fr.

Le tiers est $\frac{29\ 000}{2} = 14\ 500$ fr.; le prix entier 14 500 × 3 = 43 500 fr.

Le prix de l'are est 24 francs.

Le nombre d'ares du domaine est $\frac{43\ 500}{24} = 1812,5$

c'est-à-dire 18 hectares 12 ares 50 centiares.

450. On achète une propriété pour 10 700 fr. ; les droits d'enregistrement sont de 5 $\frac{1}{2}$ pour cent, plus le double décime sur les mêmes droits. Dire : 1^o le prix total de revient de cette propriété ; 2^o le taux auquel se trouve placé le capital de cette acquisition, si la propriété rapporte 375 francs par an.

Certificat d'études primaires. — Vaucluse, 1880.

Prix d'achat..... 10 700^{fr},00

Droits d'enregistrement..... 5^{fr},5 × 107 = 588^{fr},50

Double décime sur 588^{fr},50..... 0,2 × 588,5 = 117^{fr},70

Prix total de revient... 11 406^{fr},20

Le revenu de 11 406^{fr},20 est..... 375 fr.

Le revenu de 100 fr. sera..... $\frac{375 \times 100}{11\ 406,2} = 3^{fr},28$

451. Un négociant achète des marchandises à raison de 360 fr. le quintal métrique et les revend 5 mois et demi après à raison de 376^{fr} 50 la tonne. A quel taux a-t-il placé son argent ?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

Le prix de vente du quintal est..... 376^{fr},50.

Le bénéfice égale..... 376^{fr},50 — 360^{fr} = 16^{fr},50.

Avec 360 fr., au bout de 5^{mois},5 on a gagné 16^{fr},50.

Au bout de 1 mois le bénéfice serait 16,5 : 5,5 = 3 fr.

Au bout de 1 an le bénéfice serait 3^{fr} × 12 = 36 fr.

36 fr. étant la 10^e partie de la somme 360 fr., on a gagné le 10^e du capital, c.-à-d. 10 %.