Le prix de l'hectol. de la 2e qualité est $90^f,386 \times \frac{5}{6} = 75^f,32$.

Celui de l'hectol. de la 3e qualité est $90^f,386 \times \frac{5}{8} = 56^f,49$.

Le négociant a perdu dans la vente de la 2e qualité $0^f,06$ par franc ;
sur 1 hectolitre.............................. $0^f,06 \times 75,32$;
sur 186 hectolitres.......... $0^f,06 \times 75,32 \times 186 = 840^f,59$.
Il a gagné dans la vente de la 3e qualité $0^f,18$ par franc ;
sur 1 hectolitre.............................. $0^f,18 \times 56,49$;
sur 428 hectolitres......... $0^f,18 \times 59,46 \times 428 = 4352^f,07$.
Sur ces deux ventes, il gagne

$$4352^f,07 - 840^f,59 = 3511^f,48.$$

Or le bénéfice total à réaliser doit être

$$0^f,11 \times 52\,560 = 5781^f,60.$$

Il reste à gagner

$$5781^f,60 - 3511^f,48 = 2270^f,12.$$

Pour les 159^{hl} de la 1re qualité, il a payé :
$90^f,3869 \times 159 = 14\,371^f,51$
Ajoutons le gain à faire.................. $2270^f,12$
La somme à retirer des 159 hectol. sera.... $16\,641^f,63$.
Le prix de vente de l'hectol. de la 1re qualité sera

$$16\,641^f,63 : 159 = 104^f,66.$$

CHAPITRE XIII

PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE

On a déjà énoncé la règle à suivre pour calculer la surface d'un rectangle (chapitre III) et le volume d'un corps à six faces rectangulaires (chapitre IV) ; il convient d'y ajouter les règles qui se trouvent appliquées dans les problèmes suivants (1).

1° La surface d'un triangle est égale au demi-produit de sa base multipliée par sa hauteur.

2° La surface d'un losange est égale au demi-produit des deux diagonales.

3° La surface d'un trapèze est égale au produit de la demi-somme de ses bases multipliée par sa hauteur.

4° La longueur de la circonférence est égale au produit du diamètre par le nombre $\pi = 3,14$ ou $\pi = 3,1416$.

5° La surface d'un cercle est égale au demi-produit de la circonférence par le rayon.

Elle est aussi égale au carré du rayon multiplié par le nombre π.

6° La surface latérale d'un cylindre est égale au produit de la circonférence de sa base multipliée par sa hauteur.

7° Le volume d'un cylindre est égal au produit de la surface de sa base multipliée par sa hauteur.

8° Le volume d'une pyramide est égal au tiers du produit de sa base par sa hauteur.

9° La surface latérale d'un cône est égale au demi-produit de la circonférence de sa base par la distance du sommet à cette circonférence,

(1) Voir la démonstration très élémentaire de ces théorèmes dans notre *Géométrie élémentaire pour l'enseignement primaire*. 1 vol. in-12 cart. Prix : 1 fr. 60 c.

10° Le volume d'un cône est égal au tiers du produit de sa hauteur multipliée par la surface du cercle qui forme sa base.

11° La surface d'une sphère est égale à 4 fois la surface du cercle qui aurait le même rayon.

12° Le volume d'une sphère est égal au tiers du produit de sa surface multipliée par son rayon ou, ce qui est la même chose, égal à 4 fois le tiers du cube du rayon multiplié par π.

Il est aussi égal à la 6e partie du cube du diamètre multiplié par π.

704. *Un terrain ayant la forme d'un triangle a été vendu à raison de 45f,50 l'are. La base du triangle étant de 118 mètres, trouver la hauteur, en sachant que le prix de vente est de 1449f,63.*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1877.

Surface du terrain, $1449,63 : 45,50 = 31^{a},86 = 3186^{mq}$.

Hauteur du triangle, $3186 : \frac{118}{2} = 3186 : 59 = 54$ mètres.

705. *Un tapis rectangulaire a 5m,74 de long sur 4m,25 de large et coûte 8f,75 le mètre carré. On a fait broder au centre une rosace de 1m,36 de diamètre, au prix de 24 fr. le mètre carré et à chaque angle un losange dont les diagonales ont l'une 84 centimètres et l'autre 68 centimètres, à raison de 16 fr. le mètre carré. Quelle est la dépense totale ?*

Certificat d'études des adultes femmes. — Paris, 1879.

Surface du tapis..........................	$5,74 \times 4,25 = 24^{mq},395$.
Surface de la rosace................	$0,68^2 \times 3,1416 = 1^{mq},4526$.
Surface des 4 losanges...........	$0,42 \times 0,68 \times 4 = 1^{mq},1424$.
Prix du tapis...............	$8^f,75 \times 24,395 = 213^f,45$
Prix de la rosace..............	$24^f \times 1,4526 = 34^f,86$
Prix des 4 losanges..........	$16^f \times 1,1424 = 18^f,28$
Dépense totale...	$266^f,59$.

706. *Un parterre de fleurs a la forme d'un cercle dont le diamètre est de 4 mètres, et il est entouré d'un sentier large de 1 mètre. On demande : 1° la longueur du contour du parterre ; 2° la longueur de la bordure extérieure du sentier ; 3° la surface du sentier.*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1879.

Contour du parterre..................	$4^m \times 3,1416 = 12^m,5664$.
Contour du bord ext. du sentier.....	$6^m \times 3,1416 = 18^m,8496$.

Surface du cercle limité par le bord extérieur du sentier :

$$3^2 \times 3,1416 = 28^{mq},2744.$$

Surface du parterre :

$$2^2 \times 3,1416 = 12^{mq},5664.$$

Surface du sentier : $28^{mq},27 - 12^{mq},56 = 15^{mq},71$.

Remarque. — Au lieu de multiplier 3^2 et 2^2 par 3,1416 et de retrancher les deux produits l'un de l'autre, il vaut mieux retrancher d'abord 2^2 de 3^2 et multiplier le reste par 3,1416.

La surface du sentier est alors ainsi exprimée :

$$(3^2 - 2^2) \times 3,1416 = 5 \times 3,1416 = 15^{mq},7080.$$

707. *On a acheté 1m,10 de toile cirée de 1m,25 de largeur pour recouvrir une table circulaire de 1m,10 de diamètre. Quelle est la perte éprouvée par suite de la partie non utilisée, si la toile cirée coûte 6f,50 le mètre carré ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, décembre 1880.

On trouve la surface d'un cercle en multipliant le carré du rayon par le nombre π.

On a : surface achetée	$1,25 \times 1,1 = 1^{mq},3750$
surface de la table	$0,55^2 \times 3,1416 = 0^{mq},9503$
Surface perdue...	$0^{mq},4247$.

La perte en argent est $6^f,5 \times 0,4247 = 2^f,76$.

708. *Un particulier a fait répandre uniformément dans une cour de forme rectangulaire une couche de sable de 3 centimètres d'épaisseur, au prix de 4f,50 le mètre cube. La dépense s'est élevée à 136f,89 et la largeur est exactement les $\frac{2}{3}$ de la longueur.*

On demande les deux dimensions de cette cour.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Mars 1882.

Le nombre de mètres cubes de sable est égal au nombre de fois que 4f,50 est contenu dans 136f,89. Ce nombre est

$$\frac{136,89}{4,5} = \frac{1368,9}{45} = 30^{mc},420$$

La surface en mètres carrés est le nombre qui multiplié par l'épaisseur 0,03 produit 30,420.

La surface de la cour est donc en mètres carrés :

$$\frac{30,420}{0,03} = \frac{3042}{3} = 1014^{mq}.$$

Soit x la longueur de la cour; sa largeur sera $\frac{2x}{3}$.

Le produit de ces deux dimensions est

$$x \times \frac{2x}{3} \text{ ou } \frac{2x^2}{3}.$$

On a donc l'équation

$$\frac{2x^2}{3} = 1014 \text{ ou } \frac{x^2}{3} = 507.$$

De là on tire

$$x^2 = 507 \times 3 = 1521.$$

En extrayant la racine carrée on trouve

$$x = \sqrt{1521} = 39.$$

Réponse. — La longueur de la cour est de 39 mètres. La largeur en est les 2 tiers, c'est-à-dire 26 mètres.

709. *Sur une nappe de $1^m,80$ de long et de $1^m,30$ de large, on place un napperon carré qui en couvre le tiers. Quelle est la longueur du côté du napperon et quelle en est la surface ?*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1879.

Surface de la nappe .... $1,8 \times 1,3 = 2^{mq},34$.
Surface du napperon .... $2,34 : 3 = 0^{mq},78$.
Côté du napperon............................ $\sqrt{0,78} = 0^m,883$.

710. *On veut construire une salle de classe rectangulaire d'une superficie de 60 mètres carrés et dont la longueur soit à la largeur comme 3 est à 2. Calculer à moins d'un centimètre près les dimensions de cette classe.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Troyes, 1878.

Soit x la longueur ; la largeur sera $\frac{2x}{3}$.

On aura donc

$$x \times \frac{2x}{3} = 60 \text{ ou } \frac{2x^2}{3} = 60.$$

On en tire ensuite :

$$2x^2 = 180 \text{ d'où } x^2 = 90 ;$$

et

$$x = \sqrt{90} = 9^m,48.$$

La largeur sera $9,48 \times \frac{2}{3} = 6^m,32$.

Réponse. — Longueur $9^m,48$; largeur $6^m,32$.

711. *Un propriétaire a vendu deux pièces de terre, à raison de $45^f,75$ l'are. La 1^{re} de forme rectangulaire a 100 mètres de long sur 54^m de large ; la 2^e qui est triangulaire a 95^m de base et 64^m de hauteur.*

Avec le produit de la vente le propriétaire achète de la rente 3 °/₀ au cours de $76^f,85$. Quel sera le montant de la rente achetée ?

Certificat d'études primaires. — Belfort, 1878.

Surface de la 1^{re} pièce : $100 \times 54 = 5400^{mq}$
Surface de la 2^e....... $\frac{95 \times 64}{2} = 3040^{mq}$

Surface totale vendue... $8440^{mq} = 84^a,4$.
Produit de la vente.................... $45^f,75 \times 84,4 = 3861^f,30$.

La rente achetée vaut autant de fois 3^f qu'il y a de fois 76,85 dans $3861^f,30$.

Le montant de cette rente est donc :

$$3 \times \frac{3861,30}{76,85} = \frac{1\,158\,390}{7685} = 150^f,73.$$

712. *Un champ en forme de trapèze a $98^m,5$ de hauteur ; l'une des bases a $72^m,6$ et l'autre $64^m,5$. Les 2 tiers de ce champ sont ensemencés en maïs, et le reste en pommes de terre. Le maïs donne 12 hectolitres et demi par hectare et les pommes de terre 16 hectolitres. Le maïs vaut $15^f,25$ l'hectolitre et les pommes de terre $13^f,50$.*

Trouver quel est le revenu réel du champ, si les frais de culture sont les 5 neuvièmes du prix de la récolte.

Certificat d'études primaires. — Paris, 1880.

Surface du trapèze en mètres carrés :

$$\frac{72,6 + 64,5}{2} \times 98,5 = 68,55 \times 98,5 = 6752^{mq},175.$$

Partie en pommes de terre..... $6752 : 3 = 2250^{mq},72 = 22^a,5072$

Partie en maïs .... $2250,72 \times 2 = 4501^{mq},44 = 45^{a},0144$.
Nombres de litres fournis par l'are :
en pommes de terre, 16 litres ; en maïs, $12^{l},5$.
Récolte du champ :
en pommes de terre, $16^{l} \times 22,5072 = 360^{l},11$
en maïs.......... $12^{l},5 \times 45,0144 = 562^{l},68$.
Produit de la récolte :
en pommes de terre....... $13^{f},50 \times 3,6011 = 48^{f},614$
en maïs.................. $15^{f},25 \times 5,6268 = 85^{f},808$
Produit total... $134^{f},422$.

Bénéfice net, $\frac{4}{9}$ de ce produit, c'est-à-dire

$$134^{f},42 \times \frac{4}{9} = \frac{537^{f},68}{9} = 59^{f},74.$$

713. *On a ensemencé en blé un terrain de la forme d'un trapèze dont les deux côtés parallèles ont l'un 82 mètres et l'autre 68 mètres, la distance de ces deux côtés étant de 128 mètres. La récolte a été de 4 gerbes par are et chaque gerbe a donné $3^{lit},04$ de grain. Le blé a été mis dans un grenier de $3^{m},20$ de longueur sur 2 mètres de largeur. On demande: 1° l'épaisseur de la couche de blé ; 2° la valeur de ce blé à raison de $4^{f},95$ le double décalitre.*

Certificat d'études primaires. — Vosges.

Surface du trapèze, $\frac{82 + 68}{2} \times 128 = 9600^{mq} = 96$ ares.

Nombre de gerbes récoltées $4 \times 96 = 384$ gerbes.
Litres de grain obtenus, $3^{l},04 \times 384 = 1167^{l},36$.
Surface du grenier .... $3,2 \times 2 = 6^{mq},4$.
Volume du blé dans le grenier........................ $1^{mc},16736$.
Épaisseur de la couche de blé.......... $1,16736 : 6,4 = 0^{m},182$.
Prix de l'hectolitre de blé, $4^{f},95 \times 5 = 24^{f},75$.
Valeur de la récolte................ $24^{f},75 \times 11,6736 = 288^{f},92$.

714. *Un champ a la forme d'un trapèze dont les bases ont 120 mètres et 80 mètres, leur distance étant de 80 mètres. Ce champ serait vendu au prix de 75 francs l'are. Un acheteur en offre 2000 francs comptant et demande à souscrire un effet par lequel il compléterait le prix du champ. Quel sera le montant de cet effet, s'il est payable au bout de 90 jours, au taux de 6 %?*

Certificat d'études primaires. — Ardennes, 1880.

Surface du terrain, $\frac{120 + 80}{2} \times 80 = 8000^{mq} = 80$ ares.

Valeur du champ............................ $75^{f} \times 80 = 6000^{f}$.
Valeur actuelle de l'effet .... $6000^{f} - 2000^{f} = 4000^{f}$.

Intérêt de cette somme pour 3 mois, $\frac{6 \times 40}{4} = 60^{f}$.

Montant du billet à 90 jours.................. 4060^{f}.

715. *Combien de litres de haricots contient un vase cylindrique ayant 30 centimètres de diamètre et 70 de profondeur ?*

Certificat d'études primaires. — Pas-de-Calais, 1877.

La capacité d'un cylindre est égale au produit de la surface de sa base par sa hauteur.
La surface du cercle en décimètres carrés est $\pi \times 1,5^2$.
La capacité du cylindre en décimètres cubes est donc

$$\pi \times 1,5^2 \times 7 = \pi \times 15,75.$$

Si on prend pour π le nombre 3,1416 qui est affecté d'une erreur par excès moindre que 1 dix-millième, l'erreur dont le produit sera affecté sera moindre que 20 dix-millièmes, c'est-à-dire moindre que 2 millièmes seulement. On trouve

$$3,1416 \times 15,75 = 49,480200.$$

Réponse. — Le cylindre contient 49 litres et demi de haricots.

716. *On fait creuser un puits de 12 mètres de profondeur sur $1^{m},50$ de diamètre. Quelle somme doit-on donner à l'ouvrier, à raison de $4^{f},25$ le mètre cube ?*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1877.

Surface du fond du puits .... $0,75^2 \times 3,1416$.
Volume du puits .... $0,75^2 \times 3,1416 \times 12 = 21^{mc},2058$.
Somme à donner à l'ouvrier........ $4^{f},25 \times 21,2058 = 90^{f},12465$
c'est-à-dire $90^{f},12$.

717. *Dans un tube cylindrique, qui a 10 centimètres carrés de fond, on verse du mercure, de l'eau et de l'huile. Il y a 420 grammes de mercure, $127^{gr},80$ d'eau, en outre, 765 grammes d'huile On demande à quelle hauteur ces trois liquides s'élèveront dans le tube, en sachant qu'un litre de mercure pèse $13^{kg},5$ et qu'un litre d'huile pèse $0^{kg},90$.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris. 1881.

Prenons le gramme pour unité de poids et par suite le centimètre cube pour unité de volume.
13500^{gr} de mercure ont un volume de 1000 centimètres cubes.

Le volume de 420^{gr} de mercure est $\frac{1000 \times 420}{13\,500} = 31^{cc},111$

Le volume de $127^{gr},80$ d'eau est................ $127^{cc},800$

Le volume de 765 gr d'huile est ... $\frac{1000 \times 765}{900} = 850^{cc},000$

Le volume total des trois liquides est. $1008^{cc},911.$

Ce volume est un cylindre ayant 10 centimètres carrés de base.

Le volume d'un cylindre étant égal au produit de la base par la hauteur, on aura la hauteur en divisant le volume par la base.

La hauteur cherchée est donc.......... $1008,911 : 10 = 100,8911$.
c'est-à-dire 1 mètre 9 millimètres.

718. *Autour d'une roue de 90 centimètres de rayon on fixe une bande de fer, dont l'épaisseur est de 4 millimètres et la largeur 8 centimètres. Quel sera le prix de cette bande, si le fer coûte 90 centimes le kilogramme? La densité du fer est 7,8.*

Certificat d'études. Cours d'adultes. — Paris, 1880.

Cette bande forme un cylindre creux ayant 8 centimètres de hauteur et 4 millimètres d'épaisseur.

Le rayon intérieur du cylindre creux a 90 centimètres.

Le rayon du cylindre considéré comme massif a $90^{cm},4$.

Le volume de la bande de fer est égal à l'excès du volume du cylindre considéré comme entièrement massif sur le volume du cylindre creux qui en fait le vide.

Le volume de cette bande est donc en centimètres cubes :

$$\pi \times 90,4^2 \times 8 - \pi \times 90^2 \times 8 = \pi \times (90,4^2 - 90^2) \times 8.$$

En effectuant les multiplications on trouve successivement:

$$\pi \times 72,16 \times 8 = \pi \times 577,28.$$
$$3,1416 \times 577,28 = 1813^{cc},582848.$$

On aura le poids en multipliant ce volume par la densité du fer. Ce poids est donc

$$1813,582 \times 7,8 = 14\,145^{gr},939 = 14^{kg},146.$$

Le prix de la bande sera égal à

$$0^f,9 \times 14,146 = 12^f,7314$$

c'est-à-dire $12^f,73$.

719. *Une terrasse ayant $8^m,50$ de longueur sur $2^m,50$ de largeur a fourni, un jour de pluie d'orage, une hauteur de 54 centimètres d'eau dans un réservoir cylindrique de 78 centimètres de diamètre. On demande quelle est en millimètres l'épaisseur de la couche d'eau qu'aurait formée la pluie restée sur la surface horizontale et imperméable de la terrasse.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1881.

L'eau dans le réservoir prend la forme d'un cylindre ayant 54 centimètres de hauteur et pour base un cercle d'un diamètre de 78 centimètres c'est-à-dire, un rayon de 39 centimètres.

La surface de ce cercle est $39^2 \times \pi$.

Le volume de l'eau en centimètres cubes est donc

$$39^2 \times \pi \times 54 = 82\,134 \times 3,1416 = 258\,032^{cc},1744.$$

Sur la terrasse la couche d'eau aurait la forme rectangulaire avec une base égale en centimètres carrés à

$$850 \times 250 = 212\,500^{cmq}.$$

L'épaisseur demandée est donc

$$258\,032 : 212\,500 = 1^{cm},21, \text{ c'est-à-dire 12 millimètres.}$$

720. *Un tonneau d'arrosage en tôle a la forme d'un cylindre, dont les dimensions intérieures sont $1^m,55$ pour la longueur et $0^m,76$ pour le diamètre. Trouver : 1° la capacité de ce tonneau; 2° la surface de la tôle qui est entrée dans sa construction.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Yonne, 1877.

Prenons le décimètre pour unité de longueur; nous aurons le litre pour unité de capacité.

1° La base du cylindre est un cercle dont le rayon a $3^{dm},8$.

La surface de ce cercle est

$$3,8^2 \times \pi = 14,44 \times 3,1416 = 45^{dq},3647.$$

La capacité du tonneau est

$$45,3647 \times 15,5 = 703^l,15285.$$

c'est-à-dire 703 litres ou 7 hectolitres 3 litres.

2° La surface latérale est égale au produit de la circonférence de la base par la hauteur.

On a donc en décimètres carrés :

surface latérale.... $7,6 \times 3,1416 \times 15,5 = 370^{dq},08\,048$
surface des deux bases.... $45,3647 \times 2 = 90^{dq},72\,94$
Surface de la tôle...... $460^{dq},80\,988$

c'est-à-dire 4 mètres carrés 60 décim. carrés 81 centim. carrés.

721. *Quel serait le prix de 4000 mètres de fil de fer ayant 18 dix-millièmes de mètre de diamètre, à raison de $4^f,90$ la botte de 5 kilogrammes ? Le poids spécifique du fer est 7,8.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Seine-et-Marne, 1879.

Le centimètre étant pris pour unité, le rayon du fil est 0,09.
La surface de la section du cylindre est $0,09^2 \times 3,1416$.
On aura :

volume du fil .... $0,09^2 \times 3,1416 \times 400\,000 = 10\,178^{cc},784$.
poids .... $10\,178,784 \times 7,8 = 79\,394^{gr},5$.
nombre de bottes .... $79\,394,5 : 5000 = 15,8789$.
prix .... $4^f,9 \times 15,8789 = 77,80661$. c.-à-d. $77^f,80$.

722. *Dans un cube de fonte de fer, dont l'arête est de 14 centimètres, on a creusé un trou ayant la forme d'une demi-sphère de 11 centimètres de diamètre. Quel est le poids du vase ainsi obtenu, si la densité de la fonte est 7,55 ?*

Concours pour les bourses des écoles municipales de Paris. — 1880.

On trouve le volume d'une sphère en multipliant le cube du diamètre par le nombre π et en divisant le produit par 6.
Le volume du creux en centimètres cubes est donc :

$$\frac{11^3 \times \pi}{12} = \frac{1331 \times 3,1416}{12} = \frac{1331 \times 1,0472}{4} = 348^{cc},456.$$

Le volume du cube est .... $14 \times 14 \times 14 = 2744^{cc},000$.
Le volume de la fonte du vase est la différence... $2395^{cc},544$.
Le poids du vase est donc $2395,544 \times 7,55 = 18\,086^{gr},35$
c'est-à-dire 18 kilogrammes 86 grammes.

723. *Un réservoir cylindrique a $2^m,40$ de profondeur et une capacité de 1200 litres. Calculer le diamètre de sa base.*

Brevet supérieur. Aspirants.

En divisant la capacité par la hauteur on trouve la surface de la base du cylindre. Prenons le décimètre pour unité.
Cette base a $1200 : 24 = 50$ décimètres carrés.
Soit r le rayon de ce cercle ; on aura

$$\pi r^2 = 50 \text{ d'où } r^2 = \frac{50}{\pi}.$$

On obtient ensuite

$$r = \sqrt{\frac{50}{3,1416}} = \sqrt{\frac{50\,0000}{31416}} = \sqrt{15,91} = 3,98.$$

Le diamètre a $3,98 \times 2 = 7,96$ c'est-à-dire 796 millimètres.

724. *Un cylindre, dont la base a 3 mètres de circonférence et dont la profondeur est de 5 mètres, est rempli d'eau distillée aux trois quarts. Quel est le poids de cette eau ?*

Brevet supérieur. Aspirants.

On a d'abord :

rayon de la base, $\frac{3}{2\pi}$; carré du rayon, $\frac{9}{4\pi^2}$;
surface de la base, $\frac{9}{4\pi^2} \times \pi = \frac{9}{4\pi}$.

La hauteur de l'eau est $5 \times \frac{3}{4} = 5 \times 0,75 = 3^m,75$.
Le volume de l'eau est donc :

$$\frac{9}{4\pi} \times 3,75 = \frac{2,25 \times 3,75}{\pi} = \frac{8,4375}{3,1416}.$$

En effectuant la division, on trouve en mètres cubes et en litres :
pour le volume de l'eau .... $2^{mc},685733 = 2685^l,733$;
pour le poids de l'eau .... 2685 kilogrammes 733 grammes.

725. *Calculer la profondeur du litre cylindrique employé chez les marchands, en sachant qu'elle est double du diamètre.*

Brevet supérieur. Aspirants.

Soit r le rayon de la base en centimètres ; la profondeur sera $4r$.
La surface du fond est exprimée par πr^2.
La capacité sera .... $\pi r^2 \times 4r = 4\pi r^3$.
D'un autre côté, elle est égale à 1000 centimètres cubes.
On a donc

$$4\pi r^3 = 1000 \text{ ou } \pi r^3 = 250.$$

De cette équation on tire

$$r^3 = \frac{250}{\pi} = \frac{250}{3,1416} = 79,577.$$

On a ensuite

$$r = \sqrt[3]{79,577} = 4,30.$$

La profondeur du litre a donc .... $4,3 \times 4 = 17,2$,
c'est-à-dire 172 millimètres.

726. *Le litre qui sert de mesure est en zinc et la profondeur est double du diamètre du fond. L'épaisseur du métal est de 5 millimètres et sa densité 7,19. Calculer le poids de ce litre.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Besançon, 1877.

On calcule d'abord le rayon intérieur et la profondeur, ce qui a été fait dans le problème précédent.

En désignant le rayon par r et la profondeur par h, on a trouvé en centimètres :

$$r = 4^{cm},30 \text{ et } h = 17^{cm},2.$$

On cherche ensuite le volume du cylindre comme s'il était massif.
Son rayon R est égal à.................... $4,30 + 0,5 = 4^{cm},80$.
Sa hauteur H est égale à................. $17,2 + 0,5 = 17^{cm},7$.
On a par conséquent :
surface de la base.................................... $4,8^2 \times \pi$;
volume du cylindre............ $4,8^2 \times \pi \times 17,7 = 1281^{cmc},1696$.
poids du cylindre massif........... $1281,1696 \times 7,19 = 9211^{gr},61$.
poids du métal qui remplirait le creux.. $1000 \times 7,19 = 7190^{gr},00$.
Poids du litre vide........ $2021^{gr},61$.

727. *Une boule de fonte pèse 20 kilogrammes. Calculer son diamètre, en sachant que la densité de la fonte est 7.*
Brevet supérieur. — Aspirants.

Si on prend le gramme pour unité de poids, l'unité de volume sera le centimètre cube et l'unité de longueur le centimètre.
Le poids de la boule est de.................................. $20\,000^{gr}$.
Le poids d'un centimètre cube de fonte est 7^{gr}.

Le nombre de centimètres cubes du volume est donc $\frac{20\,000}{7}$.

Soit d le diamètre de la boule; son volume est $\frac{\pi d^3}{6}$.

On a donc

$$\frac{\pi d^3}{6} = \frac{20\,000}{7} \text{ d'où } d^3 = \frac{20\,000 \times 6}{7 \times 3,1416} = 5456,72.$$

En extrayant la racine cubique on obtient pour le diamètre

$$d = \sqrt[3]{5456,72} = 17,6 \text{ c'est-à-dire } 176 \text{ millimètres.}$$

728. *On jette dans un vase rempli d'eau jusqu'au bord trois boules de métal, dont les diamètres sont entre eux comme les nombres 3, 5, 7, et il s'écoule 39 centilitres 6 dixièmes d'eau. Calculer le volume de ces boules et le diamètre de la plus petite.*
Brevet supérieur. Aspirants. — Nancy, 1879.

En centimètres cubes le volume de l'eau sortie du vase est 396^{cmc}.
Le volume total des trois boules est donc 396^{cmc}.

Or les volumes des trois sphères étant proportionnels aux cubes de leurs diamètres sont proportionnels aux nombres :

$$3^3 = 27;\ 5^3 = 125;\ 7^3 = 343.$$

On aura donc les volumes des trois boules en partageant 396 en trois parties proportionnelles aux nombres : 27, 125, 343.
La somme de ces nombres est 495.
Les volumes sont donc :

pour la 1re .... $396 \times \frac{27}{495} = 0,8 \times 27 = 21^{cmc},6$.

pour la 2e .... $396 \times \frac{125}{495} = 0,8 \times 125 = 100^{cmc},0$.

pour la 3e............... $396 \times \frac{343}{495} = 0,8 \times 343 = 274^{cmc},4$.

Soit d le diamètre de la plus petite boule. On a :

$$\frac{\pi d^3}{6} = 21,6 \text{ d'où } d^3 = \frac{21,6 \times 6}{\pi} = \frac{129,6}{3,1416}.$$

En effectuant la division et l'extraction de la racine cubique, on obtient :

$$d = \sqrt[3]{41,252} = 3,45.$$

Le diamètre a donc 34 millimètres et demi.

729. *Un homme a acheté à un certain prix convenu un champ ayant la forme d'un trapèze, dont la grande base, qui a 248 mètres, est double de la petite, qui n'est que les $\frac{4}{5}$ de la hauteur.*

Il s'est acquitté de la manière suivante. Il a payé, 6 mois après l'achat, le 1er tiers du prix augmenté de ses intérêts au taux annuel de 5 %; 6 mois plus tard, le 2e tiers augmenté aussi de ses intérêts; enfin 6 mois après le 2e payement, le 3e tiers avec ses intérêts. Il a ainsi déboursé en tout 6093f,36. Trouver d'après cela quel était le prix d'achat de l'hectare.
Brevet supérieur. Aspirants.

1° Grande base du trapèze 248^m. — Petite base 124^m.
Hauteur 5 fois le quart de 124^m, c'est-à-dire $31^m \times 5 = 155^m$.
Surface du champ $\frac{248 + 124}{2} \times 155 = 28\,830^{mq} = 288^a,30$.

2° Supposons que le prix du champ soit 300^f.

Le 1er tiers plus son intérêt pour 6 mois est..	$102^f,50$
Le 2e tiers plus son intérêt pour 1 an est.....	$105^f,00$
Le 3e tiers plus son intérêt pour 18 mois est..	$107^f,50$
Total...	$315^f,00$.

Pour un achat de 300^f on aurait payé 315^f.

Le prix d'achat est donc les $\frac{300}{315}$ ou les $\frac{20}{21}$ du prix payé,

c'est à-dire $6093^f,36^f \times \frac{20}{21} = 5803^f,20$.

Le prix de l'are est................. $5803^f,20 : 288,3 = 20^f,129$c

Le prix de l'hectare est $2012^f,90$

730. *Si l'on suppose que tous les habitants de Paris et de la banlieue, au nombre de 2 400 000, se donnent la main, pour former une immense ronde circulaire, où chaque personne occuperait en moyenne une longueur de $1^m,35$, on demande combien de degrés et de minutes occuperait son diamètre en latitude, et ce que la surface intérieure de ce cercle, supposée plane, serait par rapport à celle de la France, qui est de 52 000 000 d'hectares.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1880.

1° La circonférence ainsi formée aura

$$1^m,35 \times 2\,400\,000 = 3\,240\,000 \text{ mètres.}$$

Le diamètre de cette circonférence sera

$$\frac{3\,240\,000}{\pi} = \frac{3240\,000}{3,1416} = 1\,031\,321^m,62.$$

Un arc de méridien de 1 degré a en mètres :

$$10\,000\,000 : 90 = 111\,111^m.$$

Le nombre de degrés occupé par ce diamètre sur le méridien est

$$\frac{1\,031\,321}{111\,111} = 9^\circ\ 17' \text{ par excès.}$$

Or la France est comprise entre deux parallèles qui sont :
l'un à 51° 5′ de latitude ; l'autre à 42° 20′ de latitude.
L'arc de méridien compris entre ces deux parallèles est égal à

$$51^\circ 5' - 42^\circ 20' = 50^\circ 65' - 42^\circ 20' = 8^\circ 45'.$$

La surface du cercle formé par la ronde déborderait donc la surface de la France.

2° La surface du cercle est égale à

$$\frac{3\,240\,000 \times 1\,031\,321,62}{4} = 835\,370\,512\,200 \text{ mètres carrés}$$

c'est-à-dire .... 83 537 051 hectares.

Le rapport entre cette surface et celle de la France est égal à

$$\frac{83\,537\,051}{52\,000\,000} = 1,606.$$

La surface de ce cercle est égale à celle de la France plus 6 fois la 10e partie de celle de la France.

NOTE SUR LE CALCUL DES INTÉRÊTS

A LA CAISSE D'ÉPARGNE

Extrait des règlements. — La loi du 9 avril 1881, relative à l'établissement de la Caisse d'épargne postale, et le décret du 3 décembre de la même année, ont apporté quelques modifications dans les règlements des Caisses d'épargne ordinaires.

Tout versement, soit à la Caisse postale, soit aux autres Caisses, doit être un nombre rond de francs sans centimes, depuis 1 franc jusqu'à 2000 francs, qui est le maximum.

L'intérêt payé par la Caisse postale est de 3 pour 100. L'intérêt payé par les autres Caisses varie entre 3 et 3,75 pour 100.

Il est compté par quinzaines du 1er et du 16 de chaque mois, après le jour du versement ; il cesse de courir à partir du 1er et du 16 qui aura précédé le jour du remboursement.

Au 31 décembre de chaque année l'intérêt acquis s'ajoute au capital et devient lui-même productif d'intérêt. Les fractions de franc ne produisent aucun intérêt.

Lorsque le total des versements et des intérets dépasse 2000 francs, le déposant en est informé pour qu'il retire l'excédent, ou le faire employer par la Caisse en achat de rentes sur l'État.

Calcul des intérêts. — *Paul a versé à la Caisse d'épargne 72 francs le 10 mars ; puis il a retiré 48 francs le 5 septembre. Établir son compte au 31 décembre suivant, au taux de 3 p. 1000*

1° Méthode ordinaire. — Calculons l'intérêt de 72 francs jusqu'à l'époque du remboursement.

Du 16 mars au 1er septembre il y a 11 quinzaines.

L'intérêt de 72 fr. pour 11 quinzaines est

$$\frac{0{,}03 \times 72 \times 11}{24} = 0^{f},99.$$

Au 1er septembre l'avoir du déposant est......	$72^{f},99$
Le déposant retire dans la quinzaine qui suit...	$48^{f},00$
Son avoir au 1er sept. est....	$24^{f},99$.

Du 1er septembre au 31 décembre il y a 8 quinzaines.

L'intérêt de 24 fr. (les centimes ne produisent pas d'intérêt) pour quinzaines est

$$\frac{0{,}03 \times 24 \times 8}{24} = 0^{f},24.$$

L'avoir du déposant au 31 décembre est donc

$$24^{f},99 + 0^{f},24 = 25^{f},23.$$

2° Méthode pratiquée a la Caisse d'épargne. — Au moment du dépôt on inscrit avec la somme versée son intérêt jusqu'à la fin de l'année : cet intérêt est dit *intérêt anticipé*.

Du 16 mars à la fin de l'année il y a 19 quinzaines.

L'intérêt de 72 fr. pour 19 quinzaines est

$$\frac{0{,}03 \times 72 \times 19}{24} = 1^{f},71.$$

Jusqu'au moment de la demande de remboursement des 48 fr. le 5 septembre, il s'est écoulé depuis le commencement de l'année 16 quinzaines ; il en reste 8 jusqu'à la fin de l'année.

On calcule l'intérêt que ces 48 fr. auraient produit pendant ces 8 quinzaines. Cet intérêt est

$$\frac{0{,}03 \times 48 \times 8}{24} = 0^{f},48.$$

Cet intérêt doit être retranché de l'intérêt anticipé ; pour cette raison il est dit *intérêt rétrograde*.

On a ainsi le tableau suivant pour le calcul :

Dépôt,	72^{f}	Int. anticipé,	$1^{f},71$
Remb.,	48^{f}	Int. rétrograde,	$0^{f},48$
	24^{f}		$1^{f},23$.

Avoir au 31 décembre $25^{f},23$.

FIN

Coulommiers. — Imp. Paul BRODARD. — 510-96.

A LA MÊME LIBRAIRIE

COLLECTION D'OUVRAGES
POUR LA PRÉPARATION AU BREVET ÉLÉMENTAIRE

MORALE

Petits éléments de morale, par Paul Janet, in-12, cart.................... » 90

Cours d'instruction morale et civique, par Thomas et Guérin, in-12, cart.. 1 25

Formulaire de l'enseignement civique, par E. de Friedberg, in-12, cart........ 1 »

LANGUE FRANÇAISE

Cours complet de langue française, théorie et exercices, par Guérard.
Grammaire et compléments. — *Livre de l'élève*, in-12, cart............ 1 50
— *Livre du Maître*, in-12, cart..... 2 50
— Cadres de grammaire et compléments, par M. Feillet, br. rog........ » 50
— Exercices sur chacune des parties de la Grammaire et compléments, in-12, cart............................. 1 50
— *Livre du Maître*, in-12, cart..... 2 50
— Leçons et exercices gradués d'analyse grammaticale, in-12, cart..... » 80
— *Livre du Maître*, in-12, cart..... 1 50
— Leçons graduées et exercices d'analyse logique, in-12, cart..... 1 »
— *Livre du Maître*, in-12, cart..... 2 »
— Cours de dictées, in-12, cart..... 2 50

Littérature française, principes de composition et de style, par F. Deltour. *Cours élémentaire*, in-18, cart....... 1 50

Histoire de la littérature française, par H. Tivier. *Cours élémentaire*, in-18, cart.................................. 1 50

Recueil de morceaux choisis de prosateurs français, par Rassat, in-18, cart. 1 50

Recueil de morceaux choisis de poètes français, par le même, in-18, cart.. 1 50

HISTOIRE

Notions sommaires d'histoire générale et Revision de l'histoire de France, par Louis Cons. Ouvrage accompagné de récits, notes, exercices oraux ou écrits, devoirs, orné de portraits historiques, costumes du temps, gravures et cartes, in-12, cart.................................. 2 »

Notions très sommaires d'histoire générales, par R. Jallifier et H. Vast. 1 vol. avec cartes et gravures historiques, in-12, cart.................................. 2 25

GÉOGRAPHIE

Manuel de géographie, comprenant la *Géographie des cinq parties du monde* et la *Géographie de la France et de ses colonies*, par E. Levasseur, in-12, cart. 2 »
Atlas correspondant, 45 cartes, in-12, carte 5 »

Géographie physique et politique de la France, de l'Europe, de l'Afrique de l'Asie, de l'Océanie, de l'Amérique, par Ch. Périgot. in-12, cart. 2 50

Atlas de géographie physique, politique et historique par G. Niox et E. Darsy. 48 cartes in-4° relié toile 7 50

SCIENCES

Leçons d'arithmétique et de géométrie, à l'usage du cours supérieur de l'enseignement primaire et des écoles primaires supérieures, par T. Lang et Bruel, 1 vol. in-12, cart.......................... 1 80
— *Livre du maître*, in-12.......... 2 50

Cours complet d'arithmétique, par André. in-12, cart................ 2 50

Arithmétique, par J.-H Fabre, in-18. 1 50

Physique, par J.-H. Fabre, in-18.... 1 50

Chimie, par J-H. Fabre, in-18, cart... 1 50

Astronomie, par J.-H. Fabre, in-18.. 1 50

Éléments d'histoire naturelle, par C. de Montmahou.
1re partie : *Physiologie*, in-12, cart.. 1 75
2e partie : *Zoologie*, in-12, cart... 2 50
3e partie : *Botanique*, in-12, cart.. 2 50

Notions de sciences physiques et naturelles, à l'usage des candidats au brevet élémentaire et des cours complémentaires, par P. Poiré, in-12, cart.... 2 40

Histoire naturelle, Physiologie, Zoologie, Botanique, Géologie, par J.-H. Fabre, in-18, cart............................ 1 50

Zoologie, du même, in-18............. 1 50

Botanique, du même, in-18.......... 1 50

Géologie, du même, in-18............ 1 50

Cours gradué d'arithmétique (Degré supérieur), par G. Bovier-Lapierre, in-12, cart. — *Livre de l'Élève*.......... 1
— *Livre du Maître*.................. 2

Arithmétique appliquée ou Recueil méthodique de problèmes choisis dans les examens, par Bovier-Lapierre.
— *Livre de l'élève*, 2 séries chacune. 1
— *Livre du maître*. 2 séries chacune. 2

Algèbre simplifiée, par le même, in-12, cartonné........................ 2
— *Solutions raisonnées*, in-12, cart.. 1

Géométrie pratique, par Ed. Jourdan, in-12, fig., cart................ 3

Traité de géométrie appliquée, d'arpentage et de dessin linéaire, avec 225 figures, par Dupuis, in-12 cart.. 2
Solutions raisonnées, in-12, br...... »

Manuel élémentaire d'agriculture et d'horticulture, par J.-C. Victor Barbier, Nombreuses illustrat., in-12, cart.. 1 50

Notions d'hygiène, suivies d'un appendice avec figures, par le docteur Raimbert, in-12, br.......................... 3 »

IMP. NOIZETTE, 8, RUE CAMPAGNE-PREMIÈRE, PARIS