

Le poids rapporté par 1 hectare est..... 1837^{kg},5
 Le poids de regain en est le quart, c.-à-d.. 459^{kg},375
 Le poids total de la récolte d'un hectare est 2296^{kg},875.
 Le produit de vente est... 35^f,75 × 22,968 = 821^f,106
 On prélève pour les frais 36^f,25

Il reste pour bénéfice net par hectare..... 784^f,85.

Par are le bénéfice net serait 7^f,8485.

Autant de fois le produit d'un are sera contenu dans 203^f,50, autant il y aura d'ares dans la superficie cherchée.

La superficie de la prairie est donc

$$203,50 : 7,8485 = 25^{\text{a}},92.$$

487. Une société est formée au capital de 216 800 fr. La 1^{re} année, elle perd 9 % de son capital ; la 2^e année, elle perd 4,75 % du capital restant ; la 3^e année, elle gagne 44 % du capital qui lui restait au commencement de cette année. Trouver la valeur du capital au bout de la 3^e année, et le taux auquel l'argent s'est trouvé placé, en comptant les intérêts simples.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Ariège, 1877.

1^o A la fin de la 1^{re} année, la perte étant les 0,09 du capital, la somme qui reste est seulement les 0,91 du capital.

On a donc au bout de la 1^{re} année

$$216\ 800^{\text{f}} \times 0,91 = 197\ 288^{\text{f}}.$$

La perte pendant la 2^e année étant 0,0475 de la somme précédente, cette somme se réduit à 0,9525 de ce qu'elle était.

On a donc au bout de la 2^e année

$$197\ 288^{\text{f}} \times 0,9525 = 187\ 916^{\text{f}},82.$$

Pendant la 3^e année, il y a un bénéfice égal à 0,44 de cette dernière somme.

On a donc à la fin de la 3^e année

$$187\ 916^{\text{f}},82 \times 1,44 = 270\ 600^{\text{f}},22$$

Retranchons le capital primitif..... 216 800^f

$$\text{Le bénéfice en 3 ans est... } 53\ 800^{\text{f}},22$$

En 1 an il en serait le tiers, c'est-à-dire 17 933^f,40.

216 800^f en 1 an ont rapporté..... 17 933^f,40.

100 en 1 an rapporteraient $\frac{17\ 933^{\text{f}},40}{2168} = 8,27.$

Réponse. — La valeur du capital au bout de la 3^e année, est de 270 600^f,22. — Taux du placement 8,27 %.

488. Un homme place une somme de 25 320 fr. à 5 %, et 7 mois après un capital de 24 640 fr. à 6 %. Calculer en mois et jours : 1^o le temps au bout duquel les intérêts simples produits par les deux capitaux auront la même valeur ; 2^o le temps au bout duquel les deux capitaux augmentés de leurs intérêts simples auront pris la même valeur.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Grenoble, 1879.

L'intérêt de 25 320 fr. au bout de 1 mois à 5 % est

$$\frac{0,05 \times 25\ 320}{12} = 105^{\text{f}},50.$$

Pour 7 mois, il est..... 105^f,50 × 7 = 738^f,50.

L'intérêt de 24 640 fr. au bout de 1 mois à 6 % est

$$\frac{0^{\text{f}},06 \times 24\ 640}{12} = 123^{\text{f}},20.$$

La différence des intérêts des deux capitaux par mois est

$$123^{\text{f}},20 - 105^{\text{f}},50 = 17^{\text{f}},70.$$

Autant il y aura de fois 17^f,70 dans 738^f,50, autant il faudra de mois pour que l'intérêt du 2^e capital arrive à être égal à l'intérêt du 1^{er} capital. On trouve

$$\frac{738,5}{17,7} = \frac{7385}{177} = 41^{\text{m}}\ 22\ \text{jours.}$$

2^o Au bout de 7 mois, le 1^{er} capital est devenu égal à

$$25\ 320^{\text{f}} + 738^{\text{f}},50 = 26\ 058^{\text{f}},50.$$

Il surpasse alors le 2^e capital de

$$26\ 058^{\text{f}},50 - 24\ 640^{\text{f}} = 1418^{\text{f}},50.$$

Autant de fois il y aura 17^f,70 dans 1418^f,50, autant il faudra de mois. Le temps demandé est

$$1418,5 : 17,7 = 80^{\text{m}}\ 41 = 6^{\text{a}}\ 8^{\text{m}}\ 41.$$

(Voir ALG., Solutions raisonnées. Problème 63.)

489. Un propriétaire a la 5^e partie de sa fortune placée en valeurs industrielles qui lui rapportent en moyenne 5,65 % ;

les $\frac{2}{3}$ du resté consistent en maisons dont il retire, tous frais prélevés, 7,35 %; le surplus est en terres qui ne lui donnent que 2,70 % de revenu. Son revenu annuel étant de 8655 fr., trouver la valeur de sa fortune.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1880.

Supposons une fortune de 1500 francs.

La partie qui est en valeurs industrielles est 300 fr.

La 2^e partie en maisons est les $\frac{2}{3}$ de 1200^f, c'est-à-dire 800 fr.

Le reste en terres est..... 1500^f — 1100^f = 400 fr.

La 1^{re} partie produit..... 5^f,65 × 3 = 16^f,95

La 2^e partie..... 7^f,35 × 8 = 58^f,80

La 3^e partie..... 2^f,70 × 4 = 10^f,80

Une fortune de 1500 fr. produirait ainsi 86^f,55.

Or cet intérêt de 86^f,55 est la 100^e partie du revenu annuel qui s'élève à 8655 fr.; donc la fortune cherchée est 100 fois la fortune supposée 1500 fr., c'est-à-dire 150 000 francs.

490. Un marchand possédant 300 pièces de vin désire acheter avec le produit de leur vente une maison de 44 850 fr. Mais, de cette vente, il n'a pu retirer qu'une somme telle que, pour payer la maison, il faudrait ajouter à cette somme le 10^e de cette somme, plus 1950 fr. On demande le prix de vente de chaque pièce de vin et pendant combien de temps on devra placer le produit de la vente à 6 % à intérêts simples, pour que les intérêts ajoutés au capital constituent une somme égale au prix de la maison.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Poitiers, 1877.

Les $\frac{1}{10}$ du produit de la vente plus 1950 fr. font 44 850 fr.

Les $\frac{11}{10}$ de ce produit valent donc 44 850^f — 1950^f = 42 900 fr.

$\frac{1}{10}$ de ce produit est $\frac{42\,900}{11} = 3900$ fr.

Le produit de la vente est 3900^f × 10 = 39 000 fr.

Le prix de la pièce est 39 000 : 300 = 130 fr.

L'intérêt à retirer doit égaler..... 44 850^f — 39 000 = 5850 fr.

L'intérêt de 39 000 fr. pour 1 an à 6 % est.. 6^f × 390 = 2340 fr.

Le capital devra rester placé autant d'années qu'il y a de fois 2340 fr. dans 5850 fr.

Ce nombre d'années est 5850 : 2340 = 2,5.

Réponse. — Prix de vente de la pièce de vin, 130 fr.
Durée du placement, 2 ans 6 mois.

(Voir ALG., Solutions raisonnées. Problème 66.)

491. Une personne qui possède 61 000 fr. en a placé une partie à 4,50 % et l'autre à 3,50 %; elle obtient ainsi un revenu total de 2445 fr. Quelles sont ces deux parties ?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1878.

Placé tout entier à 3,5 %, le capital produirait

$$0,035 \times 61\,000 = 2135 \text{ fr.}$$

L'intérêt obtenu est..... 2445 fr.

Différence... 310 fr.

Si on met 100 fr. à 4,5 %, en laissant le reste à 3,5 %, on gagne en intérêt

$$4,50 - 3,50 = 1 \text{ fr.}$$

Donc autant de fois il y a 1 fr. dans 310 fr., autant de fois il y a 100 fr. dans la partie placée à 4,5 %.

La partie à 4,5 % est..... 31 000 fr.

La partie à 3,5 % est..... 30 000 fr.

(Voir ALG., Solutions raisonnées. Problème 56.)

492. Une personne ayant fait deux parts d'un capital de 45 000 fr. a placé la 1^{re} à 5,5 % et la 2^e à 4 %, ce qui lui fait un revenu annuel de 2002^f,50. Quelles sont les deux parts ?

Brevet supérieur. Aspirants. — Paris, 1878.

NOTA. — Ce problème ne diffère pas du précédent; nous nous bornons donc à donner la réponse.

Réponse. — A 5,5 %, il y 13 500 fr.; à 4 %, 31 500 fr.

(Voir ALG., Solutions raisonnées. Problème 57.)

493. On a placé à intérêt simple deux capitaux qui sont entre eux comme $3\frac{3}{4}$ et $4\frac{5}{6}$. Le 1^{er}, placé pendant 6 ans 4 mois à 4 %, a produit 1071 fr. d'intérêt de plus que le 2^e, placé à 3 % pendant 4 ans et demi. Quels sont ces capitaux ?

Brevet supérieur. Aspirants. — Aisne, 1879.

On a d'abord :

$$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4} = \frac{45}{12} \text{ et } 4\frac{5}{6} = \frac{29}{6} = \frac{58}{12}.$$

Le rapport des deux capitaux étant celui de ces deux nombres fractionnaires est égal à..... $\frac{45}{12} : \frac{58}{12} = \frac{45}{58}$.

Ainsi le 1^{er} capital est 45 fois la 58^e partie du 2^e.
1^{re} MÉTHODE. — Supposons que le 1^{er} soit 45 fr.; l'autre sera 58 fr.

L'intérêt de 45 fr. à 4 % pour 6 ans 4 mois ou $\frac{19}{3}$ de mois est

$$0,04 \times 45 \times \frac{19}{3} = 11,40.$$

L'intérêt de 58 fr. à 3 % pour 4^a $\frac{1}{2}$ ou $\frac{9}{2}$ d'année est

$$0,03 \times 58 \times \frac{9}{2} = 7,83.$$

La différence de ces deux intérêts est

$$11,40 - 7,83 = 3,57.$$

Autant de fois il y a 3,57 dans 1071 fr., autant de fois il y a 45 fr. dans le 1^{er} capital et 58 fr. dans le 2^e.

Ce nombre de fois est $\frac{1071}{3,57} = 300$.

On trouve donc :

capital à 4 %..... $45^f \times 300 = 13\ 500$ fr.
capital à 3 %..... $58^f \times 300 = 17\ 400$ fr.

2^e MÉTHODE. — D'abord les nombres $3\frac{3}{4}$ et $4\frac{5}{6}$ réduits au même dénominateur deviennent $\frac{45}{12}$ et $\frac{58}{12}$; le rapport des deux capitaux est donc $\frac{45}{58}$, c'est-à-dire que le 1^{er} est les $\frac{45}{58}$ du 2^e.

Soit x le 2^e capital; le 1^{er} sera $\frac{45x}{58}$.

Pour 6^a 4^m ou $\frac{19}{3}$ d'année, l'intérêt du 1^{er} à 4 % est :

$$\frac{45x \times 4 \times 19}{58 \times 100 \times 3} \text{ ou } \frac{15x \times 2 \times 19}{2900} = \frac{57x}{290}.$$

Pour 4^a $\frac{1}{2}$ ou $\frac{9}{2}$ d'année, l'intérêt du 2^e à 3 % est :

$$\frac{x \times 3 \times 9}{100 \times 2} \text{ ou } \frac{27x}{200}.$$

Le 1^{er} intérêt surpassant le 2^e de 1071 fr., on a l'équation

$$\frac{57x}{290} - \frac{27x}{200} = 1071.$$

De cette équation on tire :

$$\frac{357x}{5800} = 1071 \text{ d'où } x = \frac{1071 \times 5800}{357} = 17400 \text{ fr.}$$

3^e MÉTHODE. — Le rapport entre le 1^{er} capital et le 2^e étant $\frac{45}{58}$, si le 2^e capital était 58 fr., le 1^{er} serait 45 fr.

L'intérêt du 1^{er} serait $45 \times 0,04 \times \frac{19}{3}$ ou 11,40.

L'intérêt du 2^e serait $58 \times 0,03 \times \frac{9}{2}$ ou 7,83.

Le rapport des deux intérêts doit être le même que celui de 11,40 à 7,83, c'est-à-dire de 1140 à 783.

Soit donc y l'intérêt du 2^e capital, celui du 1^{er} sera $y + 1071$. On aura la proportion

$$\frac{y}{y + 1071} = \frac{783}{1140}, \text{ d'où } y = 2349 \text{ fr.}$$

L'intérêt du 1^{er} capital sera..... $2349 + 1071 = 3420$ fr.
Les intérêts des deux capitaux étant ainsi connus, on trouvera facilement la valeur de chacun des deux capitaux.

494. Un homme a placé un capital à intérêts simples; d'abord la moitié à 5 %, et 6 mois après l'autre moitié à 6 %. Trois ans et neuf mois après le 2^e placement, on lui paye la totalité des intérêts, en lui donnant les 0,9 du poids en or et l'autre 10^e en monnaie d'argent. La somme qui lui est ainsi payée pèse 42 kilogrammes 875 grammes. Calculer le total des intérêts et le capital.

Brevet supérieur. Aspirants. — Poitiers, 1877.

1^o Calcul des intérêts. — Cet homme a reçu :
en argent le 10^e de 42 875^{gr}, c'est-à-dire 4875^{gr},5;
en or..... $42875,5 \times 9 = 385875,5$.
Valeur de 10^{gr} d'argent : 2 fr. — Valeur de 10^{gr} d'or : 2^f \times 15,5 = 31 fr.
Valeur reçue en argent..... $2^f \times 428,75 = 857,50$
Valeur reçue en or..... $31^f \times 3858,75 = 119\ 621,25$

Total des intérêts... 120 478,75.
2^o Calcul du capital. — La 2^e moitié du capital à 6 % est restée placée pendant 3 ans 9 mois ou $3\frac{3}{4}$, c'est-à-dire $\frac{15}{4}$ d'année.

La 1^{re} moitié à 5 % est restée 6 mois de plus, c'est-à-dire pendant $\frac{17}{4}$ d'année.

Placées toutes deux à 1 %, elles produiraient chacune le même revenu en $\frac{1}{4}$ d'année; soit R ce revenu pour simplifier.

Au bout de $\frac{17}{4}$ d'année, la 1^{re} produirait :

à 1 %, 17 R; à 5 %, 5 fois 17 R, c.-à-d. 85 R.

Au bout de $\frac{15}{4}$ d'année, la 2^e produirait :

à 1 %, 15 R; à 6 %, 6 fois 15 R, c.-à-d. 90 R.

L'intérêt total vaut donc (85 + 90) fois R, c.-à-d. 175 R.

Par suite, l'intérêt de la moitié du capital à 1 %, et pour $\frac{1}{4}$ d'année est

$$120\,478^f,75 : 175 = 688^f,45.$$

L'intérêt de la moitié à 5 % sera :

$$\text{pour 1 an} \dots\dots\dots 688^f,45 \times 5 \times 4 = 13\,769 \text{ fr.}$$

L'intérêt de la moitié à 6 % est :

$$\text{pour 1 an} \dots\dots\dots 688^f,25 \times 6 \times 4 = 16\,522^f,80.$$

La moitié du capital qui était placée à 5 % vaut 20 fois son intérêt, c'est-à-dire..... $13\,769^f \times 20 = 275\,380 \text{ fr.}$

Le capital est donc..... $275\,380^f \times 2 = 550\,760 \text{ fr.}$

La vérification est facile à faire.

(Voir ALG., Solutions raisonnées. Problème 65.)

495. Expliquer ce qu'on entend par le calcul des intérêts d'après la méthode des nombres et des diviseurs.

Etablir d'après cette méthode l'intérêt que prélèverait un banquier sur les cinq effets suivants escomptés aujourd'hui même (15 juillet) au taux de 5 % :

4500 fr. à l'échéance du 25 août.	—	30 décembre.
1300 fr.	—	5 septembre.
3450 fr.	—	15 novembre.
6490 fr.	—	20 octobre.
2643 ^f ,60	—	

Brevet supérieur. Aspirantes. — Douai, 1879.

La règle générale pour trouver l'intérêt i d'un capital c au taux t pour un nombre de jours n est exprimée par la formule

$$i = \frac{c \times t \times n}{36\,000}.$$

Pour les taux fréquemment employés : 6, 5, $4\frac{1}{2}$, 4 %, cette règle est susceptible d'une simplification, provenant de ce que 36 000 est divisible par chacun de ces taux.

En effet, si on supprime le facteur t au numérateur et qu'on divise 36 000 par le taux, on trouve :

$$\text{à 6 \% } i = \frac{c \times n}{6\,000} = \frac{c \times n}{100} : 60;$$

$$\text{à 5 \% } i = \frac{c \times n}{7200} = \frac{c \times n}{100} : 72;$$

$$\text{à } 4\frac{1}{2} \% i = \frac{c \times n}{8000} = \frac{c \times n}{100} : 80;$$

$$\text{à 4 \% } i = \frac{c \times n}{9000} = \frac{c \times n}{100} : 90.$$

De là cette règle : pour trouver l'intérêt d'un capital, on multiplie le capital par le nombre de jours; on prend la 100^e partie de ce produit et on la divise : par 60 quand le taux est 6 %; par 72 quand le taux est 5 %; par 80 quand le taux est $4\frac{1}{2}$ %; par 90 quand le taux est 4 %.

Le produit du capital multiplié par le nombre de jours est appelé *nombre* chez les banquiers.

Telle est la méthode des nombres et des diviseurs fixes, employée dans le calcul des intérêts. Appliquons-la au problème proposé.

Du 15 juillet il y a :

au 25 août 41 jours; au 5 sept. 52 jours;

au 20 oct. 97 jours; au 15 nov. 123 jours;

au 30 déc. 168 jours.

Au lieu de calculer séparément l'escompte pour chaque billet, c'est-à-dire de multiplier chaque billet par le nombre de jours et de diviser le produit par 7200, il revient au même d'additionner ensemble tous les nombres et de diviser leur somme par le diviseur 7200. Ces opérations sont indiquées dans le tableau suivant, nommé *bordereau d'escompte* 1.

1. On trouvera dans notre Cours gradue d'arithmétique pour l'enseignement primaire (Degré supérieur) l'exposé détaillé et complet de toutes les règles relatives à l'intérêt et à l'escompte avec des modèles de comptes-courants d'intérêt.

BORDEREAU des effets présentés à l'escompte à 5 %
le 15 juillet par M. X....

Août.....	25	4 500	41	184 500
Septembre..	5	3 450	52	179 400
Octobre....	20	2 645, 60	97	256 623
Novembre..	15	6 490	123	798 270
Décembre...	30	1 300	168	218 400
		18 385, 60		1637 173
		Esc. à 5% 227,38		
		Net..... 18158, 22		Diviseur 72

Dans la 5^e colonne sont les *nombre*s correspondant à chaque billet; au-dessous est leur total. En divisant le 100^e de ce total par 72, on trouve pour l'escompte demandé 227^f,38.

§ 2. — PROBLÈMES SUR LES INTÉRÊTS COMPOSÉS

496. Que devient une somme de 6000 fr. au bout de 3 ans, si on laisse les intérêts s'accumuler, le taux étant 6 % ?

Brevet de sous-maitresse. — Paris, 1878.

A 6 %, l'intérêt annuel de 1 franc est 0^f,06.

Intérêt de 6000 fr. pendant la 1^{re} année :

$$0^f,06 \times 6000 = 360 \text{ fr.}$$

Valeur du capital au bout de cette année..... 6360 fr.

Intérêt de 6360 fr. pendant la 2^e année :

$$0^f,06 \times 6360 = 381^f,60.$$

Capital au bout de 2 ans..... 6360^f + 381^f,60 = 6741^f,60.

Intérêt de cette dernière somme pendant la 3^e année :

$$0^f,06 \times 6741,6 = 404^f,496.$$

Capital au bout de 3 ans : 6741^f,60 + 404^f,496 = 7146^f,096,
c'est-à-dire 7146^f,10.

OBSERVATION. — La marche qu'on a suivie est toute naturelle et à la portée de tous les candidats. Elle peut être remplacée par une règle plus commode, que nous allons exposer.

1 fr. au bout de 1 an à 6 % devient 1^f,06.

6000 fr. vaudront 1^f,06 × 6000.

De là cette 1^{re} règle: pour trouver la valeur acquise par un capital au bout de 1 an par l'augmentation de ses intérêts, on peut multiplier le capital par 1 augmenté de l'intérêt annuel de 1 franc.

D'après cette règle, le capital 6000 × 1,05, placé au commencement de la 2^e année, devient au bout de cette année

$$6000 \times 1,05 \times 1,05, \text{ c.-à-d. } 6000 \times 1,05^2.$$

Ce nouveau capital, placé au commencement de la 3^e année devient au bout de cette année

$$6000 \times 1,05^2 \times 1,05, \text{ c.-à-d. } 6000 \times 1,05^3.$$

De là cette règle: Pour trouver la valeur acquise par un capital placé à intérêts composés au bout d'un certain nombre d'années, il faut multiplier ce capital par 1 plus l'intérêt annuel de 1 franc élevé à une puissance d'un degré marqué par le nombre des années.

497. Calculer l'intérêt composé à 5 % et pour 3 ans d'une somme de 1200 fr., en indiquant l'approximation.

Brevet supérieur. Aspirants. — Caen, 1879.

D'après la règle exposée précédemment, la valeur acquise par 1200 fr. au bout de 3 ans à 5 % est

$$1200^f \times 1,05^3.$$

On trouve :

$$1,05^3 = 1,157625.$$

$$1200 \times 1,157625 = 1389^f,15.$$

L'intérêt demandé est donc

$$1389^f,15 - 1200^f = 189^f,15.$$

Ce résultat est exact à moins d'un centime près.

498. Quelle somme faut-il placer actuellement à 5 % pour tenir 10 000 francs au bout de 5 ans, en laissant les intérêts se capitaliser ?

Brevet supérieur. Aspirants. — Paris, 1876.

En multipliant par 1,05⁵ la somme demandée, on obtiendrait 10 000; donc on aura la somme en divisant 10 000 par 1,05⁵.

Or on a..... 1,05⁵ = 1,276282.

La somme est donc 10 000 : 1,276282 = 7835^f,25.

499. Une personne place une somme à 6 % à intérêts composés, pendant 3 ans. Au bout de ce temps, on lui rembourse 89 326^f,20. Quel était le capital primitivement placé?

Certificat d'études primaires complètes. — Alpes-Maritimes, 1880.

Au bout de la 1^{re} année, 1 franc est devenu 1^f,06.
 Pendant la 2^e année, 1^f,06 est devenu $1^f,06 \times 1,06 = 1,06^2$.
 Pendant la 3^e année, 1^f,06² est devenu $1,06^2 \times 1,06 = 1,06^3$.
 On trouve $1,06^3 = 1,191016$.
 Le capital primitif était donc

$$89\ 326,20 : 1,91016 = 75\ 000\ \text{fr.}$$

500. Un capital inconnu, placé à intérêts composés à 5 % par an, s'est élevé à 564 921 fr. au bout de 3 ans et 4 mois. Quelle était la valeur de ce capital?

Brevet supérieur. Aspirants. — Douai, 1879.

La valeur acquise par 1 franc au bout de 3 ans est

$$1,05^3 = 1^f,157625.$$

L'intérêt de cette somme pour les 4 mois suivants ou le tiers de l'année est

$$\frac{0^f,05 \times 1,1576}{3} = 0^f,019293.$$

En ajoutant cet intérêt à la valeur de 1,05³, on trouve :

Valeur de 1 fr. au bout de 3 ans 4 mois. 1^f,176918.

Le capital primitif est égal à autant de francs que cette valeur de 1 fr. est contenue de fois dans 564 921. Ce capital est donc

$$\frac{564\ 921}{1,176918} = 480\ 000\ \text{fr.}$$

501. Pour un tapis rectangulaire acheté au prix de 275,50 le mètre carré, on aurait dû payer au bout de trois ans, y compris les intérêts composés à 5 % la somme de 275^f,0517. La largeur du tapis étant les 2 tiers de sa longueur, calculer ses dimensions.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Juillet 1880.

La valeur de 1 fr. au bout de 3 ans à 5 % est

$$1,05^3 = 1,157625.$$

La valeur du tapis au moment de l'achat était donc

$$275,0517 : 1,157625 = 237^f,60.$$

Le nombre de mètres carrés de sa surface est

$$237,6 : 27,5 = 8^m4,64.$$

Si on représente la longueur par x , la largeur est $\frac{2x}{3}$.

La surface est $x \times \frac{2x}{3}$ ou $\frac{2x^2}{3}$, c.-à-d. $\frac{2}{3}$ du carré de la longueur.

Les $\frac{2}{3}$ de x^2 sont 8,64 ; le $\frac{1}{3}$ de x^2 est 4,32.

On a donc... $x^2 = 4,32 \times 3 = 12,96$, et $x = \sqrt{12,96} = 3^m,60$.

La longueur a 3^m,60 ; la largeur a 2^m,40.

502. A quel taux a été placé un capital de 20 000 fr., dont les intérêts composés se sont élevés au bout de 3 ans à 3152^f,50 ?

Brevet supérieur. Aspirants.

En désignant par r le revenu annuel de 1 franc, on doit avoir

$$20\ 000 \times (1 + r)^3 = 23\ 152,50.$$

En divisant les deux membres de cette égalité par 20 000, on obtient

$$(1 + r)^3 = \frac{23\ 152,50}{20\ 000} = 1,157625.$$

En prenant la racine cubique des deux membres, on trouve

$$\begin{aligned} 1 + r &= \sqrt[3]{1,157625}, \\ 1 + r &= 1,05 \\ r &= 0,05. \end{aligned}$$

Réponse. — Taux demandé, 5 %.

503. Un oncle a deux neveux âgés l'un de 16 ans et l'autre de 18 ans. En mourant, il leur lègue une somme de 60 000 fr. qu'ils doivent se partager de telle sorte que chaque part, augmentée de ses intérêts composés à 5 %, prenne la même valeur quand le possesseur atteindra l'âge de 20 ans. Que revient-il à chacun ?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Besançon, 1879.

La part du plus jeune restera placée pendant 4 ans et celle du plus âgé 2 ans. Si, pour plus de simplicité, on désigne la 1^{re} part par x et la 2^e par y , elles vaudront, d'après la règle,

$$x \times 1,05^4 \text{ et } y \times 1,05^2.$$

Ces sommes devant être égales, on peut écrire

$$x \times 1,05^4 = y \times 1,05^2.$$

Puis en divisant les deux membres par $1,05^2$ on obtient

$$x \times 1,05^2 = y, \text{ ou } \frac{x}{y} = \frac{1}{1,05^2}.$$

Ainsi les deux parts x et y sont proportionnelles aux nombres 1 et $1,05^2$. Or on trouve $1,05^2 = 1,1025$.

En appliquant la règle pour faire ce partage, on obtient :

$$\begin{aligned} 1 + 1,1025 &= 2,1025; \\ x &= \frac{60\,000}{2,1025} \times 1 = 28\,537^f,45 \text{ pour le cadet;} \\ y &= \frac{60\,000}{2,1025} \times 1,1025 = 31\,462^f,55. \text{ pour l'ainé.} \end{aligned}$$

504. Au taux de $4,5\%$, un capital prend, au bout de 2 ans 8 mois, capital et intérêts simples compris, une valeur de 6258 fr. Quel était ce capital ?

Si ce capital avait été placé pendant 3 ans à intérêts composés, quelle valeur aurait-il prise ?

Brevet supérieur. Aspirants. — Dijon.

1° L'intérêt de 1 fr. pour 2 ans $\frac{2}{3}$ est

$$0^f,045 \times 2 + 0^f,045 \times \frac{2}{3} = 0^f,12.$$

Le capital vaut autant de francs qu'il y a de fois $1^f,12$ dans 6258 fr.

Ce capital est $6258 : 1,12 = 5587^f,50$.

2° A intérêts composés, ce capital, au bout de 3 ans, devient :

$$5587^f,50 \times 1,045^3 = 5587^f,50 \times 1,141166.$$

La multiplication donne pour produit $6376^f,26$.

505. Les sommes déposées à la Caisse d'épargne produisent $3,5\%$ d'intérêt annuel. Trouver ce qu'un homme doit retirer de la Caisse 14 mois après un versement de 150 fr., les intérêts étant calculés tous les six mois et ajoutés chaque fois au capital pour produire avec lui de nouveaux intérêts.

Certificat d'études primaires. — Neuilly, 1876.

D'abord 14 mois font 2 semestres et 2 mois.

L'intérêt de 1 franc au bout de 6 mois est $0^f,0175$.

La valeur de 150 fr., au bout de 2 semestres, au taux semestriel de $0^f,0175$ sera

$$150 \times 1,0175^2 = 150 \times 1,03530625.$$

On trouve ensuite

$$150 \times 1,03530625 = 155^f,295,$$

avec une erreur moindre que 150 cent-millièmes, c'est-à-dire moins que 1 centime.

L'intérêt de cette nouvelle somme pour 2 mois ou la 6^e partie de l'année sera

$$\frac{0^f,035 \times 155,295}{6} = \frac{5,435325}{6} = 0^f,905$$

La somme à retirer au bout de 14 mois sera

$$155^f,295 + 0^f,905 = 156^f,20.$$

TABLEAU des valeurs prises par un capital de 1 franc à intérêts composés aux taux de 3, 4, 5 et 6 %, depuis 1 an jusqu'à 20 ans.

Années	3%	4%	5%	6%
1	1,030 000	1,040 000	1,050 000	1,060 000
2	1,060 900	1,081 600	1,102 500	1,123 600
3	1,092 727	1,124 864	1,157 625	1,191 016
4	1,125 509	1,169 859	1,215 506	1,262 477
5	1,159 274	1,216 653	1,276 282	1,338 226
6	1,194 052	1,265 319	1,340 096	1,418 519
7	1,229 874	1,315 932	1,407 100	1,503 630
8	1,266 770	1,368 569	1,477 455	1,593 848
9	1,304 773	1,423 312	1,551 328	1,689 479
10	1,343 916	1,480 244	1,628 895	1,790 848
11	1,384 234	1,539 454	1,710 330	1,898 299
12	1,425 761	1,601 032	1,795 856	2,012 196
13	1,468 534	1,665 074	1,885 649	2,132 928
14	1,512 590	1,731 676	1,979 932	2,260 904
15	1,557 967	1,800 944	2,078 928	2,396 558
16	1,604 706	1,872 981	2,182 875	2,540 352
17	1,652 848	1,947 900	2,292 018	2,692 773
18	1,702 433	2,025 817	2,406 619	2,854 339
19	1,753 506	2,106 849	2,526 950	3,025 600
20	1,806 111	2,191 423	2,653 298	3,207 435