De là on tire

$$x = 12x - 60$$
$$11\,x = 60$$
$$x = \frac{60}{11} = 5\,\frac{5}{11}.$$

Réponse. — Il sera 7 heures 5 minutes $\frac{5}{11}$ de minute.

631. *Résoudre le même problème, en cherchant à quel moment les deux aiguilles se trouveront à la même distance du point 6 heures du cadran, la grande à droite et la petite à gauche.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Le raisonnement est le même que dans le problème précédent.

Réponse. — Il sera 7 heures 23 minutes 4 secondes $\frac{8}{13}$.

632. *On a deux cadrans, l'un décimal, l'autre duodécimal. Quelle heure doit marquer le premier lorsque le second indique 5 heures 17 minutes 29 secondes?*

Le cadran décimal est divisé en 12 heures, l'heure en 100 minutes et la minute en 100 secondes.

Le cadran duodécimal est divisé en 12 heures, l'heure en 60 minutes et la minute en 60 secondes.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Grenoble, 1878.

Le nombre des secondes pour chaque cadran est :

sur le cadran duodécimal.................. $60^s \times 60 = 3600^s$;

sur le cadran décimal.................. $100^s \times 100 = 10000^s$.

A partir de midi la grande aiguille ayant fait 5 fois le tour du cadran duodécimal, a parcouru jusqu'au moment donné un nombre de secondes égal à

$$3600^s \times 5 + 60^s \times 17 + 29^s = 19049^s.$$

Soit x le nombre de secondes parcourues pendant le même temps sur le cadran décimal par la grande aiguille ; il y a entre x et 19049 le même rapport qu'entre 10000 et 3600.

On a donc.................................. $\frac{x}{19049} = \frac{10000}{3600}$.

On en tire $x = \frac{1904900}{36} = 52913\,\frac{8}{9}$.

Ce nombre comprend 5 fois le tour du cadran plus $2913^s\,\frac{8}{9}$.

L'heure marquée sur le cadran décimal est donc

$$5^h\,29^m\,13^s\,\frac{8}{9}.$$

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 46.)

633. *Les villes de Valenciennes et de Cambrai sont reliées par un chemin de fer de 63 kilomètres* (1) *et le transport de la houille coûte 4 centimes par tonne et par kilomètre.*

En supposant que la tonne de houille coûte 19 francs à Valenciennes et $19^f,50$ à Cambrai, on demande en quel point de la route la tonne de charbon revient au même prix.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Arras, 1877.

Au milieu de la distance, c'est-à-dire à $31^{km},5$ de chaque ville, la différence de prix serait de 50 centimes, comme aux deux points de départ.

A 1 kil. au delà du milieu du côté de Cambrai, la tonne de Valenciennes coûte 4 centimes de plus et celle de Cambrai 4 centimes de moins, ce qui fait une différence de 8 centimes.

Il y aura donc du milieu au point cherché autant de kilomètres qu'il y a de fois 8 centimes dans la différence de 50 centimes

Ce nombre de kilomètres est

$$50 : 8 = 6^{km},25.$$

Réponse. — Distance de Valenciennes au point cherché $37^{km},75$.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 23.)

634. *La vitesse du son dans l'air est de 340 mètres par seconde; sa vitesse dans l'eau est de 1435 mètres. Trouver quelle distance il y a entre un bateau qui est sur un lac et une personne placée sur le rivage, en sachant que le bruit d'une explosion produite sur le bateau a été transmis par l'eau à la personne 4 secondes plus tôt que par l'air.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1880.

(1) D'après l'indicateur des chemins de fer, la distance entre ces deux villes est de 44 kilomètres par Somain.

Le temps mis par le son pour parcourir 1 mètre est en fraction de seconde :

$$\text{dans l'air, } \frac{1}{340}\text{ ; dans l'eau, } \frac{1}{1435}.$$

La différence entre ces deux fractions est

$$\frac{1}{340} - \frac{1}{1435} = \frac{287}{97\,580} - \frac{68}{97\,580} = \frac{219}{97\,580} \text{ de seconde.}$$

Au bout de 1 mètre, la différence entre les temps employés par le son pour le parcourir est égale à cette fraction de seconde.

Au bout de 2, 3, 4... mètres, cette différence serait 2, 3, 4... fois plus grande.

Donc autant de fois, cette fraction de seconde est contenue dans 4 secondes, autant il y a de mètres dans la distance cherchée.

Cette distance est égale à

$$4 : \frac{219}{97\,580} = \frac{4 \times 97\,580}{219} = 1782 \text{ mètres.}$$

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 7.)

635. *La planète Jupiter a quatre satellites. Le 1er accomplit sa révolution autour de la planète en 42 heures ; le 2e en 85 heures le 3e en 172 heures ; le 4e en 400 heures. On demande dans combien de temps ces quatre satellites se retrouveront à la fois dans les mêmes situations relatives qu'ils occupent aujourd'hui.*

On devra dire d'ailleurs combien de révolutions chacun d'eux accomplira d'ici à cette époque.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

Pour mieux comprendre la résolution de ce problème, on fera bien de décrire quatre circonférences ayant pour centre un point qui représentera la position de Jupiter, et de tirer de ce point un rayon jusqu'à la plus grande.

Maintenant désignons par a, b, c, d les positions des quatre satellites en ligne droite sur ce rayon à un moment donné.

Ces satellites reviennent dans leur position première :

le 1er	en a	au bout de	42	heures ;
le 2e	en b	—	85	—
le 3e	en c	—	172	—
le 4e	en d	—	400	—

Le nombre d'heures au bout duquel les quatre satellites se retrouveront en ligne droite doit contenir un nombre entier de fois chacun des nombres d'heures indiquant la durée de la révolution de chaque satellite. En d'autres termes, le nombre demandé est le plus petit multiple des quatre nombres : 42, 85, 172, 400.

Appliquons la règle habituelle pour trouver ce plus petit multiple.

Ces quatre nombres, décomposés en facteurs premiers, donnent :

$$\begin{aligned} 42 &= 2 \times 3 \times 7 \\ 85 &= 5 \times 17 \\ 172 &= 2^2 \times 43 \\ 400 &= 2^4 \times 5^2 \end{aligned}$$

Le plus petit multiple de ces nombres est

$$2^4 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 17 \times 43 = 6\,140\,400.$$

Ainsi, c'est au bout de 6 140 400 heures que les satellites se retrouveront sur la ligne droite qu'ils occupaient d'abord.

Les nombres de révolutions effectuées par chacun dans cet intervalle de temps sont :

pour le 1er................	6 140 400 : 42 = 146 200 ;
pour le 2e................	6 140 400 : 85 = 72 240 ;
pour le 3e................	6 140 400 : 172 = 35 700 ;
pour le 4e................	6 140 400 : 400 = 15 351.

636. *Un mobile A et un mobile B sont actuellement en un même point d'une circonférence. Le mobile A la parcourt d'un mouvement uniforme en 27 jours $\frac{1}{3}$, et le mobile B aussi d'un mouvement uniforme en 365 jours $\frac{1}{4}$.*

On demande de déterminer au bout de combien de temps les deux mobiles A et B se rencontrent de nouveau : 1° quand ils parcourent la circonférence dans le même sens ; 2° quand ils la parcourent en sens contraires.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Nancy, 1876.

On a d'abord................ $27^j\,\frac{1}{3} = \frac{82^j}{3}$; $365^j\,\frac{1}{4} = \frac{1461^j}{4}$.

Pour abréger, désignons par C la circonférence.

A parcourt en $\frac{1}{3}$ de jour $\frac{1}{82}$ de C ; en 1 jour $\frac{3}{82}$ de C.

B parcourt en $\frac{1}{4}$ de jour $\frac{1}{1461}$ de C ; en 1 jour $\frac{4}{1461}$ de C.

Chaque jour A devance B d'une fraction de C égale à

$$\frac{3}{82} - \frac{4}{1461} = \frac{4383 - 328}{119\,802} = \frac{4055}{119\,802} \text{ de C.}$$

Pour arriver à atteindre B, c'est-à-dire à avoir une avance d'une circonférence entière, il faudra autant de jours que cette fraction de C est contenue dans la circonférence entière. Ce nombre de jours sera

$$1 : \frac{4055}{119\,802} = \frac{119\,802}{4055} = 29^j,54.$$

2° Quand les deux mobiles marchent en sens inverse, ils parcourent ensemble par jour une fraction de la circonférence égale à

$$\frac{3}{82} + \frac{4}{1461} = \frac{4383 + 328}{119\,802} = \frac{4711}{119\,802} \text{ de C.}$$

Pour arriver à leur point de rencontre, ils ont à parcourir ensemble la circonférence entière. Il leur faudra pour cela autant de jours que cette fraction de C est contenue dans la circonférence entière. Ce nombre de jours sera

$$1 : \frac{4711}{119\,802} = \frac{119\,802}{4711} = 25^j,43.$$

637. *Une fontaine fournit en 13 heures 26 minutes et demie 143 hectolitres d'eau; combien de mètres cubes d'eau fournirait-elle en 28 jours 17 heures 3 quarts?*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1878.

$13^h\ 26^m\ \frac{1}{2}$ font $60^m \times 13 + 26^m\ \frac{1}{2}$ c.-à-d. $806^m,5$.

$28^j\ 17^h\ \frac{3}{4}$ font $24^h \times 28 + 17^h\ \frac{3}{4}$ c.-à-d. $689^h\ \frac{3}{4}$.

$28^j\ 17^h\ \frac{3}{4}$ font $60^m \times 689 + 45^m$ c.-à-d. $41\,385^m$.

En $806^m,5$ la fontaine donne 143 hectolitres.

En 1 minute, elle donnerait $\frac{143^{hl}}{806,5}$.

En $41\,385^m$ elle donnera............. $\frac{143 \times 41\,385}{806,5} = 7337^{hl},9$.

Réponse. — La fontaine donnerait 7338 hectolitres d'eau ou 733 mètres cubes 8 hectolitres

638. *La distance de deux villes situées sur le même méridien est de 84 400 mètres. On demande le nombre de degrés, minutes et secondes de l'arc de méridien qui joint ces deux villes.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Novembre 1881.

Il y a 10 000 000 de mètres dans 90 degrés du méridien.

Dans $1\,000\,000^m$ ou 10 000 hectomètres il y 9 degrés.

Dans 1 hectomètre le nombre de degrés est $\frac{9°}{10\,000}$.

Dans 844 hectomètres il y aura

$$\frac{9° \times 844}{10\,000} = \frac{7596°}{10\,000}$$

ou en réduisant en minutes

$$\frac{60' \times 7596}{10\,000} = \frac{45\,576'}{1000} = 45'\ 34'',56.$$

Réponse. — L'arc de méridien a 45′ 35″.

639. *Calculer le nombre de degrés de latitude parcourus par un voyageur qui franchit 1675 kilomètres dans la direction du pôle à l'équateur. Quel chemin doit-il faire pour parcourir 25 degrés?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Caen, 1879.

1° Il y a 10 000 kilomètres dans 90 degrés du méridien terrestre.

1 kilomètre contient $\frac{90}{10\,000} = \frac{9}{1000}$ de degré.

1675 kilomètres contiennent $\frac{9 \times 1675}{1000} = 15°,075$.

La fraction 0,075 vaut la 10ᵉ partie de $\frac{3}{4}$.

Or $\frac{3}{4}$ de degré font 3 fois 15 minutes, c'est-à-dire 45 minutes.

Le nombre demandé est donc $15°\ 4'\ \frac{1}{2}$.

2° Un arc de 1° contient $\frac{10\,000^{km}}{90} = \frac{1000}{9} = 111^{km},111$.

En parcourant 25 degrés, on a parcouru

$$111^{km},111 \times 25 = 2777^{km},777,$$

c.-à-d.................................. 2777 kilomètres 3 quarts.

640. *La latitude de Dunkerque est de 51° 2′ 11″; celle de Barcelone est de 41° 22′ 59″. Trouver quelle est en kilomètres la* *distance qui sépare ces deux villes, si l'on admet qu'elles sont sur le même méridien.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

Dans l'arc de méridien qui unit Dunkerque à Barcelone, il y a :

$$51^\circ\ 2'\ 11'' - 41^\circ\ 22'\ 59''$$

ou $$50^\circ\ 61'\ 71'' - 41^\circ\ 22'\ 59'' = 9^\circ\ 39'\ 12''.$$

Or on a pour le méridien :

$$90^\circ = 10\,000\,000 \text{ mètres};$$
$$1^\circ = 1\,000\,000^m : 9 = 111\,111^m,11;$$
$$1' = 111\,111^m,11 : 60 = 1851^m,85;$$
$$1'' = 1851^m,85 : 60 = 30^m,86.$$

On obtient donc :

$$9^\circ = 10\,000\,000^m : 10 = 1\,000\,000^m$$
$$39' = 1851^m,85 \times 39 = 72\,222^m,15$$
$$12'' = 30^m,86 \times 12 = 370^m,32$$
$$\text{Total}\ldots\ 1\,072\,592^m,47.$$

Réponse. — La distance de Dunkerque à Barcelone est de 1072 kilomètres et demi.

641. *Deux lieux sont situés sur le même méridien. Leurs latitudes sont 25° 24′ 30″ et 19° 57′ 30″. Evaluer en kilomètres la distance de ces deux lieux : 1° lorsqu'ils sont dans des hémisphères différents ; 2° lorsqu'ils sont dans le même hémisphère.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

1° Désignons les deux lieux par A et B, A étant dans l'hémisphère nord et B dans l'hémisphère sud.

La distance de A à l'équateur est.......... $25^\circ\ 24'\ 30''$

Celle de B à l'équateur est................. $19^\circ\ 57'\ 30''$

L'arc de méridien qui joint A à B a donc $45^\circ\ 22'\ 0''$.

Or 90° du méridien valent 10 000 000 mètres.

1° du méridien vaut $10\,000\,000^m : 90 = 111\,111^m,1$,

1′ vaut.... .... $111\,111^m : 60 = 1851^m,85$.

45° valent la moitié de 90°, c'est-à-dire.... $5\,000\,000^m$

22′ valent .... $1851^m,85 \times 22 = 40\,740^m$

La distance AB a... $5\,040\,740^m$.

2° Les deux lieux A′ et B′ étant tous deux dans l'hémisphère nord, l'arc A′B′ qui les unit est la différence de leurs latitudes.

La latitude de A′ est....... $25^\circ\ 24'\ 30'' = 24^\circ\ 84'\ 30''$

La latitude de B′ est....... $19^\circ\ 57'\ 30'' = 19^\circ\ 57'\ 30''$

L'arc A′B′ a... $5^\circ\ 27'\ 0''$.

5° valent................ $111\,111^m,1 \times 5 = 555\,555^m,5$

27′ valent................ $1851^m,85 \times 27 = 49\,999^m,9$

La distance A′B′ est égale est égale à... $605\,555^m$.

642. *Les villes de Remiremont et de Quimper sont situées sur le même parallèle. Leurs longitudes sont :*

pour Remiremont 4° 15′ 18″ à l'orient ;
pour Quimper 6° 26′ 26″ à l'occident.

Calculer la distance de ces deux villes, en sachant qu'un degré de ce parallèle égale seulement les 0,744 d'un degré du méridien.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Distance de Remiremont au 1er méridien.. $4^\circ\ 15'\ 18''$

Distance de Quimper au 1er méridien...... $6^\circ\ 26'\ 26''$

Arc de Remiremont à Quimper............. $10^\circ\ 41'\ 44''$

On a déjà trouvé dans les problèmes précédents pour les arcs de méridien les longueurs suivantes :

$$1^\circ = 111\,111^m,11;$$
$$1' = 1851^m,85;$$
$$1 = 30^m,86.$$

On a donc sur le parallèle des deux villes :

$$10^\circ = 111\,111^m \times 10 \times 0,744 = 826\,666^m,5$$
$$41' = 1851^m,85 \times 41 \times 0,744 = 56\,488^m,8$$
$$44'' = 30^m,86 \times 44 \times 0,744 = 1\,010^m,2$$

Distance cherchée... $884\,165^m,5$

c'est-à-dire............................. 884 kilomètres.

643. *La longitude de Corté est de 6° 49 à l'est et celle de Brest est de 6° 49′ 42″ à l'ouest. On demande :*
quelle heure il est à Brest, quand il est midi à Corté ;
quelle heure il est à Corté, quand il est midi à Brest ;
quelle heure il est à Corté et à Brest, quand il est midi à Paris.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1878.

Pour accomplir son mouvement diurne apparent d'orient en occident, c'est-à-dire pour parcourir 360°, le soleil met 24 heures.

Pour 1°, il met la 360^e partie de 24^h ou $\frac{1440^m}{360} = 4$ minutes.

Pour un arc de 1', il met la 60^e partie de 4^m, c.-à-d. 4 secondes.

Pour un arc de 1", il met un 60^e de 4 secondes ou $\frac{1}{15}$ de seconde.

Pour aller du méridien de Corté à celui de Paris, le soleil met :

$$4^m \times 6 + 4^s \times 49 = 24^m + 196^s = 27^m\ 16^s.$$

La longitude de Brest surpassant seulement de 42" celle de Corté, le soleil pour aller du méridien de Paris à celui de Brest mettra

$$27^m\ 16^s + \frac{1^s}{15} \times 42 = 27^m\ 18^s\ \frac{4}{5} \text{ ou } 27^m\ 19^s.$$

Pour aller du méridien de Corté à celui de Brest, le soleil met un temps égal à

$$27^m\ 16^s + 27^m\ 19^s = 54^m\ 35^s.$$

On trouve donc les résultats suivants :

midi à Paris	Corté................	midi $27^m\ 16^s$.
	Brest : $12^h - 27^m\ 19^s = 11^h\ 32^m\ 41^s$.	
midi à Corté	Brest : $12^h - 54^m\ 35^s = 11^h\ 5^m\ 25^s$.	
midi à Brest	Corté..............	midi $54^m\ 35^s$.

644. *Une dépêche est envoyée de Londres à San-Francisco, par le télégraphe transatlantique, le 10 juillet à 4 heures 12 minutes du matin, heure de Londres. Elle subit à Valentia (1), pour réexpédition, un retard de 17 minutes. Reçue à New-York, elle est réexpédiée directement à San-Francisco avec un nouveau retard de 19 minutes.*

Trouver quelle indication de date et d'heure de réception elle devra porter dans les deux villes de New-York et de San-Francisco, dont les horloges sont réglées sur leur propre méridien. Les longitudes toutes trois occidentales de ces villes sont :

Londres, 2° 26'; *New-York*, 76° 20'; *San-Francisco*, 124° 45'.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1880.

Par suite du retard à Valentia, la dépêche en est partie à $4^h\ 29^m$. Or, dans son mouvement diurne (probl. 643), le soleil parcourt :

(1) Valentia, petite île située près de la côte sud-ouest de l'Irlande.

1° en 4 minutes ; 1' en 4 secondes ; 1" en $\frac{1}{15}$ de seconde.

Entre le méridien de New-York et celui de Londres, il y a :

$$76°\ 20' - 2°\ 26' = 75°\ 80' - 2°\ 26' = 73°\ 54'.$$

Pour parcourir cette distance le soleil met

$$4^m \times 73 + 4^s \times 54 = 4^h\ 55^m\ 36^s.$$

L'heure de New-York étant en retard de cette quantité sur celle de Londres, la dépêche arrive dans la 1re de ces deux villes avant minuit et d'un temps égal à

$$4^h\ 55^m\ 36^s - 4^h\ 29^m = 26^m\ 36^s.$$

A l'arrivée de la dépêche à New-York, il est dans cette ville :

$11^h\ 33^m\ 24^s$ du soir du 9 juillet.

La dépêche ne part de cette ville que 19 minutes plus tard, c'est-à-dire le 9 juillet à $11^h\ 52^m\ 24^s$ du soir.

Entre le méridien de New-York et celui de San-Francisco il y a :

$$124°\ 45' - 76°\ 20' = 48° \quad .$$

Pour parcourir cette distance le soleil met :

$$4^m \times 48 + 4^s \times 25 = 3^h\ 13^m\ 40^s.$$

L'heure de San-Francisco est en retard de ce temps sur l'heure de New-York.

A l'arrivée de la dépêche à San-Francisco, il est dans cette ville :

$$11^h\ 52^m\ 24^s - 3^h\ 13^m\ 40^s = 8^h\ 38^m\ 44^s.$$

Réponse.— La dépêche partie de Londres le 10 juillet à $4^h\ 12^m$ du matin arrive :

à New-York, le 9 juillet à $11^h\ 33^m\ 24^s$ du soir ;

à San-Francisco, le 9 juillet à $8^h\ 38^m\ 44^s$ du soir.

645. *Le département de l'Isère est compris entre 44° 43' et 45° 53' 20" de latitude septentrionale, et entre 2° 24' 42" et 4° 1' 15" de longitude orientale.*

1° En supposant que les deux points extrêmes en latitude fussent sur le même méridien, quelle serait en kilomètres leur distance comptée sur ce méridien?

2° *Quelle heure est-il au point le plus oriental du département, quand il est midi au point le plus occidental?*

3° *Quelle heure est-il à Paris, quand il est midi à Grenoble? La longitude de Grenoble est 3° 23′ 36″.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Grenoble, 1878.

1° L'arc de méridien compris entre les deux points extrêmes a

$$45° \ 53' \ 20'' - 44° \ 43° = 1° \ 10' \ 20''$$

On a déjà trouvé dans les problèmes précédents :

pour 1° du méridien.................... $111\,111^m$;
pour 1′................................ $1851^m,85$;
pour 1″................................ $30^m,86$.

La distance est :

pour 1°................................ $111\,111^m$.
pour 10′............................... $18\,518^m,5$
pour 20″................. $30^m,86 \times 20 =$ $617^m,2$
pour 1° 10′ 20″........................ $130\,246^m,7$

c'est-à-dire 130 kilomètres.

2° De l'est à l'ouest, la distance entre les deux méridiens passant par les points extrêmes est

$$4° \ 1' \ 15'' - 2° \ 24' \ 42''$$

ou $$3° \ 60' \ 75'' - 2° \ 24' \ 42'' = 1° \ 36' \ 33''.$$

Dans son mouvement diurne le soleil parcourt :

1° en 4 minutes; 1′ en 4 secondes; 1″ en $\frac{1}{15}$ de seconde.

Pour parcourir 1° 36′ 33″, il mettra :

$$4^m + 4^s \times 36 + \frac{33^s}{15} = 4^m + 144^s + 2^s = 6^m\,26^s.$$

Quand il est midi au point le plus occidental, il est au point le plus oriental midi 6 minutes 26 secondes.

3° Entre le méridien de Grenoble et celui de Paris, la distance est 3° 23′ 36″.

De l'un de ces méridiens à l'autre, le soleil met :

pour 3° un temps égal à.......... $4^m \times 3 = 12^m$
pour 23′.................... $4^s \times 23 = 92^s = 1^m\,32^s$
pour 36″........................ $36^s : 15 = 2^s$

Total... $13^m\,34^s$.

Quand il est midi à Grenoble, l'heure à Paris est

$$12^h - 13^m\,34^s \text{ ou } 11^h\,59^m\,60^s - 13^m\,34^s$$

c'est-à-dire $11^h\,46^m\,26^s$.

646. *Réduire en mètres carrés et subdivisions du mètre carré une surface de 87 toises carrées et demie, en sachant que la toise vaut 6 pieds et que le mètre vaut 3 pieds 11 lignes $\frac{296}{1000}$ de ligne.*

Concours d'admission à l'École des arts et métiers de Châlons. — 1879.

D'abord le pied contient 12 pouces et vaut 144 lignes.

En convertissant la toise et le mètre en lignes, on a :

$$1^T = 6^{pi} = 12^{po} \times 6 = 72^{po} = 12^l \times 72 = 864^l$$

$$1^m = 144^l \times 3 + 11^l,296 = 443^l,296.$$

De là on déduit :

$$1^T = 1^m \times \frac{864}{443,296} = \frac{27^m}{13,853} = \frac{27\,000}{13\,853}^m.$$

$$1^{Tq} = 1^{mq} \times \frac{27\,000^2}{13\,853^2}$$

$$87^{Tq}\,\frac{1}{2} = 1^{mq} \times \frac{27\,000^2 \times 87,5}{13853^2}.$$

En effectuant les multiplications, puis la division, on trouve

$$87^{Tq}\,\frac{1}{2} = \frac{63\,787\,500\,000}{191\,905\,609} = 332^{mq},3899.$$

c'est-à-dire 332 mètres carrés 39 décimètres carrés.

647. *Ayant trouvé dans un vieux livre que 2 livres 10 onces 6 gros 45 grains d'une certaine marchandise ont coûté autrefois 18 sous 10 deniers, on demande quel serait en francs décimes et centimes le prix d'un kilogramme de cette marchandise, en sachant que l'ancienne livre poids valait 16 onces, l'once 8 gros et le gros 72 grains; que l'ancienne livre monnaie valait 20 sous et le sou 12 deniers; que le kilogramme actuel vaut 18 827 grains 15 centièmes; que 80 francs valent 81 livres.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Yonne, 1877.

En représentant la livre poids par L, l'once par O ; le gros par Gr ; le grain par gr et la livre monnaie par ce signe H, on a d'abord :

$$1^{L} = 16^{O} \quad | \quad 1^{H} = 20^{S}$$
$$1^{O} = 8^{Gr} \quad | \quad 1^{S} = 12^{d}$$
$$1^{Gr} = 72^{gr} \quad | \quad 81^{H} = 80^{fr}$$
$$18\,827^{gr},15 = 1 \text{ kilogramme.}$$

En convertissant le poids donné en grains, on a :

$$2^{L}\,10^{O} = 16^{O} \times 2 + 10^{O} = 32^{O} + 10^{O} = 42^{O};$$
$$42^{O}\,6^{Gr} = 8^{Gr} \times 42 + 6^{Gr} = 336^{Gr} + 6^{Gr} = 342^{Gr};$$
$$342^{Gr}\,45^{gr} = 72^{gr} \times 342 + 45^{gr} = 24\,624^{gr} + 45^{gr} = 24\,669^{gr}.$$

En convertissant le prix donné en deniers, on a :

$$18^{S}\,10^{d} = 12^{d} \times 18 + 10^{d} = 216^{d} + 10^{d} = 226^{d}.$$

Ainsi 24 669 grains ont coûté 226 deniers ;

1 grain coûterait.. $\frac{226^{d}}{24\,669}$;

$18\,827^{gr},15$ coûteront $\frac{226^{d} \times 18\,827,15}{24\,669}$.

C'est là le prix du kilogramme en deniers.
Il s'agit de le convertir en francs décimes et centimes.
On a :

$$1^{H} = \frac{80^{f}}{81}; \quad 1^{S} \text{ (le 20}^{e}\text{ de } 1^{H}) = \frac{4^{f}}{81};$$

$$1^{d} \text{ (le 12}^{e}\text{ du sou)} = \frac{1^{f}}{243}; \quad 226^{d} = \frac{226^{f}}{243}.$$

En remplaçant 226 deniers par cette valeur dans le prix du kilogramme, on obtient en francs :

$$\text{prix de 1 kilogr.} = \frac{226}{243} \times \frac{18\,827,15}{24\,669}.$$

En effectuant le calcul d'après la règle de la multiplication de deux fractions, on aurait deux multiplications et une division assez longues. Le moyen le plus commode consiste ici à convertir en fractions décimales les fractions

$$\frac{226}{243} \text{ et } \frac{18\,827,15}{24\,669},$$

et à multiplier entre elles les deux fractions décimales.

Les deux facteurs étant moindres que l'unité, si on les obtient exacts jusqu'aux centièmes, l'erreur du produit sera moindre que 1 centième. On trouvera :

$$\frac{226}{243} = 0,93 \text{ et } \frac{18\,827,15}{24\,669} = 0,76$$
$$0,93 \times 0,76 = 0,7068.$$

Réponse. — Prix du kilogr. 71 centimes à moins d'un centime près.

648. *Dans un même lieu la durée de l'oscillation du pendule simple est proportionnelle à la racine carrée de sa longueur. Or un pendule dont la longueur est* $0^{m},993856$ *fait à Paris une oscillation par seconde ; combien faudrait-il de secondes à un pendule ayant* $0^{m},87548$ *pour faire* 100 *oscillations ?*

Brevet supérieur. Aspirants. — Yonne, 1877.

Si on désigne par x la durée de l'oscillation du pendule qui a pour longueur $0^{m},87548$, on aura, d'après l'énoncé, la proportion

$$\frac{x}{1} = \frac{\sqrt{0,87548}}{\sqrt{0,993856}} \text{ ou } \frac{x}{1} = \sqrt{\frac{875\,480}{993\,856}}.$$

Comme la valeur de x doit être multipliée par 100, il faut que la racine soit connue avec 3 chiffres décimaux ; par conséquent il faudrait, d'après la règle ordinaire de l'extraction de la racine carrée avoir le quotient de 875 480 par 993 856 avec 6 chiffres décimaux. Mais on démontre qu'il suffit de connaître seulement plus de la moitié du nombre des chiffres qu'exigerait cette règle et de remplacer les autres par des zéros (1)

Dans ce cas on calculera le quotient avec 4 chiffres décimaux, ce qui donne 0,8808.

Extrayant ensuite la racine carrée de ce quotient, on obtient :

$$\sqrt{0,880800} = 0,938.$$

La durée d'une oscillation est de 0,938 millièmes de seconde.
La durée de 100 oscillations sera $93^{s},8$ c. à d. 94 secondes.

649. *Lorsqu'on ne tient pas compte de la résistance de l'air, l'espace parcouru par un corps qui tombe est proportionnel au carré du temps écoulé depuis l'origine de sa chute. On demande de trouver le temps que mettra pour atteindre le sol un objet pesant, tombé d'un ballon qui est parvenu à 9808 mètres de hauteur. Dans la* 1re *seconde de sa chute il parcourt* $4^{m},904$.

On demande ensuite quelle est sa vitesse au moment où il atteint le sol, en admettant que cette vitesse soit proportionnelle au temps, et de plus qu'au bout de la 1re *seconde elle était de* $9^{m},808$.

Brevet supérieur. Aspirants, — Agen. 1875.

1° Soit x le nombre de secondes demandé.

1. Voir cette règle dans notre *Arithmétique pour l'enseignement secondaire moderne* (*Classe de quatrième*).

Dans les 2 premières secondes, l'espace parcouru est $4^m,904 \times 2^2$;
dans les 3 premières il est........................ $4^m,904 \times 3^2$, etc.
Dans les x secondes, il est........................ $4^m,904 \times x^2$.
On a donc l'équation

$$4,904 \times x^2 = 9808.$$

De là on tire

$$x^2 = \frac{9808}{4,904} \text{ et } x = \sqrt{\frac{9808}{4,904}} = \sqrt{2000}.$$

En extrayant la racine carrée, on trouve $x = 44^s,72$.

2° Soit v la vitesse demandée.
Au bout de 2 secondes, la vitesse est.............. $9^m,808 \times 2$.
Au bout de 3 secondes, elle est............... $9^m,808 \times 3$, etc.
Au bout de $44^s,72$, elle est...................... $9^m,808 \times 44,72$.
On a donc

$$v = 9^m,808 \times 44,72 = 438^m,61376,$$

ou

$$v = 438^m,614.$$

650. *On suppose que les deux planètes Vénus et la Terre sont sur un même rayon partant du Soleil, de sorte que Vénus se trouve entre le Soleil et la Terre.*

On demande au bout de combien de temps les deux planètes se retrouveront dans la même position.

La Terre accomplit sa révolution annuelle autour du Soleil en 365j, 2563744 et Vénus fait la sienne en 224j,7007869.

Exprimer le résultat en jours, heures, minutes et secondes.

Brevet supérieur. Aspirants. — Paris, 1879.

Pour abréger désignons par t et v les durées des révolutions de la Terre et de Vénus en jours.

Les arcs décrits en un jour par ces planètes sont :

$$\text{pour la Terre } \frac{360^\circ}{t} \text{ ; pour Vénus } \frac{360^\circ}{v}.$$

Le retard de la Terre sur Vénus au bout de 1 jour est

$$\frac{360}{v} - \frac{360}{t} = \frac{360^\circ \times (t - v)}{t \times v}.$$

Pour que la Terre soit en retard d'une circonférence entière, et par suite se retrouve sur le même rayon que Vénus, il faudra

autant de jours que son retard au bout de 1 jour sera contenu de fois dans 360°. Ce nombre de jours est donc

$$360 : \frac{360 \times (t - v)}{t \times v} = \frac{t \times v}{t - v}.$$

Cherchons le quotient à moins de 1 minute près.
On a........................... $1^j = 24^h = 60^m \times 24 = 1440^m$.
La minute étant la 1440e partie du jour, il suffira d'obtenir le quotient à moins de 1 dix-millième près.
Or on a :

$$\begin{aligned} t &= 365,2563744 \\ v &= 224,7007869 \\ t - v &= 140,5555875. \end{aligned}$$

Le produit $t \times v$ aura 5 chiffres à sa partie entière ; car on a

$$t \times v < 400 \times 230 \text{ c. à d. } t \times v < 92\,000,$$
$$t \times v > 300 \times 200 \text{ c. à d. } t \times v > 60\,000.$$

Le quotient du produit $t \times v$ divisé par $t - v$ aura 3 chiffres à sa partie entière et comme il doit avoir 4 chiffres décimaux, on doit obtenir ce quotient avec 7 chiffres. C'est ici le cas d'employer la méthode de la *multiplication abrégée* et de la *division abrégée* (1).
Par l'application de ces règles, on obtiendra :

$$t \times v = 82\,073,3947 \text{ ;}$$
$$\frac{t \times v}{t - v} = 583^j,9212.$$

En convertissant la fraction décimale de jour en heures et minutes, on trouve :

$$0^j,9212 = 24^h \times 0,9212 = 22^h,1088 \text{ ;}$$
$$0^h,1088 = 60^m \times 0,1088 = 6^m.5280.$$

On a donc pour le temps demandé :

583j 22h 6m et demie.

1. Voir ces règles dans notre *Arithmétique pour l'enseignement secondaire moderne* (*Classe de quatrième*).