

Par l'escompte en dehors aujourd'hui :

1 ^f payable dans 1 an se réduit à	0 ^f ,95
1 ^f — 2 ans —	0 ^f ,90
1 ^f — 3 ans —	0 ^f ,85
Total...	2 ^f ,70

La somme de 3310^f,12 payable dans 3 ans se réduit aussi aujourd'hui par l'escompte à

$$0^f,85 \times 3310,12 = 2813^f,60.$$

Le montant de chaque billet sera d'autant de francs qu'il y a de fois 2^f,70 dans 2813^f,60.

Ce montant est..... $2813,60 : 2,70 = 1042^f,07$.

537. Un homme qui doit payer aujourd'hui une somme de 2000 fr. offre à son créancier de s'acquitter en lui donnant trois billets égaux payables, le 1^{er} à 3 mois, le 2^e à 6 mois, le 3^e à 9 mois. Calculer le montant de ces trois billets à 6 %/o. (Escompte en dedans.)

Brevet supérieur. Aspirants.

Supposons chaque billet de 1^f et l'escompte pris en dedans. L'intérêt de 1^f à 6 %/o est :

pour 3 mois, 0^f,015; pour 6 mois, 0^f,03; pour 9 mois, 0^f,045.

La valeur actuelle de ces trois billets de 1^f sera :

$$\text{pour le 1^{er}.....} \frac{1}{1,015} = 0^f,98522$$

$$\text{pour le 2^e.....} \frac{1}{1,03} = 0^f,97087$$

$$\text{pour le 3^e.....} \frac{1}{1,045} = 0^f,95693$$

$$\text{Total...} 2^f,91302.$$

Le montant de chaque billet sera d'autant de francs que ce total est contenu de fois dans 2000 fr.

Ce montant est donc..... $2000 : 2,913 = 686^f,57$.

538. Une personne, pour s'acquitter d'une dette, a donné à son créancier deux billets, l'un de 860 fr., payable dans 8 mois; l'autre de 580 fr., payable dans 11 mois.

Trois mois plus tard, elle offre de remplacer ces deux billets par un seul payable dans un an. Le créancier accepte, à condition que le billet sera de 1480 fr. A quel taux prête-t-il son argent?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Au jour de la conversion des billets en un seul, l'échéance est : pour le 1^{er} billet à 5 mois (8 — 3); pour le 2^e à 8 mois (11 — 3). Par la conversion, l'échéance est reculée :

de 7 mois pour le 1^{er} billet (12 — 5); pour le 2^e de 4 mois (12 — 8).

Le total des deux billets est..... $860 + 580 = 1440$ fr.

L'intérêt exigé par le créancier est donc.. $1480 - 1440 = 40$ fr.

Ces 40^f comprennent : 1^o l'intérêt de 860^f pour 7 mois;

2^o l'intérêt de 580^f pour 4 mois.

L'intérêt de 860^f pour 7 mois est le même que celui d'une somme 7 fois plus forte pour 1 mois; cette somme serait

$$860 \times 7 = 6020^f.$$

L'intérêt de 580^f pour 4 mois est le même que celui d'une somme 4 fois plus grande pour 1 mois; cette somme serait

$$580 \times 4 = 2320^f.$$

Le total de ces deux sommes est..... $6020 + 2320 = 8340^f$.

Ainsi les 40^f seraient l'intérêt de 8340^f pour 1 mois.

L'intérêt de 100^f en 12 mois sera

$$\frac{40 \times 12 \times 100}{8340} = \frac{2400}{417} = 5,75.$$

Réponse. — Le taux était 5,75 %/o.

(Voir ALG., Solutions raisonnées. Problème 71.)

539. Un négociant a souscrit trois obligations : la 1^{re} de 1200 fr., payable dans 10 mois; la 2^e de 800 fr., payable dans 5 mois; la 3^e de 1000 fr., payable dans 9 mois. On lui propose de se libérer en un seul paiement à 6 mois d'échéance, avec un escompte de 5 %/o. Quelle est la somme à payer à cette date : 1^o dans le cas de l'escompte en dehors; 2^o dans le cas de l'escompte en dedans?

Brevet supérieur. Aspirants.

1^o Escompte en dehors. — Le billet de 800^f devant être payé 1 mois plus tard doit être augmenté de l'intérêt de 800^f pour 1 mois.

Cette augmentation est égale à..... $\frac{5^f \times 8}{12} = \frac{20^{ff},33$.

Les deux autres billets subiront la réduction d'un escompte : celui de 1200^f pour 4 mois; celui de 1000^f pour 3 mois.

L'escompte sur 1200^f pour 4 mois est..... $\frac{5^f \times 12}{3} = 20$ fr.

L'escompte sur 1000^f pour 3 mois est..... $\frac{5 \times 10}{4} = 12^f,50$.

Les trois billets seront donc remplacés :

celui de 1200^f par..... $1200^f - 20^f = 1180^f,00$

celui de 800^f par..... $800^f + 3^f,33 = 803^f,33$

celui de 1000^f par..... $1000^f - 12^f,50 = 987^f,50$

Billet unique payable à 6 mois... 2970^f,83.

2° *Escompte en dedans*. — L'intérêt de 1^f à 5 % sera :

pour 4 mois, $\frac{0^f,05}{3}$; pour 3 mois, $\frac{0^f,05}{4} = 0^f,0125$.

Après l'escompte en dedans les valeurs des deux billets de 1200^f et de 1000^f sont :

pour le 1^{er} $\frac{1200^f}{1 + \frac{0,05}{3}} = \frac{1200 \times 3}{3,05} = 1180^f,32$

pour le 2^e $1000^f : 1,0125 = 987^f,65$

Le billet de 800^f sera remplacé par..... 803^f,33

Billet unique payable à 6 mois... 2971^f,30.

540. On doit payer aujourd'hui une somme de 1200 fr.; mais on convient avec le créancier d'acquitter cette dette en trois paiements égaux, le 1^{er} dans 4 mois, le 2^e dans 8 mois et le 3^e dans un an. Calculer le montant de ces trois paiements, le taux de l'intérêt étant 6 %: 1° par la méthode de l'escompte en dehors; 2° par la méthode de l'escompte en dedans.

Brevet supérieur. Aspirants.

1° *Escompte en dehors*. — Supposons chaque paiement de 1 fr. L'escompte de 1 franc à 6 % sera :

pour 1 an, 0^f,06; pour 4 mois, 0^f,2; pour 8 mois, 0^f,04.

Par l'escompte en dehors, les trois sommes de 1^f payables à 4 mois, à 8 mois, à 1 an, se réduisent aujourd'hui :

la 1^{re} à 0^f,98; la 2^e à 0^f,96; la 3^e à 0^f,94, formant un total de 2^f,88.

Ces paiements partiels de 1^f à 4 mois, à 8 mois, à 1 an reviennent au paiement fait aujourd'hui de 2^f,88.

Autant de fois il y a 2^f,88 dans 1200^f, autant il y aura de francs dans chaque paiement.

Le montant de chaque paiement sera.... $1200 : 2,88 = 416^f,66$.

2° *Escompte en dedans*. — Par l'escompte en dedans, les trois paiements de 1^f se réduisent aujourd'hui :

le 1^{er} à $\frac{1}{1,02} = 0^f,98039$

le 2^e à $\frac{1}{1,04} = 0^f,96153$

le 3^e à $\frac{1}{1,06} = 0^f,94339$

Total... 2^f,88531.

Autant de fois il y aura 2^f,88531 dans 1200^f, autant il y aura de francs dans le montant de chaque paiement.

Ce montant est : $\frac{1200}{2,8853} = 415^f,90$.

541. On doit une somme de 2107 fr. payable dans un an, et on veut se libérer en trois paiements égaux de 4 en 4 mois, les intérêts étant calculés à 6 %. De combien sera chaque paiement? 1° par l'escompte en dehors; 2° par l'escompte en dedans?

Brevet supérieur. Aspirants.

1° *Escompte en dehors*. — L'intérêt de 1 fr. est :

0^f,06, pour 1 an; 0^f,02 pour 4 mois; 0^f,04 pour 8 mois.

Par l'escompte en dehors, 1 fr. se réduit :

à 0^f,94 pour 1 an; 0^f,98 pour 4 mois; 0^f,96 pour 8 mois.

Ainsi trois sommes de 1 fr. chacune payables, la 1^{re} dans 4 mois, la 2^e dans 8 mois, la 3^e dans 1 an, se réduisent, après l'escompte, à un total égal à

$$0^f,98 + 0^f,96 + 0^f,94 = 2^f,88.$$

Le capital 2107 fr. payable dans 1 an se réduit aussi par l'escompte à

$$0^f,94 \times 2107 = 1980^f,58.$$

Autant de fois il y aura 2^f,88 dans 1980^f,58, autant il y aura de francs dans le montant de chacun des trois paiements.

Ce montant sera..... $1980,58 : 2,88 = 687^f,70$.

2° *Escompte en dedans*. — Par l'escompte en dedans, 1 franc payable à 4 mois, à 8 mois, à 1 an, se réduit à :

$$\frac{1}{1,02} \text{ pour 4 mois; } \frac{1}{1,04} \text{ pour 8 mois; } \frac{1}{1,06} \text{ pour 1 an.}$$

Ainsi trois sommes de 1 fr. chacune payables, la 1^{re} dans 4 mois,

la 2^e dans 8 mois, la 3^e dans 1 an, se réduisent après l'escompte à un total égal à

$$\frac{1}{1,02} + \frac{1}{1,04} + \frac{1}{1,06}$$

Pour plus d'exactitude il faut chercher la somme de ces fractions, sans les convertir en décimales. On trouve :

$$1,04 \times 1,06 = 1,1024$$

$$1,02 \times 1,06 = 1,0812$$

$$1,02 \times 1,04 = 1,0608$$

$$\text{Total } 3,2444$$

$$\frac{1}{1,02} + \frac{1}{1,04} + \frac{1}{1,06} = \frac{3,2444}{1,02 \times 1,04 \times 1,06}$$

Or la valeur actuelle du capital 2107 fr. par l'escompte est $\frac{2107}{1,06}$.

Autant de fois cette valeur du capital contiendra le total des trois fractions, autant il y aura de francs dans chaque paiement. Ce nombre de francs sera

$$\frac{2107}{1,06} : \frac{3,2444}{1,02 \times 1,04 \times 1,06} \text{ ou } \frac{2107 \times 1,02 \times 1,04}{3,2444} = 688^f,91$$

Le montant de chaque paiement sera 688^f,91.

542. Une compagnie industrielle fait un emprunt en obligations de 500 fr. payables, soit en une seule fois le 1^{er} juillet avec un escompte de 3,5 %, soit en trois fois par 125 fr. le 1^{er} juillet, 150 fr. le 15 octobre et 225 fr. le 31 janvier de l'année suivante.

Est-il plus avantageux, pour une personne dont l'argent est placé à 4,5 %, d'adopter la combinaison des trois paiements partiels que de ne faire qu'un seul paiement ?

Brevet supérieur. Aspirants. — Creuse, 1879.

En payant tout au 1^{er} juillet, on donne seulement

$$500^f - 3^f,5 \times 5 = 500^f - 17^f,50 = 482^f,50$$

Le 1^{er} des trois paiements partiels est de 125 fr. donnés le 1^{er} juillet.

Le 2^e de 150 fr. est reculé de 3 mois et demi.

Le 3^e de 225 fr. est reculé de 7 mois.

L'escompte commercial à 4,5 % est :

$$\text{pour le 2^e, } \frac{150 \times 4,5 \times 3,5}{1200} = 1^f,968;$$

$$\text{pour le 3^e, } \frac{225 \times 4,5 \times 7}{1200} = 5^f,906.$$

Ces deux paiements équivalent à l'époque du 1^{er} juillet :

$$\text{le 2^e à } 150^f - 1^f,97 = 148^f,03$$

$$\text{le 3^e à } 225^f - 5^f,90 = 219^f,10$$

$$\text{Le 1^{er} est égal à } \dots \quad 125^f,00$$

$$\text{Total } \dots \quad 492^f,13$$

Ainsi le mode des trois paiements revient à donner au 1^{er} juillet 492^f,13; en une seule fois, on donne seulement 482^f,50.

Par un seul paiement on gagne..... 492,13 — 482,50 = 9^f,63.

543. Une personne doit trois billets : le 1^{er} de 320 fr., payable dans 6 mois; le 2^e de 740 fr., payable dans 8 mois; le 3^e, dont le montant n'est pas connu, payable dans 165 jours.

Ces trois billets peuvent être équitablement remplacés par un billet unique de 2200 fr., payable dans 7 mois. Quel est le montant du 3^e billet, l'escompte étant pris en dehors à 6 % ?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Douai, 1879.

L'intérêt de 1 fr. à 6 % est :

pour 6 mois 0^f,03; pour 8 mois 0^f,04;

$$\text{pour 165 jours } \frac{1 \times 165}{6000} = 0^f,0275;$$

$$\text{pour 7 mois ou 210 jours } \frac{1 \times 210}{6000} = 0^f,035.$$

Par l'escompte à 6 % en dehors, 1 franc se réduit :

pour 6 mois à..... 1^f — 0^f,03 = 0^f,97;

pour 8 mois à..... 1^f — 0^f,04 = 0^f,96;

pour 165 jours à..... 1^f — 0^f,0275 = 0^f,9725;

pour 7 mois à..... 1^f — 0,035 = 0^f,965.

Après l'escompte les billets valent :

$$\text{le 1^{er} } 0^f,97 \times 320 = 504^f,40;$$

$$\text{le 2^e } 0^f,96 \times 740 = 710^f,40;$$

$$\text{le 3^e } 0^f,9725 \times x = 0^f,9725 \times x;$$

$$\text{le 4^e } 0^f,965 \times 2200 = 2123^f,00.$$

Le total des deux premiers billets après l'escompte est

$$504^f,40 + 710^f,40 = 1214^f,80.$$

La valeur du 3^e billet après l'escompte est

$$2123^f - 1214^f,80 = 908^f,20.$$

On a donc..... 0,9725 × x = 908,20.

De là on tire pour la valeur du 3^e billet

$$x = \frac{908,20}{0,9725} = 933^f,88.$$

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 70.)

544. Un négociant doit trois billets portant la même somme payables, le 1^{er} dans 5 mois, le 2^e dans 9 mois, le 3^e dans 1 an 3 mois. Il s'acquitte en payant comptant une somme de 1780 fr. et en souscrivant un nouveau billet de 865 fr. payable dans 3 mois. Quelle était la valeur de chaque billet?

L'escompte est pris en dehors à 6 %.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Douai, 1871.

L'intérêt de 1 fr. à 6 % est :

pour 1 mois, un demi centime, c'est-à-dire 0^f,005 ;
pour 3 mois, 0^f,015 ; pour 5 mois, 0^f,025 ;
pour 9 mois, 0^f,045 ; pour 15 mois, 0^f,075.

Par l'escompte, le billet de 895 fr. se réduit aujourd'hui à

$$0^f,985 \times 865 = 852^f,025.$$

La somme due aujourd'hui est donc

$$852^f,025 + 1780^f = 2632^f,025$$

Or par l'escompte en dehors à 6 %, un billet de 1 fr. se réduit :

pour 5 mois, à 1^f — 0^f,025 = 0^f,975
pour 9 mois, à 1^f — 0^f,045 = 0^f,955
pour 15 mois, à 1^f — 0^f,075 = 0^f,925
Total... 2^f,855.

Si les trois billets étaient de 1 franc, leur valeur se réduirait aujourd'hui à 2^f,855. Ils vaudront autant de francs qu'il y a de fois 2^f,855 dans 2632^f,025.

La valeur de chaque billet est donc

$$2632,025 : 2,855 = 921^f,90.$$

545. Une personne achète le 1^{er} août 1879 une propriété moyennant la somme de 160 000 fr. à payer de la manière suivante : 30 000 fr. comptant ; 35 000 fr. au bout de 30 jours ; 45 000 fr. au bout de 60 jours et le reste dans 90 jours Elle

accepte ensuite l'offre de ne faire qu'un paiement unique équivalent. Quelle sera la date de ce paiement ? On prendra l'escompte au taux de 5 % et suivant la méthode rationnelle.

Brevet supérieur. Aspirants. — Grenoble, 1879.

D'abord le dernier paiement sera de 50 000 francs.

L'intérêt de 1 franc pour 90 jours ou 3 mois est 0^f,05 : 4 = 0^f,0125.

Pour 30 jours ou 1 mois, il en est le tiers, c'est-à-dire $\frac{0^f,0125}{2}$.

Pour 60 jours ou 2 mois, il sera $\frac{0,0125 \times 2}{3} = \frac{0,025}{3}$.

Calculons la valeur actuelle des quatre paiements partiels, en divisant chacun par 1 augmenté de l'intérêt de 1 franc pendant le temps correspondant ; nous aurons ce qui suit :

valeur actuelle des 30 000 fr. payés comptant..... 30 000^f,00

valeur actuelle des 35 000 fr. payables dans 1 mois :

$$35\ 000 : \left(1 + \frac{0,0125}{3} \right) = \frac{35\ 000 \times 3}{3,0125} = 34\ 854^f,77$$

valeur actuelle des 45 000 fr. payables dans 2 mois :

$$45\ 000 : \left(1 + \frac{0,025}{3} \right) = \frac{45\ 000 \times 3}{3,025} = 44\ 628^f,09$$

valeur actuelle des 50 000 fr. payables dans 3 mois :

$$50\ 000 : 1,0125 = 49\ 382^f,71$$

Valeur actuelle du total 158 865^f,57.

Retranchons-la du capital..... 160 000^f,00

Le montant de l'escompte est le reste..... 1134^f,43.

On cherche ensuite au bout de combien de jours la somme 158 865^f,67 produira à 5 % un intérêt de 1134^f,43.

D'après la règle, on trouve

$$n = \frac{1134,43 \times 7200}{158\ 865,57} = \frac{8\ 167\ 896}{15\ 8865,57} = 51,4.$$

Réponse. — Le paiement unique aura lieu dans 51 jours, à partir du 1^{er} août.

ÉCHÉANCE MOYENNE OU COMMUNE

546. On a souscrit à un banquier trois billets : le 1^{er} de 140 fr., payable dans 5 mois ; le 2^e de 250 fr., payable dans

6 mois; le 3^e de 100 fr., payable dans 4 mois. Le banquier propose de remplacer ces trois billets par un billet unique, égal à la somme des montants des trois billets. Quelle devra être l'échéance de ce nouveau billet?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Besançon, 1877.

En gardant 140 fr. pendant 5 mois, le débiteur peut en retirer le même intérêt qu'avec une somme 5 fois plus forte qu'il aurait seulement pendant 1 mois.

Cette somme serait $140^f \times 5 = 700$ fr.

En gardant 250 fr. pendant 6 mois, le débiteur peut en retirer le même intérêt qu'avec une somme 6 fois plus forte pendant 1 mois.

Cette somme serait $250^f \times 6 = 1500$ fr.

En gardant 100 fr. pendant 4 mois, le débiteur peut en retirer le même intérêt qu'avec une somme 4 fois plus forte pendant 1 mois.

Cette somme serait $100^f \times 4 = 400$ fr.

Écrivons ces égalités les unes sous les autres et faisons le total des billets et des sommes correspondantes placées pendant 1 mois.

Nous aurons le tableau suivant :

$$\begin{array}{r} 140 \times 5 = 700 \\ 250 \times 6 = 1500 \\ 100 \times 4 = 400 \\ \hline 490 \qquad 2600 \end{array}$$

Le montant du total des billets est 490 fr. Le total des sommes correspondantes qui seraient placées pendant 1 mois est 2600 fr. On devra garder les 490 fr. pendant un temps suffisant pour qu'on en retire le même intérêt qu'avec 2600 fr. pendant 1 mois.

Or si 490 était 2, 3, 4... fois moindre que 2600, il faudrait garder le montant des billets pendant 2, 3, 4... mois. On aura donc le temps cherché en divisant 2600 par 490.

On trouve ainsi $2600 : 490 = 5^m$ gr.

RÈGLE. — De là se déduit une règle facile, que nous appliquerons à l'occasion dans les problèmes suivants, sans en répéter la théorie.

On multiplie chaque somme par le temps correspondant; on fait le total des sommes et le total des produits, et on divise le total des produits par le total des sommes données. Le quotient indique le temps cherché.

547. Deux billets, l'un de 700 fr. payable au 24 juin, l'autre de 900 fr. payable au 15 août suivant, sont remplacés par un billet unique de 1600 fr. Quelle est l'échéance de ce dernier billet?

Est-il nécessaire, pour déterminer cette échéance, de connaître la date du jour où le billet unique de 1600 fr. est souscrit?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Besançon, 1876.

La valeur nominale indiquée sur un billet se rapporte à l'époque de l'échéance, quelle que soit l'époque antérieure à laquelle il a été souscrit. Cette époque n'exerce donc aucune influence sur la valeur que porte le billet et, par suite, elle reste étrangère à la détermination de l'échéance moyenne de deux ou plusieurs billets convertis en un seul.

Pour faire le calcul, on rapporte les échéances à une date quelconque et tout naturellement à celle de l'un des billets, par exemple au 24 juin.

Du 24 juin au 15 août, il y a 52 jours.

En appliquant la règle, on a le tableau suivant :

$$\begin{array}{r} 700 \times 0 = 0 \\ 900 \times 52 = 46800 \\ \hline 1600 \qquad 46800 \quad | \quad 1600 \\ \qquad \qquad \qquad 468 \quad | \quad 16 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad | \quad 29 \end{array}$$

Réponse. — L'échéance arrivera 29 jours après le 24 juin, c'est-à-dire le 23 juillet.

548. Une personne remet à son créancier, le 15 avril, trois billets : le 1^{er} de 500 fr., payable le 1^{er} mai; le 2^e de 480 fr., payable le 15 juin; le 3^e de 600 fr., payable le 10 août. On remplace ces billets par un billet unique de 1580 fr., égal au total des trois billets. A quelle date arrive l'échéance de ce billet?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Besançon, 1880.

A compter du 15 avril :

500 fr., payables le 1^{er} mai, sont à 16 jours d'échéance.

480 fr., payables le 15 juin, sont à 61 jours d'échéance.

600 fr., payables le 10 août, sont à 117 jours d'échéance.

D'après la règle on a :

$$\begin{array}{r} 500 \times 16 = 8000 \\ 480 \times 61 = 29280 \\ 600 \times 117 = 70200 \\ \hline 1580 \qquad 107480 \quad | \quad 1580 \\ \qquad \qquad \qquad 10748 \quad | \quad 158 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad | \quad 1268 \quad 68 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad | \quad 0004 \end{array}$$

Réponse. — L'échéance arrivera 68 jours après le 15 avril, c'est-à-dire le 22 juin.

549. Un négociant a souscrit trois billets savoir : le 1^{er} de 2500 fr., payable le 18 avril; le 2^e de 1700 fr., payable le 2 mai; le 3^e de 1250 fr. payable le 30 mai. Le 31 mars, il veut remplacer ces trois billets par un seul dont la valeur nominale soit égale à la somme des valeurs nominales des trois autres et dont l'escompte soit égal à la somme de leurs escomptes. On demande quelle sera la date de l'échéance du nouveau billet?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

Du 31 mars, il y a :

au 18 avril 18 jours; au 2 mai 32 jours; au 30 mai 60 jours.

En appliquant la règle, on a les calculs suivants :

$$\begin{array}{r} 2500 \times 18 = 45\ 000 \\ 1700 \times 32 = 54\ 400 \\ 1250 \times 60 = 75\ 000 \\ \hline 5450 \qquad 174\ 400 \quad 5450 \\ \qquad 14\ 440 \quad 545 \\ \qquad 1\ 090 \quad 32 \\ \qquad 0\ 000 \end{array}$$

Réponse. — L'échéance arrivera 32 jours après le 31 mars, c'est-à-dire le 2 mai.

OBSERVATION. — Si l'on veut traiter le problème en parlant de l'escompte, comme semble l'indiquer l'énoncé du problème, on fera le raisonnement suivant.

Soit e l'escompte en dehors de 1 fr. pour 1 jour et x le nombre de jours au bout duquel arrivera l'échéance du billet unique.

L'escompte sera :

$$\begin{array}{l} \text{sur 2500 fr. pour 18 jours} \dots e \times 2500 \times 18 = e \times 45\ 000 \\ \text{sur 1700 fr. pour 32 jours} \dots e \times 1700 \times 32 = e \times 54\ 400 \\ \text{sur 1250 fr. pour 60 jours} \dots e \times 1250 \times 60 = e \times 75\ 000. \end{array}$$

sur 5450 fr. billet unique, l'escompte total sera $e \times 174\ 400$.

D'un autre côté, l'escompte du billet unique pour les x jours doit être..... $e \times x \times 5450$.

Ces deux escomptes devant être égaux, on a l'égalité :

$$e \times x \times 5450 = e \times 174\ 400,$$

ou en divisant les deux membres par e ,

$$x \times 5450 = 174\ 400$$

d'où

$$x = \frac{174\ 400}{5450} = 32.$$

Remarque. — On voit que le taux de l'escompte est inutile; car il disparaît par la division.

550. Un débiteur s'est engagé à payer une somme de 8400 fr. en deux fois, les 2 tiers dans 6 mois et le reste dans 10 mois. Il a les fonds nécessaires pour se libérer immédiatement, mais ils sont placés chez son banquier, qui lui en sert l'intérêt à 4 % par an. Quelle remise doit-on lui faire équitablement, s'il offre de payer comptant?

Cette remise n'étant pas concédée, il est convenu que la dette sera payée en une seule fois. Trouver la date de ce paiement.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1877.

1^o La somme à payer dans 10 mois est $8400^t : 3 = 2800$ fr.

La somme à payer dans 6 mois est $2800^t \times 2 = 5600$ fr.

Or l'intérêt de 1 fr. à 4 % est :

$$\text{pour 6 mois } 0^t,02; \text{ pour 10 mois } 0,04 \times \frac{10}{12} = \frac{0^t,10}{3}.$$

Les valeurs actuelles des deux sommes sont :

pour les 5600 fr..... $5600 : 1,02 = 5490^t,196$

$$\text{pour les 2800 fr... } \frac{2800}{1 + \frac{0,1}{3}} = \frac{2800 \times 3}{3,1} = 2709^t,677.$$

La somme à payer comptant est..... $8199^t,873$

On la retranche de..... $8400^t,000$

On trouve pour la remise cherchée..... $200^t,127$.

2^o Cette remise n'étant pas concédée, on a à chercher à quelle époque la dette sera payée en une seule fois.

Il n'y a qu'à appliquer ici la règle de l'échéance moyenne.

Voici le tableau des calculs.

$$\begin{array}{r} 5600 \times 6 = 33\ 600 \\ 2800 \times 10 = 28\ 000 \\ \hline 8400 \qquad 61\ 600 \quad 8400 \\ \qquad 616 \quad 84 \\ \qquad 28 \quad 7^m\ 10^t \\ \qquad 30 \\ \hline 840 \\ 000 \end{array}$$

Réponse. — Le paiement aura lieu dans 7 mois 10 jours.

551. On devait payer 3000 fr. dans un an; mais au moyen d'une avance qu'on a faite, il ne reste plus à payer que 1800 fr. dans 18 mois. A quelle époque cette avance avait-elle été faite?

Brevet supérieur. Aspirantes.

Le montant de cette avance a été..... $3000 - 1800 = 1200$ fr.
Or en gardant 1800 fr. pendant 6 mois après l'époque fixée d'abord pour l'échéance, le débiteur a fait le même bénéfice qu'avec une somme 6 fois plus forte pendant 1 mois.

Cette somme serait..... $1800 \times 6 = 10800$ fr.
Par compensation, le paiement des 1200 fr. a dû être anticipé d'un nombre de mois tel que le bénéfice, que le créancier en a retiré, fût égal à celui que le débiteur a en différant de 6 mois le paiement des 1800 fr.

En multipliant 1200 fr. par le nombre de mois inconnu, on doit avoir 10800.

Ce nombre de mois est donc..... $10800 : 1200 = 9$.
Ainsi le paiement des 1200 fr. a été anticipé de 9 mois avant la fin de l'année.

Réponse. — Le 1^{er} paiement a eu lieu 3 mois après le commencement de l'année.

552. Un homme devait payer 6000 fr. dans 4 mois. Il offre de payer 2000 fr. dans 1 mois et 1000 fr. 1 mois après le 1^{er} paiement. Combien de temps après le second paiement devra-t-il donner le reste?

Brevet supérieur. Aspirants.

D'abord le 3^e paiement sera de 3000 francs

Des 6000 fr. gardés pendant 4 mois cet homme peut retirer le même intérêt que d'une somme 4 fois plus forte en 1 mois.

Cette somme serait..... $6000 \times 4 = 24000$ fr.
En second lieu, des 2000 fr. qu'il garde pendant 1 mois il retire un certain intérêt.

Des 1000 fr. qu'il garde pendant 2 mois, il retire le même intérêt qu'avec 2000 fr. gardés pendant 1 mois.

Ainsi en donnant 2000 fr. au bout de 1 mois, puis 1000 fr. au bout de 2 mois, il gagne un intérêt égal à celui que lui donneraient 4000 fr. payés seulement au bout de 1 mois.

Il gardera donc les 3000 fr. du dernier paiement assez de mois pour en tirer le même intérêt que celui qu'il tirerait de 20000 fr. (24000 — 4000) gardés pendant 1 mois. Ce nombre de mois sera

$$\frac{20000}{3000} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}.$$

Réponse. — Le 3^e paiement aura lieu 4 mois 20 jours après le second,

Tableau des calculs:

$$\begin{array}{r|l} 2000 \times 1 = 2000 & 6000 \times 4 = 24000 \\ 1000 \times 2 = 2000 & 3000 & 4000 \\ \hline 3000 & 4000 & 3000 & 20000 & 3000 \\ & & & & \hline & & & & 6\frac{2}{3} \end{array}$$

553. Un particulier a acheté pour 3000 fr. de marchandises dont le paiement doit avoir lieu dans 1 an.

Mais le vendeur accepte deux acomptes : le 1^{er} de 1200 fr. au bout de 4 mois; le 2^e de 600 fr. 2 mois après le 1^{er}. De combien de mois sera reculée l'échéance du reste?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Aix, 1871.

En répétant le raisonnement du problème précédent, on aura les calculs suivants:

$$\begin{array}{r|l} 1200 \times 4 = 4800 & 3000 \times 12 = 36000 \\ 600 \times 6 = 3600 & 1800 & 8400 \\ \hline 1800 & 8400 & 1200 & 27600 & 1200 \\ & & & 276 & 12 \\ & & & 36 & 23 \\ & & & 00 & \end{array}$$

Réponse. — Le reste sera payé au bout de 23 mois à partir du jour de l'achat, c'est-à-dire 1 an 5 mois après le paiement du 2^e acompte.

554. Un marchand qui a acheté un fonds de magasin s'est engagé à le payer comme il suit : le quart dans 60 jours; le tiers du reste 80 jours après le premier paiement; les deux tiers du nouveau reste 70 jours après le 2^e paiement; enfin le solde, c'est-à-dire 4100 fr. 60 jours après le 3^e paiement.

On demande : 1^o le prix de ce fonds de magasin; 2^o l'échéance commune de tous ces paiements, c'est-à-dire le nombre de jours à dater de celui de l'achat au bout desquels le marchand pourrait se libérer en n'effectuant qu'un seul paiement.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Nancy, 1871.

Pour abrégé désignons par S le prix d'achat.

Le 1^{er} paiement est $\frac{1}{4}$ de S; il reste $\frac{3}{4}$ de S.

Le 2^e paiement est $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de S, c'est-à-dire $\frac{1}{4}$ de S.

Le 1^{er} et le 2^e font $\frac{1}{2}$ de S; il reste, après, $\frac{1}{2}$ de S.

Le 3^e paiement est $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de S, c'est-à-dire $\frac{1}{3}$ de S.

La partie de S soldée dans ces trois paiements est

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6} \text{ de S.}$$

Le 4^e paiement qui est de 4100 fr. comprend $\frac{1}{6}$ de S.

La somme S vaut donc..... $4100^f \times 6 = 24\,600 \text{ fr.}$

Les quatre paiements sont:

1^{er}..... $24\,600 : 4 = 6150 \text{ fr. à } 60 \text{ jours;}$
 2^e..... $6150 \text{ fr. à } 140 \text{ jours;}$
 3^e..... $24\,600 : 3 = 8200 \text{ fr. à } 210 \text{ jours;}$
 4^e..... $4100 \text{ fr. à } 270 \text{ jours.}$

Par l'application de la règle, on a:

$6150 \times 60 = 369\,000$	
$6150 \times 140 = 861\,000$	
$8200 \times 210 = 1\,722\,000$	
$4100 \times 270 = 1\,107\,000$	
$24\,600$	$4\,059\,000$
	$40\,590$
	$15\,99$
	$1\,230$
	000
	$24\,600$
	246
	165

Réponse. — Prix d'achat 24 600 fr.

L'échéance d'un paiement unique serait à 165 jours.

555. Pour accorder aux particuliers un titre de rente de 50 fr. en 3 %/o. l'Etat leur demande 15 versements mensuels de chacun 80 fr. et dont le premier aura lieu le 18 mars.

On demande : 1^o à quelle date devrait avoir lieu un paiement unique égal à la somme de ces 15 versements; 2^o quelle somme devrait verser le 18 mars un particulier désirant s'acquitter d'un

seul coup, l'escompte étant à 5 %/o par an; 3^o quel est le prix d'émission du 3 %/o le 18 mars.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Aisne, 1878.

1^o Appliquons la règle de l'échéance moyenne.

Le total des 15 versements est..... $80 \times 15 = 1200 \text{ fr.}$

Le 1^{er} versement de 80 fr. est fait le jour même de l'emprunt.

Le 2^e est gardé 1 mois..... $80 \times 1 = 80.$

Le 3^e est gardé 2 mois..... $80 \times 2 = 160.$

Le 4^e est gardé 3 mois..... $80 \times 3 = 240.$

.....

Le 15^e est gardé 14 mois..... $80 \times 14 = 1120.$

Total des 14 derniers versements: $80 \times 14 = 1120 \text{ fr.}$

Total des sommes qui en 1 mois produiraient le même intérêt que ces 14 versements:

$$80 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 14) = 80 \times 105 = 8400 \text{ fr.}$$

Nombre de mois à l'échéance du paiement unique :

$$8400 : 1200 = 7 \text{ mois.}$$

Le paiement unique devrait avoir lieu le 18 octobre.

2^o En faisant un paiement unique le 18 mars, on a droit à un escompte pour 7 mois. Cet escompte est

$$\frac{1200 \times 5 \times 7}{1200} = 35 \text{ fr.}$$

Somme à payer le 18 mars..... $1200^f - 35^f = 1165 \text{ fr.}$

3^o Le prix d'une rente de 50 fr., au 18 mars est 1165 fr.

Le prix d'une rente de 3 fr. serait $\frac{1165 \times 3}{50} = 69^f,90.$