ARITHMÉTIQUE APPLIQUÉE

OU

RECUEIL MÉTHODIQUE

ET

SOLUTIONS RAISONNÉES

DE 730 PROBLÈMES CHOISIS DANS LES EXAMENS

A L'USAGE DES CANDIDATS AU CERTIFICAT D'ÉTUDES PRIMAIRES
AU BREVET ÉLÉMENTAIRE ET AU BREVET SUPÉRIEUR

PAR

G. BOVIER-LAPIERRE
Professeur honoraire de l'Université,
Ancien délégué cantonal du quatrième arrondissement de Paris
Officier de l'Instruction publique,
Membre de la Société de linguistique de Paris.

LIVRE DU MAITRE

PARIS
LIBRAIRIE CH. DELAGRAVE
15, RUE SOUFFLOT, 15

ARITHMÉTIQUE APPLIQUÉE

PREMIÈRE SÉRIE

LIVRE DU MAÎTRE

OUVRAGES DU MÊME AUTEUR

COURS COMPLET D'ARITHMÉTIQUE pour l'enseignement secondaire moderne.

Classe de 6e; 1 vol. in-12, cart. Prix.................. 1 fr. 25 c.

Classes de 5e et de 3e, avec un grand nombre de problèmes à résoudre; 1 vol. in-12, cart. Prix.................. 2 fr. »

Classe de 4e; 1 vol. in-12, cart. Prix.................. 1 fr. 50 c.

COURS D'ALGÈBRE pour l'enseignement secondaire moderne. Classes de 3e et de 2e, avec un grand nombre de problèmes a résoudre. 1 vol. in-12 cart. Prix.................. 2 fr. »

SOLUTIONS RAISONNÉES des problèmes énoncés dans l'*Algèbre* pour l'enseignement secondaire moderne.
1 vol. in-12 cart. Prix.................. 2 fr. »

ARITHMÉTIQUE APPLIQUÉE ou Recueil méthodique de problèmes choisis dans les examens, à l'usage des candidats au certificat d'études, au brevet élémentaire et au brevet supérieur.

Livre de l'Élève, contenant les énoncés.
2 vol. in-12, cart. Prix de chaque volume.......... 1 fr. [illegible] c.

Livre du Maître, contenant les solutions raisonnées de tous les problèmes du « Livre de l'Élève », 2 vol. in-12, cart.
Prix de chaque volume.................. 2 fr. 50 c.

COURS GRADUÉ D'ARITHMÉTIQUE pour l'enseignement primaire, conforme aux nouveaux programmes officiels du 27 juillet 1882.

N° 1. — L'Arithmétique des écoles primaires. Cours élémentaire.
Livre de l'Élève, 1 vol. in-12, cart. Prix.............. 0 fr. 90 c.
Livre du Maître, 1 vol. in-12, cart. Prix.............. 1 fr. 20 c.

N° 2. — L'Arithmétique des écoles primaires. Cours moyen.
Livre de l'Élève, 1 vol. in-12, cart. Prix.............. 1 fr. 50 c.
Livre du Maître, 1 vol. in-12, cart. Prix.............. 1 fr. 50 c.

N° 3. — Degré supérieur.
Livre de l'Élève, 1 vol. in-12. cart. Prix.............. 1 fr. 50 c.
Livre du Maître, 1 vol. in-12, cart. Prix.............. 2 fr. 50 c.

Admis tous trois sur la liste des ouvrages fournis gratuitement par la Ville de Paris aux écoles primaires communales.

ÉLÉMENTS DE TRIGONOMÉTRIE RECTILIGNE, à l'usage de l'enseignement secondaire moderne et des écoles normales primaires. 1 vol. in-12, cart. Prix.............. 1 fr. 50 c.

ÉLÉMENTS DE GRAMMAIRE LATINE, rédigés sur un nouveau plan, à l'usage des classes élémentaires.
1 volume in-12, cart. Prix.............. 1 fr. 50 c.

Le même ouvrage complété par la théorie de la syntaxe.
Prix.............. 1 fr. 75 c.

Ouvrage approuvé par la Commission scolaire des livres classiques.

Coulommiers. — Imp. P. Brodard. — 548-96.

ARITHMÉTIQUE APPLIQUÉE

PREMIÈRE SÉRIE

RECUEIL MÉTHODIQUE

et solutions raisonnées

DE 900 PROBLÈMES CHOISIS DANS LES EXAMENS

A L'USAGE DES CANDIDATS AU CERTIFICAT D'ÉTUDES PRIMAIRES
AU BREVET ÉLÉMENTAIRE ET AU BREVET SUPÉRIEUR

Par G. BOVIER-LAPIERRE

Professeur honoraire de l'Université, Officier de l'Instruction publique,
Membre de la Société de Statistique de Paris,
Ancien membre de la Commission des examens de l'Hôtel de Ville de Paris,
Ancien Délégué cantonal du XVe arrondissement.

LIVRE DU MAÎTRE

SIXIÈME ÉDITION CORRIGÉE

446.

PARIS
LIBRAIRIE CH. DELAGRAVE
15, RUE SOUFFLOT, 15

1897

TABLE DES MATIÈRES

AVERTISSEMENT

Les 900 problèmes contenus dans ce recueil ont été distribués en plusieurs chapitres, et classés méthodiquement dans chacun, de telle sorte que les difficultés vont en croissant graduellement du premier au dernier. C'est à cause de cet ordre, exigé par l'intérêt des élèves, que certains problèmes, appartenant aux examens du brevet supérieur, se trouvent placés avant d'autres problèmes proposés dans les examens du brevet élémentaire et même du certificat d'études primaires. Cette absence de juste proportion entre les sujets des épreuves écrites des diverses académies s'est opposée à la réalisation du plan que nous avions d'abord formé : diviser ce recueil en deux parties, l'une consacrée au brevet élémentaire, l'autre au brevet supérieur. Au reste, les maîtres et les maîtresses sauront très bien distinguer les problèmes qui, vers la fin de chaque chapitre, doivent être réservés à ce dernier brevet.

Certains énoncés paraîtront peut-être longs et même diffus; qu'on ne nous en attribue pas la rédaction. Nous avons tenu à conserver aux sujets de composition la forme officielle avec laquelle ils ont été proposés dans les examens. Les candidats se familiariseront ainsi avec les difficultés de nature diverse qu'ils peuvent rencontrer dans les questions qu'ils auront à résoudre; en même temps, ils trouveront toute la variété désirable dans ces problèmes recueillis, pour ainsi dire, sur tous les points de la surface du pays.

Parmi les problèmes réunis ici, il y en a, même parmi ceux du brevet élémentaire, dont la solution ne diffère que par la forme de celle qu'emploierait la méthode algébrique. Il ne sera pas sans intérêt pour les candidats de voir quelle simplicité et quelle clarté le langage algébrique apporte dans ces questions; nous croyons donc leur rendre service, en indiquant celles de ces questions qui sont traitées dans les *Solutions raisonnées* des problèmes de notre *Algèbre simplifiée*.

D'ailleurs, il leur importe à tous, aux aspirantes aussi bien qu'aux aspirants, d'acquérir l'usage du calcul algébrique, puisqu'il est compris dans l'enseignement des Écoles normales.

Les aspirants peuvent même se trouver en face de problèmes relatifs aux progressions et aux annuités, et être obligés de montrer qu'ils ne sont point étrangers à la connaissance des logarithmes. Ils trouveront ces théories exposées dans notre *Algèbre simplifiée,* qui a été écrite spécialement pour les aspirants et les aspirantes au brevet supérieur, et les exercices d'application dans le volume des *Solutions raisonnées* qui complète cet ouvrage.

INTRODUCTION

Personne ne conteste plus aujourd'hui la valeur du certificat d'études primaires. D'un autre côté, le brevet de capacité a pris une grande importance; car quoiqu'il ne soit exigé que pour les fonctions d'instituteur et d'institutrice, il est recherché, à Paris surtout, par un grand nombre de jeunes filles qui aspirent à l'acquérir comme un couronnement de leurs études. De là est née dans les écoles une vive émulation, et si les efforts des aspirants et des aspirantes étaient aidés par une bonne méthode, les études en éprouveraient une heureuse influence; les maîtres n'auraient pas à lutter péniblement contre des difficultés qu'ils ne surmontent qu'à force de zèle. Or, si nous ne considérons que l'arithmétique en particulier, les épreuves écrites et les épreuves orales des examens montrent que, malgré de réelles améliorations, elle est encore sous le joug de la routine et qu'elle s'accroche trop aveuglément à des considérations abstraites empruntées à un enseignement d'un autre ordre, au lieu de suivre une voie plus naturelle et par là même plus simple, que le bon sens suffirait seul à découvrir dans bien des cas. Cette conclusion, qui paraîtra peut-être sévère à quelques personnes, est le résultat de nos observations personnelles. Pour la justifier, nous allons entrer dans quelques développements, que nous appuierons sur des exemples exclusivement puisés dans les examens.

Nous signalerons d'abord un préjugé qui égare les aspirantes surtout, c'est que la valeur d'une composition est pour ainsi dire mesurée sur son étendue. Elles craindraient d'être accusées d'ignorance ou au moins de pauvreté de savoir, si elles ne jetaient pêle-mêle sur le papier tout ce que la mémoire leur fournit relativement à la question qu'elles ont à traiter. Parmi les nombreux exemples que nous pourrions citer, voici un des plus remarquables.

Le problème suivant avait été proposé pour l'épreuve écrite dans l'examen du brevet élémentaire.

Le bois à brûler provenant des démolitions se vend 35 francs les 1000 kilogrammes ; à combien revient le stère de ce bois, si le stère ne pèse que les 0,9 du poids du même volume d'eau ?

Dans la plupart des compositions que nous eûmes l'occasion d'examiner, la résolution de ce petit problème n'occupait pas moins d'une page de grand format. C'était un exposé confus de tout ce qui concerne la mesure du volume d'un corps à faces rectangulaires; du mètre cube, on descendait au décimètre cube et même au centimètre cube ; on évaluait le poids d'un *centimètre cube* de ce bois, comme si la masse avait été compacte et sans aucun vide, en appelant à son aide la relation qui existe entre le poids, le volume et la densité d'un corps. Enfin, au milieu de ces explications, plusieurs aspirantes passèrent à côté du but sans l'apercevoir; en d'autres termes, elles ne parvinrent pas à la solution cherchée, quand il suffisait d'un instant de réflexion pour la découvrir et de quelques lignes pour tracer la marche qui y conduisait.

Si les aspirantes avaient été habituées à consulter leur raison plutôt que leur mémoire, elles n'auraient pas fait d'autre raisonnements que le suivant:

Le mètre cube d'eau pèse 1000 kilogrammes ou 10 quintaux.
Le stère de bois en pèse les 9 dixièmes, c.-à-d. 9 quintaux.
Le prix de 10 quintaux de bois est 35 francs.
Celui de 1 quintal en serait la 10e partie ou $3^f,50$.
Le stère vaudra 9 fois autant, c'est-à-dire $3^f,50 \times 9 = 31^f,50$.

Cette déplorable prolixité, qui semble un mérite indispensable, provient de l'abus qu'on fait de la *méthode de l'unité*, en l'appliquant partout et d'une manière uniforme, comme si c'était une machine dont il suffit de tourner la manivelle, pour faire sortir des matières qu'on y a mises le résultat demandé.

Qu'on pose, par exemple, la question suivante : *Calculez l'intérêt de 900 francs à 5 °/₀ pour 3 mois.*

Les élèves ne manqueront jamais de couvrir une demi-page de ce beau raisonnement, que nous nous bornons à transcrire :

100 fr. en 1 an ou 12 mois produisent 5 fr.

1 fr. en 12 mois rapportera 100 fois moins ou $\frac{5}{100}$.

1 fr. en 1 mois rapportera 12 fois moins ou $\frac{5}{100 \times 12}$.

900 fr. en 1 mois rapporteront 900 fois plus ou $\frac{5 \times 900}{100 \times 12}$.

900 fr. en 3 mois rapporteront 3 fois plus ou $\frac{5 \times 900 \times 3}{100 \times 12}$.

Il ne viendra à l'esprit de personne de dire simplement :

L'intérêt de 900 fr. pour 1 an est 9 fois l'intérêt de 100 fr., c'est-à-dire 45 fr.

Pour 3 mois, ou le quart de l'année, l'intérêt sera le quart de 45 fr., par conséquent $11^f,25$.

Il semble que, dans l'atmosphère de l'école ou de la salle d'examen, les choses les plus simples prennent des proportions extraordinaires et présentent un aspect tout autre que celui qu'elles auraient au dehors. Les idées elles-mêmes ne s'y succèdent plus dans leur ordre naturel.

Par exemple, on avait à chercher pour l'épreuve écrite dans un examen : *combien il faudrait de temps à deux fontaines coulant ensemble pour remplir un bassin de 800 litres, chaque fontaine fournissant un certain nombre de litres dans un temps donné.*

Après avoir trouvé, d'après les conditions du problème, que les deux fontaines versaient ensemble par heure 97 litres 6 décilitres, il semble que tous devaient s'accorder à dire que le nombre d'heures demandé est égal au nombre de fois qu'il y a $97^l,6$ dans 800 litres, et qu'il suffit par conséquent de diviser 800 par 97,6.

Cette marche parut trop courte et trop directe, et, dans presque toutes les compositions, on prit le détour suivant:

Pour remplir $97^l,6$, il faut 1 heure.

Pour remplir 1 litre, il faudrait $\frac{1}{97,6}$ heure.

Pour remplir 800 litres, il faudrait $\frac{1 \times 800}{97,6}$.

Engagé dans l'ornière de la méthode de l'unité, on ne s'apercevait pas combien on heurtait le bon sens, en cherchant le temps qu'auraient mis les deux fontaines pour remplir *un litre*, quand il s'agit d'un bassin de 800 litres, et surtout lorsque la quantité d'eau fournie par les deux fontaines est assez considérable pour qu'il soit matériellement impossible de déterminer le temps qu'elles mettraient à remplir un litre seulement.

Nous n'en finirions pas, si nous voulions retracer ici les voies tortueuses dans lesquelles se jettent les élèves à la recherche de la solution d'un problème et les procédés mécaniques auxquels ils ont recours. Nous présenterons seulement comme dernier exemple la méthode employée presque partout, avec une aveugle uniformité, pour partager un nombre en deux ou plusieurs parties ayant entre elles des relations données.

Soit la question suivante : *Diviser 72 francs entre deux personnes, de manière que la plus jeune ait les $\frac{4}{5}$ de ce qu'aura l'aînée.*

D'abord, il arrive souvent que, faute de réfléchir sur la question et de la comprendre, les élèves s'empressent d'appliquer la fraction au nombre à partager et prennent ici les $\frac{4}{5}$ de 72 francs pour avoir l'une des parts, oubliant que la 2e part doit être non pas les $\frac{4}{5}$ de la somme totale, mais seulement de l'autre part.

Ceux qui se rappellent mieux les leçons qu'ils ont reçues, au sujet de ces questions, font la dissertation suivante que nous reproduisons textuellement :

Si on représente la part de l'aînée par 1 ou $\frac{5}{5}$, la part de la cadette sera représentée par $\frac{4}{5}$, c'est-à-dire qu'il faut partager 72 francs en deux parties qui soient entre elles comme les fractions $\frac{5}{5}$ et $\frac{4}{5}$ ou comme leurs numérateurs 4 et 5, dont le total est 9. Mais 5 par rapport à 9 est les $\frac{5}{9}$ et 4 par rapport à 9 en est les $\frac{4}{9}$. L'aînée aura donc les $\frac{5}{9}$ de 72 fr. ou $\frac{72 \times 5}{9} = 40$ fr, et la cadette aura les $\frac{4}{9}$ de 72 fr. ou $\frac{72 \times 4}{9} = 32$ fr.

La première fois que l'élève a entendu de telles explications, il n'y a certainement pas compris grand'chose. Qu'est-ce, pour lui, que ces fractions $\frac{5}{5}$ et $\frac{4}{5}$ qui sont censées représenter les deux parts ? Un 5e c'est la 5e partie de quelque chose ; quelle est ici cette chose ? En outre, les deux parts réunies devraient donner $\frac{9}{5}$, c'est-à-dire 9 fois la 5e partie de cette chose imaginaire. Ce raisonnement est aussi solide que si on voulait poser une construction sur un nuage ; ce n'est même plus un raisonnement, c'est parler contre la raison.

N'insistons pas plus longuement sur cette singulière théorie, où l'élève n'entend que des mots, sans pouvoir y saisir quelques idées claires. Un paysan ignorant qui assisterait à une pareille leçon hausserait les épaules ; il n'en dirait pas si long pour opérer le partage, si on mettait les 72 pièces d'un franc sur la table devant lui.

Je donne 5 fr. à l'aînée, dirait-il, et par conséquent 4 fr. à la cadette, ce qui fait en tout 9 fr. Or, il y a 8 fois 9 fr. dans les 72 fr. ; donc l'aînée aura 8 fois 5 fr., c'est-à-dire 40 fr. ; la cadette aura 9 fois 4 fr., c'est-à-dire 36 fr.

De la leçon du paysan, il ne sera pas difficile de tirer la règle à appliquer pour résoudre les questions de cette espèce.

Le bon sens naturel, voilà le guide le plus sûr, le maître le plus habile ; malheureusement, ce n'est pas celui qui est le plus souvent consulté. Qu'on lui donne une place plus grande dans l'enseignement de l'arithmétique, et cette étude devenue moins artificielle, perdra de son aridité et n'excitera plus de répulsion chez les élèves. C'est pour aider à amener cette transformation que nous avons rédigé cet ouvrage.

Nous avons voulu faire autre chose qu'une collection de problèmes, suivis du résultat dans le livre de l'élève ou accompagnés de leurs solutions développées dans le livre du maître. Recueillis dans les examens qui ont eu lieu à diverses époques et dans les diverses académies, ils présentent une variété de formes et de combinaisons tout à fait propre à familiariser les candidats avec toutes les questions qui peuvent leur être proposées. Cette qualité, qui n'est pas sans importance, serait insuffisante ; nous avons cherché à donner à cet ouvrage un caractère vraiment pédagogique, en classant méthodiquement les problèmes qui sont unis entre eux par une certaine analogie, en indiquant les règles qui leur sont appliquables, en y ajoutant des conseils propres à écarter les longueurs inutiles et à conduire au but par le chemin le plus commode et le plus court.

Quant à la gradation des problèmes de chaque catégorie, nous avons dû l'établir en les comparant les uns avec les autres, et non pas d'après le degré de l'examen dans lequel ils ont été proposés ; car tel problème qui a été donné pour le certificat d'études primaires est plus difficile qu'un autre problème proposé pour l'examen du brevet élémentaire, et souvent celui-ci est plus embarrassant que tel problème proposé aux candidats du brevet supérieur.

Au reste, l'administration de l'instruction publique avait compris combien était fâcheux ce manque de proportion dans les épreuves écrites des examens ; c'est pour y remédier, autant que possible, qu'elle envoie maintenant les mêmes sujets de compositions dans tous les départements, au lieu d'en laissser le choix, comme auparavant, aux diverses académies.

En terminant, nous nous permettrons de dire que cet ouvrage, tout modeste qu'il soit, nous a coûté plus de temps et de travail qu'on ne pense ; à ce titre, nous réclamons l'indulgence de nos lecteurs pour les erreurs qui auraient pu échapper. Nous les prions même de nous les communiquer ; nous recevrons leurs observations avec reconnaissance.

ARITHMÉTIQUE APPLIQUÉE

LIVRE DU MAITRE

CONSEILS POUR LA RÉSOLUTION DES PROBLÈMES

1° Présentez le raisonnement avec la plus grande concision, en omettant tous les détails inutiles ; faites des phrases courtes, en évitant l'emploi des pronoms et des conjonctions.

2° Ne remplacez jamais dans le corps d'un raisonnement les mots *plus*, *moins*, *multiplié par*, *divisé par*, *égale* par les signes (+, —, ×, :, =); réservez ces signes pour les placer seulement entre les nombres.

3° Écrivez les nombres avec les signes qui les rattachent entre eux au bout de la ligne, ou mieux sur une seule ligne, afin qu'on les distingue nettement des explications qui les précèdent et de celles qui les suivent.

4° Dans un raisonnement où se présente une multiplication, conservez scrupuleusement à chaque facteur sa fonction et sa place, en ne perdant pas de vue que le multiplicateur reste un nombre abstrait. Par exemple, ne dites jamais que pour trouver le prix de 64 mètres d'étoffe à 7 fr. le mètre il faut *multiplier 64 mètres par 7 fr.*, langage qu'on entend répéter partout, quoiqu'il soit contraire au bon sens. Dites seulement : *il faut multiplier 7 fr. par 64* ; car le prix cherché est égal à 64 fois 7 fr., ce qu'on écrit ainsi :

$$7^{f} \times 64 = 448^{f}.$$

N'oubliez pas de placer au-dessus de chaque nombre concret l'indication abrégée du nom de ses unités qui sont unis entre eux par une certaine analogie, en indiquant les règles qui leur sont appliquables, en y ajoutant des conseils propres à écarter les longueurs inutiles et à conduire au but par le chemin le plus commode et le plus court.

Quant à la gradation des problèmes de chaque catégorie, nous avons dû l'établir en les comparant les uns avec les autres, et non pas d'après le degré de l'examen dans lequel ils ont été proposés ; car tel problème qui a été donné pour le certificat d'études primaires est plus difficile qu'un autre problème proposé pour l'examen du brevet élémentaire, et souvent celui-ci est plus embarrassant que tel problème proposé aux candidats du brevet supérieur.

Au reste, l'administration de l'instruction publique avait compris combien était fâcheux ce manque de proportion dans les épreuves écrites des examens ; c'est pour y remédier, autant que possible, qu'elle envoie maintenant les mêmes sujets de compositions dans tous les départements, au lieu d'en laissser le choix, comme auparavant, aux diverses académies.

En terminant, nous nous permettrons de dire que cet ouvrage, tout modeste qu'il soit, nous a coûté plus de temps et de travail qu'on ne pense ; à ce titre, nous réclamons l'indulgence de nos lecteurs pour les erreurs qui auraient pu échapper. Nous les prions même de nous les communiquer ; nous recevrons leurs observations avec reconnaissance.

ARITHMÉTIQUE APPLIQUÉE

LIVRE DU MAITRE

CONSEILS POUR LA RÉSOLUTION DES PROBLÈMES

1° Présentez le raisonnement avec la plus grande concision, en omettant tous les détails inutiles ; faites des phrases courtes, en évitant l'emploi des pronoms et des conjonctions.

2° Ne remplacez jamais dans le corps d'un raisonnement les mots *plus*, *moins*, *multiplié par*, *divisé par*, *égale* par les signes (+, —, ×, :, =); réservez ces signes pour les placer seulement entre les nombres.

3° Écrivez les nombres avec les signes qui les rattachent entre eux au bout de la ligne, ou mieux sur une seule ligne, afin qu'on les distingue nettement des explications qui les précèdent et de celles qui les suivent.

4° Dans un raisonnement où se présente une multiplication, conservez scrupuleusement à chaque facteur sa fonction et sa place, en ne perdant pas de vue que le multiplicateur reste un nombre abstrait. Par exemple, ne dites jamais que pour trouver le prix de 64 mètres d'étoffe à 7 fr. le mètre il faut *multiplier 64 mètres par 7 fr.*, langage qu'on entend répéter partout, quoiqu'il soit contraire au bon sens. Dites seulement : *il faut multiplier 7 fr. par 64* ; car le prix cherché est égal à 64 fois 7 fr., ce qu'on écrit ainsi :

$$7^{f} \times 64 = 448^{f}.$$

N'oubliez pas de placer au-dessus de chaque nombre concret l'indication abrégée du nom de ses unités

5° Supprimez sur la droite des nombres décimaux les zéros qui sont inutiles, afin d'avoir le moins de chiffres possible dans les opérations.

6° Lorsque dans un problème il est question d'un gain ou d'une perte de 1, 2, 3... pour cent, il faut vous rappeler que cette manière de parler signifie qu'on gagne ou qu'on perd 1, 2, 3... centimes par franc, ou encore que le gain ou la perte sont la centième partie, 2 fois, 3 fois... la centième partie de la somme à laquelle se rapporte le nombre donné pour cent.

7° Il est utile de se rappeler que la division d'un nombre par 2, 4, 5, 8 peut toujours être effectuée complètement et donner un quotient exact, soit en nombre entier, soit en nombre décimal. On se dispense ainsi de conserver le quotient sous la forme d'une fraction ordinaire, qui rend les calculs lourds et embarrassants.

8° Dans les calculs, il convient le plus souvent de remplacer les fractions ordinaires suivantes par leurs valeurs exactes en décimales :

$$\frac{1}{2} \text{ par } 0{,}5\ ;\ \frac{1}{4} \text{ par } 0{,}25;\ \frac{3}{4} \text{ par } 0{,}75;$$

$$\frac{1}{5} \text{ par } 0{,}2\ ;\ \frac{2}{5} \text{ par } 0{,}4\ ;\ \frac{1}{8} \text{ par } 0{,}125.$$

9° A la fin du problème, écrivez toujours la réponse seule sur une ligne, en ayant soin de supprimer tous les chiffres qui ne représentent rien de réel. Par exemple, si vous avez trouvé pour une somme demandée $7^f,4236$, vous vous bornerez à prendre $7^f,42$, en négligeant 36 dix-millièmes, qui expriment une quantité moindre qu'un demi-centime. Vous augmenterez de 1 le dernier chiffre conservé, s'il est suivi d'un chiffre supérieur à 5.

Nota. — Nous devons nous borner ici à ces recommandations générales, en nous réservant d'en indiquer d'autres à l'occasion. La résolution complète du problème suivant servira d'exemple pour le raisonnement et la disposition de l'indication des calculs.

Problème. — *Un marchand de faïence a acheté 38 douzaines d'assiettes à 2 fr. la douzaine et 500 vases à fleurs en terre à 35 fr. le cent. La casse et le rebut enlèvent 2 °/₀ sur la quantité des assiettes et 2 °/₀ sur la quantité des vases. Le marchand veut gagner dans la vente 10 fr. sur les assiettes et 15 fr. sur les vases. Combien devra-t-il revendre chaque douzaine d'assiettes et chaque vase restants ?*

Admission au Cours normal de filles. — Haute-Garonne.

Le nombre des assiettes achetées est

$$12 \times 38 = 456 \text{ assiettes.}$$

Le déchet sur ces assiettes est 0,02 du tout, c'est-à-dire

$$456 \times 0{,}02 = 9{,}12 \text{ ou } 10 \text{ assiettes.}$$

Il reste à vendre

$$456 - 10 = 446 \text{ assiettes.}$$

Le déchet sur les 500 vases est 2 fois le 100e du nombre, c'est-à-dire

$$5 \times 2 = 10 \text{ vases.}$$

Il reste à vendre

$$500 - 10 = 490 \text{ vases.}$$

Le prix d'achat des assiettes était

$$2^f \times 38 = 76^f.$$

La somme à retirer de leur vente est

$$76^f + 10^f = 86^f.$$

Le prix de vente d'une assiette sera

$$86^f : 446.$$

Le prix de vente de la douzaine d'assiettes sera

$$\frac{86^f \times 12}{446} = \frac{86 \times 6}{223} = \frac{516}{223} = 2^f,313.$$

Le prix d'achat des 500 vases a été

$$35^f \times 5 = 175^f.$$

La somme à retirer de la vente des 490 vases sera

$$175^f + 15^f = 190^f.$$

Le prix de vente du vase sera

$$190^f : 490 = 0^f,387.$$

Réponse. — Le marchand vendra la douzaine d'assiettes $2^f,31$, ou plutôt $2^f,32$ et chaque vase 39 centimes.

Observation. — La multiplication et la division par un nombre d'un chiffre seulement n'ont pas besoin d'être faites à part. Il en est autrement quand le multiplicateur et le diviseur ont plus d'un chiffre. Dans les devoirs ordinaires, et surtout dans les compositions d'examen, il est indispensable d'écrire ces opérations sur la marge.

Par exemple, dans le problème précédent, on placera en marge la multiplication indiquée sur la 1re ligne 12×38 et la division indiquée vers la fin $516 : 223$.

Quant aux autres opérations, elles se font d'un coup d'œil; telles qu'elles sont écrites dans le corps du raisonnement. Il est donc inutile de les faire figurer en marge.

CHAPITRE PREMIER

PROBLÈMES DIVERS SUR L'APPLICATION DES QUATRE RÈGLES AUX NOMBRES ENTIERS ET DÉCIMAUX

1. *Un cultivateur a acheté deux pièces de terre, l'une de 28 ares 25 centiares et l'autre de 34 ares 33 centiares. A cause de l'inégalité des étendues, il paye pour la seconde 456 fr. de plus que pour la première. Quel est le prix de chaque pièce?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1876.

Différence des surfaces .... $3433 - 2825 = 608$ centiares.
Prix de 608 centiares .... 456 fr.
Prix du centiare .... $456 : 608 = 0^f,75$.
Prix de la 1re pièce.................... $0,75 \times 2825 = 2118^f,75$.
Prix de la 2e pièce.................... $0,75 \times 3433 = 2574^f,75$.

Réponse. — La 1re coûte $2118^f,75$; la 2e $2574^f,75$.

2. *Des marchandises ont été vendues 750 fr. En les vendant 50 fr. de plus, on aurait gagné 200 fr. Combien a-t-on gagné sur le prix d'achat?*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1880.

Vendues 50 fr. de plus, ces marchandises auraient rapporté

$$750^f + 50^f = 800^f.$$

Le prix d'achat était........................ $800^f - 200^f = 600^f$.
Le bénéfice a été.......................... $750^f - 600^f = 150^f$.
Avec 6 fois 100 fr. on a gagné 150 fr.
Avec 100 fr. le gain est........................ $150 : 6 = 25$.

Réponse. — On a gagné 25 %.

3. *Un marchand a un tonneau de 2 hectolitres et un autre dont on n'indique pas la contenance. Il les remplit tous deux d'un vin qui lui coûte 60 centimes le litre et qu'il revend 75 centimes ; il gagne ainsi 54 francs. Combien le deuxième tonneau contient-il de litres ?*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1880.

Gain par litre........................ 75 — 60 = 15 centimes.
Nombre de litres vendus................ 5400 : 15 = 360 litres.
Contenance du 2^{e} tonneau............. 360 — 200 = 160 litres.

Réponse. — Le 2^{e} tonneau contient 160 litres.

4. *Le litre d'huile pèse 9 hectogr. 6 grammes. Un marchand en achète un fut de 2 hectolitres et quart au prix de $1^{f},45$ le kilogr. Combien a-t-il à donner, si on lui fait une remise de 2 %, parce qu'il paye comptant ?*

Certificat d'études primaires. — Marne, 1880.

Poids de l'huile achetée, $0^{kg},906 \times 225 = 203^{kg},85$
Prix d'achat............... $1^{f},45 \times 203^{f},85 = 295^{f},58$
Remise de $0^{f},02$ par franc.. $0^{f},02 \times 295^{f},58 = 5^{f},91$
Reste à payer....................... $289^{f},67$

Réponse. — Le marchand donnera $289^{f},67$.

5. *Un marchand achète 12 boîtes de plumes contenant chacune 12 douzaines pour la somme de $7^{f},20$. Combien doit-il donner de plumes pour 5 centimes, s'il veut gagner $3^{f},60$?*

Certificat d'études primaires. — Côtes-du-Nord, 1880.

Le nombre des plumes est.................... 144 × 12 = 1728.
On doit retirer......................... $7^{f},20 + 3^{f},60 = 10^{f},80$.
Pour 1080 centimes on a 1728 plumes.

Pour 1 centime le nombre des plumes serait $\frac{1728}{1080}$.

Pour 5 centimes il sera égal à

$$\frac{1728 \times 5}{1080} = \frac{864}{108} = 8$$

Réponse. — Il donnera 8 plumes pour 5 centimes.

6. *Une mère de famille a acheté, au prix de $1^{f},35$ le mètre, un coupon de toile de $42^{m},40$ pour faire des chemises. Il faut pour*

chaque chemise $2^{m},65$ de toile et 15 centimes de fil et boutons ; la façon coûte $1^{f},35$. A combien revient la chemise ?

Combien l'ouvrière a-t-elle gagné par jour, si elle a mis 7 jours pour faire 8 chemises ?

Certificat d'études primaires. — Morbihan, 1870.

Le nombre de chemises est égal au nombre de fois qu'il y a $2^{m},65$ dans $42^{m},40$.
Ce nombre est............................ 42,40 : 2,65 = 16.
Le prix de la toile d'une chemise est

$$1^{f},35 \times 2,65 = 3^{f},5775.$$

Le prix total de la chemise est

$$3^{f},58 + 0^{f},15 + 1^{f},35 = 5^{f},08.$$

Pour faire 8 chemises l'ouvrière met 7 jours.
Pour faire les 16 chemises elle a mis 14 jours.
Elle a reçu en tout...................... $1^{f},35 \times 16 = 21^{f},60$.
Par jour elle a gagné..................... $21^{f},60 : 14 = 1^{f},54$.

Réponse. — Le prix de la chemise est de $5^{f},08$.
L'ouvrière a gagné par jour $1^{f},54$.

7. *On veut mettre dans un appartement 3 paires de grands rideaux et 2 paires de petits. Il faut $2^{m},80$ d'étoffe pour un grand rideau et $2^{m},50$ pour un petit. L'étoffe des grands rideaux vaut $3^{f},25$ le mètre et celle des petits $1^{f},45$. La façon d'une paire des grands rideaux est de 3 francs ; celle d'une paire des petits 1 franc. A combien s'élève la dépense pour tous ces rideaux ?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

La quantité d'étoffe à acheter est :
pour les grands rideaux......... $2^{m},80 \times 6 = 16^{m},80$
pour les petits.................. $2^{m},50 \times 4 = 10^{m},00$

Le prix d'achat de l'étoffe est :

pour les grands rideaux....... $3^{f},25 \times 16,8 = 54^{f},60$
pour les petits................ $1^{f},45 \times 10 = 14^{f},50$
La façon des grands rideaux coûte $3^{f} \times 3 = 9^{f},00$
La façon des petits coûte......... $1^{f} \times 2 = 2^{f},00$
Total..... $80^{f},10$

Réponse. — La dépense totale est de $80^{f},10$.

8. *Un poids de* 100 *kilogr. de cannes à sucre contient* 18 *kilogr. de sucre; mais les procédés d'extraction ne permettent pas d'en retirer plus des* 2 *tiers. Combien faudra-t-il employer de* **kilogr.** *de cannes pour produire un quintal métrique de sucre.*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1877.

Un poids de 1 quintal de cannes contient 18 kilogr. de sucre.
Il donne 2 fois le tiers de 18 kilogr. ou 12 kilogr. de sucre.
Pour obtenir 100 kilogr. de sucre, il faudra autant de quintaux de cannes qu'il y a de fois 12 kilogr. dans 100 kilogr. Ce nombre sera

$$100 : 12 = 8{,}333.$$

Réponse. — Il faudra 8 quintaux 33 kilogr. de cannes.

9. *Un kilogramme de café vert donne* 915 *grammes de café torréfié. Si on achète le café torréfié à* $3^f,75$ *le kilogramme, quel serait le prix correspondant du café vert?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Ariège, 1877.

1000 grammes de café torréfié coûtent $3^f,75$.
1 gramme de ce café coûterait la 1000^e partie ou $0^f,00375$.
915 grammes de ce café coûteront

$$0^f,00375 \times 915 = 3^f,43125.$$

Le kilogramme de café vert étant équivalent à 915 grammes de café torréfié, on devra le payer autant que ces 915 grammes.

Réponse. — Le kilogr. de café vert coûterait $3^f,43$.

10. *Une lampe brûle par heure* 65 *grammes d'huile du prix de* $1^f,15$ *le kilogramme; une autre lampe ne brûle que* 50 *grammes d'une huile du prix de* $1^f,45$ *le kilogr. Quelle est celle des deux lampes qui donne le plus d'économie? A combien s'élèvera l'économie au bout de l'année, si chaque lampe est allumée en moyenne* 4 *heures par jour?*

Certificat d'études primaires. — Saône-et-Loire, 1880.

Dépense par jour de chaque lampe :

1re lampe................. $1^f,15 \times 0{,}065 \times 4 = 0^f\ 299$
2^e lampe................. $1^f,45 \times 0{,}050 \times 4 = 0^f,290$
Différence par jour..... $0^f,009$

Économie au bout de 1 an, $0^f,009 \times 365 = 3^f,285$.

Réponse. — La 2^e fait économiser $3^f,28$.

11. *Un poêle est allumé, du* 1er *novembre au* 31 *mars,* 14 *heures par jour. Le coke coûte* $3^f,25$ *l'hectolitre et le poêle en brûle* 1 *litre* $\frac{2}{5}$ *par heure. Calculer, d'après cela, la dépense totale du chauffage, la dépense mensuelle, la dépense journalière.*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1879.

Du 1er novembre au 31 mars il y a 151 jours.
Le poêle est allumé pendant $14^h \times 151 = 2114$ heures.
Le volume de coke brûlé est $1^l,4 \times 2114 = 2959^l,6 = 29^{hl},596$.
Le prix de ce coke est............... $3^f,25 \times 29{,}596 = 96^f,187$.
La dépense mensuelle est $96^f,187 : 5 = 19^f,237$.
La dépense journalière est $96^f,187 : 151 = 0^f,637$.

Réponse. — La dépense totale est de $96^f,19$; par mois $19^f,24$; par jour 64 centimes.

12. *Un bateau à vapeur met* 24 *heures pour aller de Marseille à Ajaccio avec une vitesse de* 13 887 *mètres et demi par heure. Il dépense pour le voyage* 384 *fr. de houille du prix de* 4 *francs le quintal. On demande:* 1° *la distance de Marseille à Ajaccio;* 2° *combien ce bateau par heure fait de lieues marines égales à* 5555 *mètres;* 3° *combien de tonnes de houille il a fallu pour cette traversée.*

Certificat d'études primaires. — Marseille, 1880.

1° Distance de Marseille à Ajaccio:

$$13\,887^m,5 \times 24 = 333\,333^m = 333 \text{ kilom.}$$

2° Nombre de lieues marines parcourues par heure:

$$13\,887 : 5555 = 2 \text{ lieues } \frac{1}{2}.$$

3° Prix de la tonne de houille................ $4^f \times 10 = 40$ fr.
Nombre de tonnes de houille pour le voyage:

$$384 : 40 = 9^t,6 = 96 \text{ quintaux.}$$

13. *Deux ouvriers ont fait ensemble en* 18 *jours un ouvrage pour lequel ils ont reçu* 189 *francs; mais l'un d'eux pendant ce temps s'est absenté* 5 *jours. Quelle est la part que chacun doit recevoir?*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1880.

Le 1^{er} a travaillé 18 jours; le 2^{e} 13 jours.
Le nombre total des journées est $18 + 13 = 31$ jours.

Le prix de la journée est $\frac{[illegible]}{31} = 6^f,0967$.

Le 1^{er} recevra........................ $6^f,0967 \times 18 = 109^f,7406$.
Le 2^{e}................................... $6,0967 \times 13 = 79^f,2571$.

Réponse. — Part du 1^{er} $109^f,74$; part du 2^e $79^f,26$.

14. *Six ouvriers entreprennent un travail qu'ils doivent terminer en 15 jours. Au bout de 8 jours, ils s'aperçoivent qu'ils n'en ont fait que la moitié, et ils veulent alors prolonger au delà de 10 heures leur journée de travail pendant le temps qui leur reste. Quelle sera la durée de leur travail par jour, pour finir l'ouvrage au temps convenu ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Au bout de 8 jours ou 80 heures de travail ils ont fait la moitié.
Pour la 2^e moitié, ils mettront aussi 80 heures de travail pendant 7 jours seulement.
Le nombre d'heures de chaque journée sera

$$80 : 7 = 11^h \frac{3}{7}.$$

Réponse. — Par jour on travaillera 11 heures et 3 septièmes.

15. *Un orage a détruit les 0,3 de la récolte d'un agriculteur qui avait ensemencé de blé 45 hectares de terrain. Combien l'agriculteur perd-il, si l'are produit habituellement 3 décalitres 4 litres de blé et si le blé vaut $21^f,60$ l'hectolitre ?*

Certificat d'études primaires. — Pas-de-Calais, 1876.

Récolte sur 1 are, 34 litres; sur 1 hectare, 34 hectolitres.
Récolte sur 45 hectares................ $34^{hl} \times 45 = 1530$ hectol.
Produit de cette récolte................ $21^f,6 \times 1530 = 33\,048$ fr.
Perte des 0,3 de ce produit............. $33\,048 \times 0,3 = 9914^f,4$.

Réponse. — L'agriculteur perd $9\,914^f,40$.

16. *Un champ de 5 hectares 9 ares 7 centiares a produit 275 hectolitres 7 litres de blé, qui valent $24^f,75$ l'hectolitre. Quel est le revenu net par hectare, si les frais d'exploitation sont de $385^f,75$ et si l'intérêt du capital employé à l'achat est de $456^f,25$?*

Certificat d'études primaires. — Tarn, 1880.

Le champ a produit.............. $24^f,75 \times 275,07 = 6807^f,9825$.
La somme à prélever est $385^f,75 + 456^f,25 = 842$ fr.
Il reste net...................... $6807^f,9825 - 842 = 5965^f,9825$.

Réponse. — Revenu par hectare $5965^f,9825 : 5,0907 = 1171^f,93$.

17. *Deux champs ont ensemble une superficie de 2 hectares, et l'un a 60 mètres carrés de plus que l'autre. Dites le prix de chacun à raison de 20 fr. l'are ?*

Concours d'admission à l'École normale de la Seine. — Aspirants.

L'étendue du plus grand égale celle du plus petit plus 60^{mq}; la surface totale égale donc 2 fois celle du plus petit plus 60^{mq}.
On a ainsi :

2 fois surface du plus petit $= 20\,000^{mq} - 60^{mq} = 19\,940^{mq}$.
surface du plus petit $= 19\,940 : 2 = 9970^{mq} = 99^a,7$
surface du plus grand $= 9970 + 60 = 10\,030^{mq} = 100^a,3$

Réponse. — Valeur du 1^{er}, $20^f \times 99,7 = 1994$ fr.
Valeur du 2^e, $20^f \times 100,3 = 2006$ fr.

18. *Un limonadier achète deux fûts de liqueur, l'un de 2 hectol. 12 litres et l'autre de 2 hectol. 4 litres. Cette liqueur lui revient à 164 fr. l'hectolitre. Bien qu'il en ait perdu 24 litres, il dit qu'il a encore eu 304 fr. de bénéfice brut en la revendant. Combien a-t-il vendu le litre de liqueur ?*

Certificat d'études primaires. — Vendée, 1880.

Total des deux fûts.................... $2^{hl},12 + 2^{hl},04 = 4^{hl},16$.
Prix d'achat............................ $164^f \times 4,16 = 682^f,24$.
Produit de la vente.................... $682,24 + 304 = 986^f,24$.
Nombre de litres vendus................ $416 - 24 = 392$ litres.

Réponse. — Prix de vente du litre $986,24 : 392 = 2^f,52$.

19. *Un charretier qui fait 3 voyages par jour, et dont la voiture contient 2 mètres cubes 85 centièmes, a transporté $1\,539^{mc}$ de houille à une distance de $3^{km},4$. Il reçoit 20 centimes pour transporter 1 mètre cube à 1 kilomètre. Quelle somme a-t-il gagnée et quel temps a-t-il employé ?*

Certificat d'études primaires. — Lozère, 1880.

Pour 1 mètre cube porté à $3^{km},4$ on paye $0^f,20 \times 3,4 = 0^f,68$.
Pour 1539 mètres cubes on a payé $0^f,68 \times 1539 = 1046^f,52$.

Par jour on a transporté $2^{mc},85 \times 3 = 8^{mc},55$.
Le nombre des jours de travail est $1539 : 8,55 = 180$ jours.

Réponse. — On a travaillé 180 jours et on a reçu 1 $046^{f},52$.

20. *Une pierre renferme les 0,87 de son poids de calcaire pur et, lorsqu'on la calcine, le calcaire perd les $\frac{11}{25}$ de son poids. On calcine 1800 kilogrammes de cette pierre. Combien pèsera le résidu de la calcination ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Dans 1800 kilogr. de pierre le poids de calcaire est

$$18^{kg} \times 87 = 1566 \text{ kilogr.}$$

Il perd $1566^{kg} \times \frac{11}{25} = 1566^{kg} \times 0,44 = 689^{kg},04$.
Le poids du résidu est $1800^{kg} - 689^{kg},04 = 1110^{kg},96$.

Réponse. — Le résidu pèse 1 111 kilogrammes.

21. *Un marchand achète une étoffe à $0^{f},85$ le mètre. Il veut en la revendant gagner 19 %; combien doit-il revendre le mètre? Combien l'acheteur payera-t-il pour $9^{m},09$?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Blois, 1859.

Par franc on veut gagner $0^{f},19$.
Sur 1 mètre on gagnera $0^{f},19 \times 0,85 = 0^{f},1615$
Le prix de vente du mètre sera

$$0^{f},85 + 0^{f},1615 = 1^{f},0115.$$

Pour $9^{m},09$ l'acheteur payera

$$1^{f},0115 \times 9,09 = 9^{f},194.$$

Réponse. — Prix de vente du mètre $1^{f},01$.
Pour $9^{m},09$ on payera $9^{f},19$.

22. *Un épicier achète en gros du café vert à 425 fr. le quintal. Il évalue à $\frac{1}{5}$ la perte de poids produite par la torréfaction, et il vend ce café brûlé à raison de 3 fr. le demi-kilogramme. Combien gagne-t-il pour cent sur le prix d'achat ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1881.

La 5e partie de 100 kilogr. est 20 kilogrammes.
Le quintal se réduit donc à $100^{kg} - 20^{kg} = 80$ kilogr.
Le produit de la vente est........................ $6^{f} \times 80 = 480$ fr.
Le gain total est........................ $480^{f} - 425 = 55$ fr.
Avec 425 fr. on gagne 55 fr. ; avec 1 fr. le gain serait $55^{f} : 425$.
Avec 100 fr. il est $\frac{55 \times 100}{425} = 12^{f},941$.

Réponse. — Le gain est de 12,94 pour cent.

23. *On achète trois pièces d'étoffe de même qualité. La 1re a 12 mètres de plus que la 2e et la 2e $47^{m},75$ de plus que la 3e. La 1re coûte 367 fr. et la 3e $270^{f},50$. Quelle est la longueur de chaque pièce ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Montpellier.

La longueur de la 1re pièce surpasse celle de la 3e de

$$12^{m} + 47^{m},75 = 59^{m},75.$$

Le prix de la 1re surpasse le prix de la 3e de

$$367^{f} - 270^{f},50 = 96^{f},50.$$

Ainsi $59^{m},75$ coûtent $96^{f},50$.
1 mètre coûterait $96^{f},50 : 59,75 = 1^{f},615$.

Réponse. — La 1re pièce a .... $367 : 1,615 = 227^{m},24$.
La 2e a........... $227^{m},24 - 12^{m} = 215^{m},24$.
La 3e a........... $270^{m},50 : 1,615 = 167^{m},49$.

24. *Le savon frais se vend 95 centimes le kilogramme. En séchant il perd les 0,12 de son poids. Combien vaut le kilogramme de savon sec ?*

Certificat d'études primaires. — Ardennes, 1878.

Les 0,12 de 1000 grammes sont 120 grammes.
1 kilogr. de savon frais se réduit à $1000^{gr} - 120 = 880$ grammes.
880 grammes de savon sec coûtent $0^{f},95$.
1 gramme coûterait $0^{f},95 : 880$.
1000 grammes coûteront $\frac{0^{f},95 \times 1000}{880} = \frac{95}{88} = 1^{f},079$.

Réponse. — Le kilogr. de savon sec vaut $1^{f},08$.

25. *Dans un champ de 1 hectare 40 ares, on a récolté 550 bottes de paille de 10 kilogr. et 35 mesures de blé de 75 kilogr.*

Combien l'hectare a-t-il rendu de kilogr. de paille et de kilogr. de grain?

Combien valent toute la paille et tout le grain récoltés, les prix étant de 4f,25 par 100 kilogr. de paille et de 32 fr. par sac de 120 kilogr. de blé?

Certificat d'études primaires. — Aisne, 1878.

Le total de la récolte est :
en paille .... $10^{kg} \times 550 = 5500$ kilogr.
en blé .... $75^{kg} \times 35 = 2625$ kilogr.
L'hectare a produit :
En paille .... $5500^{kg} : 1,4 = 3928$ kilogr.
En blé .... $2625^{kg} : 1,4 = 1875$ kilogr.

Réponse. — La valeur de la récolte est :

En paille .... $4^{f},25 \times 39,28 = 233^{f},75$.
En blé .... $32^{f} \times \frac{2625}{120} = 700^{f}$.

26. *Un champ de 5 hectares 32 ares a été ensemencé en seigle et a rapporté 17 hectolitres de grain par hectare. L'hectolitre de seigle pèse 72 kilogr. et le poids de la paille récoltée égale 2 fois et demie celui du grain. On demande combien on a récolté d'hectolitres de seigle et de quintaux de paille sur ce champ.*

Certificat d'études primaires. — Ardennes, 1878.

Le champ a produit en seigle :

$$17^{hl} \times 5,32 = 90^{hl},44.$$

Le seigle pèse .... $72^{kg} \times 90,44 = 6511^{kg},68$.
La paille pèse .... $6511^{kg},68 \times 2,5 = 16279^{kg},2$.

Réponse. — Récolte de seigle, 90 hectolitres 44 litres.
Poids de paille, 162 quintaux 79 kilogrammes.

27. *Un marchand achète 10 pièces de vin de 212 litres chacune, pour 1420f,40. Chaque pièce laissant 5 litres et demi de lie, à combien revient le litre de vin? Combien gagne-t-il sur le tout en revendant le vin 80 fr. l'hectolitre?*

Certificat d'études primaires. — Ardennes, 1878.

Nombre de litres des 10 pièces, $212^{l} \times 10 = 2120$ litres.
Quantité de lie .... $5^{l},5 \times 10 = 55$ litres.
Nombre de litres de vin à vendre..... 2065 litres.

Prix de revient du litre .... $1420^{f},40 : 2065 = 0^{f},6878$.
Prix de revient de l'hectolitre .... $68^{f},78$.
Bénéfice sur la vente de 1 hectol., $80^{f} - 68^{f},78 = 11^{f},22$.
Bénéfice total, $11^{f},22 \times 20,65 = 231^{f},69$.

28. *On a acheté au moment de la récolte 215 hectolitres de blé à raison de 22f,05 l'hectolitre, le poids de l'hectolitre étant alors de 80 kilogr. Plus tard on les a revendus avec un bénéfice de 9,25 %. Le blé, depuis l'achat jusqu'au moment de la vente, s'étant desséché et ayant perdu 4 kilogr. de son poids par hectolitre, on demande : 1° à quel prix on a dû vendre le quintal métrique ; 2° quel a été le bénéfice total.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Poitiers, 1878.

Prix d'achat du blé.......... $22^{f},05 \times 215 = 4740^{f},75$
Bénéfice de la vente. ... $0^{f},0925 \times 4740,75 = 438^{f},52$
Produit total de la vente... $5179^{f},27$
Poids de l'hectol. à la vente, $80^{kg} - 4^{kg} = 76^{kg}$.
Poids de blé vendu, $76^{kg} \times 215 = 16340^{kg} = 163^{q},4$.
Prix de vente du quintal, $5179^{f},27 : 163,4 = 31^{f},696$.

Réponse. — On a vendu le quintal 31f,70.
On a gagné 438f,52.

29. *Un ouvrier a l'habitude de dépenser chaque jour 18 centimes de tabac et 15 centimes pour un petit verre d'eau-de-vie. S'il y renonce, combien de vin peut-il acheter au bout de l'année avec cette économie, le prix du vin étant de 4f,20 le double décalitre?*

Certificat d'études primaires. — Seine-Inférieure, 1878.

Dépense de chaque jour .... $0^{f},18 + 0^{f},15 = 0^{f},33$.
Dépense en 1 an .... $0^{f},33 \times 365 = 120^{f},45$.
Prix de l'hectolitre de vin .... $4^{f},20 \times 5 = 21^{f},00$.
Nombre d'hectolitres à acheter .... $120,45 : 21 = 5,73$.

Réponse. — L'ouvrier aurait 5 hectol. 73 litres de vin.

30. — *Les rails de chemin de fer pèsent 38 kilogr. par mètre courant et la longueur de chaque rail est de 5 mètres. La tonne de fer pour rails se paye 375 fr. On demande le poids total et le prix des rails nécessaires pour établir un chemin à double voie sur une longueur de 4 myriamètres.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878

Longueur du chemin en mètres. .... 40 000 mètres.
Longueur des 4 lignes de rails ... 40 000 × 4 = 160 000 mètres.
Poids total des rails des quatre lignes :

$$38^{kg} \times 160\,000 = 6\,080\,000^{kg} = 6080 \text{ tonnes.}$$

Prix d'achat ..... $375^f \times 6080 = 2\,280\,000$ francs.

Nota. — La longueur du rail est inutile pour la résolution du problème.

31. *Un ouvrier peut transporter en brouette et par jour 800 kilogr. de terre à 1 kilomètre; le prix de la journée est de* $3^f,50$. *On demande combien coûtera le transport de 78 mètres cubes à une distance de 185 mètres, si le mètre cube de terre pèse 2 700 kilogrammes.*

Brevet de 2e ordre. Aspirantes. — Paris, 1878.

En quintaux le poids de 78^{mc} de terre est $27 \times 78 = 2106^q$.
Pour 8 quintaux transportés à 1000 mètres l'ouvrier reçoit $3^f,50$.
Pour 1 quintal à 1000 mètres il recevra $3^f,50 : 8 = 0^f,4375$.
Pour 2106 quintaux à 1000 mètres il recevra

$$0^f,4375 \times 2106 = 921^f,375.$$

Pour ce transport à 1 mètre le prix serait $0^f,921375$.
Pour le transport à 185 mètres l'ouvrier recevra

$$0^f,921375 \times 185 = 170^f,45.$$

Réponse. — Le transport coûtera $170^f,75$.

32. *Une ménagère a acheté 144 mètres de toile à* $21^f,50$ *les 10 mètres, pour faire des chemises. Elle met 3 mètres de toile par chemise, et paye* $1^f,75$ *pour la façon d'une chemise. Trouver : 1° combien elle a pu faire de douzaines de chemises ; 2° combien lui coûtent toutes les chemises ; 3° le prix de revient de chacune.*

Admission au Cours normal. — Foix, 1879.

Prix du mètre de toile...... $21^f,5 : 10 = 2^f,15$.
Nombre de chemises......... $144 : 3 = 48$ ou 4 douzaines.
Prix de la chemise $2^f,15 \times 3 + 1^f,75 = 6^f,45 + 1^f,75 = 8^f,20$.
Prix total..................... $8^f,20 \times 48 = 393^f,60$.

33. *Un marchand de grains a vendu pour* $9\,000^f,50$ *du blé qu'il avait acheté 8 045 fr. Trouver combien il avait d'hectolitres, en sachant qu'il a gagné* $3^f,25$ *par 100 kilogr. et que l'hectolitre de ce blé pesait 75 kilogrammes.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Gain du marchand.......... $9000,50 - 8045 = 955^f,50$
Nombre de quintaux........ $955,50 : 3,25 = 294$ quintaux.
Nombre d'hectolitres........ $29\,400 : 75 = 392$ hectolitres.

34. *La production journalière du pétrole aux États-Unis a été en 1878 de 50 300 barils. Le baril est de 42 gallons et le gallon vaut 3 litres 80 centilitres. On demande d'évaluer pour l'année cette production en tonnes de 1000 kilogrammes. Le litre de pétrole pèse en moyenne 800 grammes.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1881.

Le nombre de barils produits pendant toute l'année est

$$50\,300 \times 365 = 18\,359\,500 \text{ barils.}$$

Cette quantité évaluée en gallons est

$$42 \times 18\,359\,500 = 771\,099\,000 \text{ gallons.}$$

En litres cette quantité sera

$$3^l,8 \times 771\,099\,000 = 2\,930\,176\,200 \text{ litres.}$$

Le poids de cette quantité de pétrole est en kilogrammes.

$$0^{kg},8 \times 2\,930\,176\,200 = 2\,344\,140\,960 \text{ kilogr.}$$

Réponse. – 2 344 141 tonnes.

35. *Les ventes d'immeubles payent un droit de 5 et demi pour cent, plus 2 décimes pour chaque franc perçu. Quelle somme payera-t-on à l'Enregistrement pour la vente d'une maison de 14700 fr. et de 3 hectares 6 ares de vignes vendus* $47^f,50$ *l'are?*

Certificat d'études primaires. — Gard, 1879.

Prix des 306 ares de vignes... $47^f,5 \times 306 = 14\,535^f$.
Prix de la maison.............................. $14\,700^f$.
Produit total de la vente... $29\,235^f$.
Droits d'enregistrement.. $0^f,055 \times 29\,235 = 1607^f,925$
Taxe du double décime... $0^f,2 \times 1607,925 = 321^f,585$
Total des droits à payer... $1929^f,51$

36. *On a vendu pour 875f,40 de charbon, à raison de 8f,50 les 100 kilogr. Combien avait-il fallu employer de stères de bois pour faire ce charbon, si un stère avait rendu 384 décimètres cubes de charbon et si le poids du mètre cube était de 240 kilogr?*

Certificat d'études primaires. — Morbihan, 1876.

Poids du charbon vendu $100^{kg} \times \frac{875,4}{8,5} = 10300^{kg}$.

Nombre de mètres cubes du charbon $10300 : 240 = 42^{mc},916$.

Nombre de stères de bois $42,916 : 384 = 111^{st},76$.

37. *Pour réparer un chemin, une commune emploie 6 hommes, qui travaillent chacun 8 heures et demie par jour et font chacun, en moyenne, 15 mètres par heure. Combien de jours ces ouvriers devront-ils travailler, si la longueur du chemin est de 2 kilom. 760 mètres? A combien reviendra l'ouvrage entier, si chaque ouvrier reçoit 45 centimes par heure?*

Certificat d'études primaires. — Hérault, 1880.

Nombre d'heures de travail par jour..... $8,5 \times 6 = 51$ heures.

Nombre de mètres faits par jour....... $15 \times 51 = 765$ mètres.

Nombre de jours pour faire l'ouvrage entier :

$$2760 : 765 = 3^j,607.$$

Somme à payer par jour.................. $0^f,45 \times 51 = 22^f,95$.

Somme totale à payer................ $22^f,95 \times 3,607 = 82^f,78$.

38. *Le mois lunaire est de 29j,53. Exprimer la fraction décimale de jour en heures, minutes et secondes.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Les 0,53 de jour valent en heures

$$24^h \times 0,53 = 12^h,72.$$

Les 0,72 d'heure valent en minutes

$$60^m \times 0,72 = 43^m,2.$$

Les 0,2 de minute valent en secondes

$$60^s \times 0,2 = 12 \text{ secondes.}$$

Réponse. — Le mois lunaire a 29j 12h 43m 12s.

39. *On achète $\frac{3}{8}$ de mètre cube de vin pour 142f,50. Les futailles vides pèsent ensemble 45 kilogr.; ce vin a le même poids que l'eau, et on le fait venir d'une distance de 625 kilom. On paye pour le transport 0f,08 par tonne et par kilomètre; les droits d'octroi et de régie s'élèvent à 24 fr. par hectolitre; on débourse en outre 9 fr. pour divers frais. A combien revient le litre?*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1879.

Le nombre de litres de vin achetés est

$$1000^l \times \frac{3}{8} = 375^l = 3^{hl},75.$$

Le poids total du vin et des futailles est en tonnes

$$375^{kg} + 45^{kg} = 420^{kg} = 0^t,42.$$

On paie pour le transport

$$0^f,08 \times 0,42 \times 625 = 21 \text{ fr.}$$

Les droits d'octroi et de régie sont

$$24^f \times 3,75 = 90 \text{ fr.}$$

La dépense totale est

$$142^f,50 + 21^f + 90^f + 9^f = 262^f,50.$$

Prix de revient du litre, $262^f,50 : 375 = 0^f,70$.

40. *Un homme achète 68 volumes qu'on lui vend à 3f,25 chacun, et il les revend 3f,75 pièce. Combien a-t-il gagné, si avec chaque douzaine de livres on lui en a donné un qu'il n'a pas payé?*

Certificat d'études primaires. — Meurthe-et-Moselle, 1880.

Les 68 livres contiennent 5 douzaines plus 8 livres.

Il a reçu $68 + 5 = 73$ livres.

Le produit de la vente est...... $3^f,75 \times 73 = 273^f,75$

Le prix d'achat était........... $3^f,25 \times 68 = 221^f,00$

Le bénéfice est..... $52^f,75$

41. *On a acheté une pièce d'étoffe à raison de 7 fr. les 5 mètres. et on la revend à raison de 25 fr. les 14 mètres. Le bénéfice de la vente étant de 27 fr., trouver la longueur de la pièce.*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1880.

Prix d'achat du mètre................ $7^f : 5 = 1^f,40$
Prix de vente du mètre......... $25^f,14 : 14 = 1^f,7857$

Bénéfice par mètre... $0^f,3857$

Longueur de la pièce, $27 : 0,3857 = 70$ mètres.

42. *Un champ de* 2 *hectares* 50 *ares, ensemencé en blé, a donné* 3407 *litres et demi de grain et* 4425 *kilogr. de paille. Le prix moyen du grain est de* $4^f,124$ *le double-décalitre, et la paille se vend* $2^f,80$ *le quintal. Quel est le produit brut d'un hectare de ce champ ?*

Certificat d'études primaires. — Morbihan, 1880.

Prix de l'hectolitre de blé................. $4^f,124 \times 5 = 20^f,62$.
Prix de $3407^l,5$.......... $20^f,62 \times 34,075 = 702^f,6265$
Prix de la paille............ $2^f,8 \times 44,25 = 123^f,90$

Produit total... $826^f,526$

Produit par hectare, $826,526 : 2,5 = 330^f,61$.

43. *Un fût de vin blanc de* 114 *litres coûte* 58 *fr. Les droits d'octroi et les frais de transport s'élèvent à* $25^f,40$*; la mise en bouteilles revient à* 3 *fr.; les bouteilles, qui contiennent* 75 *centilitres, coûtent* 13 *fr. le cent et les bouchons* 15 *fr. le mille. Trouver d'après cela à combien revient une bouteille de ce vin.*

Certificat d'études primaires. Garçons. — Sceaux, 1880.

On a déboursé

$$58^f + 25^f,40 + 3^f = 86^f,40.$$

Le nombre de bouteilles à remplir est égal au nombre de fois que 75 centilitres sont contenus dans 114 litres.

Le nombre de bouteilles est $114 : 0,75 = 152$.
Prix du vin d'une bouteille...... $86^f,40 : 152 = 0^f,568$
Prix de la bouteille vide........... $13^f : 100 = 0^f,13$
Prix du bouchon................. $15^f : 1000 = 0^f,015$

Prix de revient de la bouteille... $0^f,713$

44. *J'ai fait remplir de vin un tonneau de* 7 *décal.* 5 *litres. L'hectolitre de ce vin coûte* 45 *fr.; mais en payant comptant j'obtiens une diminution de* 3 °/₀*; combien dois-je débourser ? En outre, comme il se trouve à la fin* 2 *litres et demi de lie, à combien me revient en réalité le litre de ce vin ?*

Certificat d'études primaires. — Gard, 1879.

Prix des 75 litres............... $0^f,45 \times 75 = 33^f,75$
Remise de $0^f,03$ par franc... $0^f,03 \times 33,75 = 1^f,0125$

Somme déboursée... $32^f,74$

Nombre réel de litres bus, $75 - 2,5 = 72^l,5$.
Prix réel du litre......................... $32^f,74 : 72,5 = 0^f,45$.

45. *Un négociant achète* 30 *barils d'huile contenant chacun* 122 *litres, à raison de* 325 *fr. les* 100 *kilogr. Combien gagnera-t-il sur son achat, en revendant cette huile* $4^f,20$ *le kilog., s'il y a* 6 *litres de perte sur chaque baril, l'hectolitre pesant* $91^{kgr},5$ *?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1876.

Nombre de litres achetés.......... $122^l \times 30 = 3660^l = 36^{hl},6$.
Poids de cette huile.................. $91^{kg},5 \times 36,6 = 3348^{kg},9$.
Prix d'achat....................... $325^f \times 33,489 = 10\,883^f,925$.
Nombre de litres perdus.................. $6 \times 30 = 180$ litres.
Poids de 180 litres..................... $91^{kg},5 \times 1,8 = 164^{kg},7$.
Nombre de kilogr. à vendre :

$$3348^{kg},9 - 164^{kg},7 = 3184^{kg},2.$$

Produit de la vente................ $4^f,2 \times 3184,2 = 13\,373^f,64$.
Bénéfice, $13\,373^f,64 - 10\,883^f,92 = 2489^f,72$.

46. *Un voyageur fait* 5 *hectom. de chemin en* 4 *minutes, et un second voyageur fait* 6 *hectom. en* 5 *minutes. Quel est celui qui va le plus vite et combien fait-il de chemin de plus que l'autre dans une journée de* 8 *heures de marche ?*

Certificat d'études primaires. — Charente, 1877.

En 1 heure (15 fois 4 minutes) le 1^{er} parcourt $5^h \times 15 = 75^{hm}$.
En 1 heure (12 fois 5 minutes) le 2^e parcourt $6^h \times 12 = 72^{hm}$.
Le 1^{er} parcourt par heure 3^{hm} de plus que le 2^e.
En 8 heures il a parcouru de plus que le 2^e $3^{hm} \times 8 = 24^{hm}$.

47. *Un cultivateur a* 5 *hectares* 48 *ares de terre plantée en pommiers, à raison de* 75 *pommiers par hectare. Chaque arbre donne* 18 *décal. de pommes et chaque hectolitre de pommes* 45 *litres de cidre. Il réserve* 45 *hectol. de cidre pour sa consommation et vend le reste* $6^f,30$ *l'hectolitre. Quelle somme reçoit-il ?*

Certificat d'études primaires. — Doubs, 1877.

Nombre des pommiers du champ............ $75 \times 5,48 = 411$.
Récolte de pommes............... $18 \times 411 = 7398$ décalitres.
Produit en cidre.................... $45 \times 739,8 = 33\,291$ litres.

Hectolitres vendus .... 332,91 — 45 = 287^{hl},9.
Produit de la vente .... 6^{f},3 × 287,91 = 1813^{f},83.

48. *L'hectolitre de pommes de terre pèse environ 80 kilogrammes et vaut 5^{f},20. Un champ ensemencé en pommes de terre a produit 83 quintaux métriques par hectare et la récolte totale s'est vendue 845 fr. Calculer à 1 mètre carré près la superficie de ce champ.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Nombre d'hectolitres récoltés .... 845 : 5,2 = 162^{hl},5.
Poids de la récolte ... 80^{kg} × 162,5 = 13 000^{kg} = 130 quintaux.
Nombre d'hectares .... 130 : 83 = 1,5662.
Surface du terrain .... 15 662 mètres carrés.

49. *Un hectare de terrain a produit 95 doubles décalitres de froment et 32 quintaux de paille. Le froment se vend 27 fr. l'hectolitre; la paille 25 fr. les 1000 kilogrammes. Les frais de culture se sont élevés à 194^{f},50. Quel est le bénéfice du cultivateur?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Aix, 1871.

Récolte en froment, 20^{l} × 95 = 1900^{l} = 19 hectol.
Produit du froment .... 27^{f},00 × 19 = 513^{f}
Produit de la paille .... 2^{f},50 × 32 = 80^{f}
Total... 593^{f}

Bénéfice, 593^{f} — 194^{f},50 = 398^{f},50.

50. *Dans un ménage le mari gagne 2800 fr. et la femme 1200 fr. On paye 550 fr. de loyer par an; on dépense en moyenne 3^{f},90 par jour pour la nourriture; le blanchissage revient à 11^{f},75 par mois; le chauffage à 146 fr. par an; enfin, une somme de 850 fr. est affectée à la toilette et à l'entretien du linge. Ce ménage voulant économiser 600 fr. par an, on demande ce qui lui restera par mois pour ses menues dépenses.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Oise, 1878.

Les dépenses sont :
pour le loyer .... 550^{f},00
pour la nourriture .... 3,90 × 365 = 1423^{f},50
pour le blanchissage .... 11,75 × 12 = 141^{f},00
pour le chauffage .... 146^{f},00
pour la toilette .... 850^{f},00
Total..... 3110^{f},50

Somme des recettes......... 2800 + 1200 = 4000^{f},00
Reste...................... 4000 — 3110,50 = 889^{f},50
Somme à prélever .... 600^{f},00
Reste à dépenser par an... 289^{f},50

A dépenser par mois, 289^{f},50 : 12 = 24^{f},125.

51. *L'hectolitre de blé, pesant en moyenne 74 kilogrammes et demi, s'est vendu 21^{f},50. Calculer le prix du quintal métrique de farine, en sachant que 100 kilogrammes de blé donnent 74^{kg},25 de farine.*

Certificat d'études du degré supérieur. — Meurthe-et-Moselle, 1880.

Prix de 74^{kg},5 de blé : 21^{f},50.

Prix du kilogr. $\frac{21^{f},5}{74,5}$. Prix du quintal $\frac{2150}{74,5}$ = 28^{f},86.

Prix du kilogr. de farine $\frac{28^{f},86}{74,25}$.

Prix du quintal de farine $\frac{2886}{74,25}$ = 38^{f},86.

52. *Un cultivateur a vendu 500 fr. sa récolte de paille d'avoine, à raison de 28 fr. les 1000 kilogrammes. On demande combien il a récolté d'hectolitres d'avoine, en sachant qu'il y avait un double décalitre d'avoine pour 9^{kg},4 de paille.*

Certificat d'études primaires. — Allier, 1880.

Le kilogramme de paille coûte 0^{f},028.
Le nombre de kilogrammes récoltés est 500 : 0,028 = 17 857^{kg},14.
Le nombre de doubles décalitres d'avoine demandés est égal au nombre de fois que 9^{kg},4 sont contenus dans 17 857^{kg},14.
Le nombre de doubles décalitres est

17 857,14 : 9,4 = 1899,69.

En litres il égale 20 × 1899,69 = 37 993^{l},8 = 379^{hl},93.

Réponse. — La récolte d'avoine a été de 379 hectolitres 93 litres, c'est-à-dire 380 hectolitres.

53. *La canne à sucre donne 0,9 de son poids de jus et 1 kilogramme de jus contient 17 décagrammes de sucre. On perd environ la moitié de ce sucre dans la fabrication. Combien faudra-t-il de kilogrammes de cannes pour produire 1745 kilogrammes de sucre?*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1876.

10 kilogr. de cannes donnent 9 kilogr. de jus.
9 kilogr. de jus contiennent en sucre $170^{gr} \times 9 = 1530$ grammes.
10 kilogr. de cannes donnent en sucre $1530 : 2 = 765$ grammes.
Autant de fois il y a 765 grammes dans 1745 kilogr. ou 1 745 000 grammes, autant de fois il faudra 10 kilogr. de cannes.
On trouve $1\,745\,000 : 765 = 2281,04$.

Réponse. — Le poids de cannes demandé est 22 810 kilogr.

54. *Un épicier a acheté un baril d'huile, pesant brut 152 kilogrammes 406 grammes. Le baril vide pèse 18 kilogrammes 450 grammes; le prix d'achat et les frais lui reviennent à $234^{f},45$. Le litre de cette huile pesant 915 grammes, on demande le prix de revient du litre et celui du kilogramme.*

Certificat d'études primaires. — Doubs, 1877.

Poids de l'huile.................. $152,406 - 18,450 = 133^{kg},956$.
Prix de 1 kilogr. d'huile............... $234,45 : 133,956 = 1^{f},75$.
Nombre de litres d'huile................. $133\,956 : 915 = 146^{l},4$.
Prix du litre d'huile..................... $234,45 : 146,4 = 1^{f},60$.

55. *Un ballot contenait 120 mètres de drap; on en a vendu pour 1370 francs. Trouver combien il en reste de mètres, en sachant que 60 centimètres de ce drap ont été vendus $8^{f},22$.*

Brevet de directrice de salle d'asile. — Paris, 1878.

Prix de 60 centimètres de drap.......................... $8^{f},22$.
Prix de 1 centimètre....................... $8^{f},22 : 60 = 0^{f}\,137$.
Prix du mètre.......................... $0^{f},137 \times 100 = 13^{f},70$.
Nombre de mètres vendus, $1370 : 13,7 = 100$ mètres.
Nombre de mètres restant $120^{m} - 100^{m} = 20$ mètres.

56. *Une ouvrière a confectionné 3 douzaines de chemises pour lesquelles elle a fourni la toile. Il a fallu 5 mètres de toile pour 2 chemises et le mètre a coûté $3^{f},20$. Cet ouvrage a pris 45 journées de travail et a été payé $361^{f},50$. Combien cette ouvrière a-t-elle gagné par jour, si elle a en outre dépensé 6 francs de fournitures?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1876.

Il a fallu pour 1 chemise......................... $2^{m},5$ de toile;
Pour 36 chemises..................... $2^{m},5 \times 36 = 90$ mètres.
Le prix des 90 mètres est.................. $3^{f},2 \times 90 = 288$ fr.
On a déboursé............................ $288^{f} + 6^{f} = 294$ fr.

Le bénéfice total est.................... $361^{f},5 - 294^{f} = 67^{f},50$.
Le bénéfice par jour est $67^{f},50 : 45 = 1^{f},50$.

57. *Une chemisière a acheté pour une certaine somme une quantité considérable de madapolam. D'après ses prévisions, elle doit gagner 2 740 fr. en revendant son étoffe $1^{f},30$ le mètre; mais si elle ne la vend que $1^{f},10$, elle gagnera seulement 1 370 fr. Combien a-t-elle acheté de mètres de madapolam et combien a-t-elle payé le mètre?*

Certificat d'études primaires. — Charente, 1867.

La différence entre les deux prix du mètre est

$$1^{f},30 - 1^{f},10 = 0^{f},20.$$

La différence entre les bénéfices provenant des deux ventes est

$$2740^{f} - 1370^{f} = 1370^{f}.$$

Le nombre de mètres achetés est.......... $1370 : 0,2 = 6850^{m}$.
A $1^{f},10$ la vente produirait.................. $1,1 \times 6850 = 7535^{f}$.
Le prix d'achat était...................... $7535 - 1370 = 6165^{f}$.
Le prix d'achat du mètre est.............. $6165 : 6850 = 0^{f},90$.

58. *Une commune veut amener l'eau d'une source située à une distance de 4 kilomètres 400 mètres. Calculer la dépense, en sachant : 1° que la longueur des tuyaux est de $2^{m},50$; 2° que chacun de ces tuyaux pèse 175 kilogrammes; 3° qu'ils sont vendus au prix de 280 fr. la tonne; 4° que le prix de la pose est de $6^{f},50$ par mètre de longueur.*

Certificat d'études primaires. — Marseille, 1880.

Nombre des tuyaux à employer............. $4400 : 2,5 = 1760$.
Poids des tuyaux........... $175^{kg} \times 1760 = 308\,000^{kg} = 308^{t}$.
Prix d'achat.................. $280^{f} \times 308 = 86\,240^{f}$
Frais de pose.................. $6^{f},5 \times 4400 = 28\,600^{f}$
Dépense totale..... $114\,840^{f}$

59. *Un hectolitre d'huile pèse 91 kilogrammes et demi et coûte $118^{f},50$ pris sur place. Le transport jusqu'à Paris revient à $65^{f},75$ les 1 000 kilogrammes. Combien devra-t-on revendre le demi-kilogramme de cette huile pour gagner 18 % sur la somme déboursée?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Rennes, 1878.

446.

$91^{kg},5$ coûtent sur place $118^f,50$.

1^{kg} coûterait.............. $\dfrac{118,50}{91,5} = \dfrac{1185}{915} = 1^f,295$.

Le transport de 1^{kg} coûte........................ $0^f,0657\text{5}$

Le prix du kilog. rendu à Paris est.............. $1^f,36075$

Le gain par kilog. doit être $0^f,18 \times 1,36 = 0^f,2448$

Le prix de vente du kilog. sera................. $1^f,6055$

Le prix du demi-kilog. sera $0^f,80$.

60. *Deux pièces d'étoffe ont la même longueur. 3 mètres de l'une valent autant que 2 mètres de l'autre, et le prix de ces 5 mètres (savoir 3^m de la 1^{re} et 2^m de la 2^e) est de 27 fr. La différence des prix des deux pièces est de $101^f,25$. Trouver la longueur commune des deux pièces.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Nov. 1881.

Le prix de 2^m de la 2^e pièce égale celui de 3^m de la 1^{re}.
Donc 3^m de la 1^{re} plus 3^m de la 1^{re}, c.-à-d. 6^m de la 1^{re}, valent 27 fr.
1^m de la 1^{re} vaut $27^f : 6 = 4^f,50$.
1^m de la 2^e vaut 3 fois la moitié du mètre de la 1^{re}, c'est-à-dire

$$\frac{4,50}{2} \times 3 = 2,25 \times 3 = 6^f,75.$$

La différence entre les prix du mètre des deux pièces est

$$6,75 - 4,50 = 2^f,25.$$

Autant de fois cette différence est contenue dans $101^f,25$, autant il y a de mètres dans la longueur de chaque pièce.
Cette longueur est $101,25 : 2,25 = 45$ mètres.

61. *Un libraire a acheté 78 volumes cotés $1^f,25$, avec une remise de 15 °/₀ et 13 exemplaires pour 12. Il les revend au prix marqué. Calculer ce qu'il a payé pour l'achat et ce qu'il gagne pour cent dans la vente?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Pas-de-Calais, 1877.

Par la réduction de 15 °/₀ le prix d'achat du volume est 0,85 de $1^f,25$, c'est-à-dire $1^f,25 \times 0,85 = 1^f,0625$.
En outre 78 étant égal à 6 fois 13, on n'a à payer que 6 fois 12 volumes, c'est-à-dire 72 volumes.

Le prix d'achat est........... $1^f,0625 \times 72 = 76^f,50$

Le produit de la vente est...... $1^f,25 \times 78 = 97^f,50$

Bénéfice.. $21^f,00$

Avec $76^f,50$ le libraire a gagné 21 fr.

Avec 1^f, le gain serait $\dfrac{21}{76,5}$; avec 100 fr. il est $\dfrac{2100}{76,5} = 27^f,45$.

Réponse. — Prix d'achat, $76^f,50$. — Gain, 27,45 °/₀.

62. *On a mêlé ensemble 17 litres de vin de bonne qualité avec $29^l,8$ d'un second vin ne valant que 95 fr. l'hectolitre. En revendant le mélange au prix de $1^f,50$ le litre, on réalise un bénéfice de $18^f,09$. Trouver le prix de l'hectolitre du premier vin.*

Certificat d'études primaires. — Boulogne-sur-Mer, 1880.

Nombre de litres du mélange.............. $17^l + 29^l,8 = 46^l,8$.
Produit de la vente...................... $1^f,5 \times 46,8 = 70^f,20$.
Valeur du mélange.................. $70^f,20 - 18^f,09 = 52^f,11$.
Valeur du 2^e vin....................... $0^f,95 \times 29,8 = 28^f,31$.
Valeur du 1^{er}....................... $52^f,11 - 28^f,31 = 23^f,80$.
Prix du litre du 1^{er}........................ $23^f,80 : 17 = 1^f,40$.
Prix de l'hectolitre du 1^{er} vin, 140 francs.

63. *Une marchande fait confectionner 3 douzaines et demie de chemises avec de la toile valant $2^f,60$ le mètre. Il faut $8^m,40$ pour 3 chemises et on donne à l'ouvrière 15 fr. de façon par douzaine. Combien la marchande doit-elle vendre la demi-douzaine pour gagner $25^f,70$ sur le tout ?*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1880.

Nombre de mètres de toile employés par douzaine :

$$8^m,4 \times 4 = 33^m,6$$

Prix de la toile par douzaine :

$$2^f,6 \times 33,6 = 87^f,36.$$

Prix de la douzaine de chemises :

$$87^f,36 + 15^f = 102^f,36.$$

Prix de revient de 3 douzaines et demie ou de 7 demi-douzaines

$$102^f,36 \times 3,5 = 358^f,26.$$

Somme à retirer de la vente

$$358^f,26 + 25^f,70 = 383^f,96.$$

Prix de vente de la demi-douzaine

$$383^f,96 : 7 = 54^f,85.$$

64. *Un particulier, qui fait venir du vin à Paris, le paye sur les lieux à raison de 110 fr. la feuillette de 134 litres. Outre le prix d'achat, il débourse : 1° pour le transport de 4 feuillettes et leur mise en cave 14 fr. ; 2° pour les droits d'entrée 23f,90 par hectolitre. Enfin il constate sur les 4 feuillettes un manque total de 15 litres. On demande de calculer, à un demi-centime près, le prix de revient de l'hectolitre de ce vin.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Mars 1881.

Nombre de litres achetés $134 \times 4 = 536^l = 5^{hl},36$.

Prix d'achat..........................	$110 \times 4 = 440^f,00$
Droits d'entrée.................	$23,90 \times 5,36 = 128^f,104$
Frais de transport et mise en cave............	$14^f,00$
Dépense totale...	$582^f,104$

Nombre de litres en cave $536 - 15 = 521^l$.
Prix du litre $582,104 : 521 = 1^f,11728$.
Prix de revient de l'hectolitre $111^f,73$.

65. *Un négociant fait venir 22 barriques de vin jaugeant ensemble 52 hectolitres 60 litres, qui lui reviennent à 90 centimes le litre. Il y mêle 25 litres d'eau par hectolitre. Combien devrait-il revendre au détail la bouteille de 75 centilitres du mélange pour gagner 50 °/₀ sur le prix de revient ?*

Concours d'admission à l'École normale des garçons. — Toulouse, 1879.

Quantité d'eau ajoutée...............	$25^l \times 52,6 = 1315$ litres.
Nombre de litres du mélange.......	$5260 + 1315 = 6575$ litres.
Nombre de bouteilles	$6575 : 0,75 = 8766,66$.
Prix d'achat..............................	$0^f,90 \times 5260 = 4734$ fr.
Bénéfice à faire, moitié de ce prix, c'est-à-dire 2367 fr.	
Somme à retirer de la vente...........	$4734 + 2367 = 7101$ fr.
Prix de vente de la bouteille............	$7101 : 8766,66 = 0^f,81$.

66. *L'eau de mer contient 2 et demi °/₀ de son poids de sel. Combien faudra-t-il prendre de litres d'eau de mer pour obtenir un kilogr. de sel, si le litre d'eau de mer pèse 1 026 kilogrammes ?*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1877.

Dans 100^{gr} d'eau de mer il y a $2^{gr},5$ de sel.
Dans 1^{gr} d'eau de mer il y aurait $0^{gr},025$ de sel.
Dans 1026^{gr} d'eau de mer le poids de sel est

$$0^{gr},025 \times 1026 = 25^{gr},65.$$

1 litre d'eau de mer contient $25^{gr},65$ de sel.

Pour obtenir 1000^{gr} de sel il faudra autant de litres d'eau de mer qu'il y a de fois 25,65 dans 1000 gr.

Le nombre de litres est donc $\frac{1000}{25,65} = 38^l,98$.

Réponse. — On devra prendre 39 litres d'eau de mer.

67. *Un confiseur a employé pour faire des confitures : 49 kilog. et demi de groseilles qu'il a payées 45 centimes le kilogramme ; 43kg, 5 de sucre à 1f,50 le kilogr. Il compte 2 fr. pour la dépense du feu. Il a obtenu 59kg,250 de confitures.*

A combien revient le kilogramme et combien doit-il vendre le pot contenant 250 grammes de confiture, pour gagner 25 centimes sur chacun ? Les pots lui coûtent 11f,50 le cent.

Concours scolaire à Paris. — 1876.

Prix des groseilles...........	$0^f,45 \times 49,5 = 22^f,275$
Prix du sucre.................	$1^f,5 \times 43,5 = 65^f,250$
Dépense pour le feu..........................	$2,^f000$
Dépense totale.....	$89^f,525$

Prix du kilogr. de confitures $89^f,525 : 59,25 = 1^f,51$.

Prix de 250^{gr} de confiture.........	$1^f,51 : 4 = 0^f,377$
Prix du pot vide................	$11^f,5 : 100 = 0^f,115$
Bénéfice par pot............................	$0^f,250$
Prix de vente du pot.....	$0^f,74$

68. *Une marchande a acheté 35 pièces de drap de 60 mètres chacune, à raison de 1065 francs la pièce. Elle a vendu le tout avec un bénéfice de 8,75 °/₀.*

On demande le prix d'achat du mètre, le prix de vente et le bénéfice de la marchande pour chaque mètre.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Prix des 35 pièces.......................	$1065^f \times 35 = 37275^{fr}$.
Nombre total de mètres..................	$60^m \times 35 = 2100^m$.
Prix d'achat du mètre..................	$37275 : 2100 = 17^{fr},75$
Bénéfice par franc $0^{fr},0875$.	
Bénéfice de la vente..............	$0^{fr},0875 \times 37275 = 3261^{fr},56$
Bénéfice par mètre.....................	$3261,56 : 2100 = 1^{fr},55$.
Prix de vente du mètre	

$$17^f,75 + 1^f,55 = 19^{fr},30.$$

69. *Un marchand a acheté 4 pièces de vin de même contenance pour 630 fr. Il en a vendu un baril de 55 litres pour 36f,30. Trou-*

ver combien chaque pièce contient de litres, en sachant que dans la vente le marchand gagne 3 francs par hectolitre.

Certificat d'études primaires. — Paris, 1879.

Gain par litre dans la vente................................ $0^{fr},03$.
Gain sur 55 litres........................... $0^{f},03 \times 55 = 1^{f},65$.
Prix d'achat des 55 litres.............. $36^{f},30 - 1^{f},65 = 34^{fr},65$.
Prix d'achat du litre...................... $34^{f},65 : 55 = 0^{fr},63$.
Nombre de litres achetés...................... $630 : 0,63 = 1000$.
Contenance de chaque pièce.............. $1000 : 4 = 250$ litres.

70. *Pour transporter de la houille d'un lieu dans un autre, on emploie 26 ouvriers qui se servent de brouettes contenant 48 kilog. de houille. Après que chacun a fait 9 voyages, il reste encore le quart de la houille à transporter. Combien y avait-il d'hectolitres de houille, si l'hectolitre pèse 78 kilogrammes ?*

Certificat d'études primaires. — Guéret, 1880.

La houille transportée en 9 voyages par les 26 ouvriers pèse

$$48^{kg} \times 26 \times 9 = 11\,232 \text{ kilogr.}$$

Ce poids est les 3 quarts du poids total de la houille.
Le quart de ce poids est $11\,232 : 3 = 3744$ kilogr.
Ce poids est $3744 \times 4 = 14\,976$ kilogr.
Le nombre d'hectolitres était $14\,976 : 78 = 192$ hectol.

71. *On a payé 2800 fr. pour 138 mètres de drap. Combien pour la même somme aurait-on de mètres de drap d'une qualité supérieure, si 3 mètres de ce drap coûtent autant que 5 mètres du drap de l'autre qualité ?*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1881.

3^{m} de la 1^{re} qualité coûtent autant que 5^{m} de la 2^{e}.
Le nombre de mètres de la 1^{re} qualité qu'on aura pour 2800^{fr}, ne sera que les $\frac{3}{5}$ ou les 0,6 de 138 mètres, c'est-à-dire

$$138 \times 0,6 = 82^{m},8.$$

Nota. — Le prix donné 2800 fr. est inutile pour la résolution du problème.

72. *On a acheté 275 mètres de drap à $14^{f},40$ le mètre. On en a revendu les $\frac{3}{5}$ avec un bénéfice de 15 % et le reste à $13^{f},75$ le mètre. Quel bénéfice a-t-on fait ?*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1880.

Le prix d'achat est,...................... $14^{f},4 \times 275 = 3960$ fr.
On a vendu la 1^{re} fois..................... $275^{m} \times 0,6 = 165^{m}$.
On a vendu la 2^{e} fois...................... $275 - 165 = 110^{m}$.
Dans la 1^{re} vente le gain est de................ $0^{f},15$ par franc.
Sur 1 mètre le gain est.................. $0^{f},15 \times 14,4 = 2^{f},16$.
Sur 165 mètres le gain est............. $2^{f},16 \times 165 = 356^{f},40$.
Dans la 2^{e} vente il y a par mètre une perte égale à

$$14^{f},40 - 13^{f},75 = 0^{f},65.$$

Sur 110 mètres la perte est $0^{f},65 \times 110 = 71^{f},50$.
Il reste à la fin un bénéfice égal à

$$356^{f},40 - 71^{f},50 = 284^{f},90.$$

73. *Un marchand achète $525^{m},20$ d'étoffe à raison de $10^{f},50$ le mètre. Il en revend d'abord les $\frac{3}{5}$ au prix de $12^{f},10$ le mètre et il désire gagner sur le tout $1\,155^{f},45$. Combien doit-il vendre le mètre de ce qui lui reste ?*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1880.

Le prix d'achat est.......... $10,5 \times 525,2 = 5514^{f},60$
Le bénéfice à faire est......................... $1155^{f},45$
On doit donc retirer... $6670^{f},05$

Le nombre de mètres vendus la 1^{re} fois est

$$525,2 \times \frac{3}{5} = 525,2 \times 0,6 = 315^{m},12.$$

Il reste $525,20 - 315,12 = 210^{m},08$.
La 1^{re} vente produit....... $12,1 \times 315,12 = 3812^{f},95$
La vente du tout doit produire.............. $6670^{f},05$
Le produit de la 2^{e} vente doit être... $2857^{f},10$

Le prix du mètre dans cette 2^{e} vente sera

$$2857,10 : 210,08 = 13^{f},60$$

74. *Quatre faucheurs se sont associés pour la moisson. Ils ont coupé 21 hectares 9 ares de blé en 23 jours, à raison de $14^{f},50$ l'hectare. Pendant ce temps ils ont eu à payer trois ramasseuses à $1^{f},25$ par jour chacune. Que revient-il à chacun, le 1^{er} ayant perdu 3 jours et le second 1 jour ?*

Certificat d'études primaires. — Dordogne, 1875.

Somme reçue par les faucheurs......... $14^{f},5 \times 21,09 = 305^{f},805$
Somme donnée aux 3 femmes........ $1^{f},25 \times 3 \times 23 = 86^{f},25$

Somme restant aux faucheurs... $219^{f},555$

Le 1er a 20 journées; le 2e, 22; le 3e, 23; le 4e, 23.
Total $20 + 22 + 23 + 23 = 88$ journées.

Prix de la journée...................... $219^{f},555 : 88 = 2^{f},4949$.
Prix de 20 journées..................... $2^{f},4949 \times 20 = 49^{f},898$.
Prix de 22 journées..................... $2^{f},4949 \times 22 = 54^{f},887$.
Prix de 23 journées..................... $2^{f},4949 \times 23 = 57^{f},382$.

Réponse. — Part du 1er $49^{f},90$. — Part du 2e $54^{f},89$. Parts du 3e et du 4e $57^{f},38$.

75. *Un commerçant a acheté une pièce de vin de 912 litres, à raison de 45 fr. l'hectolitre. Il vend 4 hectolitres de ce vin au prix de 12 fr. le double décalitre. Combien devra-t-il vendre le litre de ce qui lui reste pour gagner 50 fr. sur le tout?*

Certificat d'études primaires. — Puy-de-Dôme, 1880.

Prix d'achat.............................. $45^{f} \times 9,12 = 410^{f},40$.
Prix à retirer de la vente.............. $410^{f},40 + 50^{f} = 460^{f},40$.
Prix de l'hectolitre dans la 1re vente........... $12^{f} \times 5 = 60^{fr}$.
Produit de cette 1re vente..................... $60^{f} \times 4 = 240^{fr}$.
Nombre de litres restant.................... $912^{l} - 400^{l} = 512^{l}$.
Somme à retirer de ces litres......... $460^{f},40 - 240^{f} = 220^{f},40$.
Prix de vente du litre...................... $220^{f},40 : 512 = 0^{f},43$.

76. *On offre à un cultivateur d'acheter son blé à $23^{f},75$ l'hectolitre. Il préfère le vendre à raison de 32 fr. les 100 kilogrammes, parce qu'il gagne ainsi $12^{f},50$. L'hectolitre de ce blé pesant 70 kilog., on demande le nombre de doubles décalitres vendus par le cultivateur, et quel aurait dû être le prix du double décalitre pour que la vente au poids n'eût donné aucun bénéfice.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1880.

Prix de 100 kilogr. 32 fr.; prix de 1 kilogr. $0^{f},32$.
Prix de l'hectolitre, $0^{f},32 \times 75 = 24^{f}$.
Bénéfice par hectolitre, $24^{f} - 23^{f},75 = 0^{f},25$.
Autant il y a de fois $0^{f},25$ dans $12^{f},50$, autant on a vendu d'hectolitres. Ce nombre est

$$12,50 : 0,25 = 50^{hl} = 250 \text{ doubles décalitres.}$$

Le prix du double décalitre vendu sans bénéfice aurait été la 5e partie de $23^{f},75$, c'est-à-dire $4^{f},75$.

77. *Cinq ouvriers travaillant ensemble ont terminé un ouvrage en 20 jours et ont reçu pour cet ouvrage $521^{f},50$. L'un des ouvriers a manqué 5 jours et un autre 2 jours. Celui qui dirige le travail doit prélever 50 centimes par jour avant le partage. Trouver ce que chacun doit recevoir.*

Concours cantonal. — Aisne, 1881.

Prélèvement en faveur du 1er ouvrier, $0^{f},50 \times 20 = 10^{fr}$.
Somme à partager...................... $521^{f},50 - 10 = 511^{f},50$.
Le nombre total des journées de travail est

$$20^{j} \times 5 - 7 = 100 - 7 = 93^{j}.$$

Le prix à payer par journée est $511^{f},50 : 93 = 5^{f},50$.
Le 1er ouvrier recevra..... $5^{f},5 \times 20 + 10^{f} = 120^{f}$
Le 2........................... $5^{f},5 \times 20 = 110^{f}$
Le 3e.......................... $5^{f},5 \times 20 = 110^{f}$
Le 4e.......................... $5^{f},5 \times 15 = 82^{f},50$
Le 5e.......................... $5^{f},5 \times 18 = 99^{f}$
Total... $521^{f},50$

78. *Un débiteur paye ses trois créanciers en deux fois. La 1re fois il donne 38 °/₀ de ce qu'il doit et remet ainsi 3 240 fr. au 1er, 948 fr. au 2e et 6 748 fr. au 3e. La 2e fois il se libère entièrement. On demande combien il devait à chacun.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Nancy, 1871.

38 centièmes de la 1re dette sont 3240^{fr}.

$$1 \text{ centième est } \frac{3240^{f}}{38}; \text{ la dette entière } \frac{3240}{38} \times 100.$$

On a donc pour les trois dettes :

1re............... $\frac{3240}{38} \times 100 = 8526^{f},315$.
2e............... $\frac{948}{38} \times 100 = 2494^{f},736$.
3e............... $\frac{6748}{38} \times 100 = 17757^{f},894$.

Réponse. — Au 1er 8 $526^{f},32$; au 2e 2 $494^{f},74$; au 3e 17 $757^{f},89$.

79. *Un bec de gaz consomme 270 hectolitres de gaz en 86 heures, ce qui fait une dépense de $8^{f},15$. On demande : 1° combien ce bec* *brûle de gaz en 5 heures et demie;* 2° *ce que coûte l'éclairage par heure;* 3° *quel est le prix du mètre cube de gaz?*

Brevet élémentaire. — Oise, 1878.

1° Le volume du gaz brûlé est en hectolitres :
en 1 heure, $270 : 86 = 3^{hl},139$;

en $5^h \frac{1}{2}$. $3^{hl},239 \times 5,5 = 17^{hl},264$, c'est-à-dire 1 m. cube 726 litres.

2° La dépense par heure est égale à

$$8^f,15 : 86 = 0^f,0947 \text{ ou 9 centimes et demi.}$$

3° Les 270 hectolitres font 27 mètres cubes.
Le prix du mètre cube de gaz est donc

$$8^f,15 : 27 = 0^f,301 \text{ ou 30 centimes.}$$

80. *L'hectolitre de froment pèse 75 kilogrammes et coûte* $21^f,25$. *Quand on le réduit en farine, il perd un* 5^e *de son poids. D'après cela, combien faudrait-il d'hectolitres de froment pour donner 100 kilogrammes de farine, et combien coûterait la quantité de blé nécessaire pour avoir cette farine?*

Certificat d'études primaires. — Morbihan, 1881.

La 5^e partie de 75 kilogr. est 15^{kg}.
1 hectol. de froment donne en farine $75 - 15 = 60^{kg}$
Pour 100^{kg} de farine il faudra autant d'hectol. de froment qu'il y de fois 60 dans 100.

Ce nombre d'hectol. est $\frac{100}{60} = \frac{5}{3} = 1^{hl},66$.

Le prix de ce blé sera $21^f,25 \times \frac{5}{3} = 35^f,41$.

81. *Dans un champ de 2 hectares 8 ares, un cultivateur a planté des pommes de terre et en a récolté 1 hectolitre et demi par are. Il doit en conserver les* $\frac{2}{3}$ *pour sa consommation et il vend le reste pour* $187^f,33$. *Combien vend-il le quintal, si un hectolitre pèse 32 kilogrammes 75 décagrammes?*

Certificat d'études primaires. — Haute-Marne, 1880.

Récolte en hectolitres .... $1,5 \times 208 = 312$ hectol.
Quantité vendue .... $312 : 3 = 104$ hectol.
Poids de cette quantité, $32^{kg},75 \times 104 = 3406^{kg} = 34^q,06$.

Prix de vente du quintal, $\frac{187,33}{34,06} = 5^f,50$.

82. *Un négociant, qui a acheté une pièce de soie contenant* $27^m,40$, *à raison de* $7^f,70$ *le mètre, veut en la revendant gagner 18 %. Or comme il a déjà cédé à un confrère les* $\frac{2}{5}$ *de la pièce avec un bénéfice de 1 huitième, combien devra-t-il vendre le mètre de ce qui lui reste pour avoir le bénéfice désiré?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Poitiers, 1871.

Prix d'achat .... $7^f,7 \times 27,4 = 210^f,98$
Bénéf. de $0^f,18$ par franc... $0^f,18 \times 210,98 = 37^f,976$
Somme à retirer... $248^f,956$

Quantité vendue $\frac{2}{5}$ de $27^m,4$ c.-à-d. $27^m,4 \times 0,4 = 10^m,96$.

Prix d'achat de cette quantité $7^f,7 \times 10,96 = 84^f,392$
Bénéfice de $\frac{1}{8}$ dans la vente .... $10^f,549$
Produit de cette vente... $94^f,941$

Reste à retirer $248^f,95 - 94^f,94 = 154^f,01$.
Nombre de mètres à vendre, $27^m,4 - 10^m,96 = 16^m,44$.
Prix de vente du mètre, $154^f,01 : 16,44 = 9^f,368$.

Réponse. — Il vendra le mètre $9^f,37$.

83. *Un cultivateur a acheté, à raison de* $0^f,45$ *le mètre carré, une pièce de terre d'une surface de 5 hectares 28 ares 20 centiares. Il a ensemencé cette pièce en colza et les frais de cette culture se sont élevés à 70 fr. les 42 ares. La récolte du colza a produit 110 hectolitres 4 décalitres que l'on a vendus 25 centimes le litre. On demande ce que cette propriété rapporte pour cent, déduction faite des frais de culture.*

Certificat d'études primaires. — Seine-et-Oise, 1881.

Prix d'achat du champ .... $0^f,45 \times 52\,820 = 23\,769^f$.
Produit de la récolte.................. $0^f,25 \times 11\,040 = 2760^f$.

Frais de culture pour 1 are $\frac{70^f}{42} = \frac{5^f}{3}$.

Frais pour le champ .... $\frac{5^f}{3} \times 528,2 = 880^f,33$.

Produit net .... $2760^f - 880^f,33 = 1879^f,67$.
Revenu pour cent, $1879,67 : 237,69 = 7^f,90$.

84. *On a payé 7 210 fr. un terrain de 1 hectare 3 ares. On a* *déjà revendu deux portions à raison de $1^f,20$ le mètre carré: la 1^{re} de 475 mètres carrés et la 2^e de 2 ares 8 mètres carrés. On vend le reste du terrain à raison de 80 fr. l'are. Combien a-t-on gagné ou perdu pour cent sur le prix d'achat?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1879.

Total des deux portions .... $475^{mq} + 208^{mq} = 683^{mq}$.
Produit de leur vente..................... $1,20 \times 683 = 819^f,60$.
Reste à vendre..................... $10\,300^{mq} - 683^{mq} = 9617^{mq}$.
Produit de ce reste... .... $80 \times 96,17 = 7693^f,60$.
Produit total de la vente......... $819,60 + 7693,60 = 8513^f,20$.
Bénéfice total .... $8513,20 - 7210 = 1303^f,20$.

Bénéfice pour cent $\dfrac{1303,20 \times 100}{7210} = 18,07$.

85. *L'are de terrain mis en culture produit en moyenne 17 litres de blé. On demande: 1° combien de blé produit un champ de 4 hectares 8 ares; 2° à quel prix le mètre carré de ce champ a été acheté, en sachant que le propriétaire vend tout le terrain pour la somme de 28 400 fr. et qu'il gagne 6,50 % sur le prix d'achat.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Juillet 1880.

Le champ contient 408 ares ou 40 800 mètres carrés.

Les 408 ares ont produit $17^l \times 408 = 6936$ litres de blé.

Dans la vente du terrain le bénéfice étant de $0^f,065$ par chaque franc du prix d'achat, ce qui a été acheté 1 franc est revendu $1^f,065$.

Le prix d'achat contient donc autant de francs qu'il y a de fois 1,065 dans $28\,400^f$. Ce prix est

$$\frac{28\,400}{1,065} = \frac{28\,400\,000}{1065} = 26\,666^f,67.$$

Le prix d'achat de l'are a été

$$\frac{26\,666,67}{408} = 65^f,357.$$

Réponse. — Prix d'achat du mètre carré, 65 centimes.
Récolte en blé, 69 hectolitres 36 litres.

86. *Un négociant a acheté: 1° 369 hectolitres de vin à $13^f,75$ l'hectolitre; 2° 158 hectolitres 84 litres qui lui ont coûté 15 % plus cher que dans le premier achat. Il a revendu le tout au prix de $18^f,33$ l'hectolitre. On demande combien il a gagné pour 100 dans cette affaire?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Montpellier.

Dans le 2° achat le prix de l'hectolitre est

$$13^f,75 + 0^f,15 \times 13,75 = 15^f,8125.$$

Les 369^{hl} ont coûté...... $13^f,75 \times 369 = 5073^f,75$
Les $158^{hl},84$............ $15^f,8125 \times 158,84 = 2511^f,657$
Total. $527^{hl},84$ coûtant pour l'achat............. $7585^f,407$
Produit de la vente...... $18^f,33 \times 527,84 = 9675^f,307$
Bénéfice total... $2089^f,90$

Avec $7585^f,407$, on a gagné $2089^f,90$.

Avec 1^f le bénéfice aurait été $\dfrac{2089,90}{7585,407}$.

Avec 100^f le bénéfice serait

$$\frac{2089,90 \times 100}{7585,407} = \frac{208\,990\,000}{7\,585\,407} = 27,5.$$

87. *On admet qu'une surface de 7 ares de terrain produit 12 décalitres de pommes de terre, que l'hectolitre de pommes de terre pèse 65 kilogrammes, que la pomme de terre donne les $\frac{4}{25}$ de son poids en fécule et que la fécule se vend 45 fr. les 100 kilogrammes. Trouver quel sera le prix de la fécule des pommes de terre récoltées dans une propriété de forme rectangulaire, ayant 208 mètres de longueur sur 75 mètres de largeur?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Orne, 1876. Melun, 1879.

Surface du champ $208 \times 75 = 15\,600^{mq} = 156$ ares.

Récolte en hectolitres $\dfrac{1,2}{7} \times 156 = 26^{hl},743$.

Poids de la récolte $65 \times 26,743 = 1738^{kg},295$.

Poids de la fécule $1738^{kg},295 \times \dfrac{4}{25} = 278^{kg},127$.

Prix de la fécule $0^f,45 \times 278,127 = 125^{fr},157$, c.-à-d. $125^f,16$.

88. *On a ensemencé un hectare de terrain avec 220 litres de blé et le rendement a été de 350 gerbes. Or, 100 gerbes donnent 7 hectolitres 5 litres de blé. Trouver quel est le produit de 1 litre de semence et combien il faudrait d'hectares de terrain pour récolter 200 hectolitres de blé?*

Certificat d'études primaires. — Bouches-du-Rhône, 1880.

Produit de 100 gerbes......................... 705 litres de blé.
Produit de 1 gerbe.. $7^l,05$.
Produit de 350 gerbes................... $7^l,05 \times 350 = 2467^l,5$.
Produit de 220^l de semence.............................. $2467^l,5$.

Produit de 1 litre de semence..... $2467,5 : 220 = 11^{l},21$ de blé.
Récolte sur 1 hectare.................................... $24^{hl},675$.
Nombre d'hectares à ensemencer pour produire 200 hectolitres :

$$200 : 24,675 = 8^{ha},1054$$

c'est-à-dire 8 hectares 10 ares 54 centiares.

89. *Une terre de 2 hectares 8 ares a été louée au prix de 25 fr. les 42 ares. Le fermier cultive du colza dans cette terre et dépense en engrais, semence et frais de culture $247^{f},60$ par hectare. Il récolte en tout 49 hectolitres de graine qu'il vend à raison de $22^{f},75$ l'hectol. Calculer le bénéfice total et le bénéfice par hectare?*

Certificat d'études primaires. — Aveyron, 1880.

Prix de 208 ares.................. $\frac{25 \times 208}{42} = 123^{f},80$.
Dépenses...................... $247^{f},6 \times 2,08 = 515^{f},008$.
Total déboursé...... $638^{f},80$.
Produit de la récolte.......... $22^{f},75 \times 49 = 1114^{f},75$.
Bénéfice total..... $475^{f},95$.
Bénéfice par hectare.......... $475,95 : 2,08. = 228^{f},82$.

90. *Une personne a acheté 20 kilogrammes de groseilles pour faire des confitures. On demande combien elle devra employer de sucre et combien elle obtiendra de kilogrammes de confitures, en sachant : 1° qu'il faut 850 grammes de sucre par litre de jus; 2° que 7 kilogrammes de groseilles rendent 5 kilogrammes de jus; 3° qu'un litre de jus pèse 970 grammes et perd $\frac{1}{8}$ de son poids par la cuisson?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Poitiers, 1878.

1 kilogr. de groseilles donne $\frac{5}{7}$ ^{kgr} de jus;

20 kil. de groseilles donneront $\frac{5 \times 20}{7} = \frac{100}{7}$ kg $= \frac{100\,000}{7}$ gr de jus.

Le nombre de litres de jus est $\frac{100\,000}{7} : 970 = \frac{10\,000^{l}}{679}$.

Le poids de sucre à employer est $\frac{850 \times 10\,000}{679} = 12^{kg}.518$

Le poids du jus après la cuisson est $\frac{100 \times 7}{7 \times 8} = 12^{kg},500$

Le poids de confiture obtenu sera.................. $25^{kg},018$.

91. *Le foin vaut 114 fr. les 100 bottes, pesant chacune 6 kilogrammes, et l'avoine $31^{f},50$ le sac de 3 hectolitres. Un cheval consomme par jour 10 kilogrammes de foin et 16 litres d'avoine. Quelle dépense occasionnera la nourriture de 5 chevaux du 1er décembre au 31 mars, inclusivement, de l'année 1880?*

Certificat d'études primaires. — Aisne, 1880.

Dans l'année 1880, le mois de février a 29 jours.
Du 1er décembre au 31 mars, il y a

$$31 + 31 + 29 + 31 = 122 \text{ jours.}$$

Nombre de kilogr. de foin pour les 5 chevaux :

$$10^{kg} \times 5 \times 122 = 6100 \text{ kilogr.}$$

Nombre de litres d'avoine :

$$16^{l} \times 5 \times 122 = 9760 \text{ litres.}$$

Nombre de bottes de foin.................. $6100 : 6 = 1016,666$.
Nombre de sacs d'avoine.................. $9760 : 300 = 32,533$.
Prix du foin...................... $1^{f},14 \times 1016,666 = 1158^{f},999$.
Prix de l'avoine.................. $31^{f},5 \times 32,533 = 1024^{f},789$.
Dépense totale $1159^{f} + 1024^{f},79 = 2183^{f},79$.

92. *Un ouvrier gagnant $3^{f},80$ par jour travaille 6 jours par semaine; mais, après 26 semaines de travail, il n'a reçu en tout qu'une somme qui, en argent, pèse 2 kilogrammes 793 grammes. Combien y a-t-il eu de jours de chômage et à combien s'élèvent les économies de l'ouvrier, s'il a dépensé en moyenne $2^{f},75$ par jour?*

Certificat d'études primaires. — Nord, 1880.

Valeur de la somme reçue.................. $2793 : 5 = 558^{f},60$.
Nombre de jours de travail.................. $558,6 : 3,8 = 147^{j}$.
Nombre de jours en 26 semaines.............. $6 \times 26 = 156^{j}$.
Jours de chômage.......................... $156 - 147 = 9^{j}$.
Dépenses en 26 semaines, c'est-à-dire en 26 fois 7 jours ou 182j :

$$2,75 \times 182 = 500^{f},50.$$

Économie réalisée, $558^{f},60 - 500^{f},50 = 58^{f},10$.

93. *La betterave donne environ 6 % de son poids de sucre. Un hectare de terrain produit 30 000 kilogrammes de betteraves, du prix de 14 fr. les 1 000 kilogrammes. Combien faudra-t-il ensemencer d'hectares pour fournir des betteraves à une sucrerie, qui* *produit annuellement 75 000 kilogrammes de sucre et quelle sera la valeur de la récolte obtenue?*

Concours cantonaux. — Seine-et-Oise, 1880.

Comptons par quintaux métriques de 100 kilogrammes.

300^q de betteraves donnent en sucre $300 \times 0,06 = 18^q$.

Pour fournir 750^q de sucre, il faut autant de fois 300^q de betteraves qu'il y a de fois 18^q dans 750^q.

Ce nombre de fois est $\frac{750}{18} = \frac{125}{3}$.

Le nombre de quintaux de betteraves sera

$$300 \times \frac{125}{3} = 12\,500^q.$$

Le prix de cette récolte sera

$$1^f,4 \times 12\,500 = 17\,500 \text{ fr.}$$

La surface ensemencée pour cette récolte sera

$$12\,500 : 300 = 41^{ha}\ 66^a\ 67 \text{ centiares.}$$

94. *Un homme achète une pièce de terre de 5 hectares 4 ares pour 15 840f,45. Il la revend en trois lots égaux; le 1er à raison de 1 500 fr. le demi-hectare et le 2e à raison de 35 centimes le mètre carré. Combien doit-il revendre l'hectare du 3e lot, s'il veut que cette opération lui rapporte un bénéfice de 1 960 francs?*

Concours cantonaux. — Eure-et-Loir, 1880.

Somme à retirer de la vente :

$$15\,840^f,45 + 1960^f = 17\,800^f,45.$$

Étendue de chaque lot.......................... $504 : 3 = 168$ ares

Prix de l'hectare, $1500^f \times 2 = 3000^f$; prix de l'are 30^f.

Produit du 1er lot.............. $30^f \times 168 = 5040^f$

Produit du 2e lot.............. $0^f,35 \times 16800 = 5880^f$

Total de ces deux produits...... $10\,920^f$

Reste à retirer $17\,800^f,45 - 10\,920^f = 6880^{fr},45$.

Prix de vente de l'are du 3e lot $\frac{6880^{fr},45}{168} = 40^f,955$.

Prix de vente de l'hectare, $4095^f,50$.

95. *Dans un champ de 78 ares 25 centiares, on a récolté 722 gerbes de blé, qui ont donné chacune 1 litre 9 décilitres de blé et 32 hectogrammes de paille. Le grain vaut 42 francs les 150 kilogrammes et pèse 76 kilogrammes l'hectolitre; la paille est estimée 9 francs le double quintal. Quelle est la valeur de la récolte et combien serait celle de l'hectare?*

Certificat d'études primaires. — Somme, 1880.

Récolte du blé en litres....... $1^l,9 \times 722 = 1371^l,8 = 13^{hl},718$.

Poids du blé...................... $76^{kg} \times 13,718 = 1042^{kg},568$.

Valeur du kilogr. de blé...................... $42 : 150 = 0^f,28$.

Valeur du blé...................... $0^f,28 \times 1042,568 = 291^f,919$.

Poids de la paille.......... $3^{kg},2 \times 722 = 2310^{kg},4 = 23^q,104$.

Valeur de la paille...................... $4^f,5 \times 23,104 = 103^f,968$

Produit total, $291^f,919 + 103^f,968 = 395^f,887$.

Produit par are, $395^f,887 : 78,25 = 5^f,05926$.

Produit par hectare, $505^f,92$.

96. *Un épicier achète 40 kilogr. d'allumettes par paquets de 250 grammes, à raison de 45 centimes le paquet. Il paye en sus un impôt de 0f,015 par 50 allumettes. Quel doit être le prix de vente du paquet, si le marchand veut gagner 24 francs sur le total de son achat? Il y a 3 200 allumettes par kilogramme.*

Concours cantonaux. — Seine-et-Oise, 1880.

Nombre de paquets achetés................ $40\,000 : 250 = 160$.

Prix d'achat.............................. $0^f,45 \times 160 = 72^f$.

Nombre total des allumettes.............. $3200 \times 40 = 128\,000$.

Impôt $0^f,015$ par 50 allumettes ou de $0^f,03$ par 100.

Impôt sur 1280 centaines $0^f,03 \times 1280 = 38^f,40$.

Somme à retirer de la vente :

$$72^f + 38^f,40 + 24^f = 134^f,40.$$

Prix de vente du paquet, $134^f,40 : 160 = 0^f,84$.

97. *Une ménagère qui se sert tous les soirs pendant 2 heures d'une lampe à huile et d'une lampe à pétrole a dépensé du 1er novembre au 28 janvier, pour 24 fr. d'huile et 11 fr. de pétrole. Calculer ce que coûte par heure l'entretien de chaque lampe, en sachant que l'huile vaut 0f,60 et le pétrole 0f,80 le litre.*

Combien cette femme aurait-elle pu acheter de litres de pétrole de plus avec l'économie qu'elle aurait faite, si elle n'avait brûlé que cette substance?

Certificat d'études primaires. — Aude, 1880.

Du 1er novembre au 28 janvier, il y a $30 + 31 + 28 = 89$ jours

Chaque lampe a brûlé pendant $2^h \times 89 = 178$ heures

Par heure, la dépense est :

en huile $\frac{24}{178} = 0^f,1348$ ou 13 centimes et demi ;

en pétrole $\frac{11}{178} = 0^f,0617$ ou 6 centimes.

La dépense totale a été..............	$24 + 11 = 35^f$
Avec du pétrole seul, elle aurait été...	$11^f \times 2 = 22^f$
Il en serait résulté une économie de..............	13^f

Le nombre de litres de pétrole qu'on aurait eus pour cette somme serait

$$13 : 0,8 = 16^l,25.$$

Nota. Le prix du litre d'huile est inutile dans la question.

98. *Dans le cours d'une année, un jeune homme, bon fils et bon ouvrier, a chômé 61 jours. Sa dépense s'est réglée comme il suit : nourriture, 2f,35 par jour ; logement, blanchissage et menus frais 26f,75 par mois ; vêtements, linge, etc., 126f,25 par an ; pension mensuelle à sa vieille mère, 18f,75. Enfin, il a placé 522 fr. à la Caisse d'épargne. Combien gagne-t-il par jour ?*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1878.

Frais de nourriture.........	$2^f,35 \times 365 =$	$857^f,75$
Logement, blanchissage, etc.	$29^f,75 \times 12 =$	$321^f,00$
Vêtements, linge, etc........................		$126^f,25$
Pension mensuelle..........	$18^f,75 \times 12 =$	$225^f,00$
Total des dépenses..................		$1530^f,00$
A ajouter le dépôt à la Caisse d'épargne....		$522^f,00$
Gain de l'année...........		$2052^f,00$

Nombre de jours de travail, $365 - 61 = 304$ jours.

Gain par jour.............................. $2052^f : 304 = 6^f,75.$

99. *Un libraire fournit aux élèves d'une école le papier et les plumes. Il donne une demi-main de papier pour 10 centimes et 4 plumes pour 5 centimes. On demande quel est son bénéfice pendant une année, en sachant qu'il a vendu 80 rames de 20 mains chacune et 30 boîtes de plumes contenant chacune 12 douzaines. La rame de papier lui coûtait 3f,25 et la boîte de plumes 1f,10.*

Certificat d'études primaires. — Charente, 1879.

Prix de vente de la main de papier, $0^f,10 \times 2 = 0^f,20.$

Prix de la rame.............................. $0^f,20 \times 20 = 4^f.$

Prix de la douzaine de plumes, $0^f,05 \times 3 = 0^f,15.$

Prix de la boîte............................ $0^f,15 \times 12 = 1^f,80$

Bénéfice par rame, $4^f - 3^f,25 = 0^f,75.$

Bénéfice par boîte de plumes, $1^f,80 - 1^f,10 = 0^f,70.$

Bénéfice sur 80 rames de papier...........	$0^f,75 \times 80 = 60^f,00.$
Bénéfice sur 30 boîtes de plumes..........	$0^f,70 \times 30 = 21^f,00.$
Bénéfice total de l'année..................................	81 fr.

100. *Un libraire fait imprimer un ouvrage de 28 feuilles. Il donne 40 francs par feuille pour le compositeur et 5 francs pour le correcteur des épreuves. Le papier coute 13f,20 la rame de 500 feuilles ; le cartonnage est de 46 centimes par exemplaire et il a été dépensé 125 francs en annonces. Chaque exemplaire se vendra 4f,50 et le libraire veut gagner 1000 francs. Combien faut-il tirer d'exemplaires.*

Admission à l'école normale de Belfort. — 1878.

Composition et correction.........	$45 \times 28 = 1260^f.$
Frais d'annonces..................................	$125^f.$
Bénéfice à faire..................................	$1000^f.$
Total.........	$2385^f.$

Prix d'une rame de papier ayant 500 feuilles $13^f,20.$

Prix de 1000 feuilles, $13^f,20 \times 2 = 26^f,40.$

Prix de 28 feuilles, $0^f,0264 \times 28 = 0^f,739.$

Prix du papier et du cartonnage par exemplaire

$$0^f,739 + 0^f,46 = 1^f,199.$$

Produit de la vente d'un exemplaire

$$4^f,50 - 1,199 = 3^f,301.$$

A retirer de la vente des exemplaires, 2385 fr.

Nombre d'exemplaires à vendre, $2385 : 3,301 = 722,5.$

Réponse. — On devra tirer 723 exemplaires.

101. *Une marchandise pèse brut 576 kilogr. 8 hectogrammes ; la tare est de 8 %. On demande :*

1° Le prix de cette marchandise, si elle est payée 117f,50 les 50 kilogr., prix net ; 2° en supposant qu'on fasse sur le prix d'achat une remise de 2 %, à combien s'élève cette remise ; 3° combien on doit revendre le kilogramme pour faire un bénéfice de 10 % sur le prix d'achat ?

Certificat d'études primaires. — Loir-et-Cher, 1880.

1° A déduire 0,08 du poids total, c.-à-d. $576,8 \times 0,08 = 46^{kg},144.$

Poids net de la marchandise. $576,8 - 46,144 = 530^{kg},656 = 54,30656.$

Prix de 100 kilogr., $117^{f},50 \times 2 = 235^{f}$.
Prix d'achat, $235^{f} \times 5,30656 = 1247^{f},04$.
2° Remise de $0^{fr},02$ par franc :

$$0^{f},02 \times 1247,04 = 24^{f},9408.$$

Somme déboursée pour l'achat :

$$1247^{f},04 - 24^{f},94 = 1222^{f},10.$$

3° Bénéfice de $0^{fr},15$ par franc du prix d'achat réduit :

$$0^{f},15 \times 1222^{f},1 = 183^{f},315$$

Somme totale à retirer de la vente :

$$1222^{f},10 + 183^{f},315 = 1405^{f},415.$$

Prix de vente du kilogramme :

$$1405,415 : 530,656 = 2^{f},648, \text{ c.-à-d. } 2^{f},65.$$

102. *Lorsque la farine coûte 81 francs les 150 kilogrammes, on demande combien doit coûter le kilogramme de pain, si l'on admet que 5 kilogr. de farine donnent 6 kilogr. de pain et que le boulanger gagne 9 francs par 100 kilogr. de farine?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Ardennes, 1877.

150^{kgr} de farine coûtent 81^{fr}.

100^{kgr} coûteront $\frac{81}{1,5} = \frac{810}{15} = \frac{162}{3} = 54^{fr}$

De 100^{kgr} de farine le boulanger retire

$$54^{f} + 9^{f} = 63^{fr}.$$

5^{kgr} de farine donnent en pain 6^{kgr};
10^{kgr} donneront en pain 12^{kgr}.
100^{kgr} donneront en pain 120^{kgr}.
Or, 120^{kgr} de pain rapportent 63 fr.

Le prix de 1^{kgr} de pain sera $\frac{63}{120} = 0^{f},525$.

Réponse. — Le kilogr. de pain sera vendu 52 centimes et demi.

103. *Une terre a 2 hectares 32 centiares de superficie. Elle est louée 85 francs l'arpent et l'arpent vaut 42 ares 20 centiares 8 dixièmes. Le fermier cultive du colza et dépense $242^{f},50$ par hectare; il récolte 59 hectolitres de grain qu'il vend $22^{f},75$ l'hectolitre. Calculer le bénéfice total et le bénéfice par hectare.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Rennes, 1878.

Prix du loyer par are $\frac{85^{f}}{42,208}$.

Loyer du champ.........	$\frac{85^{f}}{42,208} \times 200,32 =$	$403^{f},411$
Frais de culture.........	$242^{f},5 \times 2,0032 =$	$485^{f},776$
	Dépense totale...	$889^{f},187$
Produit de la récolte........	$22^{f},75 \times 59 =$	$1342^{f},25$
	Bénéfice après le prélèvement des frais...	$453^{f},07$

Bénéfice par hectare $453,06 : 2,0032 = 226^{f},167$.

104. *Un négociant a acheté, au prix de 25 francs l'hectolitre, 30 barriques de vin d'une contenance moyenne de 218 litres. Il a dépensé en plus 250 francs pour le transport et les droits d'octroi. Il mouille ce vin, c'est-à-dire il y mêle de l'eau à raison de 1,8 %. On demande combien le négociant devra vendre l'hectolitre du liquide ainsi préparé pour gagner 20 % sur ses déboursés?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1875.

Nombre de litres achetés .... $218^{l} \times 30 = 6540^{l} = 65^{hl},4$.
Prix d'achat.............................. $25^{f} \times 65,4 = 1635$ fr.
Déboursés.............................. $1635^{f} + 250^{f} = 1885$ fr.
Bénéfice de $0^{f},20$ par franc............... $0^{f},2 \times 1885 = 377$ fr.
Somme à retirer, $1885^{f} + 377^{f} = 2262$ fr.
18 décil. d'eau par hectol., $1^{l},8 \times 65,4 = 117^{l},72$.
Nombre de litres du mélange, $6540 + 117,72 = 6657^{l},72 = 66^{hl},5772$.
Prix de vente de l'hectolitre, $2262 : 66,5772 = 33^{f},975$.

105. *Un minerai de plomb contient 18 % de plomb pur; mais à la fonte, on perd 14 % de ce plomb. Combien faut-il traiter de kilogrammes de minerai pour fournir 4 644 francs de plomb pur, ce plomb étant vendu 60 francs les 100 kilogrammes?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

D'abord le prix du kilogramme de plomb est $0^{f},60$.
100^{kg} de minerai contiennent 18^{kg} de plomb.
La perte de plomb est 0,14 de 18^{kg}, c'est-à-dire $18^{kg} \times 0,14 = 2^{kg},52$.
Le poids de plomb fourni par 100^{kg} de minerai est donc

$$18^{kg} - 2^{kg},52 = 15^{kg},48.$$

La vente de ce plomb donnera

$$0^{f},60 \times 15,48 = 9^{f},288.$$

Autant de fois il y a $9^f,288$ dans 4644^f, autant de fois il y aura 100^{kg} dans le poids de minerai demandé.

Ce nombre de fois est

$$4644 : 9,288 = 500.$$

Réponse. — Le poids de minerai est 50 000 kilogrammes.

106. *Les houilles grasses du bassin de la Loire, carbonisées dans des fours, rendent une quantité de coke dont le volume est les 0,61 du volume de la houille; l'hectolitre de coke pèse 43 kilogrammes et les frais de main-d'œuvre sont de 10 centimes par 100 kilogrammes de coke obtenu.*

Trouver d'après cela combien on a dû traiter d'hectolitres de houille, si les frais de main-d'œuvre se sont élevés à 75 000 francs.

Brevet élémentaire. Aspirants. — 1875.

Nombre de quintaux de coke obtenu

$$7\,500\,000 : 10 = 750\,000^q = 75\,000\,000^{kgr}.$$

Nombre d'hectolitres de ce coke, $\frac{75\,000\,000}{43}$.

Ce nombre d'hectolitres est les 0,61 du vol. de la houille employée.

Le 100^e du vol. de la houille est $\frac{75\,000\,000}{43 \times 61}$.

Le volume de la houille traitée est donc

$$\frac{75\,000\,000 \times 100}{43 \times 61} = 2\,859\,322 \text{ hectolitres.}$$

107. *Un magasin est éclairé par 58 becs de gaz, de 5 heures et quart à minuit, et chaque bec consomme 135 litres de gaz par heure. Le mètre cube de gaz coûte 35 centimes.*

Trouver la dépense d'éclairage pour le mois de janvier, en sachant que le 1^{er} de ce mois est un vendredi et que le magasin est fermé le dimanche.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1876.

De $5^h \frac{1}{4}$ à minuit, il y a $6^h \frac{3}{4}$ ou $6^h,75$.

Chaque bec brûle par jour, $135^l \times 6,75 = 911^l,25$.

La quantité totale de gaz brûlée par jour est

$$911^l,25 \times 58 = 52\,852^l,5.$$

Le 1^{er} janvier étant un vendredi, le 31 est un dimanche, et le mois contient 5 dimanches; il reste donc 26 jours d'éclairage.

En 26 jours, la quantité de gaz brûlé est

$$52\,852^l,5 \times 26 = 1\,374\,165^l = 1374^{mc},165.$$

La dépense totale sera

$$0^f,35 \times 1374,165 = 480^f,95775.$$

Réponse. — La dépense est de $480^f,96$.

108. *On a acheté 7 barils d'huile d'olive, contenant chacun 122 litres, au prix de 318 fr. les 100 kilogrammes. On revend cette huile à raison de $4^f,25$ le kilogramme, mais il y a un déchet de 5 litres $\frac{3}{4}$ par baril. Trouver quel bénéfice sera réalisé, en sachant que le litre d'huile pèse 915 grammes.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Juillet, 1881.

Nombre de litres achetés .... $122^l \times 7 = 854$ litres.
Poids de cette huile .... $0^{kg},915 \times 854 = 781^{kg},41$.
Prix d'achat du kilogramme .... $3^f,18$.
Somme déboursée pour l'achat de l'huile :

$$3^f,18 \times 781,41 = 2484^f,8838.$$

Nombre de litres perdus .... $5^l,75 \times 7 = 40^l,25$.
Nombre de litres vendus .... $854 - 40,25 = 813^l,75$.
Poids de l'huile vendue .... $0^{kg},915 \times 813,75 = 744^{kg},581$.
Somme retirée de la vente .... $4^f,25 \times 744,581 = 3164^f,469$.
Bénéfice réalisé $3164^f,47 - 2484,88 = 679^f,59$.

109. *Pour faire un oreiller, il faut pour $11^f,25$ de duvet d'oie, du prix de $4^f,50$ le demi-kilogramme. Une oie fournit environ 125 grammes de duvet. Or, au lieu d'acheter le duvet, une ménagère préfère acheter des oies, pour les engraisser et les revendre ensuite.*

Avant l'engraissement, l'oie pèse en moyenne 5 kilogrammes, et vaut 90 centimes le kilogramme. Pendant l'engraissement, qui dure 24 jours, l'oie consomme, sous forme de boulettes, 12 litres de lait à 20 centimes le litre et 12 kilogrammes de farine de maïs à 25 centimes le kilogramme. L'engraissement terminé, le poids de l'oie est doublé et la valeur de la chair augmente d'un quart.

On demande combien cette femme doit engraisser d'oies pour avoir son oreiller et quel sera son bénéfice à la vente.

Certificat d'études primaires. — Gard, 1878.

Poids de duvet à employer, $11,25 : 9 = 1^{kg},25 = 1250$ grammes.
Nombre d'oies pour fournir ce duvet.......... $1250 : 125 = 10$.
Prix d'achat de 10 oies................ $0^f,90 \times 5 \times 10 = 45$ fr.
Frais d'engraissement de 10 oies :

$$(0^f,25 + 0^f20) \times 12 \times 10 = 0^f,45 \times 120 = 54 \text{ fr.}$$

Dépense pour achat et engraissement....... $40^f + 54^f = 99$ fr.
Poids des 10 oies engraissées...... $5^{kg} \times 2 \times 10 = 100$ kilogr.
Prix de vente du kilogr............... $0^f,90 + \frac{[illegible]}{4} = 1^f,125$.
Produit de la vente..................... $1^f,125 \times 100 = 112^f,50$.
Bénéfice retiré de la vente en sus du duvet :

$$112^f,50 - 99^f = 13^f,50.$$

110. *L'hectolitre de blé pesant* 75 *kilogrammes se vend* 27^f,50. *Après mouture, cet hectolitre de blé a donné* 15 °/₀ *de son poids de son,* 82 °/₀ *de farine et il y a* 3 °/₀ *de perte. Le son est vendu à raison de* 15 *fr. les* 100 *kilogrammes. La farine transformée en pain a absorbé, après cuisson,* 35 °/₀ *de son poids d'eau. Ce pain a été vendu* 40 *centimes le kilogramme. On demande, défalcation faite de ce qu'a coûté l'hectolitre de blé, ce qui reste au boulanger pour payer les frais de fabrication et constituer son bénéfice.*

Concours pour les bourses des écoles municipales supérieures à Paris, 1879.

Poids du son.......................... $75^{kg} \times 0,15 = 11^{kg},25$.
Poids de la farine...................... $75^{kg} \times 0,82 = 61^{kg},50$.
Poids du pain........... $61^{kg},50 + 61^{kg},50 \times 0,35 = 83^{kg},025$
Produit de la vente du pain. $0^f,4 \times 83,025 = 33^f,21$
Produit de la vente du son. $0^f,15 \times 11,25 = 1^f,68\text{-}5$
Produit total... $34^f,8975$

Reste $34^f,89 - 27^f,50 = 7^f,39$.

111. *On a deux pièces de toile de qualités et de longueurs différentes, et* 3 *mètres de l'une valent* 2 *mètres de l'autre. La pièce de qualité inférieure a la plus grande longueur, et on sait qu'avec l'excédent de sa longueur sur celle de l'autre, on a pu faire* 4 *chemises, comprenant chacune* 3^m,20 *et valant ensemble* 19^f,20 *sans compter les frais de confection. La pièce de première qualité ayant coûté* 135 *fr., on demande la longueur de chaque pièce et le prix de la pièce de deuxième qualité.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Toile employée pour les 4 chemises. .... $3^m,20 \times 4 = 12^m,80$.

Prix du mètre de la qual. inférieure........ $19,2 : 12,8 = 1^f,50$
Prix de 2 mètres de la qual. supérieure..... $1^f,50 \times 3 = 4^f,50$.
Prix du mètre de cette qualité................ $4.50 : 2 = 2^f,25$.
Prix de la pièce de 1re qualité........................... 135 fr.
Nombre de mètres de cette pièce............ $135 : 2,25 = 60^m$.
Nombre de mètres de la pièce de la qualité inférieure :

$$60^m + 12^m,80 = 72^m,80.$$

Prix de cette pièce $1^f,50 \times 72,8 = 109^f,20$.

Réponse.— Pièce de 1re qualité, 60^m. Pièce de 2^e qualité, 72^m,80.
Prix de la 2^e pièce, 109^f.20.

112. *De deux négociants le premier fait par an* 1 246 180 *fr d'affaires et le second* 2 187 800 *fr. Le* 1er *gagne* 9 °/₀ *et le* 2^e 11 °/₀ *sur le montant total de leurs affaires. Le* 1er *consacre* $4\frac{1}{2}$ °/₀, *de son bénéfice à l'entretien de sa maison et le* 2^e $3\frac{1}{4}$ °/₀, *et ils économisent le reste. On demande au bout de combien d'années le* 2^e *aura économisé* 300 000 *fr. de plus que le* 1er.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Bordeaux, 1876.

Gain du 1er........... $0^f,09 \times 1\,246\,180 = 112\,156^f,20$
Dépenses du 1er..... $0^f,045 \times 112\,156,2 = 5047^f,03$
Économies par an du 1er... $107\,109^f,17$
Gain du 2^e............ $0^f,11 \times 2\,187\,800 = 240\,658^f,00$
Dépenses du 2^e....... $0^f,0325 \times 240\,658 = 7821^f,38$
Economies par an du 2^e.. $232\,836^f,62$
Économies du 1er......... $107\,109^f,17$
Différence... $125\,727^f,45$

Autant de fois cette différence sera contenue dans 300 000, autant il y aura d'années dans le temps demandé. On trouve

$$\frac{300\,000}{125\,727,45} = 2^a\,4^m\,19^j.$$

113. *Une personne a acheté* 46^m,75 *de toile à* 1^f,85 *le mètre et* 37^m,50 *à* 1^f,75 *le mètre. Avec cette toile, elle fait* 18 *serviettes et* 5 *douzaines d'essuie-mains, ce qui lui coûte* 32^f,80 *de façon.*

Trouver à combien lui revient chaque serviette et chaque essuie-main, en sachant qu'il faut pour une serviette autant de toile que *pour deux essuie-mains et que la confection des serviettes a coûté* 10^{f},75.

Certificat d'études primaires. — Orne, 1870.

Façon des serviettes.................................... 10^{f},75.
Façon des essuie-mains .... 32^{f}.80 — 10^{f},75 = 22^{f},05.
 Prix du 1er achat........ 1^{f},85 × 46,75 = 86^{f},4875
 Prix du 2^{e} achat......... 1^{f},75 × 37,50 = 65^{f},6250
 Total... 84^{m},25 pour 152^{f},1125

Prix moyen du mètre, 152^{f},1125 : 84,25 = 1^{f},8055.

La toile employée pour les 18 serviettes aurait fait 36 essuie-mains, ce qui revient à un nombre total d'essuie-mains égal à 60 + 36 = 96.

Le partage des 84^{m},25 en 96 parties égales donne

84^{m},25 : 96 = 0^{m},877.

Pour un essuie-main, on a dépensé :
 en toile.................... 1^{f},8055 × 0,877 = 1^{f},583
 en façon .... 22^{f},05 : 60 = 0^{f},367
 Total.... 1^{f},950

Pour une serviette, on a dépensé :
 en toile........................ 1^{f},583 × 2 = 3^{f},166
 en façon .... 10^{f},75 : 18 = 0^{f},597
 Total... 3^{f},763

Réponse. — Prix de l'essuie-main, 1^{f},95 ; de la serviette, 3^{f},76.

114. *Dans le courant d'une année, le propriétaire d'une usine a payé* 2 314^{f},50 *pour le transport, à une distance de* 2 *myriamètres* 37 *hectomètres, de la houille dont il a besoin. On demande de calculer le nombre d'hectolitres consommés dans l'usine, en sachant qu'on paye* 12 *centimes par kilomètre pour le transport de* 1 000 *kilogrammes, plus un droit de* 3^{f},24 *pour* 3 240 *hectolitres, et qu'un hectolitre de houille pèse* 75 *kilogrammes.*

Concours pour les bourses aux Écoles supérieures municipales de Paris. — 1875.

1000 kilogr. font 1 tonne. — 2 myr. 37 hectom. font 23^{kil},7.
Le prix du transport de la tonne rendue à l'usine est

0^{f},12 × 23,7 = 2^{f},844.

Pour 3240 hectolitres, le droit fixe est de 3^{f},24.
Pour 1 hectolitre ou 75 kilogr., ce droit sera

3,24 : 3240 = 0^{f},001.

Pour 75 tonnes, il sera 1000 fois 0^{f},001, c'est-à-dire 1 fr.
Pour une tonne, il sera 1 : 75 = 0^{f},0133.
La dépense pour la tonne rendue à l'usine est

2^{f},844 + 0^{f},013 = 2^{f},857.

Le nombre de tonnes de houille pour une année est

2314,50 : 2,857 = 810^{t}, 118.

Le nombre d'hectolitres de la houille consommée est

810 118 : 75 = 10 801 hectolitres.

115. *Un marchand, en vendant* 258 *mètres d'une première étoffe au prix de* 2^{f},75 *le mètre, a fait une perte de* 23 °/$_{0}$ *sur le prix d'achat. D'un autre côté, il a vendu pour* 487 *fr. un lot d'une deuxième étoffe qui lui avait coûté* 450 *fr. On demande :* 1° *combien il a gagné ou perdu pour cent sur l'ensemble des deux marchés ;* 2° *combien il aurait dû vendre le mètre de la première étoffe pour ne faire ni gain ni perte sur cet ensemble.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Caen, 1879.
Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1882.

1° La première vente produit 2,75 × 258 = 709^{f},50.
La perte étant de 23 °/$_{0}$, cette somme est seulement les 0,77 du prix d'achat.

Le prix d'achat était $\frac{709,50 \times 100}{77}$ = 921^{f},43.

La perte dans la 1re vente est...... 921,43 — 709,50 = 211^{fr},93.
Le gain dans la 2^{e} vente est.............. 487 — 450 — 37^{f},00.
En définitive, il y a perte de .... 211,93 — 37 = 174^{f},93.
La somme dans les deux marchés est 921,43 + 450 = 1371^{f},43.

La perte pour 100 sur le total est $\frac{174,93 \times 100}{1371,43}$ = 12,75

2° Pour compenser la perte dans la 1re vente, le marchand aurait dû retirer 709,50 + 174,93 = 884^{f},43.
Le prix de vente du mètre serait alors 884,43 : 258 = 3^{f},428.

116. *Un boulanger paye* 24^{f},75 *un hectolitre de blé du poids de* 78 *kilogr. Après mouture, cet hectolitre a donné* 12 °/$_{0}$ *de son poids de son,* 86 °/$_{0}$ *de farine et il y a eu* 2 °/$_{0}$ *de perte. Le son est vendu au prix de* 15 *fr. les* 100 *kilogr. La farine transformée en pain a absorbé, après cuisson,* 35 °/$_{0}$ *de son poids d'eau, et ce pain a été vendu* 35 *centimes le kilogramme.*

On demande, défalcation faite du prix de l'hectolitre de blé, ce qui reste au boulanger pour payer les frais de fabrication et pour constituer son bénéfice.

Concours pour les bourses d'enseignement primaire supérieur. — Paris, 1880.

Poids du son rendu .... $78^{kg} \times 0,12 = 9^{kg},36$.
Poids de farine......................... $78^{kg} \times 0,86 = 67^{kg},08$.
1 kilogr. de farine avec $0^{kg},35$ d'eau donne $1^{kg},35$ de pain.
Poids total du pain $1^{kg},35 \times 67,08 = 90^{kg},558$.
Produit de la vente du pain... $0^{f},35 \times 90,558 = 31^{f},695$
Produit de la vente du son... $0^{f},15 \times 9,36 = 1^{f},404$
Produit total de la vente..................... $33^{f},099$
Reste au boulanger............ $33,10 - 24,75 = 8^{f},35$

117. *Une personne voulant savoir lequel des deux modes d'éclairage, à l'huile ou à la bougie, est le moins cher, fait les deux expériences suivantes. Elle emploie 1 kilogr. de bougies, qui l'éclaire 5 heures par jour pendant 8 jours; puis 1 kilogr. d'huile, qui l'éclaire 6 heures par jour pendant 4 jours. Le kilogr. de bougie coûte* $3^{f},20$ *et le kilogr. d'huile* $1^{f},50$. *Quel est le mode le plus économique et quelle économie réalise-t-on au bout d'un mois de 30 jours, si la durée de l'éclairage est de 5 heures ½ par jour?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Douai.

La durée de l'éclairage est :
avec 1^{kg} de bougie............................. $5^{h} \times 8 = 40^{h}$
avec 1^{kg} d'huile.............................. $6^{h} \times 4 = 24^{h}$.
Le prix d'une heure d'éclairage est :
avec la bougie............................ $3^{f},20 : 40 = 0^{f},08$.
avec l'huile.............................. $1^{f},50 : 24 = 0^{f},0625$.
Différence........................ $0^{f},08 - 0^{f},0625 = 0^{f},0175$.
Durée de l'éclairage pendant le mois : $5^{h},5 \times 30 = 165^{h}$.
Economie réalisée : $0^{f},0175 \times 165 = 2^{f},8875$.

Réponse. — L'éclairage à l'huile est le moins cher. L'économie au bout du mois serait de $2^{f},89$.

118. *Un marchand a acheté 357 quintaux métriques de blé, au prix de 22 fr. l'hectolitre pesant 78 kilogr. Il paye en outre: 1° pour chargement et déchargement 15 centimes par hectolitre. 2° pour le transport à 127 kilomètres de distance 67 centimes par tonne et par kilomètre. Ce blé après la mouture donne 1 820 kilog. de son, qui sont vendus* $0^{f},50$ *le kilogr. et 332 quintaux de farine;*

A quel prix le marchand doit-il vendre le sac de farine de 150 kilogr. pour avoir un bénéfice de $1^{f},75$ *par hectolitre de blé?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Douai.

Nombre d'hectolitres $35\,700 : 78 = 457^{hl},692$
Prix d'achat........... $22^{f} \times 457,692 = 10\,069^{f},224$
Chargement et décharg. $0^{f},15 \times 457,692 = 68^{f},653$
Transport........ $0^{f},67 \times 3,57 \times 127 = 3037^{f},713$
Déboursé......... $13\,175^{f},59$
Gain à faire......... $1^{f},75 \times 457,692 = 800^{f},96$
A retirer de la vente....... $13\,976^{f},55$
Produit du son............ $0^{f},50 \times 1820 = 910^{f},00$
La farine doit produire.................... $13\,066^{f},55$
Le nombre des sacs sera $33\,200 : 150 = 221,33$.
Le prix du sac sera $13\,066^{f},55 : 221,33 = 59^{f},03$.

119. *Un cultivateur a récolté les betteraves d'un champ de 17 hectares 85 ares 72 centiares, et il les a vendues au prix de 19 francs les 1000 kilogrammes. La moyenne de la récolte est de 63 457 kilogr. par hectare. L'acheteur lui décompte 7,5 °/₀ sur le poids des 36 premiers centièmes de ces betteraves; 12,85 °/₀ sur les 48 centièmes suivants; 23,6 °/₀ sur le reste.*

Le cultivateur a dépensé par hectare, savoir : 175 fr. pour le fermage; $187^{f},50$ *pour frais de culture et de transport;* $348^{f},75$ *pour engrais. Trouver le bénéfice ou la perte.*

Admission à l'École normale de Douai. — 1879.

Le poids brut de la récolte est

$$63\,457^{kg} \times 17,8572 = 1\,133\,164^{kg}.$$

Les 0,36 de ce poids sont $1\,133\,164 \times 0,36 = 407\,939^{kg},04$.
Les 0,48 sont.................. $1\,133\,164 \times 0,48 = 543\,918^{kg},72$.
Le reste ou 0,16 est............ $1\,133\,164 \times 0,16 = 181\,306^{kg},24$.
La réduction sur ces trois parties est :
pour la 1re......... $407\,939 \times 0,075 = 30\,595^{kg},425$
pour la 2e......... $543\,918 \times 0,1285 = 69\,893^{kg},463$
pour la 3e......... $181\,306 \times 0,236 = 42\,788^{kg},216$
Réduction totale... $143\,277^{kg}$
A retrancher du poids total qui est..... $1\,133\,164^{kg}$
Reste pour poids net... $989\,887^{kg}$
La vente a produit $19^{f} \times 989,887 = 18\,807^{f},853$.
Dépense par hectare, $175^{f} + 187^{f},50 + 348^{f},75 = 711^{f},25$.

Dépense totale $711^{f},25 \times 17,8572 = 12\,700^{f},9335$.
Bénéfice $18\,807^{f},85 - 12\,700^{f},93 = 6106^{f},92$.

120. *Le minerai d'une usine où l'on extrait le plomb contient 23 °/₀ de ce métal; le plomb que l'on en retire contient lui-même 3 millièmes d'argent. Les produits divers forment annuellement une valeur de 1 750 000 francs. — On demande combien l'usine produit de plomb et d'argent, et quelle est la quantité de minerai traité. — On sait que le prix du plomb est de 55 fr. le quintal métrique, et celui de l'argent pur de $222^{f},22$ le kilogramme. — La perte du plomb est de 9 °/₀ et celle de l'argent de 1 °/₀.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Agen, 1876.

Observation. — Ce problème manque de clarté. Les 9 °/₀ de perte de plomb se rapportent-ils au poids du minerai ou à celui du plomb qu'il renferme? Même incertitude sur la perte de 1 °/₀ de l'argent. Nous supposerons ici que la perte de plomb est de 9 °/₀ du poids de minerai et que la perte d'argent est de 1 °/₀ du poids de l'argent contenu dans le plomb.

100^{kg} de minerai contiennent 23^{kg} de plomb; mais il y a une perte de 9^{kg} de plomb.

De 100^{kg} de minerai, on retire seulement 14^{kg} de plomb.

Le poids d'argent contenu dans ce plomb est 3 millièmes de 14^{kg} ou $14\,000^{gr} \times 0,003 = 42$ grammes.

On perd 1 centième de 42^{gr}, c'est-à-dire $0^{gr},42$.

Le poids d'argent retiré de 14^{kg} de plomb est donc

$$42^{gr} - 0^{gr},42 = 41^{gr},58.$$

Le poids de plomb qui reste est

$$14\,000^{gr} - 0^{gr},42 = 13\,958^{gr}.$$

La vente de ce plomb produit $0^{f},55 \times 13,958 = 7^{f},6769$.
La vente de l'argent produit $0^{f},22222 \times 41,58 = 9^{f},2399$.
1 quintal de minerai produit $7^{f},6769 + 9^{f},2399 = 16^{f},9168$.
Le nombre de quintaux de minerai traité annuellement est

$$1\,750\,000 : 16,9168 = 103\,447,46, \text{ ou } 10\,344\,746 \text{ kilogr.}$$

Le poids de plomb obtenu est

$$13^{kg},958 \times 103\,447,46 = 1\,443\,919^{kg}.$$

Le poids de l'argent obtenu est

$$41^{gr},58 \times 103\,447,46 = 4\,301\,345^{gr}.$$

CHAPITRE II

SUR LES FRACTIONS ORDINAIRES

Conseils.

1° Écrivez à côté de chaque fraction l'indication du nom de l'unité à laquelle elle se rapporte.

2° Simplifiez la fraction qui vient d'être obtenue, après avoir reconnu si ses deux termes sont divisibles par les nombres 2, 3, 4, 5, 9, 11.

3° Dans la réduction des fractions au même dénominateur, cherchez toujours le plus petit dénominateur commun.

Pour cela, on examine d'abord si le plus grand des dénominateurs des fractions proposées est divisible par tous les autres; dans ce cas, ce sera le plus petit dénominateur commun. Dans le cas contraire, on essaie de le multiplier par 2, 3, 4, 5, etc., pour trouver un multiple commun de tous les dénominateurs.

C'est seulement quand ce moyen ne réussit pas qu'on recourt à la décomposition des dénominateurs en facteurs premiers.

4° Dans la multiplication de deux fractions dont l'une a son numérateur égal au dénominateur de l'autre, prenez immédiatement pour produit une fraction formée de l'autre numérateur et de l'autre dénominateur.

5° Dans la division de deux fractions ayant le même dénominateur, prenez pour quotient une fraction ayant le numérateur du dividende et pour dénominateur le numérateur du diviseur.

6° Évitez en général, dans les calculs, de remplacer une fraction ordinaire par une fraction décimale, si la fraction décimale n'en est pas la valeur exacte, excepté quand on reconnaît

Dépense totale $711^{f},25 \times 17,8572 = 12\,700^{f},9335$.
Bénéfice $18\,807^{f},85 - 12\,700^{f},93 = 6106^{f},92$.

120. *Le minerai d'une usine où l'on extrait le plomb contient 23 °/₀ de ce métal; le plomb que l'on en retire contient lui-même 3 millièmes d'argent. Les produits divers forment annuellement une valeur de 1 750 000 francs. — On demande combien l'usine produit de plomb et d'argent, et quelle est la quantité de minerai traité. — On sait que le prix du plomb est de 55 fr. le quintal métrique, et celui de l'argent pur de $222^{f},22$ le kilogramme. — La perte du plomb est de 9 °/₀ et celle de l'argent de 1 °/₀.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Agen, 1876.

Observation. — Ce problème manque de clarté. Les 9 °/₀ de perte de plomb se rapportent-ils au poids du minerai ou à celui du plomb qu'il renferme? Même incertitude sur la perte de 1 °/₀ de l'argent. Nous supposerons ici que la perte de plomb est de 9 °/₀ du poids de minerai et que la perte d'argent est de 1 °/₀ du poids de l'argent contenu dans le plomb.

100^{kg} de minerai contiennent 23^{kg} de plomb; mais il y a une perte de 9^{kg} de plomb.

De 100^{kg} de minerai, on retire seulement 14^{kg} de plomb.

Le poids d'argent contenu dans ce plomb est 3 millièmes de 14^{kg} ou $14\,000^{gr} \times 0,003 = 42$ grammes.

On perd 1 centième de 42^{gr}, c'est-à-dire $0^{gr},42$.

Le poids d'argent retiré de 14^{kg} de plomb est donc

$$42^{gr} - 0^{gr},42 = 41^{gr},58.$$

Le poids de plomb qui reste est

$$14\,000^{gr} - 0^{gr},42 = 13\,958^{gr}.$$

La vente de ce plomb produit $0^{f},55 \times 13,958 = 7^{f},6769$.
La vente de l'argent produit $0^{f},22222 \times 41,58 = 9^{f},2399$.
1 quintal de minerai produit $7^{f},6769 + 9^{f},2399 = 16^{f},9168$.
Le nombre de quintaux de minerai traité annuellement est

$$1\,750\,000 : 16,9168 = 103\,447,46, \text{ ou } 10\,344\,746 \text{ kilogr.}$$

Le poids de plomb obtenu est

$$13^{kg},958 \times 103\,447,46 = 1\,443\,919^{kg}.$$

Le poids de l'argent obtenu est

$$41^{gr},58 \times 103\,447,46 = 4\,301\,345^{gr}.$$

CHAPITRE II

SUR LES FRACTIONS ORDINAIRES

Conseils.

1° Écrivez à côté de chaque fraction l'indication du nom de l'unité à laquelle elle se rapporte.

2° Simplifiez la fraction qui vient d'être obtenue, après avoir reconnu si ses deux termes sont divisibles par les nombres 2, 3, 4, 5, 9, 11.

3° Dans la réduction des fractions au même dénominateur, cherchez toujours le plus petit dénominateur commun.

Pour cela, on examine d'abord si le plus grand des dénominateurs des fractions proposées est divisible par tous les autres; dans ce cas, ce sera le plus petit dénominateur commun. Dans le cas contraire, on essaie de le multiplier par 2, 3, 4, 5, etc., pour trouver un multiple commun de tous les dénominateurs.

C'est seulement quand ce moyen ne réussit pas qu'on recourt à la décomposition des dénominateurs en facteurs premiers.

4° Dans la multiplication de deux fractions dont l'une a son numérateur égal au dénominateur de l'autre, prenez immédiatement pour produit une fraction formée de l'autre numérateur et de l'autre dénominateur.

5° Dans la division de deux fractions ayant le même dénominateur, prenez pour quotient une fraction ayant le numérateur du dividende et pour dénominateur le numérateur du diviseur.

6° Évitez en général, dans les calculs, de remplacer une fraction ordinaire par une fraction décimale, si la fraction décimale n'en est pas la valeur exacte, excepté quand on reconnait qu'il y a avantage à le faire pour éviter des calculs trop longs; ayez soin dans ce cas de prendre assez de chiffres décimaux pour que l'erreur qui en résulte dans le résultat définitif ne soit pas plus forte que le problème ne le comporte.

§ 1. — PROBLÈMES DANS L'ÉNONCÉ DESQUELS IL N'ENTRE QU'UNE SEULE FRACTION ORDINAIRE AVEC DES NOMBRES ENTIERS OU DÉCIMAUX

121. *A un certain moment, le thermomètre marquait 26 degrés sur l'échelle centigrade; quelle était la température marquée au même instant sur l'échelle Réaumur* (1)?

Brevet élémentaire. Aspirantes.

100 degrés centigrades valent 80 degrés R;

1 degré centigrade vaut $\frac{80}{100}$ ou $\frac{4}{5}$ en degrés R;

26 degrés centigrades valent en degrés R :

$$\frac{4}{5} \times 26 = \frac{104}{5} = 20^{R},8.$$

REMARQUE. — Puisque 1 degré centigrade vaut $\frac{4}{5}$ en degrés R, on voit que pour convertir en degrés Réaumur une température donnée en degrés centigrades, il suffit de diminuer le nombre de degrés centigrades d'un 5e de sa valeur.

122. *Le thermomètre marquant 17 degrés à l'échelle Réaumur, évaluer cette température en degrés centigrades.*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

80 degrés R valent 100 degrés centigrades ;

1 degré R vaut en centigrades $\frac{100}{80}$ ou $\frac{5}{4}$.

17 degrés R valent en centigrades:

$$\frac{5}{4} \times 17 = \frac{85}{4} = 21^{c},25.$$

1. L'intervalle qui s'étend entre les deux points où arrive le sommet de la colonne liquide (mercure ou alcool) à la température de la glace fondante et à la température de l'eau bouillante est divisé en 100 parties égales dans la graduation centigrade et 80 dans la graduation Réaumur. Le zéro correspond à la température de la glace fondante.

REMARQUE. — Puisque 1 degré R vaut $\frac{5}{4}$ en degrés centigrades, on voit que, pour convertir en degrés centigrades une température donnée en degrés R, il suffit d'augmenter le nombre de degrés centigrades du quart de sa valeur.

123. *Le thermomètre Fahrenheit marquant 97 degrés, trouver la température correspondante en degrés centigrades* (1).

Brevet élémentaire. Aspirantes. —Paris, 1877.

On retranche d'abord 32 de 97, ce qui donne:

$$97 - 32 = 65 \text{ degrés F}$$

depuis le zéro centigrade jusqu'au sommet de la colonne liquide. Or, 180^{F} valent 100^{c},

$$1^{F} \text{ vaut } \frac{100}{180} \text{ ou } \frac{5}{9} \text{ en degrés centigrades.}$$

Donc, les 65^{F} à partir du zéro centigrade valent

$$\frac{5}{9} \times 65 = \frac{325}{9} = 36^{c}\,\frac{1}{9}.$$

124. *Le prix de la doublure d'une étoffe est les $\frac{2}{7}$ de celui de l'étoffe. Or, 18 mètres de cette étoffe ainsi doublée valent 162 fr. Quelle est la valeur d'un mètre de doublure ?*

Certificat d'études primaires. — Saint-Denis ; 1877.

Le prix du mètre d'étoffe doublée est $162^{f} : 18 = 9$ fr.

Le prix de l'étoffe doublée égale le prix de l'étoffe elle-même, plus $\frac{2}{7}$ de ce prix, c'est-à-dire $\frac{9}{7}$ du prix de l'étoffe.

Or, 9 fois la 7e partie du prix du mètre d'étoffe valent 9 fr.

La 7e partie de ce prix est 1 fr.

Le prix du mètre d'étoffe est 7 fr.

Le mètre de doublure est donc $9^{f} - 7^{f} = 2$ fr.

1. Dans le thermomètre Fahrenheit, usité en Angleterre, en Hollande et dans l'Amérique du Nord, le zéro correspond à un froid plus intense que celui de la glace fondante. L'intervalle entre ce point et celui de l'eau bouillante a été divisé en 212 parties égales. A la température de la glace fondante, ce thermomètre marque 32 degrés centigrades.

125. *Les $\frac{2}{3}$ du bois que contient un magasin ont été vendus pour* 2 940 *fr. à raison de* 14 *fr. le stère. Combien de stères sont restés en magasin et quelle en est la valeur?*
Certificat d'études primaires.— Saint-Denis, 1877.

La quantité qui reste est $\frac{1}{3}$ du bois que contenait le magasin.

Cette quantité vaut la moitié de 2940^{f}, c'est-à-dire 1470 fr.
Le nombre de stères restant est $1470 : 14 = 105$.

Réponse. — Il y a encore 105 stères valant 1 470 francs.

126. *Les $\frac{5}{6}$ d'une pièce de drap valent* $378^{f},50$; *quel est le prix de la pièce entière?*
Certificat d'études primaires. — Paris, 1878.

5 fois la 6e partie de la pièce valent $378^{f},50$.
La 6e partie vaut 5 fois moins, c'est-à-dire $378^{f},50 : 5 = 75^{f},70$.
La pièce entière vaut $75^{f},70 \times 6 = 454^{f},20$.

127. *Un établissement d'éducation entretient pendant 5 mois* 1 *tiers* 9 *poêles, dont chacun brûle en moyenne* 370 *décimètres cubes de charbon par mois. L'hectolitre coûtant* $1^{f},85$, *trouver quel serait en monnaie de bronze le poids de la somme nécessaire pour payer la dépense du chauffage pendant ce temps.*
Brevet élémentaire. Aspirants. — Dijon, 1871.

En 1 mois les 9 poêles ont brûlé $370 \times 9 = 3330$ litres.
En 5 mois $\frac{1}{3}$, ils ont brûlé

$$3330^{l} \times 5 + 1110^{l} = 17760^{l} = 177^{hl},6.$$

La dépense est égale à $1^{f},85 \times 177,6 = 328^{f},56$.

Réponse. — Poids de cette somme en cuivre, 32 856 grammes.

128. *Un propriétaire a vendu les $\frac{5}{9}$ de sa récolte de vin, et il lui en reste encore pour* $2\,785^{f},60$. *Combien a-t-il récolté de tonneaux de vin de* 860 *litres chacun, l'hectolitre coûtant* $24^{f},50$?
Certificat d'études primaires. — Charente, 1877.

Les 4 neuvièmes de la récolte valent.................. $2785^{fr},60$.
1 neuvième vaut.......................... $2785,60 : 4 = 696^{f},40$.
La récolte valait......................... $696,40 \times 9 = 6267^{f},60$.
Nombre d'hectolitres récoltés.......... $6276,6 : 24,5 = 255^{hl},82$.
Nombre de tonneaux de vin................. $25582 : 860 = 29$.
Réponse. — 29 tonneaux plus 642 litres.

129. *Un fabricant de cidre a acheté* 175 *hectolitres de pommes, et il en a perdu les $\frac{2}{25}$ par suite d'avarie dans le transport. Un hectolitre de pommes donne* 1 *tiers d'hectolitre de cidre, et ce cidre vaut en moyenne* $3^{f},30$ *le demi-hectolitre. A quel prix revenait l'hectolitre de pommes?*
Certificat d'études primaires. — Charente, 1877.

Les $\frac{2}{25}$ ou 0,08 de 175 hectol. sont $175 \times 0,08 = 14^{hl}$.
Nombre d'hect. de pommes employé, $175 - 14 = 161^{hl}$.
Nombre d'hect. de cidre obtenu $\frac{161}{3}$.

Valeur de ce cidre $\frac{6,6 \times 161}{3} = \frac{1062,6}{3} = 354^{fr},20$.

Prix d'achat de l'hect. de pommes $354^{f},20 : 175 = 2^{f},024$.

130. *Une lampe brûle pour* 2 *centimes d'huile et* 3 *millimes de mèche par heure. Quelle sera la dépense du* 1er *octobre* 1880 *au* 10 *mars* 1881, *si la lampe a brûlé* 4 *heures* 40 *minutes par jour?*
Certificat d'études primaires. — Var, 1881.

Du 1er octobre 1880 au 10 mars suivant, le nombre de jours est
$31 + 30 + 31 + 31 + 28 + 10 = 161^{j}$.

Or, 4 heures 40 minutes font $4^{h}\frac{2}{3}$ ou $\frac{14^{h}}{3}$.
La lampe a brûlé pendant 161 fois $\frac{14^{h}}{3}$, ce qui fait

$$\frac{14^{h}}{3} \times 161 = \frac{2254^{h}}{3} = 751^{h}\frac{1}{3}.$$

La dépense par heure était de $0^{f},023$.
Pendant 751^{h}, elle a été..... $0^{f},023 \times 751 = 17^{f},273$
Pendant $\frac{1}{3}$ d'heure, elle a été.....$0^{f},023 : 3 = 0^{f},007$

Dépense totale .... $17^{f}.82$

131. *On vend une récolte de 12 mètres cubes $\frac{5}{7}$ de froment, à raison de $23^{f},50$ l'hectolitre, en garantissant un poids de 79 kilogrammes par hectolitre, sauf à réduire ce prix suivant le poids. Or, ce froment ne pèse que 77 kilogr. l'hectolitre. On demande le prix de cette vente et le poids total du froment vendu.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Metz, 1859.

Les $12^{mc}\ \frac{5}{7}$ font en hectolitres

$$10 \times \left(12 + \frac{5}{7}\right) = 120 + \frac{50}{7} = 127^{hl}\ \frac{1}{7} = \frac{890^{hl}}{7}.$$

Pesant 79^{kg} l'hectolitre vaudrait $23^{f},50 \times \frac{890}{7}$.

Mais le poids de l'hectolitre étant seulement les $\frac{77}{79}$ de ce qu'il avait été supposé, le prix ne sera que la même fraction du prix précédent, c'est-à-dire

$$23^{f},50 \times \frac{890}{7} \times \frac{77}{79}.$$

En simplifiant on trouve pour le prix de vente

$$23^{f},50 \times \frac{890 \times 11}{79} = 2912^{f},22.$$

Le poids est $77^{kg} \times \frac{890}{7} = 11 \times 890 = 9790$ kilogr

132. *Un conseil municipal a voté une imposition extraordinaire de 7 centimes et demi pour la construction d'une école. L'Etat a promis un secours égal au tiers de la dépense. La commune, qui paye 72 000 fr. d'impôt, sera libérée de sa quote-part dans 5 ans et 4 mois. Quel est le montant total de la dépense ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1879.

L'imposition étant de $0^{f},075$ par franc s'élève à

$$0^{f},075 \times 7200 = 5400 \text{ fr.}$$

Au bout de 5 ans et $\frac{1}{3}$ d'année, on a payé

$$5400^{f} \times 5 + \frac{5400}{3} = 27\,000 + 1800^{f} = 28\,800 \text{ fr.}$$

Les $\frac{2}{3}$ de la dépense totale sont 28 800 fr.

Le tiers en est la moitié, c'est-à-dire 14 400 fr.
La dépense totale est donc $14\,400^{f} \times 3 = 43\,200$ fr.

133. *On a acheté 740 mètres de toile à $2^{f},15$ le mètre ; on en vend les $\frac{3}{5}$ à $2^{f},45$ le mètre et le reste à un prix tel qu'on gagne 8 % dans la vente totale. Quel est le prix du mètre du reste ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1860.

Le prix d'achat est........... $2^{f},15 \times 740 = 1591^{f}$,
Le bénéfice est................ $0^{f},08 \times 1591 = 127^{f},28$
La vente a produit............ $1718^{f},28$

Les $\frac{3}{5}$ ou 0,6 de 740^{m} sont $740 \times 0,6 = 444^{m}$.

Les 444^{m} ont produit .... $2^{f},45 \times 444 = 1087^{f},80$.
Il reste pour la 2e vente.................. $740^{m} - 444^{m} = 296^{m}$.
Elle a rapporté.................. $1718^{f},28 - 1087^{f},80 = 630^{f},48$.
Le prix du mètre dans cette vente a été

$$630^{f},48 : 296 = 2^{f},13.$$

134. *Une personne veut revendre avec 500 fr. de bénéfice $342^{m},45$ de marchandise qu'elle a payés à raison de $18^{f},25$ le mètre. Les $\frac{7}{9}$ de l'achat ont été vendus pour la somme de $19^{f},40$ le mètre. A quel prix faut-il vendre le reste de la marchandise pour réaliser le bénéfice indiqué ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Metz, 1859. — Paris, 1878.

Prix d'achat .... $18^{f},25 \times 342,45 = 6249^{f},71$.
A tirer de la vente................. $6249^{f},71 + 500 = 6749^{f},71$.

Quantité déjà vendue $342^{m},45 \times \frac{7}{9} = 38^{m},05 \times 7 = 266^{m},35$.

Produit de cette vente.............. $19^{f},4 \times 266,35 = 5167^{f},19$.
Reste à retirer.................. $6749^{f},71 - 5167^{f},19 = 1582^{f},52$.
Nombre de mètres restant........ $342^{m},45 - 266^{m},35 = 76^{m},10$.
Prix du mètre de la vente de ce reste :

$$1582^{f},52 : 76,1 = 20^{f},795.$$

135. *Quelle est la capacité d'un vase, si l'huile qui en remplit* *les $\frac{5}{7}$ pèse autant que la monnaie d'argent qui vaut $385^{f},50$? L'hectolitre d'huile pèse 90 kilogrammes.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Douai, 1873.

Poids de l'huile du vase............... $5^{gr} \times 385,5 = 1927^{gr},5$.
Poids de 1 litre d'huile.................... $90\,000^{gr} : 100 = 900^{gr}$.
Volume de l'huile du vase................ $1927,5 : 900 = 2^{l},14$.
5 fois la 7^{e} partie du vase égalent $2^{l},14$.
La 7^{e} partie égale............................ $2^{l},14 : 5 = 0^{l},428$.
La capacité de tout le vase est $0^{l},428 \times 7 = 2^{l},996$.

Réponse. — Le vase a une capacité de 3 litres.

136. *Une institutrice est entrée en fonctions le 1er octobre 1879; elle a dû donner sa démission le 10 septembre 1880. Conformément à la loi du 9 juin 1853, elle a subi la retenue du traitement du 1er mois et celle du 20e sur celui de chaque mois suivant. On lui a compté la journée du 10 septembre et elle a reçu pour toute la durée de son service la somme de 1 $472^{f},50$. Quel était son traitement annuel ? Le mois est compté avec 30 jours.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Novembre, 1881.

L'institutrice a été payée seulement à partir du 1er novembre.
Du 1er nov. 1879 au 10 sept. 1880 inclusivement, il y a :

10 mois et 10 jours, ou $10^{m}\frac{1}{3}$, ce qui fait $\frac{31}{3}$ de mois.

La somme payée n'est que les $\frac{19}{20}$ du traitement.

$\frac{19}{20}$ du traitement pour $\frac{31}{3}$ de mois sont $1472^{f},50$.

$\frac{1}{20}$ du traitement pour ce temps serait $1472^{f},50 : 19$.

Le traitement pour ce temps sera $\frac{1472,50 \times 20}{19} = 1550^{f}$.

Pour $\frac{1}{3}$ de mois, il est $\frac{1550^{f}}{31} = 50^{f}$; pour 1 mois $50^{f} \times 3 = 150^{f}$.
Pour 1 an, il est $150^{f} \times 12 = 1800^{f}$.

137. *Un marchand achète $1192^{kg},28$ d'huile, au prix de 62 fr. l'hectolitre. Il en revend les $\frac{5}{6}$ à raison de 73 fr. les 100 kilogr.*

et le reste en bloc pour 170 fr. Calculer son bénéfice, en sachant qu'un litre de cette huile pèse 913 grammes.

Certificat d'études primaires. — Seine, 1878.

Le poids de l'hectol. d'huile est.......... $913^{gr} \times 100 = 91^{kg},3$.
Le nombre d'hectol. achetés est..... $1192,28 : 91,3 = 13^{hl},0589$.
Le prix d'achat est...................... $62^{f} \times 13,0589 = 809^{f},65$.

Les $\frac{5}{6}$ du poids total sont........ $1192^{kg},28 \times \frac{5}{6} = 993^{kg},566$.

Le prix de vente du kilogramme est $0^{f},73$.

La vente des $\frac{5}{6}$ a produit.......... $0^{f},73 \times 993,566 = 725^{f},30$.

Le produit de la vente totale est

$$725^{f},30 + 170^{f} = 895^{f},30.$$

Bénéfice : $895^{f},30 - 809^{f},65 = 85^{f},65$.

138. *J'ai acheté un fut de vin, qui contient 204 litres, pour $182^{f},07$. Je mets le vin dans des bouteilles contenant chacune $\frac{2}{3}$ de litre, qui coûtent 16 fr. le cent; les bouchons coûtent $1^{f},50$ le cent. Combien de bouteilles de vin aurai-je ? Quel sera le prix d'une bouteille de vin, verre et bouchon compris ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Si la bouteille avait $\frac{1}{3}$ de litre, il faudrait 3 fois 204 bouteilles ou 612 bouteilles.

Comme elles contiennent $\frac{2}{3}$ de litre, le nombre sera la moitié de 612, c'est-à-dire 306 bouteilles.
Prix du vin qui remplit la bouteille. . $182^{f},07 : 306 = 0^{f},595$
Prix de la bouteille vide........................... $0^{f},160$
Prix du bouchon... $0^{f},015$
Prix de la bouteille pleine.......................... $0^{f},77$

139. *Le café vert coûte $2^{f},75$ les 5 hectogr., et quand on le brûle, il perd $\frac{2}{11}$ de son poids. Combien faut-il le vendre brûlé pour gagner 12 % sur le prix d'achat ?*

Concours d'admission à l'École normale de filles. — Seine, 1880.

Prix du kilogr. de café vert $2^{f},75 \times 2 = 5^{f},50$.

Prix de $\frac{9^{kg}}{11}$ de café brûlé $5^f,50$.

Prix de $\frac{1^{kg}}{11}$ de ce café $\frac{5,50}{9}$; prix du kilogr. $\frac{5,50 \times 11}{9} = 6^f,722$.

Bénéfice à faire par kilogr. de café brûlé :

$$0^f,12 \times 6,722 = 0^f,80664.$$

Prix de vente du kilogr. de café brûlé

$$6^f,722 + 0^f,806 = 7^f,528 \text{ ou } 7^f,53.$$

140. *Le café, quand il est torréfié, perd $\frac{1}{6}$ de son poids. Un marchand l'achète non brûlé au prix de $3^f,40$ le kilogr. ; il le revend torréfié $1^f,35$ le paquet de 25 décagrammes. Quel bénéfice fait-il en vendant un quintal de café, si la torréfaction nécessite une dépense de $4^f,25$?*

Certificat d'études primaires. — Dunkerque, 1880.

6 kilogr. de café vert se réduisent à 5^{kgr} de café brûlé.
Or, 1 quintal contient 20 fois 5 kilogrammes.
Pour avoir 1 quintal de café brûlé, il faudra 20 fois 6^{kg} de café, c'est-à-dire 120^{kg}.
Le prix d'achat de ce café sera $3^f,4 \times 120 = 408$ fr.
Le quintal de café brûlé revient à $408^f + 4^f,25 = 412^f,25$.
Le prix du kilogr. vendu est.................. $1^f,35 \times 4 = 5^f,40$
Le produit de la vente du quintal est de.................. 540 fr.
Bénéfice : $540^f - 412^f,25 = 127^f,75$.

141. *Un commerçant achète 20 balles de café vert, pesant chacune 24 kilogr. 5 hectogr., pour la somme de 1 344 fr. Il torréfie ce café et revend le tout avec un bénéfice de 25 °/₀ sur le prix d'achat. Quel est le prix de vente du demi-kilogr. de café grillé, si, par la torréfaction, le café vert perd les $\frac{2}{7}$ de son poids ?*

Concours d'admission à l'École normale de filles de Mézières. — 1878.

Poids du café acheté...................... $24^{kg},5 \times 20 = 490^{kg}$.

Prix d'achat 1344^{fr}. — Bénéfice $\frac{1344}{4} = 336$ fr.

Somme à retirer...................... $1344^f + 336 = 1680$ fr.

Poids de café grillé à vendre.............. $490^{kg} \times \frac{5}{7} = 350^{kg}$.

Prix de vente du kilogr...................... $1680^f : 350^f = 4^f,80$.
Prix de vente du demi-kilogr. $2^f,40$.

142. *Un marchand achète $75^m,80$ de velours à $19^f,75$ le mètre ; il en paye les $\frac{4}{7}$ avec du drap valant 12 fr. le mètre et le reste en argent. Combien livre-t-il de mètres de drap et quelle somme débourse-t-il ?*

Admission à l'École normale. — Foix, 1879.

Prix du velours...................... $19^f,75 \times 75,8 = 1497^f,05$.

Les $\frac{4}{7}$ de ce prix sont $\frac{1497,05 \times 4}{7} = 855^f,45$.

Nombre de mètres de drap livrés $855,45 : 12 = 71^m,28$.
Somme déboursée $1497,05 - 855,45 = 641^f,60$.

143. *Les $\frac{8}{15}$ d'une pièce d'étoffe contiennent $73^m,50$ et ont coûté 1 029 fr. On demande le prix de la pièce entière et combien il faut revendre le mètre pour faire un bénéfice de 20 pour 100.*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1878.

8 fois la 15ᵉ partie de la pièce contiennent $73^m,50$.
La 15ᵉ partie contient...................... $73^m,50 : 8 = 9^m,1875$.
La pièce entière a.................. $9^m,1875 \times 15 = 137^m,8125$.
8 fois la 15ᵉ partie de la pièce ont coûté 1029 fr.
La 15ᵉ partie a coûté $1029^f : 8 = 128^f,625$.
La pièce entière vaut...... $128^f,625 \times 15 = 1929^f,375$
Bénéfice d'un 5ᵉ de cette somme.............. $385^f,875$
Somme à retirer de la vente......... $2315^f,250$

Prix de vente du mètre $\frac{2315,250}{137,8125} = 16^f,80$.

Réponse. — La pièce avait coûté $1929^f,37$. Le mètre doit être vendu $16^f,80$.

144. *La houille produit 240 litres de gaz par kilogramme. On perd $\frac{1}{15}$ du gaz à l'épuration et par les fuites. Or, une usine doit fournir journellement 3 400 mètres cubes de gaz et elle paye $3^f,60$ l'hectolitre de houille, le poids de l'hectolitre étant de 80 kilogrammes. Trouver : 1° combien elle dépense par jour en* *achat de houille; 2° combien elle doit vendre le mètre cube de gaz pour réaliser chaque jour un bénéfice brut de 100 fr.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Montpellier, 1876.

400 mètres cubes, ou 3 400 000 litres de gaz sont les $\frac{17}{18}$ du gaz que doit fournir la houille.

$\frac{1}{18}$ de ce gaz sera $\frac{3\,400\,000^{l}}{17} = 200\,000$ litres.

Le gaz total doit avoir $200\,000^{l} \times 18 = 3\,600\,000$ litres.

Autant il y a de fois 240 litres dans ce nombre de litres, autant il faudra journellement de kilogrammes de houille. Ce poids de houille est donc

$$3\,600\,000 : 240 = 15\,000 \text{ kilogr.}$$

En hectolitres, cette houille a $15\,000 : 80 = 187^{hl},5$.

La somme pour l'achat de chaque jour est égale à

$$3^{f},6 \times 187,5 = 675 \text{ fr.}$$

La somme à retirer chaque jour est 775 fr.

Le prix de vente du mètre cube sera $775 : 340 = 0^{f},227$.

145. *Un épicier gagne $\frac{3}{20}$ sur ses marchandises. Il mêle 11 kilogrammes de café vert du prix de $4^{f},50$ le kilogramme avec 10 kilogrammes d'un autre café du prix de $2^{f},60$. Le café ayant perdu $\frac{1}{9}$ de son poids quand il est grillé, combien cet épicier donnera-t-il de grammes de café grillé pour 10 centimes?*

Examen d'admission à l'École normale de Nancy. — 1879.

Prix des 11 kilogr. de la 1^{re} qualité........ $4^{f},50 \times 11 = 49^{f},50$.

Prix des 10 kilogr. de la 2^{e} qualité......... $2^{f},60 \times 10 = 26$ fr.

Prix des 21 kilogr. du mélange....................... $75^{f},50$.

Bénéfice à faire, $75^{f},50 \times \frac{3}{20} = 11^{f},325$.

Somme à retirer de la vente du mélange $75,50 + 11,325 = 86^{f},825$.

Poids perdu dans le grillage $\frac{21\,000}{9} = 2333^{gr},333$.

Poids à vendre après le grillage

$$21\,000 - 2333,333 = 18\,666^{gr},667.$$

Pour 868 décimes et 25 centièmes, on aurait $18\,666^{gr},667$ de café.

Pour 1 décime, on donnera $18\,666,667 : 868,25 = 21^{gr},49$.

146. *Une ménagère achète 5 kilogrammes 320 grammes de groseilles pour faire des confitures. Ces groseilles fournissent $\frac{4}{7}$ de leur poids de jus, et ce jus est mêlé à un poids égal de sucre à l'état de sirop. Le mélange est ensuite chauffé et clarifié, ce qui lui fait perdre $\frac{3}{152}$ de son poids. L'opération terminée, la confiture est mise dans des pots ayant 149 millièmes de litre de capacité. On demande combien on pourra remplir de ces pots, si le litre de confiture pèse autant que $1^{l},20$ d'eau.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Poids de groseilles acheté............................ 5320 gr.

Poids du jus qui en provient............ $5320 \times \frac{4}{7} = 3040$ gr.

Poids du jus et du sucre................. $3040 \times 2 = 6080$ gr.

Perte de poids dans la cuisson.......... $6080 \times \frac{3}{152} = 120$ gr.

Poids de confiture obtenu .... $6080 - 120 = 5960$ gr.

Poids de 1 litre de confiture, 1250 grammes.

Nombre de litres de confitures........... $5060 : 1250 = 4^{l},768$.

Nombre de pots $4,768 : 0,149 = 32$ pots.

147. *Une fontaine peut remplir un bassin de 150 hectolitres en 2 heures et demie; une autre pourrait le remplir en 3 heures. Le bassin étant complètement vide, combien faut-il de temps aux deux fontaines coulant ensemble pour le remplir jusqu'aux 3 quarts? Combien chacune donne-t-elle de litres d'eau par minute?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

En $2^{h},5$, la 1^{re} fontaine donne 150 hectolitres.

En 1^{h}, elle donnerait......... $150 : 2,5 = 60$ hectol.

En 1^{h}, la 2^{e} donnerait......... $150 : 3 = 50$ hectol.

Par heure elles donnent ensemble... 110 hectol.

Les $\frac{3}{4}$ du bassin sont $150 \times 0,75 = 112^{hl},5$.

Pour remplir les $\frac{3}{4}$ du bassin, il faudra aux deux fontaines ensemble un nombre d'heure égal à

$$\frac{112,5}{110} = \frac{1125}{1100} = 1^{h}\,1^{m}.$$

Par minute elles donnent :
la 1^{re}, la 60^e partie de 60 hectol., c'est-à-dire 100 litres,
la 2^e, la 60^e partie de 50 hectol., c'est-à-dire $83^l,33$.

148. *Un instituteur qui débute a été installé le 11 mai, et, à la fin de juin, il reçoit un mandat qui fixe ce qui lui est dû, depuis le jour de son installation, à la somme de $68^f,61$.*

Trouver son traitement annuel, en sachant qu'on lui a fait les retenues réglementaires : le 1^{er} douzième de son traitement annuel ; sur le reste, la retenue du 20^e. On compte les mois de 30 jours.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Mende, 1879.

Du 11 mai au 11 juin, le traitement a été retenu.
Du 11 juin inclus au 30 juin, il y a 20 jours.
$\frac{19}{20}$ du traitement annuel pour 20 jours sont $68^f,61$.

Le 20^e de ce traitement pour 20 jours est $\frac{68,61}{19}$.

Le traitement entier pour 20 jours est $\frac{68,61 \times 20}{19} = \frac{1372,2}{19}$.

20 jours sont la 18^e partie de 360 jours, c'est-à-dire de l'année.
Le traitement annuel est donc

$$\frac{1372,2}{19} \times 18 = 1299,98.$$

Réponse. — Le traitement annuel est de 1 300 fr.

149. *Une personne achète 648 kilogrammes de marchandises à $3^f,45$ le kilogr. Elle en vend les $\frac{2}{9}$ en gagnant 15 %, les $\frac{3}{5}$ du reste en gagnant 18 %. Combien doit-elle vendre le kilogr. du reste pour faire un bénéfice de 204 fr. sur les 648 kilogrammes?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Rouen, 1879

Prix d'achat de la marchandise, $3^f,45 \times 648 = 2235^f,60$.
Somme à retirer de la vente, $2235^f,60 + 204^f = 2439^f,60$.

Nombre de kilogr. vendus la 1^{re} fois, $648 \times \frac{2}{9} = 144^{kg}$

Reste après la 1^{re} vente, $648^{kg} - 144^{kg} = 504^{kg}$.
Nombre de kilogr. vendus la 2^e fois, $504 \times 0,6 = 302^{kg},4$.
Reste après la 2^e vente, $504 - 302,4 = 201^{kg},6$.
Or, un gain de 15 %, de 18 % revient à un gain de $0^f,15$, de $0^f,18$ par franc.
Le prix du kilogr. a donc été :

dans la 1^{re} vente, $3^f,45 + 0^f,15 \times 3,45 = 3^f,9675$.
dans la 2^e vente, $3^f,45 + 0^f,18 \times 3,45 = 4^f,071$.

Produit de la 1^{re} vente......	$3^f,9675 \times 144 =$	$571^f,32$
Produit de la 2^e vente.....	$4^f,071 \times 302,4 =$	$1231^f,07$
Produit des deux ventes...		$1802^f,39$
Somme totale à retirer........................		$2439^f,61$
Reste à retirer de $201^{kg},6$...		$637^f,21$

Prix du kilogr. dans cette 3^e vente

$$637,21 : 201,6 = 3^f,16.$$

150. *Un marchand a acheté 140 hectolitres de froment au prix de $18^f,15$ l'hectolitre. En les revendant, il veut réaliser un bénéfice de 180 fr. sur le tout. Les $\frac{3}{7}$ ont déjà été revendus à raison de $3^f,70$ le double décalitre. A quel prix doit-il revendre l'hectolitre de ce qui lui reste?*

Certificat d'études primaires. — Allier, 1880.

Prix d'achat.............................. $18^f,15 \times 140 = 2541$ fr.
Prix à retirer de la vente, $2541^f + 180^f = 2721$ fr.

Nombre d'hectol. déjà vendus, $140 \times \frac{3}{7} = 60$ hectol.

Prix de l'hectolitre	$3^f,70 \times 5 = 18^f,50$.
Produit de la 1^{re} vente....................	$18^f,5 \times 60 = 1110$ fr.
A retirer de la 2^e vente................	$2721^f - 1110^f = 1611$ fr.
Nombre d'hectol. à vendre..............	$140 - 60 = 80$ hectol.
Prix de vente de l'hectol..................	$1611 : 80 = 20^f,1375$.

Réponse. — On revendra l'hectolitre du reste $20^f,14$.

151. *Un vase plein d'huile pèse 13 kilogrammes 725 grammes et le vase vide pèse les $\frac{2}{15}$ de ce poids. Trouver le poids de l'huile contenue dans le vase, en sachant qu'un litre d'huile pèse 915 grammes; trouver aussi combien vaut cette huile, à raison de 220 fr. l'hectolitre.*

Certificat d'études primaires. — Dordogne, 1881.

Le vase vide pèse $\frac{2}{15}$ de 13 725 grammes; donc le poids de l'huile est $\frac{13}{15}$ de ce poids, c'est-à-dire

$$13\,725 \times \frac{13}{15} = 11\,895^{gr}.$$

Le nombre de litres de cette huile est

$$11\,895 : 915 = 13 \text{ litres.}$$

Le prix sera $2^{f},20 \times 13 = 28^{f},60$.

Réponse. — 11 kilogr. 895 grammes d'huile valant $28^{f},60$.

152. *En admettant que la chaleur fournie par un kilogramme de hêtre est les $\frac{14}{19}$ de celle que fournit un kilogramme de houille, que le stère de hêtre coûte $11^{f},50$ et pèse 475 kilogrammes, que l'hectolitre de houille pèse 84 kilogrammes, on demande quel doit être le prix de l'hectolitre de houille, pour qu'il soit indifférent d'employer le chauffage au hêtre ou à la houille.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Melun, 1878.

Le poids du stère de hêtre est 475^{kgr}.
Le poids du mètre cube de houille est 840^{kgr}.

1^{kgr} de hêtre équivaut à $\frac{14^{kgr}}{19}$ de houille.

475^{kgr} de hêtre équivalent à $475 \times \frac{14}{19} = 350^{kgr}$ de houille.

350^{kgr} de houille devraient être payés $11^{f},50$.

Le prix du kilogr. de houille serait $\frac{11^{f},50}{350}$.

L'hectolitre de houille pesant 84^{kgr} devra coûter

$$\frac{11,5}{350} \times 84 = \frac{0,23 \times 84}{7} = 0,23 \times 12 = 2^{f},76.$$

153. *A volume égal, le bois de charme ne vaut pour le chauffage que les $\frac{19}{20}$ de ce que vaut le bois de chêne. En outre, le poids d'un stère de chêne bien sec est de 380 kilogrammes et celui d'un stère de charme n'est que de 370 kilogrammes. Le prix de 1 000 kilogrammes de chêne étant de $68^{f},50$, on demande quel devra être le prix de 1 000 kilogrammes de charme, pour qu'il soit indifférent de se chauffer avec l'un ou l'autre de ces deux bois. On calculera le résultat à un demi-centime près.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Mars, 1881.

370^{kgr} de charme équivalent à $\frac{19}{20}$ de 380^{kgr} de chêne, c'est-à-dire à $380^{kgr} \times 0,95 = 361^{kgr}$ de chêne.

Or, 1 kilogr. de chêne coûterait .... $0^{f},0685$

361^{kgr} de chêne coûteront .... $0,0685 \times 361 = 24^{f},7285$.

C'est là le prix de 370 kilogr. de charme.

1000^{kgr} de charme coûteront $\frac{24,7285 \times 1000}{370} = 66^{f},833$.

Réponse. — Prix des 1 000 kilogrammes de charme $66^{f},83$.

154. *Un fermier a récolté 234 hectolitres de blé pesant 75 kilogrammes l'hectolitre. On demande combien ce blé fournira de pains de 2 kilogrammes, en sachant : 1° que le blé donne les $\frac{5}{6}$ de son poids de farine; 2° que l'on ajoute à la farine les $\frac{8}{11}$ de son poids d'eau; 3° que la pâte perd $\frac{1}{6}$ de son poids à la cuisson.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Poitiers, 1879.

Poids du blé .... $75^{kg} \times 234 = 17\,550^{kg}$.

Poids de farine .... $17\,550 \times \frac{5}{6} = 14\,625^{kg}$.

Poids d'eau ajouté .... $14\,625^{kg} \times \frac{8}{11} = 10\,636^{kg}$.

Poids de pâte .... $14\,625^{kg} + 10\,636^{kg} = 25\,261^{kg}$.

A déduire la 6e partie qui est 4210^{kg}.

Poids de pain obtenu $25\,261^{kg} - 4210^{kg} = 21\,051^{kg}$.

Nombre de pains de 2 kilogr. $21\,051 : 2 = 10\,525$ pains.

155. *Un marchand a acheté pour 10 117 francs 2 500 hectolitres de blé rendus dans ses magasins. Comme 500 hectolitres ont été avariés dans le transport, il a été forcé de ne les vendre que les $\frac{4}{5}$ du prix auquel il a vendu les 2 000 autres hectolitres. Le bénéfice total ayant été de 10 %, on demande : 1° à quel prix il a vendu l'hectolitre de blé conservé; 2° à quel prix il a vendu l'hectolitre de blé avarié.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Digne, 1880.

Prix d'achat, $10\,117^{f}$. — Bénéfice de 10 %, c.-à-d. $1011^{f},70$.

Produit de la vente, $10\,117^{f} + 1011^{f},70 = 11\,128^{f},70$.

La vente des 500 hectol. avariés a produit la même somme que la vente de 400 hectol. de bon blé.

Ainsi 2400 hectolitres de bon blé auraient produit $11\,128^{f},70$.

Le prix de vente de l'hectolitre de bon blé a été

$$11\,128{,}7 : 2400 = 4^{f},63695.$$

Le prix de l'hectolitre de blé avarié a été

$$4^{f},637 \times \frac{4}{5} = 4{,}637 \times 0{,}8 = 3^{f},7096.$$

Réponse. — Prix de vente de l'hectolitre : pour le blé conservé, $4^{f},64$; pour le blé avarié, $3^{f},71$.

156. *Pour éclairer une usine, il faut 725 becs de gaz qui restent allumés en moyenne 2 heures 0,8 par jour, pendant 180 jours de l'année. Le gaz est payé à raison de 40 centimes le mètre cube, et chaque bec en consomme 123 litres et quart par heure. Remise est faite au propriétaire de l'usine des* $\frac{58}{725}$ *de la consommation annuelle du gaz qu'il emploie.*

On demande quel serait pour 100 le montant de cette remise, le prix net du mètre cube de gaz consommé dans l'usine, et à combien s'élèverait la dépense totale, s'il n'y avait pas de remise.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Besançon, 1878.

Chaque bec reste allumé pendant un nombre d'heures égal à

$$2^{h},8 \times 180 = 504^{h}.$$

Le volume du gaz consommé annuellement par chaque bec est

$$123^{l},25 \times 504 = 62\,118^{l} = 62^{mc},118.$$

La quantité totale de gaz brûlé annuellement est

$$62^{mc},118 \times 725 = 45\,035^{mc},55.$$

La dépense annuelle sans réduction serait

$$0^{f},40 \times 45\,035{,}55 = 18\,014^{f},22.$$

La fraction $\frac{58}{725}$ réduite en décimale est égale à 0,08

La réduction faite est donc

$$18\,014^{f},22 \times 0{,}08 = 1441^{f},1376.$$

La somme nette à payer par le propriétaire est

$$18\,014^{f},22 - 1441^{f},14 = 16\,573^{f},08.$$

Par la réduction de 0,08, le prix net du mètre cube de gaz est

$$0^{f},40 \times 0{,}92 = 0^{f},368.$$

Réponse. — Réduction de 8 %.

Prix net du mètre cube de gaz, 36 centimes 8 millièmes.

Dépense totale sans réduction, $18\,014^{f},22$.

157. *On a vendu les* $\frac{3}{4}$ *d'une propriété pour* $35\,437^{f},50$ *à raison de 3 780 fr. l'hectare. Le reste a été vendu à un prix qui surpasse le 1er de 20 centimes par mètre carré. Combien le vendeur a-t-il reçu en tout et quelle était la surface de la propriété?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Nov. 1881.

Les $\frac{3}{4}$ de la propriété contiennent autant d'hectares qu'il y a de fois 3780^{f} dans $35\,437^{f},50$. Cette surface a

$$35\,437{,}5 : 3780 = 9^{ha},375 = 937^{a},5.$$

Le quart de la propriété a $937^{a},5 : 3 = 312^{a},5 = 31\,250$ mètres q.

La propriété totale a.................. $312^{a}5 \times 4 = 1250$ ares.

Le prix de vente de la 1re partie a été :

par hectare 3780^{f} ; par are $37^{f},80$; par mètre carré $0^{f},378$.

Le prix de vente du mètre carré du reste a été

$$0^{f},378 + 0^{f},20 = 0^{f},578.$$

Ce reste a 31 250 mètres carrés.

Sa vente a produit................. $0^{f},578 \times 31\,250 = 18\,062^{f},50$.

Le vendeur a donc retiré de la vente totale

$$35\,437^{f},50 + 18\,062^{f},50 = 53\,500^{f}.$$

158. *Une institutrice, qui débute dans l'enseignement, a été installée le 13 octobre 1870. A la fin du mois de mars, on règle ce qui lui est du et elle reçoit la somme de* $546^{f},25$. *On demande quel est son traitement annuel, en sachant qu'on lui a retenu, d'après la loi, le traitement du 1er mois et qu'on a fait sur le rest. la retenue de 5 %. Les mois sont comptés de 30 jours.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Lyon, 1879.

Du 13 octobre à la fin du mois il y a 18 jours, et du 1er novembre à la fin de mars, il y a 5 mois. L'institutrice a donc reçu son traitement pour 4 mois 18 jours, c'est-à-dire pour 138 jours.

La somme reçue n'est que les 0,95 du traitement sans retenue.
0,95 de ce traitement pour 138 jours sont $546^f,25$.

0,01 serait $\frac{546,25}{95}$; le traitement serait $\frac{54\,625}{95} = \frac{10\,925^{fr}}{19}$.

Pour un jour, le traitement serait $\frac{10\,925}{19 \times 138}$.

Pour l'année il sera $\frac{10\,925 \times 360}{19 \times 138} = 1500$ fr.

159. *Sur trois notes, l'une de $180^f,45$, l'autre de $70^f,25$ et la 3e de $240^f,80$, l'acheteur en les soldant a retenu les centimes et n'a payé que les francs. On demande : 1° à combien pour 100 s'élève la retenue faite sur le tout ; 2° quelle est celle des trois notes qui a subi la plus forte retenue relativement au montant.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Ajaccio, 1879.

1° Le total des trois notes est $491^f,50$.
La retenue sur ce total est $0,45 + 0,25 + 0,80 = 1^f,50$.
Sur 4915 décimes, on a retenu 15 décimes.

Sur 1 décime, la retenue serait $\frac{15}{4915} = \frac{3}{983}$.

Sur 100 décimes, elle est $\frac{300}{983} = 0,30$.

2° La retenue sur chaque note en est une partie égale :

dans la 1re, à .... $\frac{45}{18\,045}$ ou $\frac{1}{401}$;

dans la 2e, à .... $\frac{25}{7025}$ ou $\frac{1}{281}$;

dans la 3e, à .... $\frac{8}{2408}$ ou $\frac{1}{301}$.

Réponse. — La réduction sur le total est de 3 dixièmes °/o.
La plus forte réduction est sur la 2e note.

160. *Un propriétaire a 18 hectares de terre cultivée en blé. Il a récolté par hectare 2 mètres cubes 360 décimètres cubes de blé pesant 72 kilogr. 35 décagrammes l'hectolitre. Ce blé rend en farine les $\frac{8}{11}$ de son poids.*

On ajoute à la farine 53 d'eau pour 100 de son poids, et la pâte perd un 6e de son poids par la cuisson. On demande combien le produit de la récolte donnera de pains de 2 kilogrammes.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Poitiers, 1879.

D'abord, il y a par hectare 2360 litres ou $23^{hl},6$ de blé.
La récolte a été........................ $23^{hl},6 \times 18 = 424^{hl},8$.
Le poids du blé récolté est....... $72^{kg},35 \times 424,8 = 30\,734^{kg},28$

Le poids de farine est $\frac{30\,734^{kg},28 \times 8}{11} = 22\,352^{kg},2$.

Le poids d'eau ajouté à la farine est
$22\,352^{kg},2 \times 0,53 = 11\,846^{kg},666$
Ajoutons le poids de la farine............. $22\,352^{kg},200$

Le poids de la pâte est... $34\,198^{kg},866$

La perte de $\frac{1}{6}$ par la cuisson égale.......... $5\,699^{kg},811$

Le poids de pain obtenu est.. $28\,499^{kg},055$
Le nombre de pains est la moitié de ce poids, c.-à-d. 14 249,527

Réponse. — On aura 14 249 pains de 2 kilogr., plus un autre pain de 1 kilogramme seulement.

§ 2. — PROBLÈMES DONNANT LIEU AUX DIVERSES OPÉRATIONS SUR LES FRACTIONS ORDINAIRES.

161. *On achète une étoffe à raison de 9 fr. les $4^m,75$; on la revend 17 fr. les 7 mètres et on gagne 28 fr. Quelle est la longueur de la pièce?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Le prix d'achat du mètre est $\frac{9^f}{4,75} = \frac{900}{475} = 1^f,894$.

Le prix de vente est.............................. $\frac{17^f}{7} = 2^f,428$.

Le gain par mètre est $2^f,428 - 1^f,894 = 0^f,534$.
La longueur de la pièce est $28 : 0,534 = 52^m,43$.

OBSERVATION. — On a obtenu le prix d'achat et le prix de vente du mètre approchés seulement par défaut à 1 millième près ; leur différence est aussi approchée à moins de 1 millième près ; mais on ne peut pas dire que le quotient obtenu en divisant 28 par cette différence a le même degré d'approximation. Pour éviter cette incertitude, on conserve le prix d'achat et le prix de vente sous la forme de fractions ordinaires, et on opère alors de la manière suivante :

Le prix d'achat du mètre est $\frac{9}{4,75} = \frac{900}{475} = \frac{36^f}{19}$.

Le prix de vente est $\frac{17^f}{7}$.

Le gain par mètre est

$$\frac{17}{7} - \frac{36}{19} = \frac{17 \times 19 - 7 \times 36}{7 \times 19} = \frac{71^f}{133}.$$

Le nombre de mètres est égal au nombre de fois que ce gain par mètre est contenu dans le gain total 28 francs. Il est donc

$$28 : \frac{71}{133} = \frac{28 \times 133}{71} = \frac{3724}{71} = 52,45.$$

Réponse. — La pièce avait $52^m,45$ et non $52^m,43$.

162. *On vide les $\frac{2}{3}$ d'un tonneau ; puis on y remet 35 litres de vin et le tonneau est alors à moitié plein. Quelle est la capacité de ce tonneau ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

Après le tirage des $\frac{2}{3}$ du tonneau, il n'en reste plus que $\frac{1}{3}$.

$\frac{1}{3}$ du tonneau plus 35 litres égalent $\frac{1}{2}$ du tonneau.

Donc 35 litres sont la différence qu'il y a entre $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ du tonneau.

Cette différence est $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$ du tonneau.

La capacité du tonneau entier est donc

$$35^l \times 6 = 210 \text{ litres.}$$

163. *Lorsque les $\frac{3}{4}$ d'un mètre de drap valent 12 francs, que valent les $\frac{5}{7}$ du mètre ?*

Certificat d'études primaires. — Doubs, 1877.

Le prix des $\frac{3}{4}$ de mètre est 12^f.

Le prix de $\frac{1}{4}$ de mètre serait $12^f : 3 = 4^f$.

Le prix du mètre est $4^f \times 4 = 16^f$.

Le 7^e de mètre coûterait $\frac{16^f}{7}$.

Les $\frac{5}{7}$ de mètre valent $\frac{16^f}{7} \times 5 = \frac{80^f}{7} = 11^f,428$ c.-à-d. $11^f,43$.

164. *On a compté 16 battements d'une montre entre l'instant où l'on a vu l'éclair et celui où l'on a entendu le tonnerre. A quelle distance est-on du nuage orageux, si le son parcourt 340 mètres par seconde et si la montre marque 128 battements par minute, l'éclair se produisant au moment où on l'aperçoit ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Melun, 1879.

Entre deux battements consécutifs, il y a $\frac{60^s}{128} = \frac{15}{32}$ de seconde.

Le temps marqué par les 16 battements est

$$\frac{15^s}{32} \times 16 = \frac{15^s}{2} = 7^s,5.$$

La distance demandée est donc

$$340^m \times 7,5 = 2550 \text{ mètres.}$$

165. *La lune tourne sur elle-même en 27 jours 7 heures et 43 minutes. Exprimer ce nombre en nombre décimal, en prenant le jour ou l'heure pour unité.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

On a $1^j = 24^h = 60^m \times 24 = 1440^m$.

$$7^h = \frac{7^j}{24} = 0,2916 \; ; \; 43^m = \frac{43^j}{1440} = 0,0298.$$

On trouve donc $27^j \; 7^h \; 43^m = 27^j,3214$.

166. *La roue d'une machine fait 91 tours en 3 secondes $\frac{3}{4}$. On demande combien elle fera de tours en 5 heures $\frac{3}{4}$.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Juillet 1881.

En convertissant le temps en secondes, on trouve :

$$5^h \frac{3}{4} = 60^m \times 5 + 45^m = 345^m.$$

$$345^m = 60^s \times 345 = 20700^s.$$

En $3^s \frac{3}{4}$ ou $\frac{15}{4}$ de seconde, la roue fait 91 tours.

En $\frac{1}{4}$ de seconde, le nombre de tours serait $\frac{91}{15}$.

En 1 seconde, il sera $\frac{91 \times 4}{15}$.

En 20 700^s le nombre de tours sera

$$\frac{91 \times 4 \times 20\,700}{15} = 364 \times 1380 = 502\,320.$$

Réponse. — En 5^h $\frac{3}{4}$ la roue fait 502 320 tours.

167. *Le nombre des jours qui composent la durée de l'année sidérale est 365^j,2564. Exprimer la fraction décimale en divisions du jour : heures, minutes et secondes.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

0,2564 de jour valent en heures

$$24^h \times 0{,}2564 = 6^h{,}1536.$$

0,1536 d'heure valent en minutes

$$60^m \times 0{,}1536 = 9^m{,}2160.$$

0,216 de minute valent en secondes

$$60^s \times 0{,}216 = 12^s{,}960.$$

Réponse. — L'année sidérale a 365j 6^h 9^m 13^s.

168. *Chercher quel est le rapport du diamètre de la lune à celui du soleil, en sachant que le diamètre de la lune équivaut aux $\frac{3}{11}$ de celui de la terre, et que le diamètre du soleil vaut 110 fois celui de la terre.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

Le diamètre de la terre est $\frac{1}{110}$ de celui du soleil.

Celui de la lune étant les $\frac{3}{11}$ de celui de la terre est les $\frac{3}{11}$ de $\frac{1}{110}$ de celui du soleil, c'est-à-dire

$$\frac{1}{110} \times \frac{3}{11} = \frac{3}{1210}.$$

Réponse. — Le diamètre de la lune égale 3 fois la 1210^e partie de celui du soleil.

169. *Trouver les fractions équivalentes à $\frac{3}{8}$ et qui ont pour numérateurs les nombres 6, 51, 33, 39, 48.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris.

D'abord la fraction $\frac{3}{8}$ est irréductible. On a à chercher les nombres entiers par lesquels il faut multiplier 3 pour avoir les numérateurs donnés ; on divisera donc ces numérateurs par 3.

Or, on trouve :

$$6 : 3 = 2; \quad 51 : 3 = 17; \quad 33 : 3 = 11; \quad 39 : 3 = 13; \quad 48 : 3 = 16.$$

En multipliant les deux termes de $\frac{3}{8}$ par chacun de ces quotients, on aura les fractions suivantes pour les fractions demandées :

$$\frac{6}{16}, \quad \frac{51}{136}, \quad \frac{33}{88}, \quad \frac{39}{104}, \quad \frac{48}{128}.$$

170. *Trouver une fraction qui soit équivalente à la fraction $\frac{5}{9}$ et telle que la somme de ses deux termes soit égale à 42.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

La somme des deux termes de $\frac{5}{9}$ est 14. Or 42 est égal à 3 fois 14.

Donc, si on multiplie les deux termes de $\frac{5}{9}$ par 3, la fraction ainsi obtenue $\frac{15}{27}$ est la fraction demandée.

171. *Réduire au plus petit dénominateur commun les fractions*

$$\frac{1}{3}, \quad \frac{7}{21}, \quad \frac{21}{63}, \quad \frac{105}{315}.$$

Certificat d'études primaires. — Paris, 1881.

Quand les fractions proposées n'ont pas leur plus simple expression, on doit d'abord les y réduire, avant d'appliquer la règle par laquelle on les ramène au plus petit dénominateur.

Or, dans l'exemple proposé, il est facile de voir que chaque dénominateur est le triple de son numérateur. On divisera donc les deux termes de chaque fraction par son numérateur, excepté la première ; on trouve par là que chaque fraction est égale à $\frac{1}{3}$. Ainsi le plus petit dénominateur commun est 3.

172. *Les deux termes d'une fraction ayant le même nombre de chiffres, on écrit chaque terme à la suite de lui-même. Que vaut la fraction ainsi obtenue par rapport à la première ?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Soit la fraction $\frac{27}{34}$; la nouvelle fraction sera $\frac{2727}{3434}$.

Le numérateur 27 de la 1^{re} est devenu 27 centaines; le numérateur de la 2^e vaut donc 100 fois plus 1 fois ou 101 fois le numérateur 27 de la 1^{re}. On voit de même que le dénominateur 3434 de la 2^e vaut 101 fois le dénominateur 34 de la 1^{re}.

Ainsi on a multiplié les deux termes de la fraction proposée par 101; donc la nouvelle fraction est équivalente à la première.

173. *Une personne achète chez un marchand 5 mètres 3 quarts d'étoffe qu'elle paye $40^f,25$. Vérification faite, on trouve que le marchand s'est trompé en mesurant et que le coupon ne contient que 4 mètres 7 huitièmes. Quelle somme le marchand doit-il rendre à l'acheteur ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Bordeaux.

Les fractions $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{8}$ pouvant être converties exactement en fractions décimales, on remplacera :

$$5\frac{3}{4} \text{ par } 5{,}75 \text{ et } 4\frac{7}{8} \text{ par } 4{,}875.$$

Le prix d'achat du mètre est

$$40{,}25 : 5{,}75 = 7 \text{ fr.}$$

Il manque au coupon acheté $5^m,75 - 4^m,875 = 0^m,875$.
Le marchand doit rendre

$$7^f \times 0{,}875 = 6^f,125, \text{ c.-à-d. } 6^f,12.$$

174. *Trouver le nombre dont les $\frac{2}{3}$ et les $\frac{3}{4}$ réunis valent 68.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

On a $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$.
17 fois la 12^e partie du nombre valent 68.
La 17^e partie vaut 17 fois moins que 68, ou $68 : 17 = 4$.
Le nombre demandé est 12 fois 4, c.-à-d. 48.

175. *Une locomotive parcourt les $\frac{7}{12}$ d'une route en 3 heures $\frac{1}{2}$. On demande combien elle met de temps pour parcourir la route entière; combien pour en parcourir les $\frac{2}{5}$, les $\frac{7}{8}$, les $\frac{9}{14}$.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

D'abord $3^h\frac{1}{2}$ font $\frac{7}{2}$. On parcourt :

$\frac{7}{12}$ de la route en $\frac{7^h}{2}$; $\frac{1}{12}$ de la route en $\frac{1^h}{2}$;

la route entière en 12 fois $\frac{1^h}{2}$, c'est-à-dire en 6 heures.

On mettrait :

pour les $\frac{2}{5}$ de la route, $\frac{2}{5}$ de 6^h, c.-à-d. $6 \times \frac{2}{5} = \frac{12}{5} = 2^h24^m$.

pour les $\frac{7}{8}$ de la route, $\frac{7}{8}$ de 6^h, c.-à-d. $6 \times \frac{7}{8} = \frac{42}{8} = 5^h15^m$.

pour les $\frac{9}{14}$ de la route, $\frac{9}{14}$ de 6^h, c.-à-d. $6 \times \frac{9}{14} = \frac{54}{14} = 3^h51^m\frac{3}{7}$.

176. *On a vendu les $\frac{2}{9}$ d'une pièce de terre, puis les $\frac{2}{7}$ du reste ; après la deuxième vente, il ne reste plus que 54 ares 27 centiares. Quelle était l'étendue de cette terre ?*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1881.

Après la vente des $\frac{2}{9}$ de la pièce, il en reste $\frac{7}{9}$.

On vend ensuite $\frac{2}{7}$ de $\frac{7}{9}$, c.-à-d. $\frac{7}{9} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{9}$ de la pièce.

En deux fois on a donc vendu $\frac{4}{9}$ de la pièce ; il en reste $\frac{5}{9}$

$\frac{5}{9}$ de la pièce contiennent .... $54^a,27$.

$\frac{1}{9}$ de la pièce contient .... $54^a,27 : 5 = 10^a,854$

La pièce entière a $10^a,854 \times 9 = 97^a,686$ c.-à-d. $97^a,68$ centiares.

177. *Un poteau vertical est partagé en quatre parties. La 1re en est le tiers ; la 2e le quart ; la 3e les 2 septièmes ; enfin, la 4e a 2m,2. Trouver la hauteur de ce poteau.*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1881.

Les trois premières parties font ensemble un total égal à

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{7} = \frac{28}{84} + \frac{21}{84} + \frac{24}{84} = \frac{73}{84} \text{ de la hauteur.}$$

Il reste $\frac{11}{84}$ de cette hauteur pour la 4e partie.

$\frac{11}{84}$ de la hauteur égalent $2^m,2$; $\frac{1}{84}$ serait $\frac{2^m,2}{11} = 0^m,2$

La hauteur égale $0^m,2 \times 84 = 16^m,80$.

178. *Un robinet remplirait en 1 heure les $\frac{2}{5}$ d'un bassin ; un autre robinet en viderait les $\frac{8}{9}$ en 3 heures. Le bassin étant vide, on ouvre les deux robinets à la fois. Dans combien de temps le bassin sera-t-il rempli ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Lot, 1875.

En 1 heure le 2e robinet viderait $\frac{8}{27}$ du bassin.

Les deux robinets étant ouverts ensemble, la partie du bassin remplie au bout de 1 heure est

$$\frac{2}{5} - \frac{8}{27} = \frac{54}{135} - \frac{40}{135} = \frac{14}{135}.$$

Pour le remplir, il faudra autant d'heures qu'il y a de fois $\frac{14}{135}$ dans $\frac{135}{135}$, c'est-à-dire que 14 est contenu de fois dans 135.

Ce nombre d'heures est $135 : 14 = 9^h\,38^m$.

179. *Un bassin reçoit par quart d'heure 22 litres 3 quarts d'eau et en perd 3 litres 1 tiers dans le même temps. Combien conservera-t-il de litres au bout de 1 heure et demie ?*

Certificat d'études primaires. — Ardennes, 1878.

La quantité d'eau gardée en $\frac{1}{4}$ d'heure est

$$22^l\,\frac{3}{4} - 3^l\,\frac{1}{3} = 22^l\,\frac{9}{12} - 3^l\,\frac{4}{12} = 19^l\,\frac{5}{12}.$$

Au bout de $1^h\,\frac{1}{2}$, ou de $\frac{6}{4}$ d'heure, la quantité d'eau sera 6 fois celle qu'il y a au bout de 1 quart d'heure, c.-à-d.

$$19^l\,\frac{5}{12} \times 6 = 114^l + \frac{5}{2} = 116^l\,\frac{1}{2}.$$

180. *D'un vase plein d'eau, on retire le tiers plus le quart de ce qu'il contient, et il y reste le 7e de ce qu'on a retiré, plus 16 litres. Trouver : 1° quelle est la capacité du vase ; 2° quelle est la valeur de la monnaie d'argent qui aurait le même poids que l'eau qui remplissait le vase.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

1° En deux fois, on a retiré

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12} \text{ de l'eau du vase.}$$

Il en reste $1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$ du vase.

Ces $\frac{5}{12}$ du vase égalent $\frac{1}{7}$ de $\frac{7}{12}$, c.-à-d. $\frac{1}{12}$ du vase plus 16 litres.

Ces 16 litres sont donc $\frac{4}{12}$ c.-à-d. $\frac{1}{3}$ du vase.

Ainsi la capacité du vase est $16^l \times 3 = 48$ litres.
L'eau qui remplissait le vase pesait 48 kilogr. ou 4800 décagr.
Or, 1 décagramme d'argent monnayé vaut 2 francs.
4800 décagr. d'argent valent $2^f \times 4800 = 9600$ fr.

Réponse. — Le vase a 48 litres.
La somme demandée est 9600 fr.

181. *On partage une somme entre 4 personnes. La 1re en a la moitié ; la seconde le 5e ; la 3e le 6e ; la 4e, qui a le reste, reçoit 48 francs de moins que la 3e. Quelle est la somme partagée ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Les trois premières personnes ensemble ont reçu

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}=\frac{15}{30}+\frac{6}{30}+\frac{5}{30}=\frac{26}{30} \text{ de la somme.}$$

A la 4e, il reste $\frac{4}{30}$ de cette somme.

Elle a reçu 48f de moins que la 3e qui a eu $\frac{5}{30}$ de la somme.

La différence 48f est donc $\frac{1}{30}$ de la somme.

La somme partagée est $48^f \times 30 = 1440$ fr.

182. *Un particulier a acheté une charge de pommes de terre. Il en cède $\frac{1}{4}$ à un de ses voisins, $\frac{1}{3}$ à un autre et $\frac{1}{6}$ à un troisième. Il lui en reste encore 2 hectolitres et un 5e. Combien avait-il acheté de pommes de terre ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Bordeaux, 1857.

Ce qu'il a cédé aux trois personnes est égal à

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3}{12}+\frac{4}{12}+\frac{2}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4} \text{ de la charge.}$$

Il lui reste par conséquent $\frac{1}{4}$ de cette charge.

Le quart de la charge est $2^{hl}\frac{1}{5}$ ou $2^{hl},2$.

La charge entière est $2^{hl},2 \times 4 = 8^{hl},8^{l}$ ou 8 hectol. 80 litres.

183. *Trouver le nombre dont les $\frac{2}{7}$ plus les 0,291 font 0,0027.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Metz, 1857.

On a d'abord

$$\frac{2}{7}+\frac{291}{1000}=\frac{2000}{7000}+\frac{2037}{7000}=\frac{4037}{7000}.$$

$\frac{4037}{7000}$ du nombre sont 0,0027 ; $\frac{1}{7000}$ de ce nombre serait $\frac{0,0027}{4037}$.

Le nombre demandé est donc

$$\frac{0,0027 \times 7000}{4037}=\frac{18,9}{4037}=\frac{189}{40370}.$$

184. *Un homme boit le tiers du vin qui remplit un verre. Il le remplit en y versant de l'eau et il boit la moitié du tout ; il le remplit une seconde fois avec de l'eau et en boit encore la moitié. Quelle partie du vin primitif reste-t-il dans le verre ?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

La 1re fois, il a bu $\frac{1}{3}$ du vin ; il en reste $\frac{2}{3}$.

Ces $\frac{2}{3}$ du vin mélangés avec de l'eau remplissent le verre.

En buvant la moitié du mélange, l'homme boit la moitié du vin qui s'y trouve, c.-à-d. $\frac{1}{3}$ du vin primitif. Il n'en reste plus que $\frac{1}{3}$.

Ce dernier tiers étant mélangé avec de l'eau pour remplir le verre, l'homme en buvant la moitié du mélange boit la moitié du vin, c'est-à-dire la moitié de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{6}$ du vin primitif.

L'homme en trois fois a bu

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{5}{6} \text{ du vin.}$$

Il reste donc dans le verre $\frac{1}{6}$ du vin primitif.

185. *Un fermier a vendu successivement les $\frac{2}{9}$ des $\frac{3}{8}$, puis $\frac{1}{6}$, puis $\frac{17}{24}$ de sa récolte de blé. Le reste est réservé pour la consommation de sa maison, qui comprend 15 personnes. En moyenne, une personne consomme 17 doubles décalitres de blé par an. Trouver en hectolitres la quantité de blé de cette récolte.*

Certificat d'études des cours d'adultes. — Paris, 1880.

Consommation par personne............ $20^l \times 17 = 340$ litres.
Quantité pour 15 personnes.... $340^l \times 15 = 5100^l = 51$ hectol.

Les $\frac{2}{9}$ de $\frac{3}{8}$ sont $\frac{2 \times 3}{9 \times 8}=\frac{1}{12}$.

Les trois parties de la récolte vendues font

$$\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+\frac{17}{24}=\frac{2}{24}+\frac{4}{24}+\frac{17}{24}=\frac{23}{24}.$$

Il reste pour la consommation la 24^e partie de la récolte.
La récolte contenait $51^{hl} \times 24 = 1224$ hectolitres.

186. *Deux fontaines versent de l'eau dans le même bassin. La 1re pourrait le remplir en 3 heures et la 2e en 5 heures. On laisse d'abord couler la 1re pendant 1 heure, puis la 2e seule pendant 1 heure et demie, et ensuite on les laisse couler toutes deux ensemble. Au bout de combien de temps le bassin sera-t-il rempli?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Toulouse.

En 1^h la 1re fontaine remplit $\frac{1}{3}$ du bassin; la 2e $\frac{1}{5}$ ou $\frac{2}{10}$ du bassin.

En $1^h, \frac{1}{2}$, la 2e remplit $\frac{2}{10}+\frac{1}{10}=\frac{3}{10}$ du bassin.

La partie remplie ainsi par les deux fontaines successivement est

$$\frac{1}{3}+\frac{3}{10}=\frac{10}{30}+\frac{9}{30}=\frac{19}{30} \text{ du bassin.}$$

Il ne reste plus à remplir que $\frac{30}{30}-\frac{19}{30}=\frac{11}{30}$ du bassin.

Or, les deux fontaines ensemble en 1 heure remplissent

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{5}{15}+\frac{3}{15}=\frac{8}{15}=\frac{16}{30} \text{ du bassin.}$$

Pour remplir $\frac{1}{30}$ du bassin, elles mettraient $\frac{1^h}{16}$.

Pour remplir $\frac{11}{30}$ du bassin, elles mettront

$$\frac{1^h}{16}\times 11=\frac{11^h}{16}=41^m\frac{1}{4}.$$

Le temps demandé est $1^h + 1^h30^m + 41^m\frac{1}{4}$, c.-à-d. $3^h11^m\frac{1}{4}$.

187. *Un ouvrage peut être fait en 5 heures par un homme, en 8 heures par une femme et en 12 heures par un enfant. Au bout de combien d'heures l'ouvrage sera-t-il fait par les trois personnes travaillant ensemble?*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris. 1878.

En 1 heure, l'homme fait $\frac{1}{5}$ de l'ouvrage; la femme $\frac{1}{8}$; l'enfant $\frac{1}{12}$.

La partie de l'ouvrage qu'ils font ensemble par heure est

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}=\frac{24}{120}+\frac{15}{120}+\frac{10}{120}=\frac{49}{120}.$$

Pour faire $\frac{1}{120}$ de l'ouvrage, il leur faudrait $\frac{1^h}{49}$.

Pour faire l'ouvrage entier, il faudra 120 fois ce temps, c'est-à-dire

$$\frac{1^h}{49}\times 120 = 2^h26^m\frac{6}{49} \text{ c.-à-d. } 2^h27^m.$$

188. *Trois ouvriers ont travaillé ensemble pour faire un ouvrage. Le 1er en a fait $\frac{1}{3}$, le 2e $\frac{1}{4}$ et le 3e le reste. L'ouvrage ayant été payé 2f,50 le mètre, le 3e a reçu pour sa part 40 francs. Combien chaque ouvrier a-t-il fait de mètres?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

La partie de l'ouvrage faite par les deux premiers est

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=\frac{7}{12}.$$

La partie faite par le 3e est $\frac{12}{12}-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$.

Ces $\frac{5}{12}$ de l'ouvrage ont été payés 40 fr.

Le prix d'un 12e de l'ouvrage serait $40^f : 5 = 8$ fr.
L'ouvrage entier a été payé $8^f \times 12 = 96$ fr.
Le nombre de mètres de l'ouvrage est

$$96 : 2,5 = 38^m,40.$$

Les parties faites par les trois ouvriers sont :

par le 1er .... $38^m,40 : 3 = 12^m,80.$
par le 2e .... $38^m,40 : 4 = 9^m,60.$
par le 3e .... $38^m,40 \times \frac{5}{12} = 16^m.$

189. *Deux pièces de toile ont ensemble 103m,50 et les $\frac{2}{5}$ de la 1re font les $\frac{2}{4}$ de la 2e. Trouver la longueur de chacune.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

$\frac{1}{5}$ de la longueur de la 1re égale les $\frac{3}{8}$ de la seconde.

La longueur de la 1re est donc $\frac{15}{8}$ de la 2e.

Pour avoir les longueurs de chaque pièce, il n'y a qu'à diviser 103m,50 en deux parties dont la 1re soit 15 fois la 8e partie de la 2e.

Pour cela, on divise 103m,50 en (15 + 8) ou 23 parties égales.

Chaque partie a 103m,50 : 23 = 4m,50.

La 1re pièce a	4m,50 × 15 = 67m,50
La 2e........................	4m,50 × 8 = 36m,00
Vérification...	103m,50

190. *On a vendu un terrain en trois lots, au prix de 45 francs l'are. Le 1er lot comprenait les $\frac{2}{9}$ du terrain; le 2e les $\frac{2}{5}$ du reste. Le 3e lot valait 3,223 francs de plus que le 1er. Trouver quelle était la surface du terrain.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Le 1er lot a $\frac{2}{9}$ du terrain; il reste $\frac{7}{9}$ du terrain.

Le 2e lot a $\frac{2}{5}$ de $\frac{7}{9}$, c'est-à-dire $\frac{7}{9} \times \frac{2}{5} = \frac{14}{45}$ du terrain.

Le total de ces deux lots est

$$\frac{2}{9} + \frac{14}{45} = \frac{10}{45} + \frac{14}{45} = \frac{24}{45} \text{ du terrain.}$$

Le 3e lot a $\frac{45}{45} - \frac{24}{45} = \frac{21}{45}$ du terrain.

Le 3e surpasse le 1er de $\frac{21}{45} - \frac{10}{45} = \frac{11}{45}$ du terrain.

$\frac{11}{45}$ du terrain valent donc 3223 fr.

La 45e partie du terrain vaudrait 3223f : 11 = 293 fr.

Le terrain entier vaut 293f × 45 = 13185 fr.

Sa surface en ares est 13185 : 45 = 293 ares.

191. *Les 2 tiers d'un champ sont plantés en froment, le quart en vignes et le reste en pommes de terre; la 2e partie surpasse la 3e de 8 ares 4 centiares. Trouver l'étendue de chaque parcelle.*

Brevet élémentaire. — Aix, 1878.

L'étendue des deux premières parties est

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12} \text{ du champ.}$$

La 3e partie égale $\frac{1}{12}$ du champ.

La différence entre la 2e et la 3e, qui est de 804 centiares, est

$$\frac{3}{12} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \text{ du champ.}$$

Le champ entier a donc 804ca × 6 = 4824 centiares.

La partie en froment a 4824 × $\frac{2}{3}$ = 1608 × 2 = 3216 centiares.

La partie en vignes a............... 4824 : 4 = 1206 centiares.

La partie en pommes de terre a... 1206 — 804 = 402 centiares.

192. *Un homme avait un tonneau de bière. Il en a bu le tiers, puis un accident a fait couler la moitié du reste. En vidant ce qui restait encore, on a trouvé 33 litres. Calculer la capacité du tonneau et la valeur de la bière perdue, au prix de 17 fr. l'hectolitre.*

Certificat d'études primaires. — Ardennes, 1878.

L'homme ayant bu $\frac{1}{3}$ du tonneau, il en reste $\frac{2}{3}$.

La quantité écoulée est $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$, c.-à-d. $\frac{1}{3}$ du tonneau.

Il reste encore $\frac{1}{3}$ du tonneau valant 33 litres.

La capacité du tonneau est donc 33l × 3 = 99 litres.

La perte a été 0f,17 × 33 = 5f,61.

193. *Un ouvrier dépense le tiers de ce qu'il gagne pour sa nourriture, le 8e pour son habillement et son logement, le 10e en menus frais, et il économise à la fin de l'année 318 francs. Que gagne-t-il par an?*

Concours cantonal. — Aisne.

On a :

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} = \frac{40}{120} + \frac{15}{120} + \frac{12}{120} = \frac{67}{120}.$$

Il a dépensé $\frac{67}{120}$ de son gain. Il en reste $\frac{120}{120} - \frac{67}{120} = \frac{53}{120}$.

$\frac{53}{120}$ du gain valent 318^f; donc $\frac{1}{120}$ vaut $318 : 53 = 6$ fr.

Le gain total est de $6^f \times 120 = 720$ fr.

194. *Un marchand a un tonneau plein de vin, du prix de 80 centimes le litre. Il vend les $\frac{2}{3}$ des $\frac{5}{8}$ du tonneau; le lendemain, il en vend pour $7^f,20$ de plus que la veille et il ne lui reste plus que le demi-quart du tonneau. Trouver la capacité du tonneau.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ sont $\frac{5}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$. Le demi-quart est égal à $\frac{1}{8}$.

Le nombre de litres vendus pour $7^f,20$ est $7,20 : 0,80 = 9$ litres.
On a donc vendu la 1re fois et le lendemain

$$\frac{5}{12} + \frac{5}{12} \text{ du tonneau} + 9^l, \text{c.-à-d. } \frac{5}{6} \text{ du tonneau} + 9^l.$$

Le total de $\frac{5}{6} + \frac{1}{8}$ est $\frac{20}{24} + \frac{3}{24} = \frac{23}{24}$

Les $\frac{23}{24}$ du tonneau plus 9 litres font la capacité du tonneau.
Les 9 litres sont donc la 24e partie de cette capacité.
La capacité entière est $9^l \times 24 = 216$ litres.

195. *Un père et son fils travaillent à un ouvrage qu'ils peuvent faire ensemble en 15 jours. Ils travaillent d'abord 6 jours ensemble; puis le fils achève seul l'ouvrage en 30 jours. Combien de temps chacun employerait-il séparément à faire l'ouvrage ?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Ensemble ils font par jour $\frac{1}{15}$ de l'ouvrage; en 6 jours, $\frac{6}{15}$.

Il reste $\frac{15}{15} - \frac{6}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ de l'ouvrage.

Le fils fait $\frac{3}{5}$ de l'ouvrage en 30 jours; pour $\frac{1}{5}$ il met 10 jours.

Pour faire l'ouvrage entier, le fils mettra 50 jours.
Dans les 15 jours où il a travaillé avec son père, le fils a fait $\frac{15}{50}$, c'est-à-dire $\frac{3}{10}$ de l'ouvrage.

Le père en ces 15 jours en a donc fait $\frac{7}{10}$.

Pour faire $\frac{1}{10}$ de l'ouvrage, il mettrait $\frac{15}{7}$ de jour.

Pour l'ouvrage entier, le père mettra $\frac{150}{7} = 21^j\ \frac{3}{10}$.

196. *Un réservoir de 6000 litres est alimenté par deux fontaines. L'une verse 1 hectolitre en 1 heure et demie; l'autre 2 hectolitres en 4 heures et demie. On les fait couler ensemble. Quel temps leur faut-il pour remplir le réservoir supposé vide ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1880.

La 1re en $1^h\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$ verse 100 litres; la 2e en $4^h\frac{1}{2}$ ou $\frac{9}{2}$ 200 lit.

En $\frac{1}{2}^h$ la 1re verse $\frac{100^l}{3}$; la 2e $\frac{200^l}{9}$.

En 1^h la 1re verse $\frac{200^l}{3}$; la 2e $\frac{400^l}{9}$.

Ensemble elles donnent par heure

$$\frac{200}{3} + \frac{400}{9} = \frac{200}{3} + \frac{400}{9} = \frac{600}{9} + \frac{400}{9} = \frac{1000^l}{9}.$$

Autant de fois il y a $\frac{1000}{9}$ dans 6000^l, autant il leur faudra d'heures pour remplir le bassin.

Le nombre d'heures demandé est

$$6000 : \frac{1000}{9} = \frac{6000 \times 9}{1000} = 54^h.$$

197. *On a vendu successivement d'une pièce de drap $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{17}$, $\frac{1}{4}$ et il reste $10^m,65$. On demande la longueur de la pièce entière et le produit de chaque vente, le prix du mètre étant de $10^f,75$.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Juillet 1881.

La partie de la pièce vendue dans les 3 premières ventes est

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{17} + \frac{1}{4} = \frac{68}{340} + \frac{60}{340} + \frac{85}{340} = \frac{213}{340} \text{ de la pièce.}$$

Il reste pour la 4e vente

$$\frac{340}{340} - \frac{213}{340} = \frac{127}{340} \text{ de la pièce.}$$

Ces $\frac{127}{340}$ de la pièce égalent $10^m,65$; $\frac{1}{340}$ égalerait $\frac{10^m,65}{127}$.

La pièce entière a $\frac{10^m\,65 \times 340}{127} = 28^m,50$.

Le prix de toute la pièce sera

$$10^f,75 \times 28,5 = 306^f,375.$$

Produit de la 1re vente.......	$306^f,375 : 5 = 61^f,275$
Produit de la 2e..........	$306^f,375 \times \frac{3}{17} = 54^f,066$
Produit de la 3e..............	$306^f,375 : 4 = 76^f,593$
Produit de la 4e.........	$306^f,375 \times$ [illegible] $= 114^f,440$
Total...	$306^f,374$

198. *Une personne avait une certaine somme. Elle en a dépensé $\frac{1}{3}$ pour acheter de la toile à $2^f,25$ le mètre; elle a employé $\frac{2}{5}$ du reste pour avoir du drap à $12^f,75$ le mètre, et avec ce qui lui est resté, elle a payé l'achat de 225 litres de vin à 54 fr. l'hectolitre. Combien a-t-elle reçu de mètres de toile et de mètres de drap?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Juillet 1880.

Après la dépense de $\frac{1}{3}$ de la somme, il reste $\frac{2}{3}$ de cette somme.

Les $\frac{2}{5}$ de ce reste sont $\frac{2}{5}$ de $\frac{2}{3}$ ou $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$ de la somme.

La partie de la somme dépensée en deux fois est

$$\frac{1}{3} + \frac{4}{15} = \frac{5}{15} + \frac{4}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}.$$

Le 3e reste est donc $\frac{2}{5}$ ou 0,4 de la somme.

Ces 0,4 valent $54^f \times 2,25 = 121^f,50$.
0,1 de la somme est $121^f,50 : 4 = 30^f,375$.
La somme entière est $30,375 \times 10 = 303^f,75$.
Dans l'achat, on a employé :
pour la toile.......................... $303^f,75 : 3 = 101^f,25$.
pour le drap.......................... $303,75 \times \frac{4}{15} = 81^f,00$.

Les nombres de mètres achetés sont :
en toile.................................... $101,25 : 2,25 = 45^m$.
en drap.................................... $81 : 12,75 = 6^m,35$.

199. *Dans une école de 3 classes où la rentrée vient d'être faite, les $\frac{2}{5}$ des enfants savent lire, écrire et compter; les $\frac{2}{3}$ du reste savent lire et écrire; les autres, au nombre de 60, ne savent rien. Trouver le nombre des enfants de l'école et le nombre des enfants de chaque classe, combien il y en a pour 100 qui savent lire, écrire et compter, qui savent lire et écrire, qui ne savent rien.*

Admission à l'École normale d'institutrices de la Seine, 1875.

La 1re classe contient $\frac{2}{5}$ du nombre des enfants; il en reste $\frac{3}{5}$.

La 2e classe contient 2 fois $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{5}$ ou $\frac{2}{5}$ de ce nombre.

Ces deux classes contiennent donc $\frac{4}{5}$ de ce nombre.

Il en reste $\frac{1}{5}$ pour la 3e; ainsi $\frac{1}{5}$ du nombre d'enfants est 60.

La 1re et la 2e classe ont chacune $60 \times 2 = 120$.
Le nombre total est.......................... $60 \times 5 = 300$.
Sur 300 élèves, il y en a 120 de la 1re et 120 de la 2e classe.
Sur 100, il y en aurait 3 fois moins, c'est-à-dire 40.
Dans la 3e il y en a 60 pour 300, c'est-à-dire 20 %.

Réponse. — Nombre total 300. 1re cl., 120; 2e cl., 120; 3e cl. 60., 1re classe, 40 %; 2e cl., 40 %; 3e cl., 20 %.

200. *Une pompe, destinée à élever l'eau pour le service d'une usine, met 10 heures 25 minutes pour remplir le réservoir, quand elle fonctionne bien. Par suite d'un accident, le rendement de cette pompe se trouve diminué d'un tiers, au moment où le bassin ne contient encore que le quart de l'eau qu'il doit contenir. Combien faudra-t-il de temps ce jour-là pour remplir le réservoir?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Les $10^h\,25^m$ font $60^m \times 10 + 25^m = 625$ minutes.

Pour remplir $\frac{1}{4}$ du bassin, il a fallu $\frac{625^m}{4} = 156^m,25$.

Si la pompe avait continué à marcher régulièrement, elle aurait mis pour remplir le reste du bassin un temps égal à

$$625^m - 156^m,25 = 468^m,75.$$

Or, elle ne fournit plus que les $\frac{2}{3}$ de ce qu'elle aurait donné; si elle fournissait seulement $\frac{1}{3}$ il lui faudrait, pour achever de remplir le bassin 3 fois plus de temps, c'est-à-dire $468^m,75 \times 3$.

Comme elle donne $\frac{2}{3}$ il lui faut seulement la moitié de ce dernier temps, c'est-à-dire

$$\frac{468^m,75 \times 3}{2} = \frac{1406,25}{2} = 703^m,125 \text{ ou } 11 \text{ heures } 43 \text{ minutes.}$$

Le temps employé ce jour-là pour remplir le réservoir a donc été

$$156^m + 11^h + 43^m = 11^h + 199^m = 14^h\ 19^m.$$

201. *Un marchand vend une pièce de toile en trois fois. Le 1er coupon est les $\frac{2}{7}$ de la pièce; le 2e est formé des $\frac{4}{5}$ du reste et le 3e coupon, qui a une longueur de 8 mètres, est vendu 22 fr. Le marchand fait dans chacune de ces ventes un bénéfice de 10 %.*

Trouver : 1° combien de mètres contenait la pièce; 2° le prix total de vente; 3° le prix d'achat.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — **Ardennes, 1878.**

Après la vente du 1er coupon, il reste $\frac{5}{7}$ de la pièce.

La 2e fois, on vend 4 fois la 5e partie de $\frac{5}{7}$, c.-à-d. $\frac{4}{7}$ de la pièce.

Ces deux coupons font une partie de la pièce égale à

$$\frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{6}{7} \text{ de la pièce.}$$

Le 3e coupon est $\frac{1}{7}$ de la pièce.

La longueur de la pièce était donc............ $8^m \times 7 = 56^m$.
Le produit total de la vente est............... $22^f \times 7 = 154^f$.

154^f sont le prix d'achat plus le 10e de ce prix, c.-à-d. $\frac{11}{10}$ de ce prix

$\frac{1}{10}$ de ce prix sera $154 : 11 = 14^f$.

Le prix d'achat était $14^f \times 10 = 140^f$.

202. *On a vendu deux champs au prix de 3400 fr. l'hectare. Le 1er qui, n'a que les $\frac{2}{3}$ des $\frac{5}{6}$ de l'étendue du 2e, a coûté 1240 fr. de moins. Quelle est la superficie de chacun?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Les $\frac{2}{3}$ des $\frac{5}{6}$ égalent $\frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$.

L'étendue du 1er champ n'est donc que les $\frac{5}{9}$ de celle du 2e.

Si on suppose la surface des deux champs composée de $(9 + 5)$, c'est-à-dire de 14 parties égales, le 1er en a 5 et le 2e 9.

La différence des deux champs est 4 de ces parties, c'est-à-dire $\frac{4}{14}$ de la surface totale des deux champs.

Ces $\frac{4}{14}$ de la surface valent 1240^f; donc $\frac{1}{14}$ vaut $\frac{1240^f}{4} = 310^f$

La valeur du 1er est $310^f \times 5 = 1550^f$.
La valeur du 2e est $310^f \times 9 = 2790^f$.
La surface de chacun en ares est :
pour le 1er................................ $1550 : 34 = 45^a,58$
pour le 2e................................ $2790 : 34 = 82^a,05$.

203. *Une institutrice a dépensé dans une année le tiers de ses appointements pour sa nourriture, le quart pour son entretien, le chauffage et l'éclairage, la 7e partie pour des objets divers. Avec le surplus, elle a acheté 9 fr. de rente 4,50 % au cours de 103f,50. Quels étaient ses appointements?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — **Besançon, 1879.**

Une rente de $4^f,50$ coûte.............................. $103^f,50$.
Une rente de 9^f coûte...................... $103^f,50 \times 2 = 207^f$.
La partie des appointements dépensée est

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} = \frac{28}{84} + \frac{21}{84} + \frac{12}{84} = \frac{61}{84}$$

Il reste $\frac{84}{84} - \frac{61}{84} = \frac{23}{84}$ des appointements.

$\frac{23}{84}$ des appointements valent 207^f; donc $\frac{1}{84}$ vaudrait $\frac{207^f}{23}$.

Le montant des appointements est par conséquent

$$\frac{207}{23} \times 84 = \frac{17388}{23} = 756^f.$$

204. *Trois personnes se sont associées pour placer dans une entreprise une somme d'argent qui s'est augmentée du quart de sa valeur et est ainsi devenue 60 500 fr. Trouver la part de chaque personne dans le bénéfice, en sachant que la 1re personne avait déposé les $\frac{3}{8}$ de la somme, la 2e les $\frac{2}{5}$ et la 3e le reste.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Aisne, 1879.

La somme 60 500f vaut 5 fois le quart du capital mis en commun.
Le quart de ce capital est 60500f : 5 = 12 100f.
Le bénéfice à partager est donc 12 100 fr.

La 1re personne en aura les $\frac{3}{8}$, c.-à-d... $12\,100 \times \frac{3}{8} = 4537^f,50$

La 2e aura les $\frac{2}{5}$ ou les 0,4, c.-à-d... $12\,100 \times 0,4 = 4840^f,00$

Le total des parts des deux premières est.... $9377^f,50$

La 3e aura...................... $12\,100^f - 9377^f,50 = 2722^f,50$.

205. *Si, au double d'un nombre, on ajoute le tiers de ce nombre et qu'on en retranche le 7e, on trouve 15 $\frac{1}{3}$. Quel est ce nombre?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Douai, 1872.

On a d'abord $\frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{7}{21} - \frac{3}{21} = \frac{4}{21}$

Pour abréger désignons le nombre par N.

Or, 2 fois N plus $\frac{4}{21}$ de N font $\frac{46}{21}$ de N.

Ainsi $\frac{46}{21}$ de N valent 15 $\frac{1}{3}$ ou $\frac{46}{3}$; donc $\frac{1}{21}$ de N vaut $\frac{1}{3}$

Le nombre demandé est $\frac{1}{3} \times 21 = 7$.

206. *Il reste 47 400 francs à une personne qui a disposé du $\frac{1}{4}$ de sa fortune, des $\frac{2}{7}$ et des $\frac{3}{11}$. Quelle était cette fortune?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Nancy, 1871.

La partie de la fortune donnée est

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{7} + \frac{3}{11} = \frac{77}{308} + \frac{88}{308} + \frac{84}{308} = \frac{249}{308}.$$

La partie restante est $\frac{308}{308} - \frac{249}{308} = \frac{59}{308}$.

$\frac{59}{308}$ de la fortune valent 47 400f; donc $\frac{1}{308}$ vaut $\frac{47\,400^f}{59}$.

La fortune entière valait

$$\frac{47\,400}{59} \times 308 = 247\,444^f,06.$$

207. *La somme des $\frac{3}{8}$ et des $\frac{11}{12}$ d'un nombre est inférieure de 17 $\frac{1}{3}$ au double de ce nombre. Calculer ce nombre.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Douai, 1871.

Pour abréger, désignons le nombre inconnu par N.
On a d'abord

$$\frac{3}{8} + \frac{11}{12} = \frac{9}{24} + \frac{22}{24} = \frac{31}{24}.$$

Ainsi le double de N, moins les $\frac{31}{24}$ de N, font 17 $\frac{1}{3}$ ou $\frac{52}{3}$.

Nous aurons ensuite

$$2\text{ N} - \frac{31}{24}\text{ de N} = \frac{52}{3} \text{ ou } \frac{48}{24}\text{ de N} - \frac{31}{24}\text{ de N} = \frac{52}{3}$$

et par conséquent

$$\frac{17}{24}\text{ de N} = \frac{52}{3}.$$

On a donc $\frac{1}{24}$ de N $= \frac{52}{3 \times 17}$; puis N $= \frac{52 \times 24}{3 \times 17}$.

En effectuant les opérations, on trouve

$$\text{N} = 24\ \frac{8}{17}.$$

208. *En passant de la température de zéro à 1 degré, une barre de fer s'allonge de $\frac{1}{79700}$ de sa longueur. Quelle sera à 30 degrés la longueur d'une barre de fer qui à zéro est longue de 10 mètres $\frac{5}{6}$?*

N. B. — *On fera les calculs sans réduire les fractions ordinaires en fractions décimales et l'on exprimera le résultat par un nombre entier accompagné d'une fraction ordinaire.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Digne, 1879.

Une barre de 1 mètre passant de 0 à 30 degrés, sa longueur devient

$$1^m + 1^m \times \frac{30}{79\,700} = 1^m + \frac{3}{7970} = \frac{7973^m}{7970}.$$

La barre de $10^m\,\frac{5}{6}$ aura donc à 30 degrés une longueur égale à

$$\frac{7973}{7970} \times 10\,\frac{5}{6} = \frac{7973}{7970} \times \frac{65}{6} = \frac{518\,245}{47\,820}.$$

En extrayant les entiers du résultat, on trouve

$$10^m + \frac{40\,045}{47\,820} \text{ ou } 10^m + \frac{8009}{9564}.$$

En fraction décimale, on aurait $10^m,837$.

209. *Un champ de forme rectangulaire a 120 mètres de longueur et 98 de largeur. Les $\frac{2}{5}$ de sa superficie sont cultivés en blé; $\frac{1}{7}$ en seigle; les $\frac{3}{19}$ en sarrasin et le reste en maïs. Exprimer en ares et centiares la superficie de chacune de ces parties; dire combien le champ rapporte par an, en sachant que la partie ensemencée en maïs donne un bénéfice brut de 400 fr. En outre, la production d'un hectare en maïs vaut celle de 97ª,8 en blé ou de 103ª,32 en seigle, ou de 127ª,03 en sarrasin.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Montpellier.

1° Surface du champ........... $120 \times 98 = 11760^{mq} = 117^a,60$

Surface en blé $117^a,6 \times \frac{2}{5} = 117^a,6 \times 0,4 = 47^a,04$

Surface en seigle............... $117^a,6 : 7 = 16^a,80$

Surface en sarrasin........... $117^a,6 \times \frac{3}{19} = 18^a,568$

Total de ces 3 parties... $82^a,408$

Surface en maïs........... $117^a,6 - 82^a,408 = 35^a,192$.

2° Produit de 1 are de maïs........... $400^f : 35,192 = 11^f,3662$.

Produit de 1 hectare de maïs......................... $1136^f,62$.

Les produits des quatre parties sont : en maïs.......... 400^f.

en blé.......................... $\frac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}} \times 47,04 = 546^f,69$.

en seigle........................ $\frac{1136^f,62}{103,32} \times 16,8 = 184^f,81$.

en sarrasin...................... $\frac{1136^f,62}{127,03} \times 18,568 = 166^f,13$.

Produit total..... $1297^f,63$.

210. *La 5ᵉ partie d'un bassin étant remplie, on ouvre le robinet d'une fontaine, qui seule le remplirait en $5^h\,\frac{3}{11}$, s'il était vide. En même temps fonctionne une pompe qui retire l'eau du bassin et qui le viderait en $9^h\,\frac{2}{3}$, s'il était plein et si elle agissait seule. Au bout de combien de temps le bassin sera-t-il complètement rempli?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Poitiers, 1879.

La fontaine remplirait le bassin entier en $5^h\,\frac{3}{11}$ ou $\frac{58^h}{11}$.

La pompe seule le viderait entièrement en $9^h\,\frac{2}{3}$ ou $\frac{29^h}{3}$.

La partie qui serait remplie en 1 heure par la fontaine est égale à 1 divisé par le nombre d'heures qu'elle mettrait à le remplir.

La partie remplie en 1^h est donc $1 : \frac{58}{11} = \frac{11}{58}$ du bassin.

La partie vidée par la pompe en 1^h est $1 : \frac{29}{3}$ ou $\frac{3}{29}$ du bassin.

L'eau gardée par le bassin en 1^h en occupe une partie égale à

$$\frac{11}{58} - \frac{3}{29} = \frac{11}{58} - \frac{6}{58} = \frac{5}{58}.$$

Or, il n'y a plus à remplir que $\frac{4}{5}$ du bassin ; pour cela, il faudra autant d'heures que cette fraction contient de fois $\frac{5}{58}$.

Ce nombre d'heures est donc

$$\frac{4}{5} : \frac{5}{58} = \frac{4 \times 58}{5 \times 5} = \frac{232}{25} = 9^h\,16^m \text{ [illegible] ou } 9^h\,17^m.$$

211. *Un marchand a vendu une certaine quantité de sucre en trois lots. Le 1ᵉʳ, qui est les $\frac{2}{7}$ de cette quantité, a été vendu avec* *un bénéfice de* $6^f,50$; *le* 2^e, *qui est les* $\frac{3}{4}$ *du reste, a été vendu avec un bénéfice de* $8^f,25$, *et sur le reste, qui pèse* 10 *kilogr., on a perdu* 4 *francs. La somme retirée de la vente totale a été de* $122^f,75$. *On demande :* 1° *le poids total du sucre ;* 2° *le prix d'achat ;* 3° *le gain moyen fait par kilogramme.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Aisne, 1875.

Après la vente des $\frac{2}{7}$ il reste $\frac{5}{7}$ du sucre.

La 2^e fois, il vend $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{7}$, c.-à-d. $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{28}$ du sucre.

Le poids des deux premiers lots vendus est donc

$$\frac{2}{7} + \frac{15}{28} = \frac{8}{28} + \frac{15}{28} = \frac{23}{28} \text{ du sucre.}$$

Le reste $\frac{5}{28}$ du sucre pèse 10 kilogr ; $\frac{1}{28}$ du sucre pèse 2^{kg}.

Le poids du sucre était donc.... $2^{kg} \times 28 = 56^{kg}$.

Le marchand a gagné $6^f,50 + 8^f,25 - 4^f = 10^f,75$.

L'achat a coûté $122^f,75 - 10^f,75 = 112^f$.

Sur 56^{kg}, le bénéfice a été $10^f,75$.

Sur 1^{kg}, le gain a été...... $10^f75 : 56 = 0^f,19$.

212. *D'un fut de vin coûtant* 145 *fr. on cède les* $\frac{2}{5}$ *à* 72 *centimes le litre et les* $\frac{3}{8}$ *à* 70 *centimes le litre. Le reste vendu à* 68 *centimes a produit* $36^f,72$. *Calculer le bénéfice total, le bénéfice pour cent et la contenance du fut.*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1879.

La partie du fût vendue dans les deux premières fois est

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{8} = \frac{16}{40} + \frac{15}{40} = \frac{31}{40}.$$

Il reste pour la 3^e vente $\frac{9}{40}$ du fût.

Le nombre de litres de la 3^e vente est...... $3672 : 68 = 54$ litres.

9 fois la 40^e partie du fut égalent 54 litres.

La 40^e partie égale........................... $54^l : 9 = 6$ litres.

Le fût contient.......................... $6^l \times 40 = 240$ litres.

Les $\frac{2}{5}$ ou 0,4 du fût sont................ $240 \times 0,4 = 96$ litres

Les $\frac{3}{8}$ du fût sont........................ $\frac{240 \times 3}{8} = 90$ litres.

Les 96 litres ont produit.................. $0^f,72 \times 96 = 69^f,12$.

Les 90 litres ont produit.................. $0^f,70 \times 90 = 63^f,00$.

Le produit de la 3^e vente a été........................ $36^f,72$.

La vente totale a produit... $168^f,84$.

Bénéfice total........................ $168^f,84 - 145^f = 23^f,84$

Bénéfice pour cent......................... $\frac{23,84}{145} \times 100 = 16,44$.

Contenance du fût 240 litres.

213. *Un marchand a acheté un certain nombre de kilogrammes de marchandises en plusieurs fois, savoir : les* $\frac{2}{7}$ *de ce nombre à raison de* $1^f,15$ *le kilogr. ; les* $\frac{3}{8}$ *du même nombre à raison de* $1^f,20$ *le kilogr. et le reste qui est de* 4 *kilogr.* 375 *gr. à* $1^f,37$. *Quelle a été la dépense du marchand, et combien doit-il revendre l'hectogramme pour gagner* $17^f,50$ *sur toute la marchandise ?*

Certificat d'études primaires. — Var, 1880.

Les deux parties achetées les deux premières fois font

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{8} = \frac{16}{56} + \frac{21}{56} = \frac{37}{56} \text{ du total.}$$

Il reste pour le 3^e achat $\frac{19}{56}$ du total.

$\frac{19}{56}$ du poids total sont $4^{kg}, 375$; $\frac{1}{56}$ de ce poids est $\frac{4^{kg},375}{19}$;

Ce poids total est.................... $\frac{4^{kg},375 \times 56}{19} = 12^{kg},894$.

Les $\frac{2}{7}$ du poids sont.................... $\frac{12,834 \times 2}{7} = 3^{kg},684$.

Les $\frac{3}{8}$ — .... $\frac{12,834 \times 3}{8} = 4^{kg},834$.

Prix du 1^{er} achat........... $1^f,15 \times 3,684 = 4^f,2366$

Prix du 2^e achat........... $1^f,20 \times 4,834 = 5^f,8008$

Prix du 3^e achat........... $1^f,37 \times 4,375 = 5^f,9937$

Somme déboursée par le marchand..... $16^f,0311$

Somme à retirer de la vente......... $16^f,03 + 17^f,50 = 33^f,53$.

Prix de vente de l'hectogramme

$$33^f,53 : 128,94 = 0^f,26.$$

214. *Un bassin pouvant contenir 8 hectolitres reçoit par heure 75 litres $\frac{3}{4}$ par un 1^er^ robinet, 86 litres $\frac{2}{3}$ par un deuxième et perd 64 litres $\frac{4}{5}$ par un autre. On ouvre les trois robinets ensemble. Au bout de combien de temps le bassin sera-t-il rempli?*

Certificat d'études primaires. Garçons. — Paris, 1881.

En 1 heure, le bassin reçoit par les deux premiers robinets

$$75^l\,\frac{3}{4} + 86^l\,\frac{2}{3} = 161^l + \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = 162^l\,\frac{5}{12}.$$

Pendant le même temps, il perd par le 3e robinet $64^l\,\frac{4}{5}$.

En 1 heure, il garde un volume d'eau égal à

$$162^l\,\frac{5}{12} - 64^l\,\frac{4}{5} \text{ ou } 162^l\,\frac{25}{60} - 64^l\,\frac{48}{60},$$

$$\text{c.-à-d. } 161^l\,\frac{85}{60} - 64^l\,\frac{48}{60} = 97^l\,\frac{37}{60}$$

Autant de fois ce volume d'eau sera contenu dans 800 litres, autant il faudra d'heures pour remplir le bassin.

Ce nombre d'heures est donc

$$800 : 97\,\frac{37}{60} = 800 : \frac{5857}{60} = \frac{48000}{5857}.$$

En effectuant la division, on trouve :

$$8^h\ 11^m\ 43^s.$$

215. *Une 1re fontaine coulant seule remplirait un bassin en 3 heures $\frac{1}{2}$; une 2e le remplirait en $3^h\,\frac{1}{7}$; une 3e en $4^h\,\frac{1}{3}$. En combien de temps rempliront-elles le bassin ensemble, et quelle fraction de ce bassin chacune d'elles aura-t-elle remplie?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Ardennes, 1878.

Le bassin serait rempli :

par la 1re seule en $\frac{7^h}{2}$; par la 2e en $\frac{22^h}{7}$; par la 3e en $\frac{13^h}{3}$.

La partie du bassin remplie en 1 heure par chaque fontaine est :

par la 1re $1 : \frac{7}{2} = \frac{2}{7}$; par la 2e $1 : \frac{22}{7} = \frac{7}{22}$; par la 3e $1 : \frac{13}{3} = \frac{3}{13}$

Ensemble les trois fontaines remplissent en 1 heure

$$\frac{2}{7} + \frac{7}{22} + \frac{3}{13} = \frac{572}{2002} + \frac{637}{2002} + \frac{462}{2002} = \frac{1671}{2002} \text{ du bassin.}$$

Autant de fois il y a $\frac{1671}{2002}$ dans $\frac{2002}{2002}$, autant il faudra d'heures.

Ce nombre d'heures est donc

$$\frac{2002}{2002} : \frac{1671}{2002} = \frac{2002}{1671} = 1^h\ 11^m,8.$$

La partie du bassin qui sera remplie par chaque fontaine est :

par la 1re $\frac{572}{2002} \times \frac{2002}{1671} = \frac{572}{1671}$;

par la 2e $\frac{637}{2002} \times \frac{2002}{1671} = \frac{637}{1671}$;

par la 3e $\frac{462}{2002} \times \frac{2002}{1671} = \frac{462}{1671}$.

216. *Un minerai contient $\frac{4}{27}$ de son poids de fer, et il se produit une perte de 7 % sur le fer dans la fonte. Quel nombre de tonnes de minerai emploie-t-on annuellement pour obtenir chaque jour 7 tonnes $\frac{2}{5}$ de fer, le nombre des jours de travail dans l'année étant de 310?*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

1 tonne de minerai contient $\frac{4^t}{27}$ de fer.

Par suite de la perte de 7 % du fer, le poids de fer fourni par 1 tonne de minerai est seulement 0,93 du poids de fer du minerai,

$$\text{c. à-d. } \frac{4^t}{27} \times 0{,}93 = \frac{3^t{,}72}{27} = \frac{1^t{,}24}{9}.$$

Pour fournir $7^t\,\frac{2}{5}$ de fer ou $7^t{,}4$, il faudra autant de tonnes de minerai qu'il y a de fois $\frac{1{,}24}{9}$ dans 7,4.

Ce nombre de tonnes est donc

$$7{,}4 : \frac{1{,}24}{9} = \frac{7{,}4 \times 9}{1{,}24} = \frac{66{,}6}{1{,}24} = \frac{3330}{62} = \frac{1665^t}{31}.$$

Le nombre de tonnes de minerai à employer dans l'année sera

$$\frac{1665}{31} \times 310 = 16\,650^{t}.$$

217. *Deux personnes ont le même revenu annuel. La 1re économise chaque année la 5e partie de son revenu et la seconde dépense 800 fr. de plus que l'autre. Il en résulte qu'au bout de 3 ans la seconde a 852 fr. de dettes. Quel est leur revenu ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Aisne, 1878.

La 2e personne dépense $\frac{4}{5}$ du revenu plus 800^{f}.

A la fin de la 1re année, sa dette est.......... $852 : 3 = 284^{f}$.

En dépensant 284^{f} de moins, elle ne dépenserait que son revenu, ce qui fait :

$$\frac{4}{5} \text{ du revenu } + 800^{f} - 284^{f} \text{ ou } \frac{4}{5} \text{ du revenu } + 516^{f}.$$

La 5e partie du revenu est par conséquent 516^{f}.

Le revenu annuel est donc.................. $516 \times 5 = 2580^{f}$.

218. *Un cultivateur a de la graine de trèfle de deux qualités, la 1re coûtant 152 fr. et l'autre 122 fr. les 104 kilogr. Il ensemence les $\frac{2}{5}$ d'une prairie avec la 1re qualité et le reste avec la 2e, et il emploie ainsi pour 90 fr. de graine. Calculer la surface de la prairie, en sachant qu'il a fallu 30kgr. de graine par hectare.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1876.

Pour 1 hectare de prairie, on emploie :

de la 1re qualité $\frac{2}{5}$ ou 0,4 de 30^{kg}, c.-à-d. 12^{kg} ;

de la 2e qualité, $30 - 12 = 18^{kg}$.

Le prix du kilogr. de graine est :

$$1^{\text{re}} \text{ qualité, } \frac{152}{104} = \frac{76^{f}}{52} \text{ ; } 2^{\text{e}} \text{ qualité, } \frac{122}{104} = \frac{61^{f}}{52}.$$

12^{kg} de la 1re coûtent............ $\frac{76 \times 12}{52} = \frac{76 \times 6}{26} = \frac{456^{f}}{26}$.

18^{kg} de la 2e coûtent.............. $\frac{61 \times 18}{52} = \frac{61 \times 9}{26} = \frac{549^{f}}{26}$.

La dépense par hectare est $\frac{456^{f}}{26} + \frac{549^{f}}{26} = \frac{1005^{f}}{26}$.

Le nombre d'hectares de la prairie sera égal au nombre de fois que la dépense pour 1 hectare est contenue de fois dans 90^{fr}. Ce nombre d'hectares est donc

$$90 : \frac{1005}{26} = \frac{90 \times 26}{1005} = \frac{2340}{1005} = 2{,}3283.$$

Réponse. — La prairie a 2 hectares 32 ares 83 centiares.

219. *Les $\frac{242}{363}$ des $\frac{48}{80}$ des $\frac{295}{294}$ des $\frac{78}{91}$ d'un nombre valant 84, quel est ce nombre ? Combien faut-il lui ajouter pour obtenir les $\frac{132}{308}$ des $\frac{567}{324}$ de 1560 ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Charente-Inférieure, 1880.

Les fractions réduites à leur plus simple expression deviennent :

$$\frac{242}{363} = \frac{2}{3}; \quad \frac{48}{80} = \frac{3}{5}; \quad \frac{78}{91} = \frac{6}{7}; \quad \frac{132}{308} = \frac{3}{7}; \quad \frac{567}{324} = \frac{7}{4}.$$

La fraction $\frac{295}{294}$ est irréductible.

Or les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{5}$ des $\frac{295}{294}$ des $\frac{6}{7}$ du nombre sont une partie de ce nombre égale à

$$\frac{6}{7} \times \frac{295}{294} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{7} \times \frac{295}{294} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{7} \times \frac{59}{147} = \frac{2 \times 59}{7 \times 49} = \frac{118}{343}$$

Les $\frac{118}{343}$ du nombre inconnu valent 84 ; $\frac{1}{343}$ du nombre vaudra $\frac{84}{118}$.

Le nombre demandé est......... $\frac{84 \times 343}{118} = \frac{14406}{59} = 244\frac{10}{59}$.

Les $\frac{3}{7}$ des $\frac{7}{4}$ de 1560 sont $1560 \times \frac{7}{4} \times \frac{3}{7} = \frac{1560 \times 3}{4} = 1170$.

Au 1er nombre qui est $244\frac{10}{59}$, on doit ajouter

$$1170 - 244\frac{10}{59} = 925\frac{49}{59}.$$

220. *Deux femmes font un tapis hexagonal, en cousant ensemble 6 triangles équilatéraux de 2 mètres de côté chacun. La 1re seule pourrait, en travaillant bien, terminer ce travail en 24 heures; mais elle ne fait jamais que $\frac{1}{7}$ de ce qu'elle pourrait faire. La 2e seule pourrait faire ce travail en 30 heures; mais elle ne fait jamais que les $\frac{3}{11}$ de ce qu'elle pourrait faire. Trouver le nombre d'heures que ces deux femmes emploieront pour faire cet ouvrage ensemble et combien chacune aura cousu de mètres.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Seine-et-Marne, 1876.

En ne faisant que $\frac{1}{7}$ de ce qu'elle devrait faire pour terminer l'ouvrage en 24 heures, la 1re mettrait seule $24 \times 7 = 168$ heures.

Si la 2e ne faisait que $\frac{1}{11}$ de ce qu'elle devrait faire pour terminer l'ouvrage en 30 heures, il lui faudrait 11 fois 30^h ou 330^h.

Mais comme elle fait $\frac{3}{11}$ au lieu de $\frac{1}{11}$, il lui faudrait pour terminer l'ouvrage le tiers de 330 heures, c'est-à-dire 110 heures.

Elles font donc en 1 heure :

la 1re $\frac{1}{168}$ de l'ouvrage; la 2e $\frac{1}{110}$ de l'ouvrage,

et ensemble par heure

$$\frac{1}{168} + \frac{1}{110} = \frac{110}{18480} + \frac{168}{18480} = \frac{278}{18480} = \frac{139}{9240} \text{ de l'ouvrage.}$$

Autant de fois il y a $\frac{139}{9240}$ dans $\frac{9240}{9240}$, autant il leur faudra d'heures pour faire l'ouvrage en travaillant ensemble.

Ensemble elles mettront $9240 : 139 = 66{,}47$, c.-à-d. $66^h 28^m$.

La longueur de la couture est............ $2^m \times 6 = 12$ mètres.

La 1re personne fait 110 parties du travail pendant que l'autre en fait 168; le total serait 278 parties.

Les nombres de mètres de couture faits par chacune seront :

par la 1re..... $12^m \times \frac{110}{278} = 4^m{,}748$ ou $4^m{,}75$.

par la 2e..... $12^m \times \frac{168}{278} = 7^m{,}251$ ou $7^m{,}25$.

CHAPITRE III

PROBLÈMES SUR LES SURFACES

Règles et conseils.

RÈGLES. — 1° Pour calculer la surface d'un rectangle ou d'un carré, on multiplie entre eux les deux nombres qui expriment la longueur et la largeur, ou, comme on dit ordinairement, on multiplie la longueur par la largeur.

Si l'unité de longueur est le mètre, le produit exprime des mètres carrés; si l'unité de longueur est le décimètre, le produit exprime des décimètres carrés, etc.

2° Pour trouver un côté d'un rectangle, quand on connaît l'autre côté et la surface, on divise le nombre qui exprime la surface par le nombre qui exprime la longueur du côté connu, ou, comme on dit ordinairement, on divise la surface par la longueur.

Mais avant de commencer la division, on doit convertir en mètres carrés le nombre qui exprime la surface, lorsque le côté connu est évalué en mètres; le quotient est alors un nombre de mètres.

CONSEILS. — 1° Ne dites pas dans les calculs relatifs aux surfaces : *Je multiplie* 8 *mètres par* 24 *mètres*, ou *je divise* 24 *mètres carrés par* 8 *mètres*, ce qui n'a pas de sens, mais seulement : *Je multiplie* 8 *par* 3; *je divise* 24 *par* 8.

2° N'employez pas les mots *mètre, décimètre*, qui désignent des longueurs, pour *mètre carré, décimètre carré*, qui désignent des surfaces, comme on le fait trop souvent.

3° Ne faites jamais usage de cette abréviation m^2 que certains auteurs ont à tort mise en vogue, pour indiquer le mètre carré. La seule abréviation raisonnable est *mq* (la lettre *q* étant l'ini-

220. *Deux femmes font un tapis hexagonal, en cousant ensemble 6 triangles équilatéraux de 2 mètres de côté chacun. La 1re seule pourrait, en travaillant bien, terminer ce travail en 24 heures; mais elle ne fait jamais que $\frac{1}{7}$ de ce qu'elle pourrait faire. La 2e seule pourrait faire ce travail en 30 heures; mais elle ne fait jamais que les $\frac{3}{11}$ de ce qu'elle pourrait faire. Trouver le nombre d'heures que ces deux femmes emploieront pour faire cet ouvrage ensemble et combien chacune aura cousu de mètres.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Seine-et-Marne, 1876.

En ne faisant que $\frac{1}{7}$ de ce qu'elle devrait faire pour terminer l'ouvrage en 24 heures, la 1re mettrait seule $24 \times 7 = 168$ heures.

Si la 2e ne faisait que $\frac{1}{11}$ de ce qu'elle devrait faire pour terminer l'ouvrage en 30 heures, il lui faudrait 11 fois 30^h ou 330^h.

Mais comme elle fait $\frac{3}{11}$ au lieu de $\frac{1}{11}$, il lui faudrait pour terminer l'ouvrage le tiers de 330 heures, c'est-à-dire 110 heures.

Elles font donc en 1 heure :

la 1re $\frac{1}{168}$ de l'ouvrage; la 2e $\frac{1}{110}$ de l'ouvrage,

et ensemble par heure

$$\frac{1}{168} + \frac{1}{110} = \frac{110}{18480} + \frac{168}{18480} = \frac{278}{18480} = \frac{139}{9240} \text{ de l'ouvrage.}$$

Autant de fois il y a $\frac{139}{9240}$ dans $\frac{9240}{9240}$, autant il leur faudra d'heures pour faire l'ouvrage en travaillant ensemble.

Ensemble elles mettront $9240 : 139 = 66{,}47$, c.-à-d. 66^h28^m.

La longueur de la couture est.......... $2^m \times 6 = 12$ mètres.

La 1re personne fait 110 parties du travail pendant que l'autre en fait 168; le total serait 278 parties.

Les nombres de mètres de couture faits par chacune seront :

par la 1re..... $12^m \times \frac{110}{278} = 4^m{,}748$ ou $4^m{,}75$.

par la 2e..... $12^m \times \frac{168}{278} = 7^m{,}251$ ou $7^m{,}25$.

CHAPITRE III

PROBLÈMES SUR LES SURFACES

Règles et conseils.

RÈGLES. — 1° Pour calculer la surface d'un rectangle ou d'un carré, on multiplie entre eux les deux nombres qui expriment la longueur et la largeur, ou, comme on dit ordinairement, on multiplie la longueur par la largeur.

Si l'unité de longueur est le mètre, le produit exprime des mètres carrés; si l'unité de longueur est le décimètre, le produit exprime des décimètres carrés, etc.

2° Pour trouver un côté d'un rectangle, quand on connaît l'autre côté et la surface, on divise le nombre qui exprime la surface par le nombre qui exprime la longueur du côté connu, ou, comme on dit ordinairement, on divise la surface par la longueur.

Mais avant de commencer la division, on doit convertir en mètres carrés le nombre qui exprime la surface, lorsque le côté connu est évalué en mètres; le quotient est alors un nombre de mètres.

CONSEILS. — 1° Ne dites pas dans les calculs relatifs aux surfaces : *Je multiplie* 8 *mètres par* 24 *mètres*, ou *je divise* 24 *mètres carrés par* 8 *mètres*, ce qui n'a pas de sens, mais seulement : *Je multiplie* 8 *par* 3; *je divise* 24 *par* 8.

2° N'employez pas les mots *mètre, décimètre*, qui désignent des longueurs, pour *mètre carré, décimètre carré*, qui désignent des surfaces, comme on le fait trop souvent.

3° Ne faites jamais usage de cette abréviation m^2 que certains auteurs ont à tort mise en vogue, pour indiquer le mètre carré. La seule abréviation raisonnable est *mq* (la lettre *q* étant l'initiale du mot *quarré* qui s'écrit aujourd'hui *carré*); on réserve *mc* pour désigner le mètre cube.

4° Lorsqu'il s'agit de surfaces peu étendues, prenez une unité plus petite que le mètre, afin de ne pas charger les nombres de zéros inutiles.

Par exemple, s'il s'agit de calculer la surface d'une ardoise rectangulaire ayant 243 millimètres de longueur et 122 de largeur, il ne faut pas écrire $0,243 \times 0,125$, mais 243×125 en prenant le millimètre pour unité, ou $24,3 \times 12,5$ en prenant le centimètre pour unité.

On a ainsi pour la surface cherchée

$$243 \times 125 = 30375^{mmq},$$

ou

$$24,3 \times 12,5 = 303^{cmq},75.$$

PROBLÈMES

221. *On achète pour une robe 9 mètres et demi d'une pièce de soie qui a $\frac{3}{5}$ de mètre de longueur. Combien faudra-t-il de mètres de percaline ayant 75 centimètres de large pour doubler cette robe?*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1878.

On a d'abord $9\frac{1}{2} = 9,5$ et $\frac{3}{5} = 0,6$.

La surface de la soie est.................. $9,5 \times 0,6 = 5^{mq},70$.
La longueur de percaline à acheter sera..... $5,7 : 0,75 = 7^m,6$.

222. *Deux jardins rectangulaires ont la même surface. La longueur du 1er est de $78^m,4$ et sa largeur de $59^m,6$. La longueur du 2e étant de $61^m,8$, calculer sa largeur.*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1877.

Surface du 1er jardin................. $78,4 \times 59,6 = 4672^{mq},64$.
Largeur du 2e jardin.................. $4672,64 : 61,8 = 75^m,60$.

223. *On veut faire le plancher d'une chambre rectangulaire avec des planches de $1^m,70$ de long sur $0^m,10$ de large; la chambre a $5^m,24$ de longueur et $4^m,75$ de largeur. Combien faudra-t-il employer de planches et quel sera le prix de ce plancher, en supposant que 65 centimes soient le prix d'un 9e de mètre carré?*

Certificat d'études primaires. — Maine-et-Loire, 1880.

Surface du plancher.................... $5,24 \times 4,75 = 24^{mq},89$.
Surface d'une planche.................. $1,7 \times 0,1 = 0^{mq},17$.
Nombre de planches.......... $24,89 : 0,17 = 146,4$, c.-à-d. 147.
Prix du mètre carré du plancher............ $0^f,65 \times 9 = 5^f,85$.
Prix du plancher.................... $5^f,85 \times 24,89 = 145^f,60$.

224. *On veut faire tapisser une chambre qui a $6^m,15$ de long, $4^m,45$ de large et $3^m,10$ de haut. On emploie pour cela du papier gris dont le mètre carré tout collé coûte 6 centimes et du papier de tenture dont le mètre carré revient de même à 35 centimes. Quelle sera la dépense totale? On paye comptant et le tapissier fait une remise de 2, 5 %. Quelle est la somme à payer?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1876.

Contour de la chambre..... $6^m,15 \times 2 + 4^m,45 \times 2 = 21^m,20$.
Surface à couvrir....................... $21,2 \times 3,1 = 65^{mq},72$.
Prix du mètre carré..................... $0^f,35 + 0^f,06 = 0^f,41$.
Dépense totale.............. $0^f,41 \times 65,72 = 26^f,945$
Remise..................... $0^f,025 \times 26,94 = 0^f,673$
Somme à payer... $26^f,27$

225. *Un tapis de 4 mètres de long et de $3^m,25$ de large coûte $18^f,50$ le mètre carré. Pour le doubler on emploie une étoffe qui a 70 centimètres de largeur. La dépense totale ayant été de 286 fr., quel est le prix du mètre linéaire de cette étoffe?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Mars 1881.

Surface du tapis rectangulaire ... $4 \times 3,25 = 13$ mètres carrés.
Prix du tapis.......................... $18,50 \times 13 = 240^f,50$.
Prix de la doublure.................... $286 - 240,50 = 45^f,50$.
Longueur de doublure achetée......... $13 : 0,7 = 18^m,57$.
Prix du mètre linéaire de l'étoffe....... $45,50 : 18,57 = 2^f,45$.

226. *Combien faudrait-il de mètres en longueur, d'un papier peint, ayant 60 centimètres de largeur, pour couvrir les murs d'une chambre ayant 6 mètres de long, $4^m,40$ de large et $3^m,20$ de hauteur, si la surface totale des vides est de 8 mètres carrés?*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1879.

Contour de la chambre........... $(6^m + 4^m,40) \times 2 = 20^m,80$.
Surface totale........................... $20,8 \times 3,2 = 66^{mq},56$.
Surface à couvrir....................... $66,56 - 8 = 58^{mq},56$.
Longueur du papier à acheter........... $58,56 : 0,6 = 97^m,60$.

227. *Un tapis de 6^{m},75 de long sur 4^{m},60 de large a été acheté à raison de 14^{f},25 le mètre carré. Pour le doubler on a pris une étoffe de 85 centimètres de large, coûtant 1^{f},40 le mètre courant. Quelle somme a déboursée l'acheteur, si en payant comptant il a obtenu une remise de 3 °/₀ sur le montant de la facture?*

Concours d'admission à l'École normale d'instituteurs. — Ajaccio, 1879.

Surface du tapis rectangulaire....... $6,75 \times 4,6 = 31^{mq},05$.
Prix d'achat.......................... $14^{f},25 \times 31,05 = 442^{f},462$.
Longueur de la doublure achetée.... $31,05 : 0,85 = 36^{m},53$.
Prix d'achat de cette doublure...... $1^{f},4 \times 36,53 = 51^{f},142$.
Prix total de l'achat.... $442^{f},462 + 51^{f},142 = 493^{f},604$
Remise................. $0^{f},3 \times 493,6 = 14^{f},808$
Somme déboursée... $478^{f},796$

228. *Une chambre rectangulaire a 4^{m},75 de longueur et 3^{m},90 de largeur. Combien faudrait-il de mètres de moquette de 0^{m},65 de largeur pour un tapis qui couvrirait entièrement le parquet de cette chambre? Que coûtera ce tapis à 4^{f},25 le mètre de moquette, si le marchand fait une remise de 2 1/2 pour cent?*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1880.

Surface de la chambre................. $4,75 \times 3,9 = 18^{mq},525$.
Longueur d'étoffe à acheter .... $18,525 : 0,65 = 28^{m},5$.
Prix d'achat........ $4^{f},25 \times 28,5 = 121^{f},125$
Escompte...... $0^{f},025 \times 121,125 = 3^{f},028$
Somme à payer... $118^{f},097$, c.-à-d. $118^{f},10$.

229. *On veut tapisser une chambre ayant 4^{m},50 en longueur, 3^{m},6 en largeur et 3 mètres en hauteur. Quelle sera la dépense, si l'on emploie du papier valant 3 francs le rouleau? Le rouleau a 8 mètres de long et 60 centimètres de large; les portes, les fenêtres et la cheminée forment un 6^{e} de la surface totale.*

Certificat d'études primaires. — Sceaux, 1880.

Périmètre de la chambre : $4,5 \times 2 + 3,6 \times 2 = 16^{m},2$.
Surface des quatre murs......... $16,2 \times 3 = 48^{mq},6$
A déduire le 6^{e} qui est........................ $8^{mq},4$
Reste à couvrir....... $40^{mq},5$
Surface du rouleau......................... $8 \times 0,6 = 4^{mq},8$.
Nombre de rouleaux........................ $40,5 : 4,8 = 8,437$
Dépense .... $3^{f} \times 8,437 = 25^{f},31$.

230. *Un champ de forme rectangulaire a 239^{m},7 de longueur et 174^{m},8 de largeur. On demande sa superficie en hectares, ares et centiares. Quelle dépense aurait-on à faire pour répandre sur ce champ 3 litres et demi de chaux par mètre carré, si la chaux coûte 8^{f},75 le mètre cube?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Vendée, 1878.

La surface du champ est $239,7 \times 174,8 = 41899^{mq},56$

ou 4 hectares 18 ares 99 centiares et demi.

Le nombre de litres de chaux à y répandre est

$3^{l},5 \times 41\,899,56 = 146\,648^{l},46 = 146^{mc},648$.

Dépense........................... $8^{f},75 \times 146,648 = 1283^{f},17$.

231. *Un are de terrain produit en moyenne 17 litres de blé. Une pièce de terre carrée ayant 19 décamètres de côté, quel sera son produit moyen en blé? Quelle sera la valeur de ce blé à 29 francs le quintal, si l'hectolitre pèse 76 kilogrammes?*

Certificat d'études primaires. — Eure-et-Loir, 1880.

Surface du champ....................... $19 \times 19 = 361$ ares.
Récolte en blé.................. $17^{l} \times 361 = 6137^{l} = 61^{hl},37$.
Poids de ce blé..................... $76^{kg} \times 61,37 = 4664^{kg},12$.
Valeur de ce blé..................... $29^{f} \times 46,6412 = 1352^{f},60$.

232. *On emploie des carreaux carrés de 16 centimètres de côté pour paver une salle rectangulaire dont la longueur est de 6^{m},80 et la largeur les $\frac{4}{5}$ de la longueur. Le mille de carreaux coûtant 65 fr. et la main-d'œuvre 75 centimes par mètre carré, à combien s'élève la dépense totale?*

Certificat d'études primaires. — Côte-d'Or, 1880.

Largeur de la salle.......... $6^{m},8 \times \frac{4}{5} = 6^{m},8 \times 0,8 = 5^{m},44$.
Surface de la salle..................... $6,8 \times 5,44 = 36^{mq},992$.
Surface d'un carreau.................. $0,16 \times 0,16 = 0^{mq},0256$.
Nombre des carreaux à employer $\frac{36,992}{0,0256} = \frac{369920}{256} = 1445$.
Prix d'achat............... $0^{f},065 \times 1445 = 93^{f},925$
Main-d'œuvre............. $0^{f},75 \times 36,992 = 27^{f},744$
Dépense totale......... $121^{f},669$
c'est-à-dire...... $121^{f},67$.

233. *Pour paver une rue de 126 mètres de long et de 12 mètres de large, on a employé 51 219 pavés de grès. Combien en faudrait-il pour une rue de 184 mètres de long sur 15 mètres de large?*

Certificat d'études primaires. — Loire, 1880.

Surface de la 1re rue........................ $126 \times 12 = 1512^{mq}$.
Surface de la 2e rue .... $184 \times 15 = 2760^{mq}$.

Nombre de pavés par mètre carré $\frac{51219}{1512}$

Nombre de pavés pour la 2e rue

$$\frac{51219}{1512} \times 2760 = 93495 \text{ pavés.}$$

234. *On veut paver un corridor rectangulaire avec des briques ayant la forme d'un rectangle de 25 centimètres de longueur et de 20 centimètres de largeur. Quelle est la longueur du corridor, s'il a $4^{m},70$ de largeur et si l'on doit employer 1 175 briques ?*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1880.

Si on prend le diamètre pour unité, on a :
surface de la brique.......... $2,5 \times 2 = 5$ décim. carrés.
surface du corridor............ $5 \times 1175 = 5875$ déc. carrés.
longueur du corridor......... $5875 : 47 = 125$ décimètres,
c.-à-d. 12 mètres 50 centimètres.

235. *Pour couvrir un toit on emploie des tuiles plates rectangulaires de 25 centimètres de longueur sur 17 de largeur. Le toit est à deux pentes, et chaque partie a la forme d'un rectangle de 14 mètres de longueur sur $6^{m},25$ de hauteur. Les tuiles en se recouvrant perdent les $\frac{2}{5}$ de leur surface. Combien faudra-t-il de tuiles pour couvrir ce toit ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Rennes.

Surface du toit........... $14 \times 6,25 \times 2 = 175$ mètres carrés.
Surface de la tuile........ $0,25 \times 0,17 = 0^{mq},0425$.
Espace couvert par chaque tuile :

$$0,0425 \times \frac{3}{5} = 0,0425 \times 0,6 = 0^{mq},0255.$$

Nombre de tuiles à acheter

$$\frac{175}{0,0255} = \frac{1750000}{255} = 6863.$$

236. *Une portière doit couvrir une porte de $2^{m},20$ de hauteur sur $0^{m},95$ de largeur. A cause des plis, la largeur de la portière doit être plus grande que celle de la porte des 0,3 de la largeur de cette dernière. Combien faut-il de mètres d'étoffe, si cette étoffe a $0^{m},60$ de large ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

La largeur de l'étoffe de la portière doit être

$$0^{m},95 + 0^{m},95 \times 0,3 = 0^{m},95 + 0^{m},285 = 1^{m},235.$$

La surface de l'étoffe à acheter sera

$$2,2 \times 1,235 = 2^{mq},717.$$

Le nombre de mètres demandé est donc

$$2,717 : 0,6 = 4^{m},528, \text{ c.-à-d. } 4^{m},53.$$

237. *Le plâtre vaut $2^{f},50$; le sel 18 fr. et le guano 45 fr. les 100 kilogr. On mélange ces matières à poids égal pour en faire un engrais ; on en met 200 kilogr. par hectare. Quelle sera la dépense pour amender un champ rectangulaire ayant 138 mètres de longueur sur $50^{m},4$ de largeur ?*

Certificat d'études primaires. — Rhône 1881.

La surface du champ est .... $138 \times 50,4 = 6955^{mq},2 = 69^{a},552$.
Pour un are il faudrait 2 kilogr. d'engrais.
Pour le champ le poids sera $2^{kg} \times 69,552 = 139^{kg},104$.
Or 300 kilogr. coûtent $2^{f},50 + 18^{f} + 45^{f} = 65^{f},50$.
Le prix du kilogr. serait $\frac{65^{f},50}{300} = \frac{0,655}{3}$.
Le prix de l'engrais nécessaire pour le champ sera

$$\frac{0,655 \times 139,104}{3} = 0,655 \times 46.368 = 30^{f},37.$$

238. *Une chambre a $4^{m},75$ de longueur, $3^{m},50$ de largeur et $3^{m},40$ de hauteur ; il s'agit de la tapisser avec des rouleaux de papier ayant 50 centimètres de largeur sur $6^{m},20$ de longueur. On demande combien il faudra de ces rouleaux, en sachant que la pièce a deux fenêtres de $1^{m},15$ de largeur sur $2^{m},75$ de hauteur et une porte ayant la même largeur et $3^{m},20$ de hauteur. On demande en outre quelle sera la dépense, si le papier tout posé *revient à 75 centimes le mètre carré et la bordure mise en haut et en bas à 15 centimes le mètre de longueur.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Clermont, 1871.

Contour de la chambre......... $(4^m,75 + 3^m,50) \times 2 = 16^m,50$.
Surface totale des murs.................. $16,5 \times 3,4 = 58^{mq},10$.
  Surface des fenêtres.... $2,75 \times 1,15 \times 2 = 6^{mq},325$.
  Surface de la porte.......... $3,2 \times 1,15 = 3^{mq},680$.
  Surface de la porte et des fenêtres.......... $10^{mq},005$.
Surface à couvrir.................. $56^{mq},10 - 10^{mq} = 46^{mq},10$.
Surface du rouleau......................... $6,2 \times 0,5 = 3^{mq},10$.
Nombre des rouleaux... $46,1 : 3,1 = 14,87$, c.-à-d. 15 rouleaux.
Prix du papier posé...................... $0^f,75 \times 46,1 = 34^f,575$.
  Longueur de la bordure en haut............. $16^m,50$.
  Longueur en bas..... $16^m,50 - 1^m,15 \times 3 = 13^m,05$.
  Longueur totale de la bordure............... $29^m,55$.
Prix de la bordure..................... $0^f,15 \times 29,50 = 4^f,4325$.
Dépense totale........................ $34^f,575 + 4^f,432 = 39^f,00$.

239. *Avec 13 kilogr. 75 décagrammes de fil on a fabriqué une pièce de toile ayant 65 mètres de longueur sur $1^m,12$ de largeur. Combien faudra-t-il de kilogrammes de ce même fil pour fabriquer une toile de 41 mètres de longueur sur $1^m,24$ de largeur ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

1^{re} *méthode*. — La surface de la 1^{re} pièce a $65 \times 1,12 = 72^{mq},80$.
La surface de la 2^e a...................... $41 \times 1,24 = 50^{mq},84$.

Pour 1^{mq} le poids de fil serait $\dfrac{13^{kg},75}{72,8}$.

Pour la 2^e pièce le poids de fil sera

$$\frac{13^k,75 \times 50,84}{72,8} = \frac{13,75 \times 508,4}{728} = 9^{kg},602.$$

2^e *méthode*. — Pour fabriquer 1^m de longueur sur $1^m,12$ de largeur le poids de fil serait $\dfrac{13^{kg},75}{65}$.

Pour 41^m de longueur avec $1^m,12$ de largeur, le poids de fil serait $\dfrac{13^k,75 \times 41}{65}$.

Si avec 41^m de longueur la largeur était 1 centimètre, le poids de fil serait 112 fois moindre, c'est-à-dire $\dfrac{13^k,75 \times 41}{65 \times 112}$.

Avec 124 centimètres de largeur le poids de fil sera 124 fois plus que pour 1 centimètre. Le poids cherché sera donc

$$\frac{13^k,75 \times 41 \times 124}{65 \times 112} = \frac{2,75 \times 41 \times 31}{13 \times 28} = 0.602$$

240. *Un propriétaire veut carreler une salle rectangulaire de $8^m,9$ de longueur sur $5^m,6$ de largeur avec des briques ayant 374 centimètres carrés de surface. Calculer la dépense, en sachant : 1° que les briques coûtent $36^f,40$ le mille ; 2° que l'on donne 4 briques en plus par cent ; 3° que la pose coûte $1^f,80$ par mètre carré ; 4° que l'entrepreneur fait une remise de $1^f,50$ pour cent.*

Admission à l'école normale de Foix. — 1876.

Surface de la salle........................ $8,9 \times 5,6 = 49^{mq},84$.
Nombre des briques à employer.......... $498400 : 374 - 1332$.
Prix de 1040 briques $36^f,40$.
  Prix de 1332 briques........ $\dfrac{36^f,4}{1040} \times 1332 = 46^f,62$.
  Frais de pose............... $1^f,8 \times 49,84 = 89^f,712$.
  Dépense d'achat et de pose................. $136^f,33$.
  Remise.................. $0^f,015 \times 136,33 = 2^f,04$.
  Dépense totale...... $134^f,29$.

241. *Un ouvrier a moissonné un champ ayant 25 décamètres de longueur sur 86 mètres de largeur. On doit le payer en nature à raison de 3 hectolitres de blé de 1^{re} qualité par hectare. Or le propriétaire ayant vendu tout son blé de 1^{re} qualité ne peut donner au moissonneur que du blé de 2^e qualité. Combien doit-il lui en donner d'hectolitres et de litres, si l'hectolitre de la 1^{re} qualité vaut 23 francs et l'hectolitre de la 2^e qualité $21^f,50$?*

Certificat d'études primaires. — Haute-Marne, 1880.

Surface du champ............. $250 \times 86 = 21500^{mq} = 215$ ares.
Blé de 1^{re} qualité à recevoir... $3 \times 2,15 = 6^{hl},45 = 645$ litres.
Valeur de ce blé........................ $23^f \times 6,45 = 148^f,35$.
Nombre d'hectol. de la 2^e qualité à recevoir en échange :

$148,35 : 21,5 = 6^{hl},90$, c.-à-d. 6 hectol. 90 litres.

242. *Un maraîcher a planté des choux dans un champ rectangulaire de 125 mètres de long et $73^m,50$ de large. La récolte a été en moyenne de 4 choux par centiare et il en a retiré une somme* *de 1286f,25. On demande : 1° le nombre des choux qui avaient été plantés ; 2° le prix d'un chou ; 3° le bénéfice net, après déduction sur le prix total de $\frac{2}{9}$ pour fermage et contributions, plus $\frac{1}{3}$ pour travaux et engrais.*

Certificat d'études primaires. — Nord, 1880.

Surface du champ..................... $125 \times 73{,}5 = 9187^{mq},5$.
Nombre de choux récoltés................ $4 \times 9187{,}5 = 36750$.
Prix de vente d'un chou : $\frac{1286^f,25}{36750} = 0^f,035$, c. à d. 3 centimes $\frac{1}{2}$.
Partie du produit dépensée : $\frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{5}{9}$
Bénéfice net : $\frac{4}{9}$ du total, c.-à-d. $1286^f,25 \times \frac{4}{9} = 571^f,66$.

243. *Trouver la somme à payer pour faire carreler, avec des briques carrées de 25 centimètres de côté, une salle de classe ayant 10m,50 de long et 7m,25 de large, en sachant que les briques coûtent 6f,20 le cent; que pour un mètre carré de carrelage il faut employer 2 décalitres et demi de plâtre coûtant 2 francs l'hectolitre; qu'un maçon aidé d'un manœuvre pose par jour 15 mètres carrés de briques et gagne 5f,50. Le prix de la journée du manœuvre est les $\frac{3}{5}$ du prix de la journée du maçon.*

Certificat d'études primaires. — Arles, 1881.

Surface de la salle..................... $10{,}5 \times 7{,}25 = 76^{mq},125$.
Surface d'un carreau............. $25 \times 25 = 625$ centim. carrés.
Nombre des carreaux..................... $761250 : 625 = 1218$.
Hectolitres de plâtre............... $0^{hl},25 \times 76{,}125 = 19^{hl},031$.
Nombre de journées de travail........... $76{,}125 : 15 = 5^j,075$.
Journée du manœuvre..................... $5^f,5 \times 0{,}6 = 3^f,30$.
Achat des carreaux........... $0^f,062 \times 1218 = 75^f,52$
Achat du plâtre............... $2^f \times 19{,}031 = 38^f,06$
Somme payée au maçon...... $5^f,5 \times 5{,}075 = 27^f,91$
Somme payée au manœuvre.. $3^f,3 \times 5{,}075 = 16^f,75$
Dépense totale.......... $158^f,24$

244. *Pour tapisser une chambre on a employé 9 rouleaux et $\frac{2}{5}$ de papier d'une largeur de 0m,70 et du prix de 3f,40 le rouleau. Combien aurait-on dépensé, si le même travail avait été exécuté avec du papier de même longueur que le 1er, mais d'une largeur de 0m,58 et coûtant les $\frac{4}{5}$ de ce que coûtait le 1er, et s'il avait été fait en outre une remise de 3 1/2 pour 100?*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1877.

Avec une largeur de 70 centimètres, il faut $9^r,4$.
Avec une largeur de 1 centimètre il faudrait $9^r,4 \times 70 = 658^r$.
Avec une largeur de 58 centimètres le nombre de rouleaux sera 58 fois moindre, c'est-à-dire $\frac{658}{58} = 11^r,34$.

Le prix du rouleau de ce 2e papier doit être $\frac{4}{5}$ ou 0,8 de $3^f,40$, c'est-à-dire $3^f,4 \times 0{,}8 = 2^f,72$.
En outre, on fait une réduction de $0^f,035$ par franc.
Sur le prix de ce rouleau la réduction sera $0^f,035 \times 2{,}72 = 0^f,0952$.
Le prix réduit sera donc $2{,}72 - 0{,}095 = 2^f,625$.
La dépense sera $2^f,625 \times 11{,}34 = 29{,}7675$, c.-à-d. $29^f,77$.

245. *Un homme possède un champ de forme rectangulaire ayant 367 mètres de long et 57 mètres de large ; il a ensemencé les $\frac{4}{7}$ en luzerne et le reste en blé. Il compte que 8 ares de luzerne produisent 230 kilogr. de fourrage qui se vendent 7f,50 les 100 kilogr., et que 6 ares de blé donnent 85 litres de grain du prix de 22f,50 l'hectolitre. Quel est le prix total de la récolte ?*

Certificat d'études primaires. — Gard, 1878.

Surface du champ............ $367 \times 57 = 20919$ mètres carrés.
Surface en luzerne...................... $\frac{20919 \times 4}{7} = 11953^{mq}$.
Surface en blé...................... $20919 - 11953 = 8966^{mq}$.
Produit de 1 are en fourrage.............. $230^{kg} : 8 = 28^{kg},75$.
Produit de 1 are en blé............................ $\frac{85}{6}$ de litre.
Récolte en fourrage................ $28^{kg},7 \times 119{,}53 = 3436^{kg}$.
Récolte en blé..................... $\frac{85}{6} \times 89{,}66 = 1270$ litres.
Prix du fourrage.............. $7^f,5 \times 34{,}36 = 257^f,70$
Prix du blé.................. $22^f,5 \times 12{,}7 = 285^f,75$
Produit total de la récolte... $543^f,45$

246. *Une personne fait placer des rideaux à trois fenêtres, savoir : à chacune une paire de rideaux de mousseline ayant* $1^m,55$ *de hauteur et une paire de grands rideaux de perse ayant* $2^m,70$ *de hauteur. La mousseline a précisément la largeur des petits rideaux ; la perse n'a que les* $\frac{4}{5}$ *de la largeur des grands.*

On demande à combien reviendront les rideaux des trois fenêtres, si la mousseline coûte 90 centimes le mètre et la perse $1^f,20$.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Besançon.

Le nombre de mètres de mousseline pour les 6 rideaux est

$$1^m55 \times 6 = 9^m,30.$$

Leur prix est............................ $0^f,90 \times 9,3 = 8^f,37$.

La perse n'ayant que $\frac{4}{5}$ de la largeur des grands rideaux, il faudra pour chaque rideau ajouter à $2^m,7$ de perse une bande de même longueur et qui sera en surface le quart de la pièce de $2^m,7$.

Pour 4 rideaux il faudra $2^m,7 \times 4 + 2^m,7 = 13^m,5$;

Pour les 6 rideaux la moitié en sus, c.-à-d. $13^m,5 + 6^m,75 = 20^m,25$.

Le prix des 6 rideaux sera............ $1^f,20 \times 20,25 = 24^f,30$.

Le prix total demandé est donc

$$8^f,37 + 24^f,30 = 32^f,67.$$

247. *La surface totale de la terre est de 5 099 508 myriamètres carrés. Elle est partagée en cinq zones : deux zones glaciales, deux zones tempérées et une zone torride.*

Trouver la superficie en hectares de la zone torride, en sachant que chaque zone tempérée est les $\frac{13}{50}$ *de la surface totale de la terre et que chaque zone glaciale est les* $\frac{2}{13}$ *d'une zone tempérée.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

Surface de la zone tempérée, $\frac{13}{50}$ de la surface totale.

Surface d'une zone glaciale, $\frac{2}{13}$ de $\frac{13}{50}$ ou $\frac{2}{50}$ de la surface totale.

Surface des deux zones tempérées et des deux zones glaciales :

$$\frac{26}{50} + \frac{4}{50} = \frac{30}{50} = \frac{6}{10} \text{ de la surface totale.}$$

La zone torride est donc 0,4 de cette surface totale.

Son étendue est en myriam. carrés : $5\,099\,508 \times 0,4 = 2\,039\,803,2$; en kilomèt. carrés 203980320 ; en hectomèt. carrés 20398032000. c'est à dire 20 billions 398 millions 32 mille hectares.

248. *Un champ de forme rectangulaire, ayant 270 mètres de longueur sur* $156^m,45$ *de largeur, a coûté 25 000 francs à une personne qui l'a revendu par lots. Pour en faciliter l'accès à l'intérieur, elle y avait fait pratiquer deux allées transversales, perpendiculaires à la longueur et ayant* $4^m,50$ *de largeur ; ce travail lui avait occasionné une dépense de 4 260 francs.*

Les 2 tiers du terrain restant ont été revendus à raison de 135 fr. l'are ; le dernier tiers a été cédé au prix de 6 500 francs. Combien cette personne a-t-elle gagné pour cent ?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Rennes, 1877.

Surface du champ........ $156,45 \times 270 = 42241^{mq},50$

Surface des deux allées $156,45 \times 4,5 \times 2 = 1408^{mq},05$

Surface restant à vendre... $40833^{mq},45$

Le tiers de cette surface est........................ $13\,611^{mq},15$.

Les 2 tiers sont.................................... $27\,222^{mq},30$.

A 135^f l'are, la vente de ces 2 tiers a produit :

$135^f \times 272,223 = 36\,750^f,105$

L'autre tiers a produit...................... $6\,500^f,000$

Le produit total de la vente est... $43\,250^f,10$

Ce champ coûtait....... $25\,000^f + 4260^f = 29\,260^f,00$

Le bénéfice dans la vente est... $13\,990^f,10$

La personne a fait ce bénéfice avec 29 260 fr.

Avec 100^f elle aurait gagné

$$\frac{13\,990,1}{29\,260} \times 100 = \frac{139\,901}{2926} = 47,81.$$

249. *Un terrain de forme rectangulaire ayant 325 mètres de longueur sur 160 mètres de largeur a produit 495 gerbes de blé par hectare. Il faut 25 gerbes pour fournir 1 hectolitre de grain et 160 kilogr. de paille. Le fermier vend son blé à raison de* $27^f,50$ *les 100 kilogr. et la paille à raison de 42 fr. les 1000 kilogr. D'autre part chaque hectare supporte un loyer de 60 fr. et a exigé 120 fr. d'engrais et* $31^f,50$ *de semence. Calculer la somme qui représente les bénéfices, l'intérêt des avances et le travail du fermier, en sachant que l'hectolitre de blé pèse 73 kilogr. 20 grammes.*

Brevet élémentaire. Aspirants — Chambéry, 1876.

Surface du terrain............... $325 \times 160 = 52000^{mq} = 5^{ha},2$.
Nombre des gerbes récoltées................. $495 \times 5,2 = 2574$.
Produit de 25 gerbes : 1 hectol. grain et 160^{kg} paille.
Produit de 100 gerbes : 4 hectol. grain et 640^{kg} paille.
Produit du champ : en grain........... $4^{hl} \times 25,74 = 102^{hl},96$.
— — en paille....... $640^{kg} \times 25,74 = 16473^{kg},6$.
Poids du grain................. $73^{kg},02 \times 102,96 = 7518^{kg},1392$.
Prix du blé.............. $27,50 \times 75,18139 = 2067^{f},49$
Prix de la paille............ $42^{f} \times 16,4736 = 691^{f},89$
Total... $2759^{f},38$

Frais par hectare : $60^{f} + 120^{f} + 31^{f},50 = 211^{f},50$.
Total des frais............... $211^{f},5 \times 5,2 = 1099^{f},80$
Reste au fermier.... $1659^{f},58$

250. *Entre deux propriétés estimées 2 425 francs l'hectare et d'un revenu de 3,25 °/₀ existe un lambeau rectangulaire de terre inculte ayant 16^m,25 de longueur et 1 mètre de largeur, au sujet duquel les deux propriétaires voisins ont plaidé. Il en a coûté 720 fr. au perdant et 91 fr. au gagnant.*

On demande d'après cela : 1° la valeur réelle de ce lambeau ; 2° combien de fois elle a été portée au-dessus de cette valeur par les frais du procès ; 3° ce que coûterait l'hectare à ce taux ; 4° combien il faudra, pour couvrir les frais, que le perdant consacre d'années du revenu de sa propriété, qui a 160 ares 75 centiares.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Pas-de-Calais.

1° Surface du lambeau.................... $16,25 \times 1 = 16^{mq},25$.
Valeur du lambeau..................... $0^{f},2425 \times 16,25 = 3^{f},94$.
2° Pour le gagnant il revient à $3^{f},94 + 91^{f} = 94^{f},94$.
Or on trouve............................. $94,94 : 3,94 = 24,09$.
Au gagnant ce lambeau coûte plus de 24 fois sa valeur.

3° A ce taux le mètre carré coûte........... $\frac{94^{f},94}{16.25} = 5^{f},842401$.

Le prix de l'hectare serait $58424^{f},61$.
4° La propriété du perdant a $1^{ha},6075$.
Sa valeur est........................ $2425^{f} \times 1,6075 = 3898^{f},19$.
Son revenu annuel est............ $0,0325 \times 3898,19 = 126^{f},69$.
Pour payer les 720^{f} du procès, le nombre d'années de ce revenu sera $720 : 126,69 = 5,68$, c. à d. 5 ans plus les 0,68 du revenu annuel.

CHAPITRE IV

PROBLÈMES SUR LES VOLUMES

Règles et conseils.

Règles. — 1° Pour trouver le volume d'un cube ou d'un corps à six faces rectangulaires, on multiplie entre eux les nombres qui expriment les trois dimensions : longueur, largeur et hauteur.

Le résultat est un nombre de mètres cubes, si l'unité linéaire est le mètre; un nombre de décimètres cubes, si l'unité est le décimètre, etc.

2° En multipliant la longueur par la largeur, on obtient la surface de la base. On peut donc dire aussi : pour trouver le volume d'un corps à six faces rectangulaires, on multiplie le nombre qui exprime la surface de sa base par celui qui exprime sa hauteur.

3° Pour trouver la hauteur d'un corps rectangulaire dont on connaît le volume et deux des trois dimensions, on divise le nombre qui exprime le volume par le produit des deux dimensions connues.

Si le quotient doit être un nombre de mètres, il faut que le volume soit évalué en mètres cubes et le produit des deux dimensions connues en mètres carrés.

4° Quand on veut obtenir la capacité en litres, il faut prendre le décimètre pour unité, puisque le litre n'est autre chose qu'un décimètre cube.

Conseils. — 1° Ne dites pas : je multiplie 5 mètres par 4 mètres et par 3 mètres; je divise 60 mètres cubes par 12

Surface du terrain.............. $325 \times 160 = 52000^{mq} = 5^{ha},2$.
Nombre des gerbes récoltées................ $495 \times 5,2 = 2574$.
Produit de 25 gerbes : 1 hectol. grain et 160^{kg} paille.
Produit de 100 gerbes : 4 hectol. grain et 640^{kg} paille.
Produit du champ : en grain........... $4^{hl} \times 25,74 = 102^{hl},96$.
— — en paille....... $640^{kg} \times 25,74 = 16473^{kg},6$.
Poids du grain................ $73^{kg},02 \times 102,96 = 7518^{kg},1392$.
Prix du blé............. $27,50 \times 75,18139 = 2067^{f},49$
Prix de la paille........... $42^{f} \times 16,4736 = 691^{f},89$
Total... $2759^{f},38$

Frais par hectare : $60^{f} + 120^{f} + 31^{f},50 = 211^{f},50$.
Total des frais.............. $211^{f},5 \times 5,2$ --- $1099^{f},80$
Reste au fermier.... $1659^{f},58$

250. *Entre deux propriétés estimées* 2 425 *francs l'hectare et d'un revenu de* 3,25 °/₀ *existe un lambeau rectangulaire de terre inculte ayant* $16^{m},25$ *de longueur et* 1 *mètre de largeur, au sujet duquel les deux propriétaires voisins ont plaidé. Il en a coûté* 720 *fr. au perdant et* 91 *fr. au gagnant.*

On demande d'après cela : 1° *la valeur réelle de ce lambeau ;* 2° *combien de fois elle a été portée au-dessus de cette valeur par les frais du procès ;* 3° *ce que coûterait l'hectare à ce taux ;* 4° *combien il faudra, pour couvrir les frais, que le perdant consacre d'années du revenu de sa propriété, qui a* 160 *ares* 75 *centiares.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Pas-de-Calais.

1° Surface du lambeau.................... $16,25 \times 1 = 16^{mq},25$.
Valeur du lambeau..................... $0^{f},2425 \times 16,25 = 3^{f},94$.
2° Pour le gagnant il revient à $3^{f},94 + 91^{f} = 94^{f},94$.
Or on trouve............................ $94,94 : 3,94 = 24,09$.
Au gagnant ce lambeau coûte plus de 24 fois sa valeur.

3° A ce taux le mètre carré coûte........... $\frac{94^{f},94}{16.25} = 5^{f},842401$.

Le prix de l'hectare serait $58424^{f},61$.
4° La propriété du perdant a $1^{ha},6075$.
Sa valeur est......................... $2425^{f} \times 1,6075 = 3898^{f},19$.
Son revenu annuel est............ $0,0325 \times 3898,19 = 126^{f},69$.
Pour payer les 720^{f} du procès, le nombre d'années de ce revenu sera $720 : 126,69 = 5,68$, c. à d. 5 ans plus les 0,68 du revenu annuel.

CHAPITRE IV

PROBLÈMES SUR LES VOLUMES

Règles et conseils.

Règles. — 1° Pour trouver le volume d'un cube ou d'un corps à six faces rectangulaires, on multiplie entre eux les nombres qui expriment les trois dimensions : longueur, largeur et hauteur.

Le résultat est un nombre de mètres cubes, si l'unité linéaire est le mètre; un nombre de décimètres cubes, si l'unité est le décimètre, etc.

2° En multipliant la longueur par la largeur, on obtient la surface de la base. On peut donc dire aussi : pour trouver le volume d'un corps à six faces rectangulaires, on multiplie le nombre qui exprime la surface de sa base par celui qui exprime sa hauteur.

3° Pour trouver la hauteur d'un corps rectangulaire dont on connaît le volume et deux des trois dimensions, on divise le nombre qui exprime le volume par le produit des deux dimensions connues.

Si le quotient doit être un nombre de mètres, il faut que le volume soit évalué en mètres cubes et le produit des deux dimensions connues en mètres carrés.

4° Quand on veut obtenir la capacité en litres, il faut prendre le décimètre pour unité, puisque le litre n'est autre chose qu'un décimètre cube.

Conseils. — 1° Ne dites pas : je multiplie 5 mètres par 4 mètres et par 3 mètres; je divise 60 mètres cubes par 12 mètres carrés, par 5 mètres, mais seulement : je multiplie 5 par 4 et par 3 ; je divise 60 par 12, par 5.

2° N'employez pas les mots *mètre*, *décimètre*, etc., qui désignent des longueurs, pour *mètre cube*, *décimètre cube*, etc., qui désignent des volumes.

3° Rejetez cette abréviation m^3, aussi vicieuse que l'abréviation m^2, pour indiquer le mètre cube, qui doit être désigné toujours par *mc*.

4° Lorsqu'il s'agit de volumes assez petits, on doit prendre une unité plus petite que le mètre, afin de ne pas charger les nombres de zéros inutiles.

S'il s'agit par exemple de calculer le volume d'un cube qui a 64 millimètres d'arête, on n'écrira pas

$$0,064 \times 0,064 \times 0,064 = 0,000\,264\,144$$

mais, en prenant le centimètre pour unité,

$$6,4 \times 6,4 \times 6,4 = 264^{cmc},144.$$

PROBLÈMES

251. *Le bois à brûler provenant des démolitions se vend 35 fr. les 1000 kilogrammes. A combien revient le stère de ce bois, si le stère ne pèse que les 0,9 du poids du même volume d'eau?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Prix de 10 quintaux, 35 fr. — Prix du quintal, $3^f,50$.
Poids du stère 9 fois le 10^e de 10 quintaux, c.-à-d. 9^q.
Prix du stère $3^f,50 \times 9 = 31^f,50$.

252. *Un marchand vend du bois de chauffage, soit à $15^f,50$ le stère, soit à $3^f,80$ le quintal métrique. De quel côté est l'avantage pour l'acheteur, si le bois pèse 0,42 de ce que pèse l'eau?*

Certificat d'études primaires. — Hazebrouck, 1880.

Poids du stère de bois......... $1000^{kg} \times 0,42 = 420^{kg} = 4^q,2$.
Prix correspondant du quintal............... $15,5 : 4,2 = 3^f,69$.
Dans l'achat au stère on gagne :
par quintal.......................... $3^f,80 - 3^f,69 = 0^f,11$.
par stère............................ $0^f,11 \times 4,2 = 0^f,46$.
Au stère le quintal revient à $3^f,69$.

253. *Un tas de bois à brûler ayant $4^m,25$ de long, $3^m,75$ de large et $1^m,33$ de haut est vendu, à raison de $11^f,50$ le stère pris dans la forêt. A combien revient le tas rendu en ville, si l'on paye 12 fr. pour le transport et $0^f,65$ par stère pour droits d'octroi?*

Certificat d'études primaires. — Saône-et-Loire, 1881.

Volume du tas................. $4,25 \times 3,75 \times 1,33 = 21^{st},197$.
Prix d'achat.................. $11^f,5 \times 21,197 = 243^f,765$
Droits d'octroi............... $0^f,65 \times 21,197 = 13^f,778$
Prix du transport.............................. $12^f,000$
Prix du bois rendu en ville....... $269^f,54$.

254. *On a acheté pour le prix de $11^f,15$ une poutre de bois longue de $2^m,70$, large de $0^m,42$, épaisse de $0^m,245$. On demande à quel prix revient le décimètre cube du bois de cette poutre.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Volume de la poutre en décimètres cubes :

$$27 \times 4,2 \times 2,45 = 277^{dmc},83.$$

Prix du décimètre cube :

$$11,15 : 277,83 = 0^f,04.$$

255. *Les dimensions d'une barre rectangulaire sont : longueur $3^m,6$; largeur $0^m,06$; épaisseur $0^m,02$. Son poids est de 67 kilogr. 5 hectogr. Combien pèserait une barre de même métal, longue de $1^m,50$, large de $0^m,048$ et ayant $0^m,036$ d'épaisseur?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

Le centimètre étant pris pour unité, on trouve :
Volume de la 1^{re}............ $360 \times 6 \times 2 = 4320$ cent. cubes.
Volume de la 2^e.......... $150 \times 4,8 \times 3,6 = 2592$ cent. cubes

4320 cent. cubes pèsent $67^{kg},5$; donc 1 cent. cube pèserait $\frac{67^{kg},5}{4320}$.

La 2^e barre pèsera $\frac{67^{kg},5 \times 2592}{4320} = 40^{kg},5$.

256. *Un marchand de bois a disposé ses bûches en forme d'un parallélipipède rectangle ayant pour dimensions : 13 mètres, 20 mètres et 9 mètres. Combien devrait-il vendre le stère de ce bois, pour que la vente du tas entier pût produire 18720 fr.?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Grenoble, 1879.

Nombre de stères : $13 \times 20 \times 9 = 2340$ stères.
Prix de vente du stère, $18720^f : 2340 = 8^f$.

257. *Une cour de forme rectangulaire a 14 mètres de long sur $8^m,75$ de large; elle doit être recouverte d'une couche de gravier de 3 centimètres d'épaisseur. On demande combien il faudra de mètres cubes de gravier et quelle sera la dépense, si le tombereau contenant 735 décimètres cubes de gravier coûte $2^f,65$.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Juillet 1881.

En mètres cubes le volume du gravier que recevra la cour est :

$$14 \times 8,75 \times 0,03 = 3^{mc},675.$$

Le nombre de tombereaux de gravier est le nombre de fois que 735 décim. cubes sont contenus dans le volume total 3675 décim. cubes.
Il est donc égal à $3675 : 735 = 5$ tombereaux.
La dépense sera $2^f,65 \times 5 = 13^f,25$.

258. *Une salle de conférences a 20 mètres de longueur sur 15 mètres de largeur et $3^m,80$ de hauteur; 350 personnes s'y réunissent. On voudrait que le volume d'air fût de 4 mètres cubes en moyenne par personne. De combien faut-il élever le plafond?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Juillet 1881.

Le volume de l'air de la salle doit être égal à

$$4^{mc} \times 350 = 1400 \text{ mètres cubes.}$$

La surface du plancher de la salle est :

$$20 \times 15 = 300 \text{ mètres carrés.}$$

On aura la hauteur en divisant le nombre de mètres cubes du volume par le nombre de mètres carrés de la base.
On trouvera ainsi pour la hauteur de la salle

$$\frac{1400}{300} = \frac{14}{3} = 4^m,66.$$

La hauteur de la salle devra être augmentée d'une hauteur égale à

$$4^m,66 - 3^m,80 = 0^m,86.$$

259. *En admettant que Paris ait la surface d'un rectangle de 8 kilomètres de longueur sur 10, évaluer en tonnes la quantité de neige dont il a fallu débarrasser le sol en décembre dernier, en sachant que la neige tombée eût représenté fondue une hauteur de 12 centimètres d'eau.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Surface du rectangle en mètres carrés :

$$8000 \times 10000 = 80\,000\,000^{mq}.$$

Volume de la couche d'eau de $0^m,12$ d'épaisseur :

$$80\,000\,000 \times 0,12 = 9\,600\,000^{mq}.$$

Poids de 1 litre d'eau 1 kgr. — Poids du mètre cube d'eau, 1 tonne.
Poids de la neige 9 600 000 tonnes.

260. *La feuille d'étain qui enveloppe 500 grammes de chocolat, a 28 centimètres de long sur 25 de large et pèse $4^g,9$. Trouver l'épaisseur de cette feuille, en sachant que l'étain pèse 7 fois autant que l'eau sous le même volume.*

Admission à l'école normale de la Seine. — 1879.

Poids de 1 centimètre cube d'étain............... 7 grammes.
Volume de la feuille en centim. cubes........ $4,9 : 7 = 0^{cmc},7$.
Surface........................ $28 \times 25 = 700$ centim. carrés.
Épaisseur de la feuille

$$0,7 : 700 = 0^{cm},001, \text{ c.-à-d. un } 100^e \text{ de millimètre.}$$

261. *Un marchand achète 625 stères de bois à $12^f,25$ le stère et il paye pour le transport et le sciage 3 750 fr. Il les revend au prix de $3^f,15$ le quintal métrique. Trouver son bénéfice, en sachant que ce bois pèse 0,82 du poids de l'eau sous le même volume.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Chambéry.

Prix d'achat......................... $12^f,25 \times 625 = 7656^f,25$.
Somme déboursée.............. $7656^f,25 + 3750^f = 11406^f,25$.
Poids du stère de bois....................... 820 kilogrammes.
Poids du bois acheté........ $820^{kg} \times 625 = 512500^{kg} = 5125^q$.
Produit de la vente................. $3^f,15 \times 5125 = 16143^f,75$.
Bénéfice du marchand $16143^f,75 - 11406^f,25 = 4737^f,50$.

262. *Un bassin rectangulaire a $5^m,80$ de longueur, $4^m,10$ de largeur et $2^m,15$ de profondeur. Lorsqu'il est plein d'eau, on ouvre un robinet qui le vide en 2 heures 3 quarts. Combien ce robinet laisse-t-il écouler de litres d'eau par minute?*

Certificat d'études primaires. — Seine-Inférieure, 1881.

Prenons le décimètre pour unité de longueur; la capacité du bassin sera en litres

$$58,5 \times 41,5 \times 21,5 = 52196^{l},625.$$

Or $2^{h}\frac{3}{4}$ font $120^{m} + 45^{m} = 165^{m}$.

La quantité d'eau sortie par minute est donc

$$52196,6 : 165 = 316^{l},3.$$

263. *Une caisse a en longueur $1^{m},17$; en largeur $1^{m},04$ et en profondeur $0^{m},90$. Combien pourra-t-on y loger de pains de savon à base carrée, ayant $0^{m},13$ de côté et $0^{m},29$ d'épaisseur, les $\frac{3}{25}$ de la caisse devant être réservés pour l'emballage?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

Le centimètre étant pris pour unité, la capacité de la caisse est en centimètres cubes :

$$117 \times 104 \times 90 = 1\,095\,120^{cmc}.$$

L'emballage en prend les $\frac{3}{25}$ ou les 0,12.

Il reste pour le savon 0,88 de la caisse, c'est-à-dire

$$1\,095\,120 \times 0,88 = 963\,705^{cmc},6.$$

Le volume du pain de savon est :

$$13 \times 13 \times 29 = 4901^{cmc}.$$

Le nombre des pains qui rempliront la caisse sera :

$$963\,705,6 : 4901 = 196.$$

264. *Un bassin à base rectangulaire a $3^{m},25$ de long et $2^{m},69$ de large. On y verse 30 fois l'eau qui remplit une tonne de 3 hectolitres 21 litres de capacité. Quelle hauteur cette eau aura-t-elle dans le bassin?*

Certificat d'études primaires. — Hazebrouck, 1880.

Volume de l'eau en litres.................... $321 \times 30 = 9630^{l}$.
Surface du fond en décim. carrés..... $32,5 \times 26,9 = 874^{dmq},25$.
Hauteur de l'eau en décimètres........... $9630 : 874,25 = 11,01$
c'est-à-dire 1 mètre 10 centimètres.

265. *Une citerne carrée a un fond de $1^{m},40$ de côté et une profondeur de 4 mètres; elle est remplie d'eau aux $\frac{2}{7}$. Combien faut-il y verser d'hectolitres d'eau pour que la hauteur de la surface au-dessus du fond s'accroisse du quart de ce qu'elle était?*

Certificat d'études primaires. — Ardennes, 1877.

Hauteur primitive de l'eau, $4^{m} \times \frac{2}{7} = \frac{8^{m}}{7}$.

Accroissement à donner à cette hauteur, $\frac{8}{7} : 4 = \frac{2^{m}}{7}$.

Volume de l'eau à introduire:

$$1,4 \times 1,4 \times \frac{2}{7} = 1,4 \times 0,2 \times 2 = 0^{mc},56 = 560 \text{ litres}.$$

266. *L'usine à gaz de la Villette reçoit par jour en moyenne 720 tonnes de charbon. Pendant combien de temps faudrait-il accumuler ce charbon (en tas rectangulaire), pour couvrir un terrain de 1 hectare et demi de superficie sur une hauteur de 22 mètres (dimensions de la capacité intérieure de la cour du Louvre), si le mètre cube de charbon pèse 970 kilogrammes?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Surface du terrain 150 ares ou 15000 mètres carrés.
Volume du charbon.................... $15000 \times 22 = 330\,000^{mc}$.
Poids.......... $970^{kg} \times 330\,000 = 320\,100\,000^{kg} = 320\,100$ tonnes.
Nombre de jours demandé........... $320\,100 : 720 = 445$ jours.

267. *Un champ de 3 hectares 9 ares a été recouvert d'une couche de neige de 35 centimètres d'épaisseur. On demande : 1° le volume de cette neige; 2° le poids de l'eau résultant de sa fusion, si 1 litre de cette neige pèse 780 grammes; 3° quelle aurait dû être l'épaisseur de la neige, pour que son poids fût de 10 000 tonnes.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

1° Surface du champ en mètres carrés, $30\,900^{mq}$.
Volume de la neige. $30\,900 \times 0,35 = 10\,815^{mc} = 10\,815\,000$ litres.
2° Poids de l'eau............ $0^{kg},78 \times 10\,815\,000 = 8\,435\,700^{kg}$.
3° Poids de 10 000 tonnes de neige 10 000 000 kilogr.
Volume de ce poids de neige en décimètres cubes,

$$\frac{10\,000\,000}{0,78} = 12\,820\,512^{dmc} = 12\,820^{mc},512.$$

Épaisseur de la couche de cette neige :

$$\frac{12820,512}{30900} = \frac{128,20512}{309} = 0,414, \text{ c.-à-d. } 41 \text{ centimètres.}$$

268. *Une fontaine fournit 3 litres 75 centilitres d'eau par seconde ; en combien de temps remplira-t-elle un réservoir dont la longueur est $3^m,25$, la largeur $2^m,15$ et la profondeur $0^m,75$?*

Certificat d'études primaires. — Savoie, 1880.

Le décimètre étant pris pour unité, le bassin contient en litres :

$$32,5 \times 21,5 \times 7,5 = 5240^l,625.$$

L'eau fournie en 1 heure a $3^l,75 \times 60 \times 60 = 13500^l$.
Le nombre d'heures pour remplir le bassin est

$$5240,625 : 13500 = 0^h\ 23^m\ 17^s,5$$

269. *Un marchand a acheté 375 doubles stères de bois à brûler, qui lui coûtent 10 875 fr. Combien doit-il revendre le quintal pour gagner 10 % sur le prix d'achat, en admettant que le stère de bois pèse 375 kilogrammes ?*

Certificat d'études primaires. — Charente, 1880.

Nombre de stères achetés.......................... $375 \times 2 = 750$.
Poids de ce bois............ $375 \times 750 = 281250^{kg} = 2812^q,5$.
Prix d'achat du quintal................ $10875 : 2812,5 = 3^f,86$.
Prix de vente du quintal $3^f,86 + 0^f,386 = 4^f,246$, c.-à-d. $4^f,25$.

270. *On fait établir un chemin ayant 3 hectomètres 8 mètres de longueur sur 6 mètres de largeur. La chaussée, qui doit être empierrée, a 3 mètres de largeur. Trouver combien coûtera ce chemin, en sachant que le terrain coûte 950 fr. l'hectare, que le caillou répandu sur une épaisseur uniforme de 20 centimètres revient à $5^f,50$ le mètre cube rendu et posé, et que la construction du chemin revient à 250 fr. le kilomètre.*

Certificat d'études primaires. — Meurthe-et-Moselle, 1880.

Surface du chemin................ $308 \times 6 = 1848^{mq} = 18^a,48$.
Volume des cailloux................ $308 \times 3 \times 0,2 = 184^{mc},8$.
Prix des cailloux............ $5^f,5 \times 184,8 = 1016^f,40$
Prix du terrain.............. $9^f,5 \times 18,48 = 175^f,56$
Prix du travail.............. $250^f \times 0,308 = 77^f,00$
Dépense totale.... $1268^f,96$

271. *Deux robinets, versant, l'un 30 centilitres et l'autre 17 centilitres d'eau par seconde, sont ouverts pendant 4 heures 25 minutes et l'eau tombe dans un bassin rectangulaire ayant $6^m,58$ de longueur, $3^m,50$ de largeur et $1^m,65$ de profondeur. A quelle hauteur s'élève l'eau dans le bassin ?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

D'abord on a................ $4^h 25^m = 60^m \times 4 + 25^m = 265^m$.
Par seconde les deux robinets versent ensemble :

$$30 + 17 = 47 \text{ centilitres d'eau.}$$

Par minute ils donnent..................... $0^l,47 \times 60 = 28^l,2$.
En $4^h\ 25^m$ ils donnent.............. $28^l,2 \times 265 = 7473$ litres.
La surface du fond du bassin est en décimètres carrés :

$$65,8 \times 35 = 2303 \text{ déc. q.}$$

La hauteur de l'eau en décimètres sera $\frac{7473}{2303} = 3,24$

c'est-à-dire 32 centimètres 4 millimètres :

Nota. — La profondeur du bassin est inutile pour la résolution du problème.

272. *On a constaté à l'observatoire de Montsouris qu'il est tombé au mois de décembre 1878, sur une surface d'un mètre carré en 44 heures, une quantité de neige qui a donné $24^{lit},849$ d'eau. Evaluer, d'après cela, le poids, le volume et la hauteur de la neige tombée en 24 heures à Paris, en sachant que la superficie de cette ville est de 78 kilomètres carrés, et que le volume de l'eau est les $\frac{4}{47}$ de la neige qui la produit. On suppose que pendant les 44 heures la neige est tombée avec une égale intensité.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Nancy, 1879.

78 kilomètres carrés font 78 000 000 mètres carrés.
Le poids de la neige tombée en 24 heures est en kilogr. :

$$\frac{24^{kg},849 \times 24 \times 78\,000\,000}{44} = 1\,057\,212\,000^{kg}.$$

c'est-à-dire 1 057 212 tonnes.
Le volume de l'eau produite par cette neige est :

$$\frac{1\,057\,212\,000^l \times 47}{4} = 12\,422\,241\,000^l = 12\,422\,241 \text{ m. cubes}$$

La hauteur de la neige a été :

$$12\,422\,241 : 78\,000\,000 = 0^m,159, \text{ c.-à-d. } 16 \text{ centimètres.}$$

273. *Pour construire un mur ayant* 250 *mètres de longueur, une hauteur de* 1ᵐ,80 (*y compris les fondations*) *et une largeur de* 0ᵐ,70, *on emploie des pierres coûtant* 3ᶠ,30 *le mètre cube, prises à la carrière et dont le transport revient à* 1ᶠ,25 *par tombereau de* 5 *hectolitres. Les ouvriers employés sont au nombre de* 6 ; *ils travaillent* 15 *jours et reçoivent* 3ᶠ,25 *par jour. Combien coûte ce mur?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Volume du mur.................... $250 \times 1,8 \times 0,7 = 315^{mc}$.

Prix du transport de 5 hectolitres de pierres ou de $\frac{1}{2}$ m. c. $1^f,25$.

Prix du transport du mètre cube........... $1,25 \times 2 = 2^f,50$.

Prix du mètre cube sur place : $3^f,30 + 2^f,50 = 5^f,80$.

Prix des pierres du mur....... $5^f,8 \times 315 = 1827^f$

Paye des ouvriers.......... $3,25 \times 6 \times 15 = 292,50$

Dépense totale.......... $2119^f,50$

274. *Un maçon doit construire un mur ayant* 82ᵐ,25 *de longueur,* 2ᵐ,10 *de hauteur et* 0ᵐ,40 *d'épaisseur, à raison de* 3ᶠ,20 *le mètre cube pour la main-d'œuvre. Il compte employer pour cette construction un ouvrier et un manœuvre travaillant avec lui. Il demande dans combien de jours le travail devra être fait, pour que la journée du maître revienne à* 3ᶠ,75, *celle de l'ouvrier à* 3 *francs et celle du manœuvre à* 2ᶠ,25.

Certificat d'études primaires. — Gard, 1878.

Volume du mur.................. $82,25 \times 2,1 \times 0,4 = 69^m,09$.

Somme à recevoir.................. $3^f,2 \times 69,09 = 221^f,088$.

Prix total de la journée des trois hommes :

$$3^f,75 + 3^f + 2^f,25 = 9^f.$$

Nombre des journées à faire............... $221,088 : 9 = 24^j,5$

275. *Une boîte a* 148 *millimètres de largeur,* 185 *de longueur et* 40 *de profondeur. On y range par piles verticales des pièces de* 5 *francs en argent dont le diamètre a* 37 *millimètres et l'épaisseur* 2 *millimètres et demi. Trouver :* 1° *combien la boîte peut contenir de ces pièces ;* 2° *quel est en millimètres cubes le vide qui reste dans la boîte entre les piles. On sait qu'un décimètre cube de l'alliage monétaire pèse* 10 *kilogr.* 280 *grammes.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Alger, 1879.

D'abord on trouve :

$$185 : 37 = 5 \text{ et } 148 : 37 = 4.$$

Le fond pourra donc recevoir 4 lignes de 5 pièces chacune.

L'épaisseur de chaque pièce $2^{mm},5$ est contenue 16 fois dans la profondeur 40; car on a $40 : 2,5 = 16$.

On remplira donc la boîte au moyen de 20 piles contenant chacune 16 pièces; ce qui fait un total de 320 pièces.

La somme formée par ces pièces sera...... $5^f \times 320 = 1600$ fr.

Le poids de ces 1600^f est .... $5^{gr} \times 1600 = 8000^{gr}$.

Or le centimètre cube de la monnaie pèse $10^{gr},28$.

Le volume occupé par les pièces sera en centimètres cubes

$$8000 : 10,28 = 778^{cmc},210.$$

La capacité de la boîte est en centimètres cubes :

$$14,8 \times 18,5 \times 4 = 1095^{cmc},2.$$

Le vide qui reste dans la boîte est

$$1095,2 - 778,210 = 316^{cmc},990.$$

Nota. — L'indication de la densité de l'argent monnayé montre que le volume doit être déterminé d'après la relation qui existe entre le poids, le volume et la densité.

276. *Un marchand a acheté pour* 4 000 *francs le bois de chauffage qui remplit aux* 2 *tiers un magasin ayant pour dimensions* 5 *mètres,* 7 *mètres et* 9 *mètres. Combien doit-il vendre* 5 400 *kilogr. de ce bois, pour faire dans cette vente un bénéfice de* 12 °/₀ ? *Un centimètre cube de bois pèse* 68 *centigrammes.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Ardennes, 1877.

Capacité du magasin......... $5 \times 7 \times 9 = 315$ mètres cubes.

Volume du bois................. $315 \times \frac{2}{3} = 210$ mètres cubes.

Poids du décim. cube de bois, 680^{gr}.

Poids du mètre cube............... $680^{gr} \times 1000 = 680$ kilogr.

Poids du bois acheté $680^{kg} \times 210 = 142800^{kg} = 1428$ quintaux.

Prix du quintal, [illegible]; prix de 54 quintaux, $\frac{4000 \times 54}{[illegible]} = 151^{f},26$.

Bénéfice à faire .... $151^{f},26 \times 0,12 = 18^{f},15$.

Somme à retirer de la vente

$$151^{f},26 + 18^{f},15 = 169^{f},41.$$

Observation. — Quand il s'agit du bois de chauffage, on ne doit pas donner pour le calcul le poids d'un centimètre cube de bois ; c'est le poids du mètre cube qui devrait être indiqué.

277. *Quand un corps flotte, son poids est égal au poids du liquide qu'il déplace. Une pièce de bois équarrie ayant $4^{m},50$ de long sur $0^{m},75$ de large et de $0^{m},25$ d'épaisseur flotte sur l'eau, en enfonçant de $0^{m},18$. Trouver le volume de l'eau déplacée et le poids de la pièce de bois ; le volume de la pièce de bois ; le poids d'un mètre cube ; le poids d'un décimètre cube.*

Certificat d'études primaires. — Alpes-Maritimes, 1879.

Volume de la pièce en décim. cubes $45 \times 7,5 \times 2,5 = 843^{dmc},750$.
Volume de l'eau déplacée........ $45 \times 7,5 \times 1,8 = 607^{dmc},500$.
Poids de l'eau déplacée et poids de la pièce......... $607^{kgr},500$.
Poids du décimètre cube de ce bois

$$607,50 : 843,75 = 0^{kgr},72, \text{ c.-à-d. } 720 \text{ grammes.}$$

278. *Une pièce de bois de sapin longue de $3^{m},25$, large de $0^{m},32$ et épaisse de $0^{m},28$ a la forme d'un prisme rectangulaire. Le poids spécifique de ce bois est 0,66. On demande : 1° le poids de cette poutre ; 2° de combien elle s'enfoncerait dans l'eau, si on la posait à plat sur l'eau.*

Certificat d'études primaires. — Marne, 1881.

Volume de la pièce en décim. cubes $32,5 \times 3,2 \times 2,8 = 291^{dc},2$.
Poids de la pièce.................. $291^{kg},2 \times 0,66 = 192^{kg},192$.
Poids de l'eau déplacée $192^{kg},192$; volume de cette eau $192^{dc},192$.
La base par laquelle la pièce repose sur l'eau est un rectangle ayant pour surface

$$32,5 \times 3,2 = 104 \text{ décimètres carrés.}$$

L'épaisseur de l'eau déplacée est donc $192,192 : 104 = 1,848$
ce qui fait 185 millimètres.

279. *On veut faire confectionner à un ouvrier une boîte à dominos. Calculer les dimensions intérieures de cette boîte, en sachant : 1° que les dominos ont 45 millimètres de long, 22 de large et 9 d'épaisseur ; 2° qu'on veut les disposer comme d'habitude, en quatre rangées superposées, de 7 dominos chacune ; 3° que pour faciliter l'introduction dans la boîte, l'ouvrier devra ménager un vide de 2 millimètres dans tous les sens.*

Cette boîte vide pèse $233^{gr},50$ et quand elle contient les dominos 650 grammes ; trouver le poids moyen d'un domino.

Certificat d'études primaires. — Gard, 1878.

Dans la boîte les dominos forment un corps à six faces rectangulaires ayant en millimètres :

largeur, 45 ; longueur, $22 \times 7 = 154$; hauteur, $9 \times 4 = 36$.

En ajoutant 4 millimètres à la longueur et à la largeur et 2 à la hauteur, on aura les dimensions de la boîte :

$$\text{longueur } 158^{mm} ; \text{ largeur } 49^{mm} ; \text{ hauteur } 38^{mm}.$$

Le poids des dominos est........... $650^{gr} - 233^{gr},5 = 416^{gr},5$.
Le poids d'un seul sera................. $416^{gr},5 : 28 = 14^{gr},875$.

280. *Un accident a fait écouler dans une citerne longue de $2^{m},50$, large de $1^{m},80$, profonde de $2^{m},85$ et remplie d'eau aux $\frac{3}{5}$ de sa profondeur, les $\frac{5}{9}$ de la contenance d'un tonneau d'huile de 2 hectolitres 25 litres.*

On demande de calculer : 1° l'épaisseur de la couche d'huile formée à la surface de l'eau de la citerne ; 2° la différence du poids de l'eau contenue dans la citerne avec celui du même volume d'huile, en supposant que le poids de toute l'huile du tonneau eut été au poids de l'eau qui l'aurait rempli dans le rapport de 4,58 à 5 ; 3° la fraction qui représenterait la partie vide du tonneau dans le cas où la couche d'huile de la citerne eut été plus épaisse de 5 millimètres.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Nancy, 1878.

Prenons le décimètre pour unité de longueur.

Le volume de l'huile écoulée dans la citerne est en litres :

$$225^{l} \times \frac{5}{9} = 125 \text{ litres.}$$

La couche d'huile a pour base un rectangle dont la surface est égale à......................... $25 \times 18 = 450$ décim. carrés.

Son épaisseur est donc .... $125 : 450 = 2,5 : 9 = 0^{dm},277$, c.-à-d. 27 millimètres 7 dixièmes.

2° L'épaisseur de la couche d'eau contenue dans la citerne est égale à.............................. $28^{dm},5 \times - = 10^{dm}69$.

Le volume de cette eau est........ $25 \times 18 \times 10,69 = 4810^{l},5$.

Son poids est $4810^{kg},5$.

Le rapport entre les poids de l'huile et du même volume d'eau est

$$\frac{4,58}{5} = \frac{458}{500}.$$

L'huile qui aurait même volume que l'eau de la citerne pèserait donc

$$4810^{kg},5 \times \frac{4..}{500} = 4406^{kg},418.$$

La différence entre le poids de cette huile et le poids de l'eau est.............................. $4810^{kg},5 - 4406^{kg},4 = 404^{kg},1$.

3° Avec 5 millimètres de plus d'épaisseur, la couche d'huile aurait une épaisseur de $0^{dm},327$.

Son volume serait...................... $450 \times 0,327 = 147^{l},15$.

Il y aurait donc dans le tonneau un vide de $147^{l},15$.

Ce vide est une fraction du tonneau égale à

$$\frac{147,5}{225} = \frac{295}{450} = \frac{59}{90}$$

Réponse. — 1° L'épaisseur de la couche d'huile est de 27 millimètres 7 dixièmes.

2° La différence de poids demandée est de $404^{kg},1$.

3° Le vide est 59 fois la 90^{e} partie de la capacité du tonneau.

CHAPITRE V

PROBLÈMES PARTICULIERS SUR LES FRACTIONS

Nous classons dans ce chapitre une série de problèmes qui ne sont ni longs, ni difficiles, et sur lesquels cependant les candidats se trompent fréquemment, faute d'un peu de réflexion.

Dans la plupart, il s'agit de chercher quel est le bénéfice pour cent fait sur le prix d'achat et quel bénéfice sur le prix de vente, la question revient en général à trouver ce prix, en connaissant la valeur qu'il a prise, après avoir été augmenté ou diminué d'une certaine fraction de lui-même.

281. *En revendant le mètre de toile 2 fr., un marchand gagne 20 °/₀ sur le prix d'achat; combien lui coûtait le mètre?*

Certificat d'études primaires. — Rhône, 1880.

Ce qui avait été acheté 1 franc est revendu $1^{f},20$.

Le prix d'achat du mètre contient donc autant de francs qu'il y a de fois $1^{f},20$ dans 2^{f}. Ce prix est

$$\frac{2}{1,2} = \frac{20}{12} = 1^{f},666, \text{ c.-à-d. } 1^{f},67.$$

282. *Un marchand a vendu 60 mètres d'étoffe à raison de $12^{f},50$ le mètre; il a fait un bénéfice de 10 °/₀ sur le prix d'achat. Combien les avait-il payés?*

Certificat d'études primaires. — Belfort, 1879.

La vente a produit........................ $12^{f},5 \times 60 = 750$ fr.

Ce qui avait été acheté 1 franc est revendu $1^{f},10$.

Le prix d'achat contient donc autant de francs qu'il y a de fois $1^{f},10$ dans 750 fr.

Le prix d'achat était........................ $750 : 1,1 = 681^{f},82$.

2° L'épaisseur de la couche d'eau contenue dans la citerne est égale à.............................. $28^{dm},5 \times - = 10^{dm}\ 69$.

Le volume de cette eau est........ $25 \times 18 \times 10,69 = 4810^{l},5$.
Son poids est $4810^{kg},5$.
Le rapport entre les poids de l'huile et du même volume d'eau est

$$\frac{4,58}{5} = \frac{458}{500}.$$

L'huile qui aurait même volume que l'eau de la citerne pèserait donc

$$4810^{kg},5 \times \frac{4\text{[illegible]}}{500} = 4406^{kg},418.$$

La différence entre le poids de cette huile et le poids de l'eau est.............................. $4810^{kg},5 - 4406^{kg},4 = 404^{kg},1$.
3° Avec 5 millimètres de plus d'épaisseur, la couche d'huile aurait une épaisseur de $0^{dm},327$.
Son volume serait..................... $450 \times 0,327 = 147^{l},15$.
Il y aurait donc dans le tonneau un vide de $147^{l},15$.
Ce vide est une fraction du tonneau égale à

$$\frac{147,5}{225} = \frac{295}{450} = \frac{59}{90}$$

Réponse. — 1° L'épaisseur de la couche d'huile est de 27 millimètres 7 dixièmes.
2° La différence de poids demandée est de $404^{kg},1$.
3° Le vide est 59 fois la 90^e partie de la capacité du tonneau.

CHAPITRE V

PROBLÈMES PARTICULIERS SUR LES FRACTIONS

Nous classons dans ce chapitre une série de problèmes qui ne sont ni longs, ni difficiles, et sur lesquels cependant les candidats se trompent fréquemment, faute d'un peu de réflexion.

Dans la plupart, il s'agit de chercher quel est le bénéfice pour cent fait sur le prix d'achat et quel bénéfice sur le prix de vente, la question revient en général à trouver ce prix, en connaissant la valeur qu'il a prise, après avoir été augmenté ou diminué d'une certaine fraction de lui-même.

281. *En revendant le mètre de toile 2 fr., un marchand gagne 20 °/₀ sur le prix d'achat; combien lui coûtait le mètre?*
Certificat d'études primaires. — Rhône, 1880.

Ce qui avait été acheté 1 franc est revendu $1^{f},20$.
Le prix d'achat du mètre contient donc autant de francs qu'il y a de fois $1^{f},20$ dans 2^{f}. Ce prix est

$$\frac{2}{1,2} = \frac{20}{12} = 1^{f},666, \text{ c.-à-d. } 1^{f},67.$$

282. *Un marchand a vendu 60 mètres d'étoffe à raison de $12^{f},50$ le mètre; il a fait un bénéfice de 10 °/₀ sur le prix d'achat. Combien les avait-il payés?*
Certificat d'études primaires. — Belfort, 1879.

La vente a produit........................ $12^{f},5 \times 60 = 750$ fr.
Ce qui avait été acheté 1 franc est revendu $1^{f},10$.
Le prix d'achat contient donc autant de francs qu'il y a de fois $1^{f},10$ dans 750 fr.
Le prix d'achat était........................ $750 : 1,1 = 681^{f},82$.

283. *Une marchande a vendu plusieurs pièces de ruban pour 235^f,70. Si elle les eût vendues 60^f,40 de plus, elle aurait gagné le 5^e du prix d'achat. Combien lui coûtaient ces rubans?*

Certificat d'études primaires. — Drôme, 1880.

On a.............................. 235^f,70 + 60^f,40 = 296^f,10.
Cette somme vaut 6 fois la 5^e partie du prix d'achat.
Cette 5^e partie est........................ 296^f,10 : 6 = 49^f,35.
Le prix d'achat était...................... 49^f,35 × 5 = 246^f,75.

284. *Un marchand de vin a acheté 7 pièces de vin pour 1 102^f,50; il en a vendu 99 litres pour 65^f,34. On demande combien chaque pièce contient de litres, en sachant que le marchand gagne 3 centimes par litre vendu?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Caen, 1871.

Prix de vente du litre....................... 65^f,34 : 99 = 0^f,66.
Prix d'achat............................. 0^f,66 — 0^f,03 = 0^f,63.
Nombre de litres achetés................ 1102,50 : 0,63 = 1750.
Nombre de litres de la pièce.................... 1750 : 7 = 250.

285. *Un marchand, en revendant 67^m,50 de drap pour la somme de 990 fr., fait un bénéfice de $\frac{2}{9}$ sur son prix d'achat. Combien avait-il payé le mètre de drap?*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

990^f valent 11 fois la 9^e partie du prix d'achat.
La 9^e partie de ce prix est.................... 990 : 11 = 90 fr.
Le prix total d'achat est.................... 90^f × 9 = 810 fr.
Le prix du mètre était...................... 810 : 67,5 = 12 fr.

286. *Une marchandise, sur laquelle on a une remise de 4,5 %, a coûté 2 530^f,75. Combien aurait-on payé sans la remise?*

Certificat d'études primaires. — Seine, 1878.

Sur 1^f d'achat on a une remise de 0^f,045.
Un achat de 1^f se réduit donc à.......... 1^f — 0^f,045 = 0^f,955.
La marchandise avait coûté autant de francs qu'il y a de fois 0^f,955 dans 2530^f,75.

Le prix d'achat sans remise serait $\frac{2530,75}{0,955}$ $\frac{253075o}{955}$ = 2650 fr.

287. *Une personne achète 15^m,2 de drap et les cède ensuite pour 302^f,10. Elle gagne ainsi 6 % sur le prix d'achat. Combien le mètre de drap lui avait-il coûté?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Lyon, 1877.

Le gain étant de 0^f,06 par franc, ce qui a été acheté 1 franc a été revendu 1^f,06. Le prix d'achat contient donc autant de francs qu'il y a de fois 1^f,06 dans 302^f,10.
Ce prix est.................................. 302,10 : 1,06 = 285 fr.
Le prix d'achat du mètre était............ 285^f : 15,2 = 18^f,75.

288. *On a payé 25 fr. la quantité de laine nécessaire pour faire une tapisserie, alors que le prix de la laine avait augmenté de 15 %. Combien l'aurait-on payée avant l'augmentation?*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

L'augmentation a été de 0^f,15 par franc.
Ce qui aurait coûté 1^f avant l'augmentation a été payé 1^f,15 après.
La laine avant l'augmentation aurait donc coûté autant de francs qu'il y a de fois 1^f,15 dans 25 fr.
Le prix demandé est........ 25 : 1,15 = 21^f,739, c.-à-d. 21^f,74.

289. *Une personne fait, en vendant un terrain, un bénéfice de 225 fr; elle gagne de la sorte 7 $\frac{1}{2}$ % du prix d'achat. Combien ce terrain lui avait-il coûté et combien l'a-t-elle vendu?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

Pour un achat de 100^f le bénéfice serait de 7^f,50.
Le prix d'achat du terrain vaut autant de fois 100^f qu'il y a de fois 7^f,50 dans 225 fr.

Le prix d'achat est donc................ $100 \times \frac{225}{7,5} = 3000$ fr.

Réponse. — Prix d'achat 3 000 fr.; prix de vente 3 225 fr.

290. *Un employé de l'État touche par an 2 090 francs, après déduction de la retenue de 5 % faite sur son traitement pour la retraite. Quel est le traitement de cet employé?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Blois, 1869.

Sur 1^f on retient 0^f,05 et l'employé touche 0^f,95.
Son traitement est donc égal à autant de francs qu'il y a de fois 0,95 dans 2090.
Ce traitement est........................ 2090 : 0,95 = 2200 fr.

291. *Un marchand avait acheté au prix de* $7^f,50$ *le kilogr. un poids de* 32 *kilogr. de marchandise, qu'il a vendue aussitôt après pour la somme de* 276 *fr. Combien gagne-t-il pour* 100 *sur le prix d'achat et combien pour* 100 *par rapport au prix de vente ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

1° Prix d'achat .... $7^f,50 \times 32 = 240$ fr.
Bénéfice retiré .... $276^f - 240^f = 36$ fr.
Pour un achat de 240^f le gain est .... 36 fr.
Pour un achat de 1^f il sera .... $36 : 240 = 0,15$.
Pour un achat de 100^f il sera de 15 fr.
2° Sur une somme de 276^f il y a un bénéfice de 36 fr.
Sur 100^f le bénéfice sera .... $36 : 2,76 = 13^f,04$.

Réponse. — Bénéfice 15 °/₀ sur le prix d'achat ; 13,04 °/₀ par rapport au prix de vente.

292. *Une pièce de toile écrue a perdu au blanchissage* 17 °/₀ *de sa longueur et ne contient plus que* $18^m,48$. *Le mètre de toile écrue coûtant* $1^f,55$, *à combien revient le mètre de toile blanche ?*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1878.

Le mètre de toile s'est raccourci de 17 centimètres.
Il s'est donc réduit à .... $1^m - 0,17 = 0^m,83$.
83 centimètres de toile blanche coûtent $1^f,55$.
1 centimètre coûterait $\frac{1^f,55}{83}$.

1 mètre coûtera 100 fois autant ou $\frac{155}{83} = 1^f\,867$.

Observation. — La longueur de la pièce est inutile pour la question proposée.

293. *Une lingère veut faire des chemises de calicot, les vendre* $4^f,50$ *la pièce et gagner* 15 °/₀ *dans le prix de vente. Chaque chemise prend* $3^m,10$ *de calicot et coûte* $1^f,25$ *de façon. A quel prix doit-elle acheter le mètre d'étoffe ?*

Certificat d'études primaires. — Côtes-du-Nord, 1880.

Dans une vente de 1 franc il doit y avoir $0^f,15$ de bénéfice.
Donc ce qui est vendu 1^f a dû être acheté $0^f,85$.
Le prix de revient de la chemise doit être égal à

$$0^f,85 \times 4,5 = 3^f,825.$$

L'étoffe de la chemise doit coûter ..... $3^f,825 - 1^f,25 = 2^f,575$.
Le prix du mètre d'étoffe sera .... $2^f,575 : 3,1 = 0^f,83$.

294. *Un marchand achète au prix de* $2^f,45$ *le mètre une pièce de toile écrue de* 38 *mètres, et après un lavage, cette pièce se retire de* 0,04 *de sa longueur. Combien doit-il revendre le mètre, pour gagner* 10 °/₀ *sur le prix d'achat ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris.

Prix d'achat de la pièce .... $2^f,45 \times 38 = 93^f,10$
Bénéfice d'un 10^e à faire .... $9^f,31$
Somme à retirer de la vente ... $102^f,41$.
Longueur de la pièce après lavage ...... $38^m \times 0,96 = 36^m,48$.
Prix de vente du mètre .... $102,41 : 36,48 = 2^f,80$

295. *Un spéculateur engage toute sa fortune dans une entreprise et l'augmente en* 4 *ans de ses* 0,5 ; *il se trouve alors possesseur de* 125 000 *fr. Trouver quel était son avoir primitif et combien il a gagné pour cent par an en moyenne.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Poitiers, 1876.

La fortune s'est augmentée de ses 0,5, c'est-à-dire de sa moitié.
125000^f sont donc 3 fois la moitié de l'avoir primitif.
La moitié de cet avoir est .... $125\,000 : 3 = 41\,666^f,66$.
L'avoir était .... $41\,666^f,66 \times 2 = 83\,333^f,33$
En 1 an le gain a été .... $41\,666^f,66 : 4 = 10\,416^f,66$.
Avec $83\,333^f,33$ on a gagné par an $10\,416^f,66$.
Avec 100^f on aurait gagné $\frac{10\,416.66 \times 100}{83\,333.33} = 12,5$.

Réponse. — Avoir primitif $83\,333^f,33$. Gain annuel 12,5 °/₀.

296. *L'are de terrain cultivé produit en moyenne* 17 *litres de blé. Trouver combien de blé produit un champ de* 4 *hectares* 8 *ares, et à quel prix a été acheté le mètre carré, si le propriétaire, en vendant le terrain* 28 400 *fr., gagne* 6,5 °/₀ *sur le prix d'achat.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Pas-de-Calais, 1880.

La récolte en blé est .... $17^l \times 408 = 6936^l = 69^{hl},36^l$.
Ce qui avait été acheté 1^f est revendu $1^f,065$.
Il y a donc dans le prix d'achat autant de francs qu'il y a de fois $1^f,065$ dans 28 400 fr.
Le prix d'achat est .... $28\,400 : 1,065 = 26\,666^f,66$.
Le nombre de mètres carrés est $40\,800^{mq}$.

Le prix d'achat du mètre carré était

$$26\,666,66 : 40\,800 = 0^f,653.$$

297. *En revendant 75 centimètres de toile au prix de 95 centimes, un marchand fait un bénéfice de 11,5 % sur le prix d'achat de sa marchandise. Combien avait-il payé les 4 pièces de toile qu'il a achetées, si chacune mesure $82^m,40$?*

Certificat d'études primaires. — Sarthe, 1880.

Nombre de mètres des 4 pièces........ $82^m,40 \times 4 = 329^m,60.$

Prix de vente de 1 mètre..................... $\frac{0^f,95}{75} \times 100 = \frac{19^f}{15}.$

Produit de la vente des 4 pièces......... $\frac{19}{15} \times 329,6 = 417^f,50.$

Ce qui a été acheté 1^f est revendu $1^f,115.$

Le prix d'achat contient autant de francs qu'il y a de fois $1^f,115$ dans $417^f,50.$

Prix d'achat.......................... $417,50 : 1,115 = 374^f,44.$

298. *L'eau en se congelant augmente d'un 14^e de son volume. Chercher d'après cela combien un bloc de glace de 36 décimètres cubes donnera de litres d'eau en se fondant ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1876.

En se congelant, 14 litres d'eau donneraient 15 litres ou 15 décimètres cubes de glace.

Ainsi 15 décim. cubes de glace fourniraient 14 litres d'eau.

1 décim. cube de glace fournira $\frac{14}{15}$ de litre d'eau.

36 décim. cubes de glace donneront en eau $\frac{14}{15} \times 36 = 33^l,6.$

299. *Combien pèse un bloc de glace qui a un volume de 6 décimètres cubes 300 millimètres cubes ? Le volume de l'eau s'est augmenté d'un 14^e en passant de la température de 4 degrés à celle de zéro où elle se congèle.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

14 litres d'eau en se congelant donnent 15 décim. cubes de glace.

15 décim. cubes de glace pèsent 14 kilogrammes.

1 décim. cube de glace pèserait $\frac{14}{15}$ de kilogramme.

$6^{dc},0003$ pèseront........................ $\frac{14^{kg}}{15} \times 6,0003 = 5^{kg},600.$

300. *En passant de la température de zéro à celle de 100 degrés, l'eau pure se dilate de $\frac{1}{24}$ de son volume. Quel sera le poids de 6 litres d'eau pure à 100 degrés ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Besançon.

En passant à 100 degrés, les 6 litres d'eau pure prennent un volume égal à

$$6^l + \frac{6^l}{24} = 6^l\,\frac{1}{4} = \frac{25^l}{4}.$$

Ces $\frac{25}{4}$ de litre pèsent 6 kilogrammes.

$\frac{1}{4}$ de litre pèserait $\frac{6^{kg}}{25}$; 1 litre pèsera $\frac{6 \times 4}{25}.$

6 litres pèseront............... $\frac{6 \times 4 \times 6}{25} = \frac{144}{25} = 5^{kg},760^{gr}.$

301. *On verse à la poste une somme de $586^f,85$, qui représente à la fois le montant du mandat que l'on veut envoyer et les frais d'envoi qui sont $0^f,35$ pour le timbre du mandat, plus 2 centièmes de la somme qui sera inscrite sur le mandat. Quel sera le montant du mandat ? (1)*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Aix, 1871.

Après le prélèvement de $0^f,35$ de timbre, il reste

$$586^f,85 - 0^f,35 = 586^f,50.$$

Ce reste égale le montant du mandat plus 2 centièmes de ce montant, c'est-à-dire 102 fois la 100^e partie de ce montant.

Ainsi 102 centièmes du montant du mandat égalent $586^f,50.$

Ce montant égalera donc............... $\frac{586,50 \times 100}{102} = 575$ fr.

302. *Je veux envoyer à un de mes amis de l'argent par la poste. J'acquitte tous les frais qui sont de 1 % sur la somme que touchera mon ami, 25 centimes de timbre et 15 centimes d'affranchissement de la lettre. Je dépose 167 francs entre les mains de l'employé. Quelle somme recevra mon ami ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

(1) Les frais d'envoi d'argent par mandat sont réduits actuellement à 1 pour 100 sans frais de timbre.

Timbre et affranchissement .... $0^f,25 + 0^f,15 = 0^f,40$.
Reste.................................. $167^f - 0^f,40 = 166^f,60$.
Pour que l'ami reçoive 1^f il faut remettre à la poste $1^f,01$.
Donc il touchera autant de francs qu'il y a de fois $1^f,01$ dans $166^f,60$.

La somme touchée sera $\frac{166,60}{1,01} = 164^f,949$, c.-à-d. $164^f,95$.

303. *On a mesuré avec une grande exactitude la longueur d'un fil de laiton à la température de 80 degrés centigrades, et on a trouvé $4^m,00544$. Calculer la longueur qu'il aurait à la température de zéro, en sachant que de zéro à 80 degrés le laiton se dilate des 0,00136 de sa longueur à zéro.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

La longueur à 80 degrés égale la longueur à zéro plus les 0,00136 de cette longueur.
$4^m,00544$ égalent donc la longueur à zéro multipliée par 1,00136.
Donc la longueur à zéro est

$$4,00544 : 1,00136 = 4^m.$$

304. *On a acheté 300 mètres d'étoffe pour la somme de $4\,832^f,55$ afin de les revendre avec bénéfice. Trouver le prix auquel on devra revendre le mètre : 1° pour gagner 10 % sur le prix d'achat ; 2° pour gagner 10 % sur le prix auquel on aura revendu la marchandise.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

1° Le bénéfice devant être le 10^e du prix d'achat sera $483^f,255$.
La somme totale à retirer de la vente est donc

$$4832^f,55 + 483^f,255 = 5315^f,805.$$

Le prix de vente du mètre sera

$$5315^f,805 : 300 = 17^f,719.., \text{ c.-à-d. } 17^f,72.$$

2° Quand le bénéfice doit être la 10^e partie du prix de vente, ce qui rapporte 10^f à la vente avait été acheté 9 fr.
Donc autant de fois il y a 9^f dans le prix d'achat $4832^f,55$, autant de fois le produit de la vente vaudra 10 fr.
Le produit de la vente devra être

$$10 \times \frac{4832,55}{9} = 5369^f,50.$$

Le prix de vente du mètre sera

$$5369^f,50 : 300 = 17^f,898, \text{ c.-à-d. } 17^f,90.$$

305. *En revendant un terrain de 2 hectares 21 ares pour 117 130 fr. on a gagné 6 % sur le prix d'achat. Trouver 1° combien on avait payé le mètre carré de ce terrain ; 2° combien de mètres cubes de froment produirait ce terrain mis en culture, à raison de 17 litres par are.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Ce qui a été acheté 1^f aurait été revendu $1^f,06$.
Le prix d'achat est donc égal à autant de francs qu'il y a de fois $1^f,06$ dans $117\,130^f$. Le prix d'achat est

$$117\,130 : 1,06 = 110\,500 \text{ fr.}$$

La surface du terrain a 221 ares.
Le prix d'achat de l'are est............. $110\,500 : 221 = 500$ fr.
Le prix du mètre carré est 5 fr.
Le volume du froment produit est .... $17^l \times 221 = 3757$ litres, c'est-à-dire 3 mètres cubes 7 hectolitres 57 litres.

306. *On vend un champ rectangulaire d'une largeur de 32 mètres et d'une longueur égale à 9 fois le quart de la largeur. Le prix de vente est de $1\,255^f,68$ et à ce compte le vendeur gagne 9 % sur le prix d'achat de l'hectare de ce terrain. Trouver le prix d'achat de l'hectare.*

Brevet supérieur. Aspirantes.

La largeur du champ a 32 mètres.
La longueur a 9 fois le quart de 32^m ou....... $8^m \times 9 = 72^m$.
La surface a........................ $72 \times 32 = 2304$ m. carrés.
En gagnant $0^f,09$ par franc sur le prix d'achat, on vend $1^f,09$ ce qui avait coûté 1^f. Le prix d'achat égale donc autant de francs qu'il y a de fois $1^f,09$ dans $1255^f,68$.
Ce prix est......................... $1255,68 : 1,09 = 1152$ fr.
Le prix d'achat du mètre carré est......... $1152 : 2304 = 0^f,50$.
Le prix de l'hectare vaut 10000 fois autant, c'est-à-dire 5000 francs.

307. *Une construction en briques a un volume de 308 mètres cubes. Les briques dont elle est formée ont 25 centimètres de longueur, 20 centimètres de largeur et 55 millimètres d'épaisseur. Le volume du mortier qui unit les briques est un 28^e de celui des briques. On demande combien on a employé de briques.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Pour un volume de briques de 28^{mc} il y aurait 1^{mc} de mortier, ce qui fait un total de 29^{mc}.

Ainsi le volume du mortier est $\frac{1}{29}$ du volume total.

Le volume du mortier est .... $308 : 29 = 10^{mc},620$.
Le volume des briques est.......... $308 - 10,620 = 297^{mc},380$.
Le volume d'une brique est en centimètres cubes :

$$25 \times 20 \times 5,5 = 2750 \text{ centim. cubes} :$$

Le nombre de briques employées est

$$297\,380\,000 : 2750 = 108\,138.$$

308. *Un métallurgiste, qui établit son prix de vente sur un bénéfice de 8 °/₀, vend la tonne de fer 226 francs. Il emploie dans son usine un minerai qui renferme 70 °/₀ de fer; mais le traitement occasionne un déchet de 4 °/₀ du fer. Combien faut-il que ce métallurgiste traite de tonnes de minerai pour gagner 10 000 francs?*

Brevet élémentaires. Aspirantes. — Loiret, 1878.

Ce qui coûte 1^f au métallurgiste est revendu par lui $1^f,08$
Sur la vente d'une tonne de fer il gagne donc autant de fois $0^f,08$ qu'il y a de fois $1^f,08$ dans 226^f. Ce gain par tonne sera

$$0^f,08 \times \frac{226}{1,08} = \frac{8 \times 226}{108} = \frac{2 \times 226}{27} = 16^f,74.$$

Pour avoir un bénéfice de $10\,000^f$, il faut vendre autant de tonnes de fer qu'il y a de fois $16^f,74$ dans $10\,000^f$.
Ce nombre de tonnes de fer sera

$$10\,000 : 19,74 = 597^t,371.$$

Or une tonne de minerai contient 0,7 de tonne ou 700^{kg} de fer
On perd 0,04 de ce fer, c'est-à-dire 4 fois 7^{kg} ou 28^{kg}
La tonne de minerai fournit donc un poids de fer égal à

$$700 - 28 = 672^{kgr}.$$

Le nombre de tonnes de minerai sera égal au nombre de fois que $0^t,672$ est contenu dans $597^t,371$. Ce nombre sera

$$597,371 : 0,672 = 888^t,944, \text{ c.-à-d. } 889 \text{ tonnes.}$$

309. *Un mètre cube de houille en roche donne 1 mètre cube $\frac{1}{6}$ de houille en morceaux, et le poids du coke provenant de la houille n'est que les $\frac{2}{3}$ du poids de cette dernière.*

L'hectolitre de houille en morceaux pesant 81 kilogrammes, trouver en mètres cubes le volume qu'occupait dans la mine la houille qui a servi à produire 99 tonnes de coke.

Concours d'admission à l'École normale de garçons à Charleville. — 1883.

Les 99 tonnes ou 99 000 kilogrammes sont les $\frac{2}{3}$ du poids de la houille en morceaux qui a donné ce poids de coke.
Le tiers du poids de houille est......... $99\,000^{kg} : 2 = 49\,500^{kg}$.
Le poids de houille est............... $49\,500^{kg} \times 3 = 148\,500^{kg}$.
Le nombre d'hectol. de houille en morceaux employés pour le coke est

$$148\,500 : 81 = 1833^{hl},33 = 183^{mc},333.$$

Or 1 mètre cube de houille massive donne en morceaux

$$1^{mc} + \frac{1}{6} = \frac{7^{mc}}{6}.$$

Le nombre de mètres cubes de houille dans la mine est donc égal au nombre de fois que $\frac{7}{6}$ est contenu dans 183,333.

Ce nombre de mètres cubes est

$$183,333 : \frac{7}{6} = \frac{183,333 \times 6}{7} = 157 \text{ mètres cubes.}$$

310. *Un litre d'eau de mer pèse 1026 grammes et contient 27 grammes de sel. Trouver à quel volume il faut réduire, par l'évaporation, 200 litres d'eau de mer, pour que ce liquide renferme 15 °/₀ de son poids de sel.*

Brevet supérieur. Aspirantes.

Le poids de 200 litres d'eau de mer est

$$1026^{gr} \times 200 = 205\,200^{gr} = 205^{kg},2.$$

Le poids de sel contenu dans ces 200 litres est

$$27^{gr} \times 200 = 5400^{gr}.$$

Les 0,15 du poids inconnu de l'eau réduite sont 5400^{gr}.
0,01 de ce poids est $\frac{5400}{15}$; ce poids est $\frac{540\,000}{15} = 36^{kg}$.
Le poids de l'eau évaporée est

$$205^{kg},2 - 36^{kg} = 169^{kg},2.$$

Cette eau étant pure occupe un volume de $169^l,2$.
Les 200 litres doivent donc être réduits à

$$200^l - 169^l,2 = 30^l,8.$$

CHAPITRE VI

PROBLÈMES SUR LE POIDS DES MONNAIES ET LES DENSITÉS

§ 1. — DES MONNAIES.

Franc. — L'unité monétaire appelée *franc* est une pièce d'argent pesant 5 grammes et contenant 9 dixièmes de son poids en argent fin et 1 dixième en cuivre.

Il ne faut pas la confondre avec la pièce actuelle d'un franc qui, tout en ayant le même poids de 5 grammes, contient seulement 0,835 de son poids en argent, et par conséquent 0.165 de son poids de cuivre.

Le cuivre qui entre dans les monnaies d'or et d'argent est regardé comme étant sans valeur.

Titre. — On appelle *titre* d'une monnaie d'or ou d'argent le rapport qu'il y a entre le poids de l'or ou de l'argent fin qu'elle renferme et son poids total. On obtient ce rapport en divisant le poids d'or ou d'argent fin par le poids total.

Dire, par exemple, que le titre de nos pièces d'argent est 0,835 revient à dire que le poids d'argent fin qu'elles contiennent est 835 fois la 1000e partie du poids de la pièce.

La pièce de 5 francs en argent est restée au titre de 0.9 ou 0,900, comme les pièces d'or.

C'est par suite d'une convention monétaire conclue le 23 décembre 1865 entre la France, la Belgique, l'Italie et la Suisse, qu'une loi, rendue le 14 juillet 1866, a réduit de 0,900 à 0.835 le titre des pièces d'argent, en exceptant celles de 5 francs. Cette convention a établi l'uniformité des monnaies d'or et d'argent de ces quatre pays, de sorte que les monnaies de l'un ont cours légal dans les trois autres.

TABLEAU DES MONNAIES FRANÇAISES[1]

ARGENT.			OR.		
VALEUR.	POIDS.	DIAMÈTRE.	VALEUR.	POIDS.	DIAMÈTRE.
20 cent.	1 gramme.	16mm	5 francs.	1gr.,6129	17mm
50 —	2,5	18	10	3, 2258	19
1 franc.	5	23	20	6, 4516	21
2 —	10	27	50	16, 129	28
5 —	25	37	100	32, 258	35

BRONZE.

Pièces.................	1	2	5	10 centimes.
Poids.................	1	2	5	10 grammes.
Diamètre.............	15	20	25	30 millimètres.

Composition : cuivre 0,95; étain 0,04; zinc 0,01.

Poids des monnaies. — Dans l'étude de cette question, il suffit de savoir les poids des pièces d'argent et des pièces de bronze, ce qui ne présente pas la moindre difficulté. Quant aux poids des pièces d'or, certains élèves se donnent beaucoup de peine pour retenir ces nombres de plusieurs chiffres, et croient montrer un grand savoir en les énonçant sans hésitation. Ils se font un peu illusion; ce qui vaut mieux, c'est d'expliquer comment on peut calculer ces poids, et pour cela il n'y a qu'une chose à se mettre dans la mémoire : *Un poids de monnaie d'or vaut 15 fois et demie autant que le même poids de monnaie d'argent.* Par conséquent, pour connaître le poids d'une pièce d'or, il suffit de chercher le poids de la monnaie d'argent qui aurait la même valeur et de le diviser par 15,5.

Par exemple, 10 francs en argent pèsent 50 grammes; le poids de 10 francs en or sera 15 fois et demie moindre, c'est-à-dire $\frac{50}{15,5}$ ou en simplifiant $\frac{100}{31}$ de gramme.

Dans les calculs où ce poids doit être soumis à d'autres opérations, il convient de le conserver sous cette forme fractionnaire, au lieu de le remplacer par sa valeur décimale $3^{gr},2258$. C'est tout à la fois plus exact et moins long.

1. On trouvera dans notre *Arithmétique* (classe de 4e) pour l'Enseignement secondaire moderne un tableau de toutes les monnaies étrangeres, dresse d'apres les documents les plus recents.

§ 2. — DENSITÉ.

On appelle *densité* d'un corps le rapport qui existe entre le poids de ce corps et le poids d'un même volume d'eau (l'eau étant supposée distillée et à la température de 4 degrés centigrades).

Par exemple, la densité du fer étant 7,79, le poids d'un morceau de fer est égal à 779 fois la 100^e partie du poids du même volume d'eau.

On trouve la densité d'un corps en divisant son poids par le poids du même volume d'eau. La densité est aussi désignée par le nom de *poids spécifique*.

La densité varie avec la température. Les densités contenues dans la table suivante sont celles des corps à la température de zéro.

TABLEAU DES DENSITÉS DES CORPS LES PLUS IMPORTANTS.

Platine	21,53	Mercure	13,596
Or fondu	19,26	Glace	0,918
Or à 0,900 (*)	17,408	Alcool	0,79
Argent fondu	10,47	Ether	0,73
Argent à 0,900	10,286	Vin	0,99
Argent à 0,835	10,071	Eau de mer	1,026
Plomb fondu	11,35	Huile d'olive	0,915
Cuivre forgé	8,95	Lait	1,03
Cuivre jaune	8,427	Caoutchouc	0,989
Fer	7,788	Liège	0,24
Etain	7,29	Sapin	0,49
Zinc	7,19	Marbre	2,70
Aluminium	2,67	Calcaire	2,00

Un litre d'air à la température de zéro et au niveau de la mer pèse 1 gr. 296 milligrammes.

L'hydrogène, qui est le plus léger de tous les corps ne pèse que la 14^e partie du poids de l'air.

(*) C'est grâce à l'obligeance de M. l'amiral Mouchez, directeur de l'Observatoire, que nous avons pu insérer dans cette table les densités de l'or et de l'argent monnayés ; il a bien voulu se les procurer pour nous à l'Hôtel des monnaies.

Quand on connaît le volume d'un corps et sa densité, *on peut trouver son poids en multipliant son volume par sa densité.*

En effet, soit une règle de fer ayant un volume de 24 centimètres cubes. Un centimètre cube de fer pèserait 7^{gr},788 ; donc le poids de cette règle sera 24 fois le poids du centimètre cube, c'est-à-dire 7^{gr},788$\times$24, ce qui démontre la règle énoncée.

Si pour abréger on désigne le poids d'un corps par p, son volume par v et sa densité par d, cette règle peut s'écrire ainsi :

$$p = v \times d \text{ ou } p = vd.$$

De là découlent ces deux autres règles :

On peut connaître le volume d'un corps en divisant son poids par sa densité.

On peut connaître la densité d'un corps en divisant son poids par son volume.

Il importe d'observer qu'au gramme pris pour unité de poids dans ces calculs correspond le centimètre cube pour unité de volume ; au kilogramme correspond le décimètre cube.

PROBLÈMES.

311. *Calculer le poids d'une médaille en or qui vaut 3000 francs, en supposant que cette médaille ait la même composition que la monnaie d'or.*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1879.

Poids de 3000^f en argent .... 5 $\times$ 3000 = 15 000^{gr}.
Poids de 3000^f en or .... 15 000 : 15,5 = 967^{gr},74.

312. *Combien pèse l'or fin contenu dans une somme de 1000 fr. en pièces de 20 francs?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Besançon, 1871.

Le poids de 1000^f en argent serait 5000 grammes.

Le poids de 1000^f en or sera $\frac{5000}{15,5} = \frac{50000}{155} = \frac{10000^{gr}}{31}$.

Le poids de l'or pur est 9 fois la 10^e partie de ce poids, c'est-à-dire $\frac{1000}{31} \times 9 = \frac{9000}{31} = 290^{gr},322$.

313. *Quelle est la somme en or d'un poids égal à celui de 2 litres 5 décilitres d'eau pure ayant la température de 4 degrés?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Rennes. 1871.

$2^l,5$ d'eau pure pèsent $2^{kg},5$ ou 2500 grammes.

Or 2500^{gr} d'argent monnayé valent $\frac{2500}{5} = 500$ fr.

Le même poids de monnaie d'or vaut 15 fois et demie autant, c'est-à-dire $500^f \times 15,5 = 7750$ fr.

314. *Les pièces d'argent de* 5 *fr. sont au titre de* 0,900 *et les autres au titre de* 0,835. *Trouver les poids d'argent pur contenus dans une même somme d'argent de* 595 *fr.:* 1° *quand elle composée de pièces de* 5 *fr ;* 2° *quand elle est formée des autres pièces.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Caen, 1871.

595 fr. en argent pèsent .... $5^{gr} \times 595 = 2975^{gr}$.

Quand la somme est formée de pièces de 5^f, le poids de l'argent pur est les 0,9 du poids total, c'est-à-dire

$$2975^{gr} \times 0,9 = 2677^{gr},5.$$

Quand la somme est formée par les autres pièces, le poids d'argent pur est les 0,835 du poids total, c'est-à-dire

$$2975^{gr} \times 0,835 = 2484^{gr},125.$$

315. *Un flacon rempli d'eau de senteur pèse* 3 *hectogrammes ; vide il ne pèse que* 26 *grammes. Quelle est la capacité du flacon, si le liquide qu'il contient pèse les* 102 *centièmes du poids de l'eau prise dans les conditions du gramme ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Douai, 1871

Le poids du liquide contenu dans le vase est $300^{gr} - 26^{gr} = 274^{gr}$.

Or 1 centimètre cube de ce liquide pèse $1^{gr},02$.

Son volume a donc autant de centimètres cubes qu'il y a de fois $1^{gr},02$ dans 274^{gr}.

Ce volume est......................... $274 : 1,02 = 268^{cc},627$.

Réponse. — La capacité du flacon est de 268 centimètres cubes.

316. *Quel est le poids total d'une pièce de vin de* 2 *hectolitres* 28 *litres, la densité du vin étant* 0,99 *et le fut vide pesant* 16 *kilogrammes* 8 *grammes ?*

Concours des élèves-maîtres pour les écoles de Paris. — 1877.

Le volume du vin est de 228 litres.

Si le poids du vin était le même que celui de l'eau, les 228 litres pèseraient 228 kilogrammes.

La densité du vin étant 0,99, le poids de ce vin sera les 0,99 de celui du même volume d'eau.

Les 228 litres pèsent donc........... $228^{kg} \times 0,99 = 225^{kg},720$.

Le poids total de la pièce sera

$$225^{kg},720 + 16^{kg},008 = 241^{kg},728^{gr}.$$

317. *Un litre d'huile pèse les* 0,920 *du poids d'un litre d'eau. Combien faudra-t-il de pièces de* 50 *centimes pour faire équilibre dans une balance à* $6^l,25$ *d'huile ?*

Certificat d'études primaires. — Nord, 1879.

Le litre d'huile pèse 920 grammes.

$6^l,25$ d'huile pèseront .... $920^{gr} \times 6,25 = 5750^{gr}$.

Or 4 pièces de 50 centimes pèsent 10^{gr}.

Il faudra donc pour l'équilibre autant de fois 4 pièces de 50 centimes qu'il y a de fois 10 dans 5750.

Le nombre de pièces est..................... $4 \times 575 = 2300$.

318. *Une barrique vide pèse* $27^{kg},87$. *Remplie d'huile elle pèse* $154^{kg},37$. *On demande combien elle contient de litres d'huile, le poids de cette huile étant les* $\frac{11}{12}$ *du poids de l'eau.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Poids de l'huile .... $154^{kgr},37 - 27^{kgr},87 = 126^{kgr},50$.

Poids de 1 litre d'huile $\frac{11}{12}^{kgr}$.

Nombre de litres d'huile. $126,50 : \frac{11}{12} = \frac{126,5 \times 12}{11} = 138$ litres.

319. *Le marbre se paie à raison de* $134^{fr},75$ *le mètre cube, et un décimètre cube de marbre pèse* 2 *kilogrammes* 73 *décagrammes. Un bloc de marbre a un poids de* 1260 *kilogrammes ; quel est son volume et combien le paierait-on ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Poids du décimètre cube de marbre, $2^{kg},73$.

Volume du bloc en décim. cubes...... $1260 : 2,73 = 461^{dc},538$.

Prix du bloc, $154^f,75 \times 0,461\,538 = 71^f,423$, c.-à-d. $71^f,42$.

320. *Dans un vase de* 1 *litre de capacité on verse* 2972 *grammes de mercure. Quel est le poids de l'eau pure nécessaire pour achever de remplir le vase ? Un litre de mercure pèse* $13^{kg},596$ *grammes.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Lyon, 1871.

Le poids de 1 centimètre cube de mercure est $13^{gr},596$.

Le nombre de centimètres cubes de mercure versés dans le vase est

$$2972 : 13,596 = 218^{cc},593.$$

Le volume de l'eau qui remplit le reste est

$$1000 - 218{,}593 = 781^{cc}{,}407.$$

Le poids de cette eau est $781^{gr}{,}407$.

321. *Une bouteille remplie d'huile aux* $\frac{11}{15}$ *de sa capacité pèse 649 grammes de plus que si elle était vide. Trouver, à moins d'un centimètre cube près, la contenance de cette bouteille, en sachant que la densité de cette huile est 0,915.*

Certificat d'études primaires. — Charente, 1881.

1 centimètre cube d'huile pèse $0^{gr}{,}915$.
Le nombre de centimètres cubes de 649^{gr} de cette huile sera

$$649 : 0{,}915 = 709^{cc}{,}289.$$

11 fois la 15e partie de la bouteille ont $709^{cc}{,}289$.
La 15e partie contiendrait $\frac{709^{cc},289}{11}$.

La bouteille entière contient $\frac{709^{cc},228 \times 15}{11} = 967$ centim. cubes.

322. *Trouver la capacité d'un vase, en sachant que l'huile qui remplit les* $\frac{5}{7}$ *de ce vase pèse autant que la monnaie d'argent qui vaut* $385^{fr}{,}50$, *et que l'hectolitre d'huile pèse 90 kilogrammes.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Douai, 1873.

Poids de l'huile du vase............... $5^{gr} \times 385{,}5 = 1927^{gr}{,}5$.
Poids de 1 litre d'huile, 900 grammes.
Nombre de litres d'huile contenus dans le vase :

$$1927{,}5 : 900 = 2^{l}{,}14.$$

Les 5 septièmes du vase égalent $2^{l}{,}14$
1 septième égale $2^{l}{,}14 : 5 = 0^{l}{,}428$.
La capacité du vase est..... $0^{l}428 \times 7 = 2^{l}{,}996$, c.-à-d. 3 litres.

323. *On a acheté pour* $190^{fr}{,}25$ *et revendu pour 232 francs un hectolitre 3 quarts d'huile à brûler. Combien a-t-on gagné pour 100 sur le prix d'achat et combien par hectogramme, la densité de cette huile étant 0,947 ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Poitiers, 1879

Bénéfice total......................... $232^{f} - 190^{f}{,}25 = 41^{f}{,}75$.
Sur $190^{f}{,}25$ gain de $41^{f}{,}75$; sur 1^{f} gain de $41^{f}{,}75 : 190{,}25$.
Sur 100^{f} gain de $4175 : 190{,}25 - 21^{f}{,}94$.
Volume de l'huile, 175 litres.
Poids de l'huile..................... $175^{kg} \times 0{,}947 = 165^{kg}{,}725$.

Gain par kilogr. $\frac{41^{f},75}{165,725}$; par hectogramme $\frac{41^{f},75}{1657,25} = 0^{f}{,}025$.

324. *Un vase de forme cubique a 25 centimètres de profondeur. Combien peut-il contenir de litres d'eau ? Quel est le poids de cette eau, en la supposant distillée à la température de 4 degrés ?*

Quelles sommes en argent et en or feraient équilibre au poids de cette eau ?

Brevet élémentaire. Aspirants. — Rennes, 1871.

Capacité du vase........ $25 \times 25 \times 25 = 15625$ centim. cubes.
Poids de l'eau qui le remplirait................ 15 625 grammes.
Valeur de $15\,625^{gr}$ d'argent monnayé. $0^{f}{,}20 \times 15\,625 = 3125^{f}$.
Valeur du même poids en monnaie d'or. $3125 \times 15{,}5 = 48\,437^{f}{,}50$.

325. *Quelle est en or monnayé la somme qui contient autant de cuivre qu'une somme de 782 francs en argent au titre de 0,835 ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Toulouse, 1871.

Le poids de 782^{f} en argent est........... $5^{gr} \times 782 = 3910^{gr}$.
Le poids de cuivre de cette monnaie est

$$3910^{gr} \times 0{,}165 = 645^{gr}{,}15.$$

Or, 1^{f} en argent pèse 5 grammes.
Le poids de 1^{f} en or sera $\frac{5^{gr}}{15,5} = \frac{50^{gr}}{155} = \frac{10^{gr}}{31}$.

Le poids de cuivre contenu dans 1^{f} d'or est $\frac{1^{gr}}{31}$.

Autant de fois ce poids de cuivre est contenu dans $645^{gr}{,}15$, autant il y a de francs dans la somme cherchée.

Cette somme est..... $645{,}15 : \frac{1}{31} = 645{,}15 \times 31 = 19999^{f}{,}65$.

326. *Combien aurait-on de pièces de vin de 120 litres chacune et de litres en sus, à 28 francs l'hectolitre, pour une somme d'argent faisant équilibre au poids de l'eau pure qui remplirait un décalitre aux* $\frac{6}{20}$ *de sa hauteur ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Nancy, 1871.

Les $\frac{6}{20}$, c'est-à-dire les 0,3 d'un décalitre sont 3 litres.
3 litres d'eau pèseraient 3000 grammes.
3000^{gr} de monnaie d'argent valent.......... $2^{f} \times 300 = 600$ fr.
Pour 600^{f} on aura autant d'hectolitres qu'il y a de fois 28^{f} dans 600^{f}.

Ce nombre d'hectolitres est .... $\frac{600}{28} = \frac{150}{7} = 21^{hl},42..$

Le nombre de pièces est le nombre de fois que 120 litres sont contenus dans $2142^{l},8$; il est donc égal à 2142,8 : 120.
En effectuant la division on trouve 17 pièces de vin plus $102^{l},8$.

327. *Le centimètre cube d'argent pèse* $10^{gr},50$ *et le centimètre cube de cuivre* $8^{gr},85$. *On fond ensemble 9 kilogrammes d'argent et 1 kilogramme de cuivre; quel sera le volume de cet alliage?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Le volume en centimètres cubes est :
pour 9000^{gr} d'argent......... $9000 : 10,5 = 857^{cc},142$
pour 1000^{gr} de cuivre........ $1000 : 8,85 = 112^{cc},994$
Le volume de l'alliage est la somme, c.-à-d.. $970^{cc},136$.

328. *On a un cube d'or dont le côté a 15 millimètres. Calculer sa valeur, en sachant que la densité de l'or est 19,26 et que le gramme d'or pur vaut* $3^{fr},437$.

Calculer ensuite la valeur d'un cube d'argent pur de mêmes dimensions, en sachant que la densité de l'argent est 10,47 et que le gramme d'argent pur vaut $0^{fr},221$.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris. 1877.

Volume du cube en centim. cubes.. $1,5 \times 1,5 \times 1,5 = 3^{cc},375$.
Poids du cube d'or.................. $3,375 \times 19,26 = 65^{gr},0025$.
Valeur du cube d'or................. $3^{f},437 \times 65,0025 = 223^{f},41$.
Poids du cube en argent............ $3,375 \times 10,47 = 35^{gr},336$.
Valeur du cube d'argent, $0^{f},221 \times 35,336 = 7^{f},809$, c.-à-d. $7^{f},81$.

329. *Un décalitre d'air pesant* $12^{gr},932$, *quel est le poids de l'air contenu dans une caisse rectangulaire ayant* $1^{m},40$ *de longueur,* $1^{m},30$ *de largeur et* $0^{m},871$ *de hauteur?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris. 1877.

Capacité de la caisse en litres...... $14 \times 13 \times 8,71 = 1585^{l},22$.
Poids d'un litre d'air : $1^{gr},2932$.
Poids de l'air de la caisse... $1^{gr},2932 \times 1585,22 = 2050^{gr},0065$,
c.-à-d. 2 kilogr. 50 grammes.

330. *Un bloc de chêne de forme rectangulaire a* $2^{m},65$ *de longueur,* $0^{m},32$ *de largeur et* $0^{m},45$ *d'épaisseur. Trouver son poids, en sachant que la densité du chêne est 0,82.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Aix, 1879.

En décimètres cubes le volume du bloc est

$$26,5 \times 3,2 \times 4,5 = 381^{dmc},6.$$

Le poids sera en kilogrammes

$$0,82 \times 381,6 = 312^{kg},912, \text{ c.-à-d. } 313 \text{ kilogrammes.}$$

331. *On a extrait 250 litres d'huile d'un certain nombre d'hectolitres d'olives. Les olives donnent 12 °/₀ d'huile de leur poids; l'hectolitre d'olives pèse* $45^{kg},2$ *et la densité de l'huile est 0,912. Trouver le nombre d'hectolitres d'olives qui ont été employés.*

Brevet élémentaires. Aspirants. — Aix, 1879.

Les 250 litres d'huile ont un poids égal à

$$250^{kg} \times 0,912 = 228^{kg}.$$

0,12 du poids des olives employées sont 228^{kg}.
0,01 de ce poids serait......................... $228 : 12 = 19^{kg}$.
Ce poids d'olives est donc 1900^{kg}.
Le nombre d'hectolitres est le nombre de fois qu'il y a $45^{kg},2$ dans 1900^{kg}.
Ce nombre est $1900 : 45,2 = 42,03$, c.-à-d. 42 hectolitres.

332. *Un vigneron a vendu le vin de sa récolte à raison de* $79^{f},92$ *la pièce contenant 199 kilogr. 8 hectogrammes de vin. A volume égal, le poids de ce vin est les 0,925 de celui de l'eau. On demande: 1° le prix de l'hectolitre; 2° la somme d'argent monnayé qui aurait un poids égal à celui du vin qui est contenu dans les* $\frac{3}{4}$ *de la pièce; 3° le poids d'argent pur contenu dans cette somme.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Lyon, 1871.

Volume du vin....................... $199,8 : 0,925 = 216$ litres
Prix du litre............................. $79^{f},92 : 216 = 0^{f},37$
Prix de l'hectolitre 37 fr.
Les $\frac{3}{4}$ de $199^{kg},8$ sont $199^{kg},8 \times 0,75 = 149^{kg},85$.
Valeur de $149\,850^{gr}$ d'argent monnayé $0^{f},20 \times 149\,850 = 29\,970^{f}$.
Poids d'argent pur, $149\,850^{gr} \times 0,9 = 134\,865^{gr}$.

333. *On a retrouvé à Pompéi les restes d'une vitre qui devait avoir une hauteur de* $0^m,72$, *une largeur de* $0^m,54$ *et une épaisseur de* $0^m,005$. *Le verre de cette vitre a pour densité* 2,5. *Sa composition est analogue à celle des vitres que nous fabriquons aujourd'hui. Il renferme sur* 100 *grammes :* 69,43 *de silice;* 18,24 *de soude;* 7,24 *de chaux;* 3,55 *d'alumine;* 1,54 *d'oxyde de fer et d'oxyde de manganèse.*

On demande de trouver le volume de la vitre, son poids et les poids des diverses substances qui entrent dans sa composition.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

Le centimètre étant pris pour unité, le volume de la vitre est

$$72 \times 54 \times 0,5 = 1944 \text{ centim. cubes}$$

Poids de la vitre.................. $1944 \times 2,5 = 4860$ grammes.

Les poids des diverses substances sont :

Silice.....................	$4860 \times 0,6943 =$	$3374^{gr},298$
Soude..................	$4860 \times 0,1824 =$	886,464
Chaux..................	$4860 \times 0,0724 =$	351,864
Alumine..............	$4860 \times 0,0355 =$	172,530
Ox. de fer et de manganèse	$4860 \times 0,0154 =$	74,844
	Total...	$4860^{gr},000$.

334. *L'alliage employé pour la fabrication des mesures de capacité dites en étain est en réalité formé de* 82 *parties d'étain et* 18 *de plomb. Le centimètre cube d'étain pèse* $7^{gr},19$ *et le centimètre cube de plomb* $11^{gr},35$. *Trouver, d'après ces données :* 1° *à un demi-gramme près, le poids d'un décimètre cube de l'alliage ;* 2° *à un demi-centimètre cube près le volume de* 50 *kilogr. de l'alliage.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Mars, 1881.

Dans 100 grammes d'alliage il y a :

82^{gr} d'étain et 18^{gr} de plomb.

Le volume des 100 grammes est la somme des volumes des deux métaux.

En centimètres cubes, le volume est :

pour 82^{gr} d'étain................ $82 : 7,19 = 11^{cc},4047$

pour 18^{gr} de plomb............. $18 : 11,35 = 1^{cc},5859$

Le volume de 100^{gr} d'alliage est............... $12^{cc},9906$

Le volume d'un kilogramme est......................... $129^{cc},906$

Le volume de 50^{kg} sera .... $129,906 \times 50 = 6495^{cc},30$.

Or $12^{cc},9906$ d'alliage pèsent 100 grammes. On a donc :

poids de 1 cent. cube $\frac{100^{gr}}{12,9906}$; poids de 1 décim. cube $\frac{100\,000^{gr}}{12,9906}$.

On obtient...................... $100\,000 : 12.9906 = 7697,8$.

Réponse. — Volume de 50 kilogr., 6495 centimètres cubes. Poids d'un décimètre cube, 7698 grammes.

335. *Trouver quelle est :* 1° *en monnaie d'or;* 2° *en monnaie d'argent, la somme dont le poids est égal à celui de* 3 *litres* 25 *centilitres d'eau pure, dans les conditions adoptées pour la détermination du gramme.*

Quel serait le poids de l'or pur contenu dans la première somme et celui de l'argent pur contenu dans la seconde, celle-ci étant formée de pièces de 2 *francs ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Grenoble, 1878.

3 litres 25 centilitres font 3250 centimètres cubes.

Ce poids d'eau pure est donc 3250 grammes.

La somme d'argent qui a ce poids est égale à

$$0^f,20 \times 3250 = 650^f.$$

Une somme d'or de même poids vaut 15 fois et demie autant, c'est-à-dire :

$$650^f \times 15,5 = 10\,075^f.$$

La monnaie d'or étant au titre de 0,9, le poids d'or pur contenu dans 325 grammes de cette monnaie est

$$3250 \times 0,9 = 2925^{gr}.$$

Les pièces de 2 francs étant au titre de 0,835, le poids d'argent pur contenu dans 3250 grammes de cette monnaie est

$$3250 \times 0,835 = 2713^{gr},75.$$

336. *En payant une certaine somme avec de la monnaie d'or, je donne* $43^{gr},548$ *d'or pur. Quel serait le poids de l'argent pur que je donnerais en payant les* $\frac{3}{5}$ *de la même somme en pièces de* 2 *francs et le reste en pièces de* 5 *francs ?*

Brevet supérieur. Aspirants.

Les 0,9 du poids de la monnaie d'or sont $43^{gr},548$.

Le poids de cette monnaie est $\frac{43^{gr},548 \times 10}{9} = \frac{145^{gr},16}{3}$.

En argent monnayé ce poids vaudrait autant de francs qu'il contient de fois 5^{gr}, c'est-à-dire $\frac{145^{f},16}{3 \times 5} = \frac{29,032}{3}$.

En or il vaut 15,5 fois plus, c'est-à-dire

$$\frac{29,032 \times 15,5}{3} = 149^{f},999, \text{ ou } 150^{f}.$$

La somme à payer en pièces de 2^{f} est $\frac{3}{5}$ de 150^{f}, c.-à-.d. 90^{f}.

La somme à payer en pièces de 5^{f} est de $150 - 90 = 60^{f}$.
Les 90^{f} pèsent .... $5^{gr} \times 90 = 450$ gr.
Le poids d'argent qu'ils renferment est

$$450^{gr} \times 0,835 = 375^{gr},75.$$

Les 60^{f} pèsent $5^{gr} \times 60 = 300^{gr}$.
Le poids d'argent qu'ils renferment est

$$300^{gr} \times 0,9 = 270^{gr}.$$

Le poids total d'argent pur demandé est donc

$$375,75 + 270 = 645^{gr},75.$$

337. *Combien faudrait-il de voitures chargées chacune à 2000 kilogrammes pour transporter l'indemnité de 5 milliards payée à la Prusse : 1° si elle était en bronze ; 2° en argent ; 3° en or?*

Certificat d'études primaires. — Gard, 1878.

Le poids de cette somme en argent serait

$$5^{gr} \times 5\,000\,000\,000 = 25\,000\,000\,000^{gr}. = 25\,000 \text{ tonnes}.$$

En or son poids serait

$$25\,000\,000\,000 : 1,55 = 1\,612\,903\,225^{gr},8 = 1612^{T},9032258.$$

En monnaie de bronze le poids serait

$$25\,000\,000\,000^{gr} \times 20 = 500\,000\,000\,000^{gr}. = 500\,000 \text{ tonnes}.$$

Si on prend la tonne pour unité de poids, chaque voiture porte 2 tonnes, et le nombre des voitures sera :
pour l'argent .... $25\,000 : 2 = 12\,500$;
pour le bronze........................ $500\,000 : 2 = 250\,000$;
pour l'or .... $\frac{1612}{2} + 1 = 807$.

338. *Quel est le poids de 5 milliards de francs en or ? Combien faudrait-il de vagons pour transporter cette somme, en admettant que chaque vagon contienne un poids de 5 tonnes ?*

Quelle serait la longueur de la ligne droite formée par les pièces de 20 francs dont se compose cette somme, si ces pièces étaient placées les unes à la suite des autres, en se touchant, de manière que les centres soient tous en ligne droite, la pièce de 20 francs ayant un diamètre de 21 millimètres ?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Poids de 5 milliards de francs en argent :

$$5^{gr} \times 5\,000\,000\,000 = 25\,000\,000\,000^{gr}. = 25\,000 \text{ tonnes}.$$

Poids de la même somme en or :

$$\frac{25\,000\,000\,000}{15,5} = 1\,612\,903\,225^{gr},8 = 1\,612^{t},903^{kg},225^{gr}.$$

Nombre de vagons nécessaires pour le porter :

$$1\,612\,903 : 5 = 322,5806$$

c.-à-d. 322 vagons et un autre qui ne portera que les 0,58 de la charge des autres.

Nombre de pièces de 20 francs composant 5 milliards :

$$5\,000\,000\,000 : 20 = 250\,000\,000$$

Longueur formée par ces pièces :

$$0^{m},021 \times 250\,000\,000 = 5250 \text{ kilomètres}.$$

339. *On a acheté 7 hectolitres de vin à $3^{f},80$ le décalitre. On paye la moitié du prix d'achat en monnaie d'or, la moitié de ce qui reste en monnaie d'argent et le reste en monnaie de bronze. On demande le poids total de la somme payée et le poids du cuivre contenu dans les pièces d'or.*

Certificat d'études primaires. — Meurthe-et-Moselle, 1880.

Le prix d'achat est .... $38^{f} \times 7 = 266^{f}$.
La moitié est 133^{f} ; mais on ne peut payer que 130^{f} en or.
Le reste est $266 - 130 = 136^{f}$, dont la moitié est 68 fr.
130^{f} en argent pèseraient.................. $5^{gr} \times 130 = 650^{gr}$.
130^{f} en or pèsent........... $650^{gr} : 15,5 = 41^{gr},935$
68^{f} en argent pèsent.......... $5^{gr} \times 68 = 340^{gr},000$
68^{f} en bronze pèsent.................. $6800^{gr},000$
Poids de la somme.. $7181^{gr},935$.

Le poids du cuivre contenu dans la monnaie d'or en est la 10^e partie, c'est-à-dire $4^{gr},1935$.

340. *Un sac contenant différentes espèces de monnaies pèse* $3191^{gr},20$, *le poids du sac vide étant de 25 grammes. Il contient* $525^f,50$ *de monnaie d'argent et 120 fr. de monnaie d'or. Combien renferme-t-il de monnaie de cuivre?*

Certificat d'études primaires. — Gard, 1879.

Poids net de la monnaie........ $3191^{gr},20 - 25^{gr} = 3166^{gr},20$.
Poids de 120^f en argent.................. $5^{gr} \times 120 = 600^{gr}$.
Poids de 120^f en or......... $600 : 15,5 = 38^{gr},709$
Poids de $525^f,50$ en argent.. $5 \times 525,5 = 2627^{gr},50$
Poids de l'or et de l'argent... $2666^{gr},209$
Retranchons ce poids de.................... $3166^{gr},200$
Le poids de la monnaie de cuivre est....... $499^{gr},991$
c'est-à-dire 500 grammes.

341. *On partage une somme entre quatre personnes. La* 1^{re} *en a les* $\frac{3}{10}$; *la* 2^e *en a* $\frac{1}{4}$; *la* 3^e $\frac{1}{5}$, *et la* 4^e *le reste, qui est de 150 fr. On demande quelle est la somme partagée et quel en est le poids, si les* $\frac{3}{4}$ *sont en or et le reste en argent.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Les trois premières personnes ont ensemble :

$$\frac{3}{10} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{6}{20} + \frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \text{ de la somme.}$$

A la 4^e il reste $\frac{1}{4}$ de la somme, lequel est de 150^{fr}.
La somme entière est donc.................. $150 \times 4 = 600$ fr.
La 1^{re} a 180^f; la 2^e 150^f; la 3^e 120^f; la 4^e 150 fr.
La partie en or est...................... $600^f - 150^f = 450$ fr.
Les 450^f en argent pèseraient $5^{gr} \times 450 = 2250^{gr}$.
En or ils pèseront.......... $2250^{gr} : 15,5 = 145^{gr},161$
Les 150^f en argent pèsent..... $5^{gr} \times 150 = 750^{gr},000$
Le poids total est........ $895^{gr},161$

342. *Une personne ayant acheté une terre donne en payement :* 1° *69 actions de chemins de fer au cours de* $687^f,50$; 2° *387 obligations au cours de* $308^f,75$; 3° *cinq sacs de monnaie d'argent pesant net chacun 3 kilogrammes 56 grammes ;* 4° *un sac de*

monnaie d'or ayant le même poids net. Le compte fait, elle redoit encore un 20^e *du prix de la propriété. Calculer ce prix.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Lyon, 1871.
Certificat d'études primaires. — Corbeil, 1880.

Sommes payées :
1° Actions................ $687^f,50 \times 69 = 47\,437^f,50$
2° Obligations............ $308^f,75 \times 387 = 119\,486^f,25$
3° Cinq sacs d'argent.... $1^f \times 3056 = 3\,056^f,00$
4° Le sac d'or........... $3056^f \times 15,5 = 47\,368^f,00$
Total... $217\,347^f,75$.

Ce total est 19 fois la 20^e partie du prix de la terre.
La 20^e partie serait .... $217\,347^f,75 : 19$.

Le prix total est $\dfrac{217\,347,75^f \times 20}{19} = 228\,787^f,10$.

343. *Un vase est rempli d'un mélange pesant 7 kilogr. et composé d'eau-de-vie et d'eau distillée. On demande le poids de l'eau distillée qui remplirait ce vase, en sachant que, dans le mélange, le poids de l'eau-de-vie est quadruple du poids de l'eau et que le poids de l'eau-de-vie est, à volume égal, les* $\frac{19}{20}$ *du poids de l'eau.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Aveyron, 1877.

Supposons un mélange contenant 1 kilogr. d'eau distillée et 4 kilogr. d'eau-de-vie.
1 kilogr. d'eau distillée a un volume de 1 litre.
Le volume de 1^{kg} d'eau-de-vie est $1 : \frac{19}{20} = \frac{20^l}{19}$
Le volume de 4^{kg} d'eau-de-vie sera $\frac{20}{19} \times 4 = \frac{80^l}{19} = 4^l,21$.
Donc 5^{kg} du mélange ont un volume de $5^l,21$.
Le volume de 1^{kg} du mélange sera........... $5^l,21 : 5 = 1^l,042$.
Le volume de 7^{kg} sera....................... $1^l,042 \times 7 = 7^l,294$.
La capacité du vase étant de $7^l,294$, le poids de l'eau distillée qui le remplirait serait $7^{kg},294^{gr}$.

344. *Un vase rempli par des poids égaux d'eau et de mercure pèse 83 kilogr. 56 grammes et sa capacité est de 39 litres et demi. Trouver le poids du vase vide, en prenant 13,6 pour la densité du mercure.*

Brevet supérieur. Aspirants.

Le litre étant l'unité, le volume de 1 kilogr de mercure est $\frac{1}{13,6}$.

Le volume de 1 kilogr. d'eau et de 1 kilogr. de mercure est :

$$1 + \frac{1}{13,6} = \frac{136 + 10}{136} = \frac{146}{136} = \frac{73^{l}}{68}.$$

Autant de fois il y a $\frac{73}{68}$ dans $39^{l}\frac{1}{2}$ ou $\frac{79^{l}}{2}$, autant il y a de fois 2 kilogr. dans le poids des deux liquides. Ce nombre de fois est

$$\frac{79}{2} : \frac{73}{68} = \frac{79 \times 68}{2 \times 73}.$$

Le poids des deux liquides en est le double, c'est-à-dire

$$\frac{79 \times 68}{73} = 73^{kg},589$$

Le poids du vase vide est

$$83^{kg},056 - 73^{kg},589 = 9^{kg},467.$$

345. *La salure des différentes mers n'est pas la même ; ainsi 1 kilogramme d'eau de l'océan Atlantique renferme 251 décigrammes de sel marin, et 1 kilogramme d'eau de la mer Morte renferme 110 grammes de ce sel.*

On demande quel est le poids de sel marin contenu dans 100 litres d'eau de chacune de ces deux mers, en sachant que le poids spécifique de l'eau de l'océan est 1,0286 et que le poids spécifique de l'eau de la mer Morte est 1,9991.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

Le volume de 1 kilogr. d'eau de chacune de ces mers est :
pour 1^{kg} d'eau de l'océan.................. $1 : 1,0286 = 0^{l},972$;
pour 1^{kg} d'eau de la mer Morte............ $1 : 1,9991 = 0^{l},500$.
$0^{l},972$ d'eau de l'océan contiennent $25^{gr},1$ de sel.
972 litres de cette eau en contiendraient $25\,100^{gr}$.
1 hectolitre en contiendra $25\,100^{gr} : 9,72 = 2582^{gr}$.
$0^{l},500$ d'eau de la mer Morte contiennent 110^{gr} de sel.
500 litres en contiendraient $110\,000^{gr}$.
1 hectolitre en contiendra $110\,000 : 5 = 22\,000^{gr}$.

Réponse. — Les quantités de sel sont :
2 kilogrammes 582 grammes dans 1 hectolitre d'eau de l'océan ;
22 kilogrammes dans 1 hectolitre d'eau de la mer Morte.

346. *Un vase plein d'eau pèse 115 décagrammes ; le même vase plein d'huile pèse 1 kilogramme 82 grammes. En sachant que*

17 litres et demi d'huile pèsent 16 kilogrammes, on demande quel est le poids du vase vide et quelle en est la capacité.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Le poids du vase plein d'eau est 1150 grammes.
Le poids du vase plein d'huile est 1082 gr.
La différence de ces deux poids 68^{gr} exprime la différence qu'il y a entre le poids de l'huile et celui de l'eau, c'est-à-dire entre les poids de deux volumes égaux d'huile et d'eau.
Or $17^{l},5$ ou 17 500 centim. cubes d'huile pèsent 16 000 grammes.
1 centim. cube d'huile pèserait $\frac{16\,000^{gr}}{17\,500} = \frac{32^{gr}}{35}$.
La différence entre les poids d'un centimètre cube d'eau et d'un centimètre cube d'huile est

$$1 - \frac{32}{35} = \frac{35}{35} - \frac{32}{35} = \frac{3^{gr}}{35}.$$

Il y a dans le vase autant de centimètres cubes qu'il y a de fois $\frac{3}{35}$ dans 68.

La capacité du vase est donc égale à

$$68 : \frac{3}{35} = \frac{68 \times 35}{3} = 793^{cc},3.$$

Le poids du vase vide est

$$1150^{gr} - 793^{gr},3 = 356^{gr},7.$$

347. *Plein de vin, un vase ferait équilibre à une somme de 7754 francs, composée de 7750 fr. en or et de 4 fr. en argent. Plein d'huile, il pèse $2^{kg},44$. A volume égal, le vin contenu dans le vase pèse les 0,95 du poids de l'eau pure à 4 degrés, et l'huile les 0,90 du poids de cette eau. Trouver d'après cela la capacité du vase, le poids du vin, le poids de l'huile.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1880.

Le poids de 7750^{f} en argent serait ...... $5^{gr} \times 7750 = 38\,750^{gr}$.
Le poids de 7750^{f} en or est .... $38\,750^{gr} : 15,5 = 2500^{gr}$.
Plein de vin, le vase pèse 2520^{gr} ; plein d'huile, 2440^{gr}.
La différence de ces poids, qui est de 80^{gr}, exprime la différence qu'il y a entre les poids de deux volumes égaux de vin et d'huile.
Le poids de 1 centimètre cube de vin est $0^{gr},95$.
Celui de 1 centimètre cube d'huile est $0^{gr},90$.

Le 1er surpasse le 2^{e} de 0^{gr},05.

Autant il y a de fois 0^{gr},05 dans 85^{gr}, autant il y a de centimètres cubes dans la capacité du vase. On trouve :

Capacité du vase.............. 80 : 0,05 = 1600 centim. cubes.
Poids du vin.......................... 1600^{gr} × 0,95 = 1520^{gr}.
Poids de l'huile....................... 1600^{gr} × 0,90 = 1440^{gr}.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées.* Problème 85.)

348. *Un propriétaire veut tirer* 3000 *francs de la vente de* 32 *barriques de vin ; mais la vente doit être faite au poids et non au volume. On demande :* 1° *quel sera le prix de ce vin par* 100 *kilogr., pour qu'il soit possible d'arriver au chiffre de vente susindiqué ;* 2° *combien coûtera dans ce cas le litre de vin ;* 3° *quelle augmentation subirait le prix du litre, si on fixait à* 50 *francs la valeur des* 100 *kilogrammes.*

La barrique a une contenance de 225 *litres, et sous le même volume le poids du vin est les* 0,93 *du poids de l'eau.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Mars 1880.

Les 32 barriques contiennent......... 225^{l} × 32 = 7200 litres.
7200 litres d'eau pèseraient 7200 kilogr.
Les 7200 litres de vin pèsent.......... 7200^{kg} × 0,93 = 6696^{kg}.
Le prix de 100^{kg} de ce vin devra être

$$3000 : 66,96 = 44^{f},80.$$

Le prix du litre sera

$$3000 : 7200 = 0^{f},416.$$

A 50^{f} les 100^{kg}, le prix du kilogramme serait 0^{f},50.

Le volume de 1 kilogr. de vin est égal au poids divisé par la densité ; il est donc

$$\frac{1}{0,93} = \frac{100}{93} = 1,075.$$

0^{f},50 est le prix du kilogramme ou de 1^{l},075.
Le prix du litre sera 0^{f},50 : 1,075 = 0^{f},465.
Différence entre les prix du litre :

$$0^{f},465 - 0^{f},416 = 0^{f},049.$$

Réponse. — Prix des 100 kilogrammes de vin 44^{f},80
Prix du litre, 41 centimes et demi environ.
Augmentation du prix du litre, 5 centimes.

349. *On a un vase ouvert par le haut et exactement plein d'eau distillée à 4 degrés centigrades. On demande :* 1° *quel est le nombre de pièces de* 5 *francs en argent qu'il faut y introduire pour que, dans ces nouvelles conditions, le vase avec son contenu éprouve une augmentation de poids de* 452^{gr},4 ; 2° *quelle est l'augmentation de poids qui eût été produite dans le vase, considéré dans son état primitif, par l'introduction d'un rouleau d'or de* 1000 *francs.*

On sait que 1 *décimètre cube d'argent pèse* 10 *kilogr.* 500 *gr. et que* 1 *décimètre cube d'or pèse* 19 *kilogrammes.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — 1re session de 1880.

1° Le centimètre cube d'argent pèse 10^{gr},5.

Le volume de la pièce de 5^{f} contient autant de centimètres cubes qu'il y a de fois 10^{gr},5 dans 25^{gr}. Ce volume est donc

$$25 : 10,5 = 2^{cc},3809 \text{ ou } 2^{cc},381.$$

Chaque pièce de 5^{f} mise dans le vase en fait sortir un volume d'eau de 2^{cc},381 ; elle lui ôte ainsi un poids d'eau de 2^{gr},381, et lui ajoute en même temps un poids d'argent de 25^{gr}.

Il en résulte pour le vase une augmentation de poids égale à

$$25^{gr} - 2^{gr},381 = 22^{gr},619.$$

Pour produire une augmentation de poids de 452^{gr},4, il faudra introduire un nombre de pièces de 5 francs égal à

$$452,4 : 22,619 = 20.$$

2° Poids de 1000^{f} en argent 5000^{gr} ; en or 5000 : 15,5 = 322^{gr},580.
Poids de 1 centimètre cube d'or....................... 19^{gr}.
Volume de 1000^{f} en or............... 322,58 : 19 = 16^{cc},978.
Poids de l'eau chassée par l'or...................... 16^{gr},978.
Augmentation de poids produite dans le vase par le rouleau d'or :

$$322^{gr},580 - 16^{gr},978 = 305^{gr},602.$$

350. *Calculer la valeur du kilogramme d'or fin et du kilogramme d'or monnayé.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1876.

1° Le poids de 20 francs en argent est 100 grammes.

Le poids de 20 fr. en or serait $\frac{100}{15,5} = \frac{1000}{155} = \frac{200^{gr}}{31}$.

$\frac{200^{gr}}{31}$ d'or à 0,9 valent 20 fr.

200^{gr} d'or à 0,9 valent 20^f × 31 ; 100^{gr} valent 310 fr.
1 kilogramme d'or à 0,9 vaut donc 3100 fr.
900 grammes d'or fin valent 3100 fr.
100^{gr} valent .... 3100^f : 9 = 344^f,44.
1 kilogr. d'or fin vaut donc .... 3444^f,44.

2° La fabrication de la monnaie occasionne des frais qui sont fixés à 6^f,70 par kilogramme d'or à 0,9.

Donc 1 kilogramme d'or à 0,9 vaut seulement au change

$$3100^f - 6^f,70 = 3093^f,30.$$

La retenue de 6^f,70 est faite sur un poids d'or fin de 900 grammes.
Sur 1000^{gr}, cette retenue serait $\frac{6^f,70 \times 1000}{900} = 7^f,44.$
1 kilogramme d'or fin vaut donc au change

$$3444^f,44 - 7^f,44 = 3437^f.$$

NOTA. — Pour la fabrication de la monnaie d'argent, le tarif est de 1^f,50 par kilogramme d'argent au titre de 0,9. En répétant le même raisonnement que pour l'or, on trouverait pour la valeur du kilogramme d'argent :

Argent fin, 222^f,22. — Argent fin au change, 220^f,56.

TARIF

TITRES en millièmes.	MATIÈRES D'OR — VALEUR au tarif par kilogr.	MATIÈRES D'OR — VALEUR sans retenue.	MATIÈRES D'ARGENT — VALEUR au tarif par kilogr.	MATIÈRES D'ARGENT — VALEUR sans retenue.
1000	3437^f,00	3444^f,44	220^f,56	222^f,22
900	3093, 30	3100, 00	198, 50	200, 00
800	2749, 60	2755, 56	176, 45	177, 78
700	2405, 90	2411, 11	154, 39	155, 56
600	2062, 20	2066, 67	132, 34	133, 33
500	1718, 50	1722, 22	110, 28	111, 11
400	1374, 80	1377, 78	88, 22	88, 89
300	1031, 10	1033, 33	66, 17	66, 67
200	687, 40	688, 89	44, 11	44, 44

CHAPITRE VII

§ 1. — DES MÉLANGES

1° — PROBLÈMES DANS LESQUELS ON CHERCHE LE PRIX D'UN MÉLANGE, EN CONNAISSANT LES PRIX ET LES QUANTITÉS DES SUBSTANCES MÉLANGÉES.

351. *On a acheté 140 doubles décalitres de blé à 5 fr. chacun, puis 250 doubles décalitres à 6 fr., et enfin 100 doubles décalitres à 4 fr. Calculer le prix moyen du double décalitre.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Besançon, 1877.

Prix des 140 d. décal.............. 5^f × 140 = 700^f
Prix des 250 d. décal.............. 6^f × 250 = 1500^f
Prix des 100 d. décal.............. 4^f × 100 = 400^f
Total : 490 doubles décalitres coûtant......... 2600^f
Prix du double décal. du mélange. 2600^f : 490 = 5^f,306.

352. *Un cultivateur mêle du blé coûtant 26^f,50 l'hectolitre avec du blé coûtant 29^f,05 et il y met 2 fois plus du 2° que du 1er. A combien revient l'hectolitre du mélange ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Rennes.

Pour 1 hectol. du 1er on met 2 hectol. du 2^e.
1 hectol. du 1er coûte............ 26^f,50
2 hectol. du 2^e.................... 29^f,05 × 2 = 58^f,10
Les 3 hectol. du mélange coûtent.................. 84^f,60
L'hectol. du mélange coûte 84^f,60 : 3 = 28^f,20.

353. *On a acheté du vin à 50 centimes le litre, et on y a versé de l'eau. Trouver quelle est la quantité d'eau qui entre dans 75 litres du mélange, en sachant que ces 75 litres coûtent 33^f,75.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Montpellier.

200^{gr} d'or à 0,9 valent $20^f \times 31$; 100^{gr} valent 310 fr.
1 kilogramme d'or à 0,9 vaut donc 3100 fr.
900 grammes d'or fin valent 3100 fr.
100^{gr} valent .... $3100^f : 9 = 344^f,444$
1 kilogr. d'or fin vaut donc .... $3444^f,44$

2° La fabrication de la monnaie occasionne des frais qui sont fixés à $6^f,70$ par kilogramme d'or à 0,9.

Donc 1 kilogramme d'or à 0,9 vaut seulement au change

$$3100^f - 6^f,70 = 3093^f,30.$$

La retenue de $6^f,70$ est faite sur un poids d'or fin de 900 grammes.
Sur 1000^{gr}, cette retenue serait $\dfrac{6^f,70 \times 1000}{900} = 7^f,44$.
1 kilogramme d'or fin vaut donc au change

$$3444^f,44 - 7^f,44 = 3437^f.$$

Nota. — **Pour** la fabrication de la monnaie d'argent, le tarif est de $1^f,50$ par kilogramme d'argent au titre de **0,9**. En répétant le même raisonnement que pour l'or, on trouverait pour la valeur du kilogramme d'argent :

Argent fin, **$222^f,22$**. — Argent fin au change, **$220^f,56$**.

TARIF

TITRES en millièmes.	MATIÈRES D'OR		MATIÈRES D'ARGENT	
	VALEUR au tarif par kilogr.	VALEUR sans retenue.	VALEUR au tarif par kilogr.	VALEUR sans retenue.
1000	$3437^f,00$	$3444^f,44$	$220^f,56$	$222^f,22$
900	3093, 30	3100, 00	198, 50	200, 00
800	2749, 60	2755, 56	176, 45	177, 78
700	2405, 90	2411, 11	154, 39	155, 56
600	2062, 20	2066, 67	132, 34	133, 33
500	1718, 50	1722, 22	110, 28	111, 11
400	1374, 80	1377, 78	88, 22	88, 89
300	1031, 10	1033, 33	66, 17	66, 67
200	687, 40	688, 89	44, 11	44, 44

CHAPITRE VII

§ 1. — DES MÉLANGES

1° — PROBLÈMES DANS LESQUELS ON CHERCHE LE PRIX D'UN MÉLANGE, EN CONNAISSANT LES PRIX ET LES QUANTITÉS DES SUBSTANCES MÉLANGÉES.

351. *On a acheté 140 doubles décalitres de blé à 5 fr. chacun, puis 250 doubles décalitres à 6 fr., et enfin 100 doubles décalitres à 4 fr. Calculer le prix moyen du double décalitre.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Besançon, 1877.

Prix des 140 d. décal.............. $5^f \times 140 = 700^f$
Prix des 250 d. décal.............. $6^f \times 250 = 1500^f$
Prix des 100 d. décal.............. $4^f \times 100 = 400^f$
Total : 490 doubles décalitres coûtant......... 2600^f
Prix du double décal. du mélange. $2600^f : 490 = 5^f,306$.

352. *Un cultivateur mêle du blé coûtant $26^f,50$ l'hectolitre avec du blé coûtant $29^f,05$ et il y met 2 fois plus du 2° que du 1er. A combien revient l'hectolitre du mélange ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Rennes.

Pour 1 hectol. du 1er on met 2 hectol. du 2e.
1 hectol. du 1er coûte............ $26^f,50$
2 hectol. du 2e.................... $29^f,05 \times 2 = 58^f,10$
Les 3 hectol. du mélange coûtent................ $84^f,60$
L'hectol. du mélange coûte $84^f,60 : 3 = 28^f,20$.

353. *On a acheté du vin à 50 centimes le litre, et on y a versé de l'eau. Trouver quelle est la quantité d'eau qui entre dans 75 litres du mélange, en sachant que ces 75 litres coûtent $33^f,75$.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Montpellier.

Le nombre de litres de vin qu'on a pour $33^{f},75$ est égal au nombre de fois qu'il y a $0^{f},50$ dans $33^{f},75$.

Ce nombre est............................ $33,75 : 0,5 = 67^{l},50$.

L'eau ne coûtant rien, le nombre de litres d'eau qui entre dans le mélange est

$$75^{l} - 67^{l},50 = 7^{l},5.$$

354. *On a 4 sortes de blés. La 1^{re} coûte $2^{f},80$ le double décalitre; la 2^{e}, 3^{f}; la 3^{e} $3^{f},40$; la 4^{e}, $4^{fr},60$. On les mélange, en mettant 3 fois autant de la 1^{re} qualité que de la 2^{e} et 2 fois autant de la 2^{e} que de chacune des deux suivantes. A combien revient l'hectolitre du mélange?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

Si on met 1 double décalitre de la 3^{e} qualité et 1 de la 4^{e}, on en met 2 de la 2^{e} qualité et 6 de la 1^{re}.

6 d. décal. à $2^{f},80$ valent.. $2^{f},80 \times 6 = 16^{f},80$
2 d. décal. à 3^{f} valent....... $3^{f} \times 2 = 6^{f},00$
1 d. décal. à $3^{f},40$ vaut................. $3^{f},40$
1 d. décal. à $4^{f},60$ vaut................. $4^{f},60$

Total : 10 d. décal. ou 2 hectolitres valant..... $30^{f},80$
Prix de l'hectolitre du mélange.... $30^{f},80 : 2 = 15^{f},40$.

355. *L'alliage employé dans la fabrication d'une cloche est composé de 8 parties de cuivre et de 2 parties d'étain. Le cuivre vaut $4^{f},75$ le kilogramme et l'étain $5^{f},25$. Les frais de fabrication s'élèvent à 10 % du prix de la matière. Trouver d'après cela le prix de la cloche, en sachant qu'elle pèse 1345 kilogrammes.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Dans $(8 + 2)$ ou 10 parties de la matière, il y a 8 parties de cuivre et 2 parties d'étain; le poids du cuivre est donc 0,8 et celui de l'étain 0,2 du poids total.

Poids du cuivre, $134^{kg},5 \times 8 = 1076^{kg}$.
Poids de l'étain, $134^{kg},5 \times 2 = 269^{kg}$.
Prix du cuivre.................. $4^{f},75 \times 1076 = 5111^{f}$
Prix de l'étain.................. $5^{f},25 \times 269 = 1412^{f},25$

Prix de tout le métal.......................... $6523^{f},25$
10^{e} pour frais de fabrication.................... $652^{f},325$

Prix de la cloche... $7175^{f},57$

356. *On a fondu ensemble 2 kilogr. 25 décigrammes d'un métal qui ont coûté $43^{f},50$ et 4 kilogr. 6 hectogr. d'un autre métal qui ont coûté 27 fr. Quel sera le prix d'un kilogramme de cet alliage, en supposant qu'il y ait un déchet de 2 % et que la fabrication de cet alliage ait coûté 12 francs?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1876.

Les $2^{kg},0025$ ont coûté........................ $43^{f},50$
Les $4^{kg},6$ .... 27^{f}

Total : $6^{kg},6025$ coûtant........................ $70^{f},50$

Les 0,02 de déchet font $6^{kg},6025 \times 0,02 = 0^{kg},13205$.

Le poids de l'alliage fabriqué est $6^{kg},6025 - 0^{kg},13205 = 6^{kg},47045$.
Dépense : $70^{f},50 + 12^{f} = 82^{f},50$.
Prix du kilogramme, $82^{f},50 : 6,47045 = 12^{f},75$.

357. *Un marchand a acheté du blé à 3 francs le double décalitre et de l'orge à $1^{f},80$. Il mélange 85 hectolitres de blé et 42 hectolitres d'orge. Combien devra-t-il vendre le double décalitre du mélange, s'il veut gagner 18 % sur son marché?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Poitiers.

Prix de l'hectol. de blé $3^{f} \times 5 = 15^{f}$.
Prix de l'hectol. d'orge $1^{f},8 \times 5 = 9^{f}$.
Prix des 85 hect. de blé........... $15^{f} \times 85 = 1275^{f}$
Prix des 42 hect. d'orge........... $9^{f} \times 42 = 378^{f}$

Total : 127 hectolitres coûtant................. 1653^{f}
Bénéfice de $0^{f},18$ par franc : $0^{f},18 \times 1653 =$ $297^{f},54$

Somme à retirer de la vente...................... $1950^{f},54$
Prix de l'hectolitre................. $1950^{f},54 : 127 = 15^{f},358$
Prix du double décalitre, $15^{f},358 : 5 = 3^{f},07$.

358. *Un marchand fait un mélange de 80 litres de vin coûtant 50 francs l'hectolitre et de 100 litres de vin d'une autre qualité. En vendant ce mélange à raison de 70 francs l'hectolitre, il réalise un bénéfice de 20 %. Combien lui coûte l'hectolitre de la deuxième qualité de vin?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Prix des 80 litres .... $0^{f},50 \times 80 = 40^{f}$.
Nombre de litres du mélange................. $80 + 100 = 180^{l}$.
Produit de la vente........................ $0^{f},70 \times 180 = 126^{f}$.
Un achat de 1^{f} a produit dans la vente $1^{f},20$.
Le prix d'achat est égal au nombre de fois que $1^{f},20$ est contenu dans 126^{f}.

Ce prix est donc 126 : 1,2 = 105f.
L'achat de l'hectolitre de la 2e qualité avait coûté

$$105^f - 40^f = 65^f$$

359. *On fait 6 °/₀ de remise sur le prix de 100 kilogrammes de marchandises ; 7 °/₀ sur 80 kilogr. et 10 °/₀ sur 250 kilogr. Quel est le taux moyen de la remise sur le poids total de la marchandise ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Orne, 1877.

La remise sur le prix revient à une réduction sur le nombre de kilogrammes à payer.

Sur les 100^{kg} la réduction est de..............	6^{kg}
Sur les 80^{kg} c'est les 0,07 de 80^{kg}, c.-à-d......	$5^{kg},6$
Sur les 250^{kg} elle est le 10^e de 250^{kg}, c.-à-d...	25^{kg}
Sur 430^{kg} il y a une réduction de..........	$36^{kg},6$.

Sur 1 kilog. on ferait une remise de $36^{kg},6 : 430$.

Sur 100^{kg} la remise sera $\dfrac{36^k,6 \times 100}{430} = 8,511$.

Réponse. — La remise sur l'ensemble est de 8 et demi pour 100.

360. *Une institution où la durée des cours est de 11 mois par an a eu 120 élèves pendant la dernière année scolaire. Deux de ces élèves ont fréquenté l'établissement pendant 2 mois seulement ; vingt pendant 6 mois et les autres y sont restées pendant 11 mois. Le montant total des recettes ayant été de 68 880 francs, on demande quel était le prix de la pension annuelle (11 mois).*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Juillet, 1881.

Considérons d'abord la rétribution mensuelle. Il y a eu :
2 élèves pendant 2 mois ; 20 pendant 6 mois ; 98 pendant 11 mois.

Les 2 élèves pour 2 mois ont payé..................	4 mois ;
Les 20 élèves pour 6 mois ont payé..................	120 mois ;
Les 98 élèves pour 11 mois ont payé.... $11 \times 98 =$	1078 mois ;
Total....	1202 mois.

Pour 1202 mois on a retiré 68 880 francs.
Pour 1 mois, on aurait retiré $68\,880 : 1202 = 57,304$.
Pour 11 mois, on a retiré $57,304 \times 11 = 630^f,344$.

Réponse. — Le prix de la pension était de $630^f,34$ par an.

361. *Un marchand mélange du vin avec de l'eau dans la proportion de 12 litres d'eau pour 50 litres de vin. Il vend le mé-*

lange 60 centimes le litre et gagne ainsi 20 °/₀ de son prix d'achat. Trouver combien lui coûtait l'hectolitre de vin pur.

Brevet élémentaire. Aspirantes.

Ce qui coûtait 1 fr. au marchand est revendu par lui $1^f,20$.
Le prix de vente du litre du mélange $0^f,60$ est la moitié de $1^f,20$.
Le prix de revient de ce litre au marchand est donc la moitié de 1 franc, c'est-à-dire $0^f,50$.
Or 12^l d'eau plus 50^l de vin font 62^l de mélange.

Le vin n'est donc que les $\frac{50}{62}$ du volume du mélange.

Le vin pur contenu dans 1 litre du mélange a $\frac{50}{62}$ de litre.

$\frac{50}{62}$ de litre de vin pur coûtent $0^f,50$.

La 62^e partie d'un litre coûterait $0^f,01$; le litre coûterait $0^f,62$.
L'hectolitre coûtait donc 62 francs.

362. *Un fondeur fait un alliage de cuivre, de zinc et d'étain. Le cuivre y entre pour les $\frac{5}{8}$ du poids total ; le poids du zinc n'est que le tiers de celui du cuivre, et l'étain forme le reste. En prenant pour bénéfice et frais de fabrication 8 °/₀ de la valeur des métaux employés, ce fondeur peut vendre cet alliage au prix de $209^f,25$ les 100 kilogr. Le zinc lui coûtant 90 centimes le kilogr. et l'étain $1^f,50$, trouver ce que coûtait le kilogramme de cuivre.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Ce qui coûte 1^f au fondeur est vendu par lui $1^f,08$.
Le prix d'achat des 100 kilogr. est égal à autant de francs qu'il y a de fois $1^f,08$ dans $209^f,25$.
Ce prix des 100^{kg} est $209,25 : 1,08 = 193^f,75$.
Dans 100^{kg} d'alliage il y a :

en cuivre.....................	$100^{kg} \times \frac{5}{8} = 62^{kg},500$
en zinc........................	$62^{kg},5 : 3 = 20^{kg},833$
Poids total du cuivre et du zinc.....	$83^{kg},333$

Poids de l'étain $100 - 83,333 = 16^{kg},667$.

Prix de l'étain..................	$1^f,5 \times 16,667 = 25^f$
Prix du zinc....................	$0^f,9 \times 20,833 = 18^f,75$
Prix total de l'étain et du zinc...........	$43^f,75$

Prix du cuivre $193^f,75 - 43^f,75 = 150^{fr}$.
Prix du kilogramme de cuivre $150^f : 62,5 = 2^f,40$.

363. *Un boulanger mélange de la farine coûtant 60 fr. les 100 kilogrammes avec une autre farine coûtant 44 fr. les 100 kilogr dans la proportion de 7 kilogr. de la 1re avec 12 kilogr. de la 2e. On sait que 17 kilogr. de farine donnent 21 kilogr. de pain.*

Combien faudra-t-il vendre le kilogr. de pain pour réaliser un bénéfice de 6 °/o, les frais de fabrication étant de 4 francs pour 100 kilogrammes de pain?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1880.

Prix de 7^{kg} de la 1re qualité...... $0^f,60 \times 7 = 4^f,20$
Prix de 12^{kg} de la 2e.............. $0^f,44 \times 12 = 5^f,28$
Prix de 19^{kg} du mélange........................ $9^f,48$

Poids de pain fourni par les 19 kilogr. de farine :

$$\frac{21}{17} \times 19 = 23^{kg},47.$$

Frais de fabrication par kilogr. de pain $0^f,04$.
Frais pour $23^{kg},47$, $0^f,04 \times 23,47 = 0^f,9388$.
Prix de revient de $23^{kg},47$ de pain :
$9^f,48 + 0^f9388 = 10^f,4188$ ou $10^f,42$
Bénéfice à faire, $0^f,06 \times 10,42 = 0^f,6252$
Somme à retirer .... $11^f,044$
Prix de vente du kilogramme de pain :

$$11,044 : 23,47 = 0^f,47.$$

364. *On a acheté au prix de 90 centimes le litre 206 litres d'eau-de-vie contenant 45 °/o d'alcool pur ; puis au prix de 1f,20 le litre, 112 litres d'eau-de-vie contenant 52 °/o d'alcool pur. A quel prix a-t-on payé chaque fois le litre d'alcool pur ?*

En outre, si l'on mélange les deux quantités d'eau-de-vie, à combien revient le litre d'alcool contenu dans ce mélange ?

Brevet supérieur. Aspirants. — Nancy.

Prix des 206 litres d'eau-de-vie. $0^f,90 \times 206 = 185^f,40$.
Nombre de litres d'alcool.... $206^l \times 0,45 = 92^l,70$.
Prix du litre de cet alcool.... $185^f,4 : 92,7 = 2^f$.
Prix des 112 litres d'eau-de-vie. $1^f,2 \times 112 = 134^f,40$.
Nombre de litres d'alcool.... $112^l \times 0,52 = 58^l,24$.
Prix du litre de cet alcool.... $134^f,40 : 58,24 = 2^f,307$.

Nombre de litres d'alcool pur des deux achats:

$$92^l,70 + 58^l,24 = 150^l,94.$$

Prix d'achat : $185^f,40 + 134^f,40 = 319^f,80$.
Prix du litre d'alcool pur contenu dans le mélange:

$$319^f,80 : 150,94 = 2^f,118.$$

Réponse. — Prix du litre d'alcool pur : dans le 1er achat, 2^f; dans le 2e, $2^f,307$; dans le mélange, $2^f,12$.

2° — PROBLÈMES DANS LESQUELS ON DOIT FORMER UN MÉLANGE D'UN PRIX DONNÉ AVEC DES SUBSTANCES DE PRIX CONNUS.

365. *On a du vin coûtant 75 centimes le litre. Combien faut-il y ajouter d'eau par pièce de 250 litres, pour que le litre du mélange ne revienne qu'à 65 centimes ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Le prix des 250 litres de vin est $0^f,75 \times 250 = 187^f,50$.
Le prix du litre du mélange doit être $0^f,65$.
Le nombre de litres du mélange sera égal au nombre de fois que $0^f,65$ est contenu dans $187^f,50$. Ce nombre de litres est donc

$$187,50 : 0,65 = 288^l,46.$$

Le nombre de litres d'eau à ajouter sera

$$288,46 - 250 = 38^l,46.$$

366. *Il y a dans un vase 822 grammes d'eau salée contenant 200 grammes de sel. Combien faut-il y ajouter d'eau pour que 300 grammes du nouveau mélange ne contiennent que 50 gr. de sel ?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Le poids de 50^{gr} est la 6e partie de 300^{gr}.
Dans le nouveau mélange, le poids du sel doit donc être la 6e partie du poids total.
200^{gr} seront la 6e partie du poids des 822^{gr} d'eau salée et de l'eau qu'on doit y ajouter.
Le poids de ce mélange sera donc $200^{gr} \times 6 = 1200^{gr}$.
Le poids d'eau à ajouter doit être

$$1200^{gr} - 822^{gr} = 378^{gr}.$$

367. *On a 348 kilogr. d'eau salée contenant $\frac{3}{40}$ de son poids de sel. Combien devrait-on ajouter de litres d'eau pure pour obtenir un mélange contenant 5 °/o de son poids de sel?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Bordeaux, 1871.

Le nombre de litres d'eau douce à ajouter est le même que le nombre de kilogrammes du poids de cette eau.

Le poids de sel contenu dans 348^{kg} d'eau salée est

$$348^{kg} \times \frac{1}{40} = 8^{kg},7 \times 3 = 26^{kg},1.$$

Ce poids doit être le 20^e du poids total de l'eau après l'addition e l'eau douce.

Ce poids total est donc $26^{kg},1 \times 20 = 522^{kg}$.

Le poids d'eau douce à ajouter est : $522^{kg} - 348^{kg} = 174^{kg}$.

Réponse. — On ajoutera 174 litres d'eau douce.

368. *L'eau de la Méditerranée près de Tunis contient* 35 *milligrammes de sel par centimètre cube et celle de l'Océan* 25 *milligrammes. Quelle quantité d'eau douce faut-il ajouter à* 853 *litres d'eau de la Méditerranée, pour qu'elle contienne la même quantité de sel que l'eau de l'Océan ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Montpellier, 1880.

Dans un litre d'eau, il y a : pour l'eau de la Méditerranée, 35 grammes de sel ; pour l'eau de l'Océan, 25 grammes.

Dans 853 litres de la Méditerranée, il y a un poids de sel égal à

$$35^{gr} \times 853 = 29\,855^{gr}.$$

Le nombre de litres d'eau de l'Océan contenant ce poids de sel serait

$$29\,855 : 25 = 1194^l,20.$$

Le nombre de litres d'eau douce à ajouter à 853 litres d'eau de la Méditerranée sera donc

$$1194^l,20 - 853^l = 341^l,20.$$

369. *Dans* 10 *litres d'eau à* 4 *degrés, on a dissous* 835 *grammes de salpêtre. Combien de litres d'eau faudra-t-il ajouter à cette dissolution pour que* 3 *kilogrammes de la dissolution nouvelle ne contiennent que* 115 *grammes de salpêtre ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Ardennes, 1877.

Le poids de l'eau pure contenue dans les trois kilogrammes de la nouvelle dissolution est en grammes :

$$3000 - 115 = 2885 \text{ gr.}$$

Son volume est 2885 centimètres cubes ou $2^{lit},885$.

Le problème revient donc à celui-ci : *Une dissolution aqueuse contenant* 115 *gr. de salpêtre occupe un volume de* $2^l,885$; *quel est le volume de cette dissolution qui contiendra* 835 *gr. ?*

Autant de fois il y a 115 gr. dans 835 gr., autant de fois il y aura $2^l,885$ dans le volume cherché.

Ce nombre de fois est $\frac{835}{115} = \frac{167}{23}$.

Le volume cherché est donc

$$2^l,885 \times \frac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}} = 20,947.$$

La quantité d'eau à ajouter aux dix litres sera

$$20,947 - 10 = 10^l,947.$$

Réponse. — On ajoutera 10 litres 95 centilitres d'eau.
(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 22.)

370. *L'eau de mer contient environ* 2 *et demi pour* 100 *de son poids de sel et* 1 *litre de cette eau pèse* 1026 *gr. Combien faut-il prendre de litres d'eau de mer pour obtenir* 1 *kilogr. de sel ?*

Brevet élémentaire: Aspirants. — Paris, 1877.

100^{gr} d'eau contiennent $2^{gr},5$ de sel.

1^{gr} d'eau contiendrait $0^{gr},025$ de sel.

1026^{gr} d'eau en contiennent $0,025 \times 1026 = 25^{gr},65$.

Pour avoir 1000 gr. de sel, on prendra autant de litres d'eau qu'il y aura de fois $25^{gr},65$ dans 1000 gr.

Ce nombre de litres d'eau est $1000 : 25,65 = 38^l,98$,
c.-à-d. 39 litres.

371. *On a* 450 *litres de vin à* 75 *francs l'hectolitre. Combien de litres d'eau faudra-t-il y ajouter pour que le litre du mélange ne revienne qu'à* 60 *centimes ?*

En supposant que l'on consomme par jour 8 *litres et demi de ce mélange et que la lie représente une perte de* 4 *litres et demi par hectolitre, on demande encore combien de jours durera le mélange et quelle sera la dépense réelle par jour.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

1° Les 450 litres coûtent $0^{fr},75 \times 450 = 337^{fr},50$.

A 60 centimes le litre, on aurait pour cette somme un nombre de litres égal à

$$337,5 : 0.6 = 562^l,5.$$

Le nombre de litres d'eau à ajouter est donc

$$562,5 - 450 = 112,5, \text{ c.-à-d. } 112 \text{ litres et demi.}$$

2° La lie cause par hectolitre une perte de $4^l,5$.
Sur le mélange, la perte totale est

$$4^l,5 \times 5,625 = 25^l,3125.$$

Il reste pour la consommation

$$562^l,5 - 25^l,3 = 537^l,2.$$

Le mélange durera autant de jours qu'il y a de fois $8^l,5$ dans $537^l,2$; ce nombre de jours est donc

$$537,2 : 8,5 = 63,2.$$

Le mélange durera 63 jours et il restera pour le 64e jour une quantité égale aux 0,2 de la consommation journalière.
Pour $63^j,2$ la dépense est de $337^{fr},50$.
Pour 1 jour elle sera

$$337,5 : 63,2 = 5^f,34.$$

372. *On a une masse de cuivre pesant 134 kilogr. 850 grammes. On demande : 1° quelle quantité d'étain et de zinc il faut lui allier pour avoir le bronze des monnaies ; 2° combien avec cet alliage on pourra fabriquer de pièces de 5 centimes et de pièces de 10 centimes en nombre égal.*

Certificat d'études primaires. — **Seine-et-Marne, 1880.**

Dans un poids de monnaie de 100 grammes, il y aurait : 95^{gr} de cuivre ; 4^{gr} d'étain ; 1^{gr} de zinc.

Le poids du zinc est donc $\frac{1}{95}$ du poids du cuivre ;

le poids de l'étain est les $\frac{4}{95}$ du poids du cuivre.

Le poids du zinc à ajouter est...... $134850 : 95 = 1419^{gr},4736$
Le poids de l'étain est............. $1419,4736 \times 4 = 5677^{gr},8944$
Ajoutons le poids du cuivre........ 134850^{gr}
Le poids total de l'alliage sera... $141947^{gr},368$

Une pièce de 5 centimes et une pièce de 10 centimes font un poids de 15 grammes.
Le nombre de pièces de chaque espèce qu'on pourra fabriquer sera donc

$$141947 : 15 = 9463.$$

373. *Un marchand de vin veut remplir un tonneau de 216 litres avec du vin de deux qualités, la 1re coûtant 45 centimes le litre et la 2e coûtant 52 centimes. Combien doit-il mettre de litres de chaque qualité, pour que le litre du mélange revienne à 50 centimes ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

1° S'il met dans le tonneau 1 litre de la 1re qualité, il gagne 50 — 45 = 5 centimes.
S'il y met 1 litre de la 2e qualité, il perd 52 — 50 = 2 centimes.
D'après cela il devra mettre :
pour 2 litres de la 1re qualité 5 litres de la 2e.
En effet, avec 2 litres de la 1re il gagne 2 fois 5 centimes ou 10 centimes ; avec 5 litres de la 2e il perd 5 fois 2 centimes ou 10 centimes. La perte est ainsi compensée par le gain.
Observation. — Si on dispose les nombres de la manière suivante :

$$\begin{array}{ccc} 0^f,45 & & 2 \\ & 0,50 & \\ 0^f,52 & & 5 \end{array}$$

on retiendra mieux la règle qui se déduit du raisonnement précédent.

Règle. — *Pour trouver dans quel rapport il faut mêler deux vins de prix différents afin d'obtenir un mélange dont le litre soit d'un prix donné intermédiaire entre ces deux prix, on prend la différence entre le plus petit de ces deux prix et le prix intermédiaire, et on l'écrit vis-à-vis du plus grand ; la différence entre le plus grand des deux prix et le prix intermédiaire, et on l'écrit vis-à-vis du plus petit. Ces deux différences écrites en nombres entiers sont les termes du rapport dans lequel on doit mélanger les deux qualités.*

2° Le nombre de litres contenus dans le mélange doit être 216.
Or 2^l de la 1re qualité plus 5^l de la 2e font 7^l du mélange.
Pour avoir 1 litre du mélange il faudra :

$\frac{2}{7}$ de litre de la 1re qualité et $\frac{5}{7}$ de litre de la 2e.

Pour avoir 216 litres du mélange, on prendra :

de la 1re qualité $\frac{2^l}{7} \times 216 = \frac{432^l}{7} = 61^l,714$, c.-à-d. $61^l,71$;

de la 2e qualité $\frac{5^l}{7} \times 216 = \frac{1080^l}{7} = 154,285$, c.-à-d. $154^l,29$.

Remarque. — Au lieu de chercher quelle quantité on doit prendre de chaque qualité pour avoir 1 litre du mélange, on peut dire, ce qui est plus court et aussi clair : autant de fois il y a 7 litres dans 216 litres, autant de fois on prendra 2 litres de la 1re qualité et autant de fois 5 litres de la 2e.

Ce nombre de fois est exprimé par $\frac{216}{7}$.

On prendra donc :

de la 1re qualité, $2^l \times \frac{216}{7}$; de la 2e qualité, $5^l \times \frac{216}{7}$, etc.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 26.)

Nota. — Ce raisonnement s'appliquant à tous les problèmes semblables, nous ne le répéterons pas dans ceux qui suivent, à moins qu'il n'y ait quelque utilité à le faire.

Cependant, les candidats ne doivent pas se dispenser de l'exposer tout entier dans la composition faite à l'examen, et même dans les problèmes qu'ils ont à résoudre comme exercices préparatoires.

374. *Combien faut-il allier de cuivre à 4f,80 le kilogr. avec 12 kilogr. de zinc à 2f,50, pour que le prix moyen du kilogramme du mélange revienne à 3f,60 ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Cantal, 1876.

	C.	$4^f,80$	110	Pour 110 kilog. de cuivre
		$3^{fr},60$		on mettra
12^{kgr}	Z.	$2^f,50$	120	120 kilog. de zinc.

Réponse. — A 12 kilogrammes de zinc on devra mêler 11 kilogrammes de cuivre.

Vérification. — Prix des 11^{kg} de cuivre... $4^f,8 \times 11 = 52^f,80$
Prix des 12^{kg} de zinc..... $2^f,5 \times 12 = 30^f,00$
Total..... 23^{kg} de mélange coûtant..... $82^{fr},80$
Prix du kilogr. du mélange.... $82^f,8 : 23 = 3^f,60$.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 52.)

375. *Un marchand veut mêler des vins de trois qualités, de manière que le litre du mélange lui revienne à 65 centimes. La 1re qualité coûte 56 centimes le litre ; la 2e 62 centimes et la 3e 70 centimes. Dans quelle proportion doit-il faire le mélange ?*

Brevet supérieur. Aspirants.

$0^f,56$		5	La question revient aux deux problèmes suivants :
$0^f,62$		5	
	$0^f,65$		
$0^f,70$		9+3	

1° *Dans quelle proportion faut-il mêler du vin de 56 centimes le litre et du vin de 70 centimes pour que le litre du mélange revienne à 65 centimes ?*

2° *Dans quelle proportion faut-il mêler du vin de 62 centimes le litre et du vin de 70 centimes pour que le litre du mélange revienne à 65 centimes ?*

D'après la règle expliquée au problème 373, on trouve que pour 5 litres de la 1re qualité il en faut 9 de la 3e, et que pour 5 litres de la 2e qualité il en faut 3 de la 3e. On fera donc le mélange dans la proportion suivante :

5 litres de la 1re et 5 litres de la 2e pour 12 litres de la 3e.

376. *On a mélangé du vin de 80 centimes le litre avec du vin de 70 centimes, et l'on a obtenu ainsi 2500 litres, ayant une valeur totale de 1850 francs. Combien de litres de chaque qualité a-t-on fait entrer dans le mélange ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Novembre 1881.

Le prix du litre du mélange est.......... $1850^f : 2500 = 0^f,74$.

La question revient à chercher dans quelle proportion le mélange a été fait pour que le prix du litre revînt à 74 centimes.

$0^f,80$		4	Pour 4^l de la 1re qualité, on a mis
	$0^f,74$		
$0^f,70$		6	6^l de la 2e.

4^l de la 1re qualité et 6^l de la 2e font 10 litres de mélange.

Le nombre de litres de la 1re est les 0,4 du tout et le nombre de litres de la 2e en est les 0,6

On a donc mis pour faire les 2500 litres :
de la 1re qualité........................ $250^l \times 4 = 1000$ litres.
de la 2e qualité........................ $250^l \times 6 = 1500$ litres.

377. *On a fait un mélange de 5 litres avec deux liquides dont les densités sont 1,25 et 0,74. Combien y a-t-il de litres de chacun dans le mélange, si sa densité est 0,95 ?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

1re méthode. — Poids du litre du 1er 1250^{gr} ; du litre du 2e 740^{gr}.
Poids du litre du mélange 950^{gr}.

Quand on met 1 litre du 1er liquide dans le mélange, il y a en trop un poids égal à $1250^{gr} - 950^{gr} = 300^{gr} = 30$ décagr.

Quand on y met 1 litre du 2e liquide, il manque un poids égal à $950^{gr} - 740^{gr} = 210^{gr} = 21$ décagr.

1250^{gr}		210	On a dû mettre :
	950^{gr}		du 1er liquide 21 litres ;
740^{gr}		300	du 2e liquide 30 litres.

En effet, avec 21^{l} du 1er il y a de trop un poids de $300^{gr} \times 21$;
avec 30^{l} du 2e il manque un poids de .... $210^{gr} \times 30$.
Ces deux poids égaux se font compensation.
Or 21 lit. du 1er plus 30 lit. du 2e font 51 lit. du mélange.

Le nombre de litres du 1er est $\frac{21}{51}$ du volume total.

Le nombre de litres du 2e est $\frac{30}{51}$ du volume total.

On a donc pour les deux nombres de litres de chaque liquide :

1er $\qquad 5^{l} \times \frac{21}{51} = \frac{105}{51} = 2^{l}058$, c.-à-d. $2^{l},06$.

2e $\qquad 5^{l} \times \frac{30}{51} = \frac{150}{51} = 2^{l},941$, c.-à-d. $2^{l},94$.

2e MÉTHODE. — Le poids des 5 litres du mélange est :

$$950^{gr} \times 5 = 4750^{gr}.$$

Si les 5 litres étaient du 1er liquide seulement, leur poids serait :

$$1250^{gr} \times 5 = 6250^{gr}.$$

Ce poids surpasse le poids donné de

$$6250^{gr} - 4750^{gr} = 1500^{gr}.$$

Si on remplace un litre du 1er par un litre du 2e, cet excès de poids est diminué de la différence entre 1250^{gr} et 740^{gr}, c.-à.-d. de $1250^{gr} - 740^{gr} = 510^{gr}$.
Il a donc fallu mettre autant de litres du 2e liquide qu'il y a de fois 510^{gr} dans 1500 gr.
Ce nombre de litres est $1500 : 510 = 2^{l},94$.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 20.)

378. *Un litre d'eau pure pèse 1 kilogramme et 1 litre d'acide nitrique pèse $1^{kg},480$ gr. On demande quelle est la quantité d'eau qu'il faut ajouter à 1 kilogramme de cet acide pour que le litre du mélange pèse 1290 grammes.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Digne, 1879.

Eau.	1000^{gr}		190	Avec 29 litres d'acide on doit
		1200^{gr}		mettre 19 litres d'eau.
Acide.	1480^{gr}		290	

Pour 1 litre d'acide, le volume de l'eau à ajouter serait

$$19^{l} : 29 = 0^{l},65517.$$

Ainsi pour 1480^{gr} d'acide, le poids d'eau à ajouter est $655^{gr},17$.

Pour 1 gramme d'acide, le poids d'eau serait $\frac{655^{gr},17}{1480}$.

Pour 1 kilogr. d'acide, le poids d'eau à ajouter sera :

$$\frac{655^{gr},17 \times 1000}{1480} = \frac{65\,517}{148} = 442 \text{ grammes.}$$

379. *Quand on mélange des volumes égaux d'eau et d'alcool, il se produit une contraction, c'est-à-dire que le volume du mélange est moindre que la somme des volumes des deux liquides qui le composent. Cela posé, on constate qu'un litre de ce mélange pèse 936 grammes ; on sait, d'autre part, qu'un litre d'alcool pur pèse 79 décagrammes. Calculer d'après cela, à un demi-centilitre près, les volumes égaux d'eau et d'alcool qu'il faut mélanger pour avoir un hectolitre du mélange.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Mars 1881.

S'il n'y avait pas de contraction, 1 litre d'eau et 1 litre d'alcool mélangés donneraient :

2 litres pesant $1000^{gr} + 790^{gr} = 1790$ grammes.
Or 1 litre de ce mélange pèserait 895 grammes.
Cherchons le volume réel de ces 895 gr. du mélange.
936^{gr} du mélange ont un volume de 1 litre.
Le volume sera en litres :

pour 1 gramme $\frac{1}{936}$; pour 895 grammes $\frac{895}{936} = 0^{l},95619$.

$\frac{1}{2}$ litre d'eau plus $\frac{1}{2}$ litre d'alcool font un mélange de $0^{l},95619$.
1 litre d'eau plus 1 litre d'alcool font un mélange de $1^{l},91238$.
Il faudra donc autant de litres d'eau et de litres d'alcool que 1,91238 est contenu de fois dans 100 litres.
Ce nombre est $100 : 1,91238 = 52,290$.

Réponse. — On doit mêler 52^{l} 29 d'eau et $52^{l},29$ d'alcool.

380. *On a 25 barriques de vin de 228 litres chacune, marquant 9 degrés à l'alcoomètre, c'est-à-dire contenant 9 °/o du volume du vin en alcool pur. Combien faut-il y ajouter d'alcool à 90 degrés pour obtenir du vin à 15 degrés?*

Le vin valant 30 francs l'hectolitre et l'alcool employé 1f,80 *le litre, trouver le prix de l'hectolitre du mélange.*

Concours pour les bourses départementales. — Seine-et-Oise, 1879.

Le nombre de litres de vin est $228^l \times 25 = 5700$ litres.
1 litre de vin contient 9 centilitres d'alcool pur.
1 litre de l'alcool à ajouter en contient 90 centilitres.
1 litre de mélange doit en contenir 15 centilitres.
A 1 litre de vin il manque :

$$0^l,15 - 0^l,09 = 6 \text{ centilitres d'alcool pur.}$$

Dans 1 litre de l'alcool à ajouter il y a en trop :

$$0^l,90 - 0^l,15 = 75 \text{ centilitres d'alcool pur.}$$

Avec 75 litres de vin on mêlera 6 litres d'alcool à 90 degrés.
En effet à 75 litres de vin il manque un volume d'alcool pur égal à

$$0^l,06 \times 75 = 4^l,50.$$

Dans 6 litres de l'alcool ajouté il y a en trop un volume d'alcool pur égal à

$$0^l,75 \times 6 = 4^l,50.$$

On emploiera autant de fois 6 litres d'alcool qu'il y a de fois 75 litres dans 5700 litres.
Le nombre de litres d'alcool est donc :

$$\frac{5700}{75} \times 6 = \frac{34200}{75} = 456 \text{ litres.}$$

Le mélange obtenu contient............ $5700^l + 456^l = 6156^l$.
Le prix du vin était .... $30^f \times 57 = 1710^f$.
Le prix de l'alcool ajouté est $1^f,8 \times 456 = 820^f,80$

Les 6156 litres du mélange valent................ $2530^f,80$
Le prix de l'hectolitre est donc $2530^f,80 : 61,56 = 41^f,11$.

Réponse. — On doit employer 456 litres d'alcool.
L'hectolitre du mélange coûte 41f,11.

§ 2. — DES ALLIAGES D'OR OU D'ARGENT

Du titre. — Les objets d'or ou d'argent contiennent tous, comme les monnaies, une certaine quantité de cuivre ; leur *titre* est le rapport qu'il y a entre le poids de l'or ou de l'argent pur qu'ils renferment et leur poids total.

Dans les monnaies d'or et la pièce de 5 francs en argent, le titre est 0,900 ; dans les autres pièces d'argent, il est 0,835.

Pour les autres objets d'or, la loi ne permet que les trois titres : 0,750 ; 0,840 ; 0,920.

Pour les objets d'argent, elle ne permet que les deux titres : 0,950 et 0,800.

Nous diviserons les problèmes d'alliage en trois catégories.

1° PROBLÈMES OU IL S'AGIT DE TROUVER LE TITRE D'UN ALLIAGE FORMÉ DE PLUSIEURS ALLIAGES D'UN MÊME MÉTAL PRÉCIEUX DE POIDS ET DE TITRES CONNUS.

Règle. — *On cherche les poids du métal précieux contenus dans chaque alliage, en multipliant le poids de l'alliage par son titre; on fait la somme des produits et on la divise par la somme des poids des alliages.*

Observation. — Dans les compositions faites aux examens, il ne faut pas se borner à énoncer la règle et à l'appliquer ; il est nécessaire d'expliquer, par un raisonnement clair et concis, l'ensemble des opérations, comme on le voit dans les problèmes qui suivent.

381. *Déterminer le titre d'un lingot d'argent obtenu en faisant fondre ensemble 100 francs en pièces d'argent de 5 francs et 100 francs en pièces d'argent inférieures. Le titre des premières est 0,900 et celui des autres 0,835. — Définir le titre.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Poids de 100 francs en argent 500 grammes.
Poids total du lingot $500 \times 2 = 1000^{gr}$.
Poids d'argent pur des pièces de 5 francs $500 \times 0,9 = 450^{gr}$.
Poids d'argent pur des autres pièces $500 \times 0,835 = 417^{gr},5$

Poids d'argent pur du lingot..... $867^{gr},5$
Titre demandé $867,5 : 1000 = 0,8675$.

382. *On fond ensemble trois lingots d'or. Le* 1[er] *au titre de* 0,927 *pèse* 72 *kilogrammes ; le* 2[e] *au titre de* 0,892 *pèse* 84 *kilogr.; le* 3[e] *au titre de* 0,900 *pèse* 100 *kilogr. Quel est le titre du lingot ainsi obtenu ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1873.

Le poids de l'argent pur de chaque lingot est :

dans les 72^{kg}	$72^{kg} \times 0{,}927 = 66^{kg},744$
dans les 84^{kg}	$84^{kg} \times 0{,}892 = 74^{kg},928$
dans les 100^{kg}	$100^{kg} \times 0{,}9 = 90^{kg},000$
Poids total 256^{kg}.	Poids d'argent fin $231^{kg},672$.

Titre du lingot $\frac{231{,}672}{256} = 0{,}9049$, c.-à-d. 0,905.

383. *Un orfèvre possède trois lingots d'or. Le* 1[er] *au titre de* 0,920 *pèse* 7 *kilogr.* 750 *grammes ; le* 2[e] *au titre de* 0,840 *pèse* 9 *kilogr.* 250 *grammes ; le* 3[e] *au titre de* 0,750 *pèse* 12 *kilogr.* 350 *grammes. Il les convertit en un seul lingot en les faisant fondre ensemble. Quel est le titre de ce lingot unique?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Metz, 1859.

Le poids d'or fin de chaque lingot est :

dans 7750^{gr}	$7750^{gr} \times 0{,}92 = 7130^{gr}$
dans 9250^{gr}	$9250^{gr} \times 0{,}84 = 7770^{gr}$
dans 12350^{gr}	$12350^{gr} \times 0{,}75 = 9262^{gr},5$
Poids total 29350^{gr}.	Poids d'or fin $24162^{gr},5$

Titre du lingot unique $\frac{24162{,}5}{[illegible]} = \frac{2416{,}25}{[illegible]} =$ [illegible].

384. *Un lingot d'argent au titre de* 0,95 *pèse* 6 *kilogrammes* 240 *grammes ; un second lingot pèse* 5 *kilogr.* 705 *grammes et est au titre de* 0,842 *; un troisième pèse* 10 *kilogr.* 5 *hectogr. et est au titre de* 0,74. *On les fond tous les trois avec* 1 *kilogramme d'argent pur. Trouver le titre du nouvel alliage.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Les poids d'argent pur sont :

dans le 1[er] lingot	$6240^{gr} \times 0{,}950 = 5928^{gr}$
dans le 2[e]	$5705^{gr} \times 0{,}842 = 4803^{gr},6$
dans le 3[e]	$10500^{gr} \times 0{,}740 = 7770^{gr}$
Argent pur du 4[e]	1000^{gr} .... 1000^{gr}
Poids total... 23445^{gr}.	Arg. pur $19501^{gr},6$.

Le titre cherché est $\frac{19501{,}6}{23445} = 0{,}8318$, c.-à-d. 0,832.

385. *On fond ensemble deux objets d'or, dont l'un pèse* 124 *grammes au titre de* 0,920 *et l'autre* 165 *gr. au titre de* 0,840. *On y ajoute* 15 *gr. d'or pur et* 3 *gr. de cuivre. Quel est le titre du lingot ainsi obtenu ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

Les poids d'or pur sont :

dans les 124^{gr}	$124^{gr} \times 0{,}92 = 114^{gr},08$
dans les 165^{gr}	$165^{gr} \times 0{,}84 = 138^{gr},60$
or ajouté.	$15^{gr},00$
Poids de l'or fin du lingot...	$267^{gr},68$
Poids total du lingot............	$124 + 165 + 15 + 3 = 307^{gr}$.

Titre cherché $\frac{267{,}68}{307} = 0{,}871$.

386. *La production totale des mines d'argent d'Amérique en* 1840 *a été de* 1 103 075 *kilogrammes. On admet que le métal fourni par les mines n'est pas exactement pur et qu'il contient* 3 °/₀ *de matières étrangères. On demande combien on pourrait faire de pièces de* 1 *franc avec cette quantité d'argent et quel poids de cuivre contiendraient toutes ces pièces.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Mars 1881.

Déduction faite des matières étrangères, le poids d'argent pur est

$$1\,103\,075^{kg} \times 0{,}97 = 1\,069\,982\,750^{gr}.$$

Le poids d'argent pur contenu dans la pièce de 1 franc est

$$5^{gr} \times 0{,}835 = 4^{gr},175.$$

Le nombre de pièces demandé est donc

$$\frac{1\,069\,982\,750}{4{,}175} = 256\,283\,293{,}4.$$

Il y aura 256 283 293 pièces avec un reste égal à 40 centimes.
Le poids du cuivre contenu dans la pièce de 1 fr. est :

$$5^{gr} - 4^{gr},175 = 0^{gr},825.$$

Le poids du cuivre contenu dans toutes les pièces sera :

$$0^{gr},825 \times 256\,283\,293{,}4 = 211\,433\,717^{gr}.$$

c-à d. 2114 quintaux 33 kilogr. 717 grammes.

387. *On veut échanger contre de l'or au titre de* 0.840 *un lingot d'argent au titre de* 0,900 *et pesant* 5725 *grammes. L'argent* *fin vaut 220f,56 le kilogramme et l'or fin 3437 francs. Quel est le poids d'or qu'on recevra en échange?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Le poids d'argent fin contenu dans le lingot est

$$5725^{gr} \times 0,9 = 5152^{gr},5 = 5^{kg},1525.$$

La valeur du lingot d'argent sera

$$220^{f},56 \times 5,1525 = 1136^{f},4354.$$

Le gramme d'or fin vaut $3^{f},437$.

Le poids d'or fin d'une valeur égale à celle du lingot d'argent sera d'autant de grammes qu'il y a de fois $3^{f},437$ dans $1136^{f},4354$.

Ce nombre de grammes est

$$1136,4354 : 3,437 = 330^{gr},647.$$

Ce poids n'est que les 0,84 du poids du lingot d'or à 0,840 qu'on doit donner en échange.

84 centièmes du poids de ce lingot sont $330^{gr},647$.

1 centième de ce poids serait $\frac{330^{gr},647}{84}$.

Le poids du lingot d'or à recevoir sera

$$\frac{330^{gr},647 \times 100}{84} = 393^{gr},623.$$

2° PROBLÈMES OU IL S'AGIT DE TROUVER LE POIDS DE MÉTAL PRÉCIEUX OU DE CUIVRE A AJOUTER A UN ALLIAGE DE TITRE ET DE POIDS CONNUS POUR QU'IL PRENNE UN TITRE DONNÉ.

OBSERVATION. — Pour résoudre ces problèmes de la manière la plus naturelle et en même temps la plus simple, on doit remarquer que le poids de l'un des deux métaux contenus dans l'alliage donné reste le même dans le lingot à former.

Si le titre du lingot donné doit être abaissé, le poids du métal précieux ne change pas; c'est celui du cuivre qui varie.

Si le titre du lingot donné doit être élevé, le poids du métal précieux change; c'est celui du cuivre qui ne varie pas.

On cherche donc le poids du métal qui dans le lingot à former doit rester le même que dans le lingot donné. En connaissant le rapport que ce poids doit avoir avec le poids total du nouveau lingot, on calcule ce poids total. La différence entre le poids de ce lingot et le poids du lingot donné fait connaître le poids du métal à ajouter.

388. *Un alliage d'or et de cuivre pesant 128 grammes est au titre de 0,915. Combien faut-il y ajouter de cuivre pour abaisser le titre à 0,840? On calculera le poids du cuivre à un demi-milligramme près.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Douai, 1877.

Dans l'alliage donné, le poids d'or pur est:

$$128^{gr} \times 0,915 = 117^{gr},120.$$

Ce poids d'or pur doit être les 0,84 du poids du nouvel alliage.

Or 0,01 du poids du nouveau lingot serait $\frac{117,12}{84}$.

Le poids de ce lingot sera $\frac{117,12 \times 100}{84} = 139^{gr},42857$.

Le poids du cuivre à ajouter est donc:

$$139^{gr},42857 - 128^{gr} = 11^{gr},42857.$$

ou $11^{gr},429$ à moins d'un demi-milligramme par excès.

389. *Un lingot d'argent pesant 1245 grammes est au titre de 0,800. Quel poids d'argent faut-il lui ajouter pour en élever le titre à 0,950?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Le poids d'argent pur du lingot est $1245^{gr} \times 0,8 = 996$ gr.

Le poids du cuivre est............ $1245 - 996 = 249$ gr.

Le titre du nouveau lingot doit être 0,95.

Ces 249 gr. de cuivre sont donc 0,05 du poids du lingot à former.

0,01 du poids de ce lingot sera.... $249^{gr} : 5 = 49^{gr},8$

Le poids entier sera.......... $49^{gr},8 \times 100 = 4980$ gr.

Le poids de l'argent à ajouter est donc:

$$4980^{gr} - 1245^{gr} = 3735^{gr}.$$

390. *Un lingot d'argent au titre de 0,900 pèse 4342 grammes. Quel est le poids du cuivre qu'on doit fondre avec ce lingot pour abaisser son titre à 0,835?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1879.

Le poids de l'argent pur contenu dans ce lingot est:

$$4342^{gr} \times 0,9 = 3907^{gr},8.$$

Ce poids d'argent sera les 0,835 du poids du lingot à former.
835 fois la 1000e partie de ce poids sont 3907gr,8.
La 1000e partie serait.......... 3907gr,8 : 835.
Le poids total sera......... 3907800 : 835 = 4680gr.
Poids de cuivre à ajouter 4680gr — 4342gr = 338gr.

391. *On met dans un creuset 200 francs en pièces d'argent au titre de 0,9. Chercher quel est le poids du cuivre qu'il faut y ajouter pour abaisser le titre à 0,835 ?*
Brevet supérieur. Aspirants. — Grenoble, 1878.

Poids des 200 francs...................... 5gr × 200 = 1000gr.
Poids de l'argent pur qu'il renferme,...................... 900gr.
Ces 900gr seront les 0,835 du poids du lingot à former.
Le poids de ce lingot sera $\frac{900 \times 1000}{835} = 1077^{gr},844$.
Le poids du cuivre à ajouter est donc :

$$1077^{gr},844 - 1000 = 77^{gr},844.$$

392. *Un lingot d'argent pesant 2 kilogr. 23 décagrammes est au titre de 0,950. On demande d'en faire, en y ajoutant le cuivre nécessaire : 1° des pièces de 5 francs ; 2° des pièces de 1 franc. Combien aura-t-on de pièces de chaque espèce ?*
Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

1° Le poids d'argent fin contenu dans le lingot est en grammes :

$$2230 \times 0,95 = 2118^{gr},5.$$

La pièce de 5 fr. étant au titre de 0,9, le poids 2118gr,5 sera les 0,9 du poids total des pièces qu'on pourra fabriquer.

9 dixièmes de ce poids égalent 2118gr,5 ; 1 dixième égale $\frac{2118^{gr},5}{9}$.
Le poids total sera

$$\frac{2118,5}{9} \times 10 = \frac{21185}{9} = 2353^{gr},888.$$

Le poids du cuivre à ajouter au lingot doit être :

$$2353^{gr},888 - 2230^{gr} = 123^{gr},888.$$

Le nombre de pièces de 5 fr. qu'on pourra fabriquer sera

$$\frac{2353,888}{25} = 94, \text{ avec un reste égal à } 3^{gr},888.$$

2° Les 0,835 du poids des pièces de 1 fr. à fabriquer sont 2118gr,5.
Le poids de ces pièces sera

$$\frac{2118,5 \times 1000}{835} = \frac{2118500}{835} = 2537^{gr},125.$$

Le poids de cuivre à ajouter au lingot donné est :

$$2537^{gr},125 - 2230^{gr} = 307^{gr},125.$$

Le nombre des pièces de 1 fr. qu'on obtiendra est :

$$\frac{2537,125}{5} = 507 \text{ avec un reste égal à } 2^{gr},125.$$

393. *Un lingot d'argent pur pèse 10 020 grammes. Trouver quelle quantité de cuivre il faut y ajouter pour en faire de la monnaie au titre de 0,835, et combien on pourra faire de pièces de 2 fr. et de pièces de 1 fr. en nombre égal avec le nouveau lingot.*
Certificat d'études primaires. — Paris, 1880.

10 020 grammes sont les 835 millièmes du poids du lingot cherché.
La 1000e partie de ce poids serait 10 020gr : 835.
Le poids du lingot sera 10 020 000 : 835 = 12 000gr.
Le poids du cuivre à ajouter sera

$$12\,000 - 10\,020 = 1\,980^{gr}.$$

Une pièce de 1f et une pièce de 2f font un poids de 15gr
Le nombre des pièces de chaque espèce sera donc

$$1200 : 15 = 800.$$

394. *On a un lingot d'or pesant 378 décagrammes. Quel poids de cuivre faut-il y ajouter pour que ce lingot soit au titre de 0,900 ? Quel est le nombre de pièces de 10 francs qu'on pourra fabriquer avec ce lingot ?*
Brevet élémentaire. Aspirantes. — Juillet 1881.

1° Au titre de 0,9 le poids de l'or est 9 fois la 10e partie du poids total ; le poids du cuivre est la 10e partie du poids total et par suite, la 9e partie du poids de l'or pur.
Le poids de cuivre cherché est donc $\frac{3780^{gr}}{9} = 420^{gr}$.
Le poids total de l'alliage est 3780gr. + 420gr. = 4200gr.
2° Une pièce de 10f en argent pèserait 50gr.

Une pièce de 10^f en or pèsera 15 fois et demie moins, c.-à-d.

$$\frac{50}{15,5} = \frac{500}{155} = \frac{100^{gr}}{31}.$$

Le nombre des pièces d'or qu'on pourra fabriquer sera égal au nombre de fois que le poids de la pièce de 10 fr. est contenu dans le poids de l'alliage.
Ce nombre de pièces de 10 fr. est donc:

$$4200 : \frac{100}{31} = 42 \times 31 = 1302.$$

395. *On fond un décimètre cube d'argent avec un volume de cuivre suffisant pour former un alliage au titre de 0,900. Calculer en centimètres cubes et millimètres cubes le volume du cuivre, en sachant qu'un décimètre cube d'argent pèse $10^{kg},47$ et un décimètre cube de cuivre $8^{kg},80$.*
Calculer, en outre, le nombre de pièces de 5 francs que l'on peut fabriquer avec le lingot résultant de cet alliage.
Brevet supérieur. Aspirantes. — Alger, 1878.

L'alliage formé étant au titre de 0,9, le poids du cuivre employé est la 9^e partie de celui de l'argent, c'est-à-dire

$$\frac{10470}{9} = 1163^{gr},333.$$

Le centimètre cube de cuivre pèse $8^{gr},85$.
Le nombre de centimètres cubes de ce poids de cuivre sera:

$$\frac{1163.333}{8,85} = \frac{116333,3}{885} = 131,450$$

c'est-à-dire 131 centim. cubes 450 millim. cubes.
Le poids total de l'alliage est en grammes:

$$10\,470 + 1163,333 = 11\,633^{gr},333.$$

Le nombre des pièces de 5 francs sera donc:

$$11\,633 : 25 = 465.$$

396. *On veut convertir une somme d'un million de francs, actuellement représentée par des pièces de 5 francs au titre de 0,900, en pièces de 1 franc au titre de 0,835. On demande: 1° le poids du cuivre qu'il faudra ajouter à l'alliage que cette somme représente; 2° la somme nouvelle qui résultera de cette conversion.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

1° Le poids d'un million de francs en argent est 5 000 000 gr.
La pièce de 5 fr. étant au titre de 0,9, le poids d'argent pur contenu dans cette somme est

$$5\,000\,000^{gr} \times 0,9 = 4\,500\,000^{gr}.$$

835 millièmes du poids du lingot à former pèsent $4\,500\,000^{gr}$.
1 millième de ce poids sera .... $4\,500\,000^{gr} : 835$.
Le poids du lingot sera 1000 fois ce dernier poids, c'est-à-dire:

$$4\,500\,000\,000 : 835 = 5\,389\,221^{gr},5.$$

Le poids du cuivre à ajouter est l'excès de ce poids sur le poids des pièces de 5 francs, c'est-à-dire $389\,221^{gr},5$.
2° Le nombre de francs qu'on obtiendra dans la fabrication sera

$$5\,389\,221,5 : 5 = 1\,077\,844^f,30.$$

397. *L'État ayant retiré des pièces de 2 fr., de 1 fr., de 50 centimes et de 20 centimes au titre de 0,9, pour une somme de $53\,275^f,70$, les a fait transformer à la Monnaie en pièces du même genre au titre actuel. On demande le poids du cuivre qu'on doit ajouter dans ce cas et le bénéfice que l'État retire de cette opération.*
Brevet supérieur. Aspirantes. — Seine-et-Marne, 1878.

Poids de la somme.............. $5^{gr} \times 53\,275,7 = 266\,378^{gr},5$.
Poids d'argent pur.............. $266\,378,5 \times 0,9 = 239\,740^{gr},65$.
0,835 du poids du lingot formé de ces pièces égalent $239\,740^{gr},65$.
0,001 de ce poids sera $239\,740,65 : 835$.
Le poids de ce lingot sera....... $23974065 0 : 835 = 287\,114^{gr},5$.
Le poids des pièces fondues est.................... $266\,378^{gr},5$.
Le poids du cuivre à ajouter sera la différence...... $20\,736^{gr}$.
Le nombre de francs obtenu dans cette opération est:

$$287\,114,5 : 5 = 57\,422^f,90.$$

Le bénéfice est donc, sans compter les frais de fabrication,

$$57\,422,90 - 53275,70 = 4147^f,20.$$

398. *Un lingot d'or pesant 1348 grammes contient 145 gr. de cuivre. On demande combien de grammes d'or pur il faut y ajou-*

ter pour le mettre au titre légal des monnaies françaises, et combien de pièces de 20 francs on pourra fabriquer avec ce nouveau lingot. On demande aussi de trouver le titre du lingot primitif.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Nancy, 1877.

1° Les 145 grammes de cuivre seront la 10e partie du poids du nouveau lingot ; le poids de ce lingot sera donc 1450gr.

Le poids d'or à ajouter est $1450 - 1348 = 102$ grammes.

20 fr. en argent pèseraient 100 grammes.

$$20 \text{ fr. en or pèsent } \frac{100^{gr}}{15{,}5} = \frac{1000}{155} = \frac{200^{gr}}{31}.$$

Le nombre de pièces de 20 fr. à fabriquer sera :

$$1450 : \frac{200}{31} = \frac{14{,}5 \times 31}{2} = 224{,}75.$$

2° Poids d'or du lingot primitif.......... $1348 - 145 = 1203^{gr}$.

Titre de ce lingot........................ $1203 : 1348 = 0{,}892$.

Réponse. — On aura 224 pièces de 20 fr., avec un reste équivalent à 15 fr. — Le titre du lingot primitif était 0,892.

399. *Quand on a retiré de la circulation notre petite monnaie d'argent pour en réduire le titre, il y en avait pour* $222\,166\,304^{f},25$.

On demande quel poids de cuivre il eut fallu y ajouter, s'il n'y avait pas eu de perte par l'usure, pour en faire de la petite monnaie d'aujourd'hui, et quelle augmentation de valeur nominale cette addition eut donnée à la somme totale.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1880.

Le poids de cette monnaie en grammes était :

$$5^{gr} \times 222\,166\,304{,}25 = 1\,110\,831\,521^{gr},25.$$

Le poids d'argent pur qui s'y trouve contenu est :

$$1\,110\,831\,521^{gr}25 \times 0{,}9 = 999\,748\,369^{gr},125.$$

Ce poids d'argent devait être les 0,835 du poids du lingot formé par la vieille monnaie et le cuivre à ajouter.

Le poids de ce lingot est donc 1000 fois la 835e partie de ce poids d'argent pur, c'est-à-dire

$$999\,748\,369\,125 : 835 = 1\,197\,303\,436^{gr},077.$$

Le poids du cuivre demandé est la différence entre :

ce dernier poids............................ $1\,197\,303\,436^{gr},077$.
et celui de la monnaie...................... $1\,110\,831\,521^{gr},250$.
Différence...... $86\,471\,914^{gr},827$.

Le nombre de francs qu'on a pu fabriquer est égal à

$$1\,197\,303\,436{,}077 : 5 = 239\,460\,687^{f}\,21.$$

De ce nombre retranchons $222\,166\,304^{f},25$.

L'augmentation de valeur nominale est $17\,294\,382^{f},96$.

400. *On a deux lingots d'argent pesant l'un 3 kilogr. 285 gr. et l'autre 4 kilogr. 520 grammes. Le premier est au titre de 0,750 et le second au titre de 0,925. On veut en faire de la monnaie d'argent au titre de 0,835. Calculer la quantité de métal qu'il faudra ajouter à ces deux lingots fondus ensemble. On indiquera la nature de ce métal.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Grenoble, 1879.

Les poids d'argent pur des deux lingots sont :

dans les 3285^{gr} du 1er $3285^{gr} \times 0{,}75 = 2463^{gr},75$,
dans les 4520^{gr} du 2e $4520^{gr} \times 0{,}925 = 4181^{gr},00$.
Poids total 7805^{gr}. Poids d'argent $6644^{gr},75$.

Le titre de ce mélange est :

$$6644{,}75 : 7805 = 0{,}851.$$

Ce titre étant supérieur à 0,835, on devra ajouter du cuivre.

Dans le nouveau lingot à former, les $6644^{gr},75$ d'argent pur doivent être les 0,835 de son poids total.

1 millième de ce poids sera.................... $6644^{gr},75 : 835$.

Le poids du lingot sera 1000 fois ce dernier poids, c'est-à-dire

$$6\,644\,750 : 835 = 7957^{gr},784.$$

Le poids de cuivre à ajouter est

$$7957^{gr}\,784 - 7805^{gr} = 152^{gr},784.$$

401. *Un lingot d'or pesant 1 kilogr. et demi est au titre de 0,825. On le fond en y ajoutant l'or pur nécessaire pour l'amener au titre légal et on le convertit en monnaie.*

On demande : 1° le poids de l'or pur à y ajouter ; 2° la somme fabriquée, dans le cas où la fabrication cause un déchet de 0,005.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris 1878.

1° Poids de l'or pur du lingot donné $1500^{gr} \times 0{,}825 = 1237^{gr},5$
Poids du cuivre.................... $1500^{gr} - 1237^{gr},5 = 262^{gr},5$.
$262^{gr},5$ sont le 10^{e} du poids du lingot à former.
Le poids de ce lingot doit être 2625 grammes.
Poids d'or à ajouter................ $2625^{gr} - 1500^{gr} = 1125^{gr}$.
2° Perte sur la masse............... $2625^{gr} \times 0{,}005 = 13^{gr},125$.
Poids de monnaie fabriquée.... $2625^{gr} - 13^{gr},125 = 2611^{gr},875$.
Poids de 1^{f} en or........................ $\frac{5^{gr}}{15{,}5} = \frac{50^{gr}}{155} = \frac{10^{gr}}{31}$.

Valeur en francs de la monnaie fabriquée :

$$2611{,}875 : \frac{10}{31} = 261{,}1875 \times 31 = 8096^{f},8125.$$

Réponse. — Poids d'or à ajouter 1125^{gr}.
Valeur obtenue $8096^{f},81$.

402. *Un lot d'argenterie au titre de 0,950 a une valeur intrinsèque de 62 984^{f},05 et il est destiné à être transformé en pièces de 1 franc. On demande quel poids de cuivre il faudra y ajouter et combien il donnera de pièces de 1 franc.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Dans le franc (unité monétaire), le poids d'argent pur est $4^{gr},5$.
Le poids d'argent pur contenu dans ce lot est donc :

$$4^{gr},5 \times 62\,984{,}05 = 283\,428^{gr},225.$$

Ce poids doit être les 0,835 du poids du lingot qui sera formé par l'argenterie et le cuivre à ajouter.
0,001 du poids de ce lingot serait $283\,428^{gr} : 835$.
Ce poids tout entier sera...... $283\,428\,000^{gr} : 835 = 339\,434^{gr},7$.
Or les 0,95 du poids de l'argenterie sont aussi $283\,428^{gr}$.
0,01 de ce poids net serait $283\,428^{gr} : 95$.
Le poids de l'argenterie est $28\,342\,800 : 95 = 298\,345^{gr},2$.
Le poids du cuivre à ajouter sera :

$$339\,434^{gr},7 - 298\,345^{gr},2 = 41\,089^{gr},5.$$

Le nombre des pièces de 1 franc qu'on pourra fabriquer sera :

$$339\,434{,}7 : 5 = 67\,886{,}94.$$

c'est-à-dire 67 886 pièces avec un reste valant 94 centimes.

403. *Un lingot d'or pur pèse $93^{gr},573$. On le fond avec la quantité de cuivre nécessaire pour obtenir l'alliage de la monnaie. Combien pourra-t-on faire de pièces de 5 francs ?*

Quelle serait la longueur d'une règle de laiton ayant le même poids que le total des pièces de 5 francs, une largeur de 25 millimètres et une épaisseur de 2 millimètres et demi, la densité du laiton étant 8,43 ?

Brevet élémentaire. Aspirants. — Dijon, 1879.

1° Le poids de cuivre à ajouter est .... $93^{gr},573 : 9 = 10^{gr},397$.
Le poids total de l'alliage sera $93^{gr},573 + 10^{gr},397 = 103^{gr},970$.
Une pièce d'argent de 5 francs pèse 25 grammes.
Le poids de la pièce d'or de 5 francs est.. $\frac{25^{gr}}{15{,}5} = \frac{250}{155} = \frac{50^{gr}}{31}$.
Le nombre des pièces qu'on pourra fabriquer est :

$$103{,}97 : \frac{50}{31} = \frac{103{,}97 \times 31}{50} = 64{,}4614.$$

On aura 64 pièces, et un reste pesant 0,4614 de $\frac{50^{gr}}{31}$, c-à-d. $0^{gr},742$.

2° Les 64 pièces pèsent........ $103^{gr},970 - 0^{gr},742 = 103^{gr},228$.
Le volume de la règle est............ $103{,}228 : 8{,}43 = 12^{cc},245$.
La superficie du bout est .... $2{,}5 \times 0{,}25 = 0^{cq},625$.
La longueur sera...................... $12{,}245 : 0{,}625 = 19^{cm},6$.

Réponse. — Le nombre de pièces est 64.
La longueur de la règle a 19 centim. 6 millimètres.

404. *Un lingot d'argent pur a la forme d'un prisme rectangulaire droit de 84 millimètres de longueur, 45 millimètres de largeur et de 24 millimètres d'épaisseur. On le fond en y ajoutant le cuivre nécessaire à la préparation des pièces de 5 francs. La densité de l'argent est 10,47. Calculer le nombre de pièces de 5 francs que l'on obtiendra et le poids de l'alliage non employé.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Juillet 1880.

Volume du lingot en centimètres cubes :

$$8{,}4 \times 4{,}5 \times 2{,}4 = 90^{cc},720.$$

Poids en grammes................. $90{,}72 \times 10{,}47 = 949^{gr},8384$.
Poids du cuivre à ajouter :

$$949^{gr},8384 : 9 = 105^{gr},5376.$$

Poids total de l'alliage....... $949{,}8384 + 105{,}5376 = 1055^{gr},376$.
Nombre de pièces de 5 francs fabriquées :

$$1055{,}376 : 25 = 42.$$

Reste non employé $5^{gr},376$.

3° PROBLÈMES OU IL S'AGIT DE FORMER AVEC DEUX ALLIAGES DE POIDS ET DE TITRES CONNUS UN ALLIAGE AYANT UN TITRE ET UN POIDS DONNÉS.

OBSERVATION. — Ces problèmes se résolvent par la même règle que celle qui se trouve exposée à la suite du problème 373, et le raisonnement est tout à fait semblable ; cependant, il en diffère un peu par les termes. En effet, pour que le langage soit d'accord avec la nature des quantités qui entrent dans le problème, il ne saurait y être question de gain ou de perte, comme les élèves le répètent généralement, plus préoccupés d'appliquer aveuglement une règle mécanique que de se rendre compte de l'emploi qu'ils en font.

Prenons pour exemple le problème suivant : *deux alliages d'argent sont l'un au titre de* 0,76 *et l'autre au titre de* 0.92 · *trouver quels poids il faut prendre de l'un et de l'autre pour obtenir, en les fondant ensemble, un alliage au titre de* 0,85.

Observons d'abord que les poids d'argent pur contenus dans 1 gramme des trois lingots sont :

dans le 1^er^, 0^gr^,76 ; dans le 2^e^, 0^gr^,92 ; dans le 3^e^, 0^gr^,85.

Mettons 1 gr. du 1^er^ lingot dans le creuset où doit se faire le mélange ; il lui manque un poids d'argent pur égal à

$$0^{gr},85 - 0^{gr},76 = 9 \text{ centigrammes}.$$

Mettons ensuite 1 gr. du 2^e^ lingot ; il contient en trop un poids d'argent pur égal à

$$0^{gr},92 - 0^{gr},85 = 7 \text{ centigrammes}.$$

D'après cela, on devra prendre :

avec 7 grammes du 1^er^ lingot 9 grammes du 2^e^.

En effet à 7 gr. du 1^er^. il manque un poids d'argent pur égal à 7 fois 9 centigrammes.

Dans 9 gr. du 2^e^, il y a de trop un poids d'argent pur égal à 9 fois 7 centigrammes.

Ces deux poids étant égaux, ce qui manque d'un côté est compensé par ce qui est de trop de l'autre ; l'alliage ainsi formé est donc bien au titre demandé 0,85.

$$\begin{array}{ccc} 0{,}76 & & 7 \\ & 0{,}85 & \\ 0{,}92 & & 9 \end{array}\left.\vphantom{\begin{array}{c}1\\1\\1\end{array}}\right\}$$

Si on dispose les nombres de la manière ci-contre, on retrouve la règle énoncée au problème 373.

Nous recommandons aux élèves d'écrire en nombres entiers les différences entre chacun des titres des deux lingots avec le titre du lingot à obtenir.

Quand le poids du lingot à former est connu, on raisonne comme dans le problème cité, sans aucune différence.

NOTA. — Dans les problèmes qui suivent, nous nous abstiendrons de répéter le raisonnement pour ne pas remplir inutilement plusieurs pages ; nous y ajouterons seulement les explications que pourraient exiger quelques conditions nouvelles inscrites dans le problème.

Cependant les candidats ne doivent pas se dispenser d'exposer le raisonnement en entier dans leurs exercices préparatoires, et, à plus forte raison, dans les compositions de l'examen.

405. *Les alliages d'or et de cuivre employés dans l'orfèvrerie peuvent avoir trois titres différents :* 0,920 ; 0,840 ; 0,750. *On demande quels poids de chacun des alliages à* 0,920 *et à* 0,750 *il faudra fondre ensemble pour obtenir un lingot au titre de* 0,840 *et pesant* 500 *grammes.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

$$\begin{array}{ccc} 0{,}92 & & 9 \\ & 0{,}84 & \\ 0{,}75 & & 8 \end{array}\left.\vphantom{\begin{array}{c}1\\1\\1\end{array}}\right\}$$

On doit mettre :
pour 9 grammes du 1^er^ 8 grammes du 2^e^.

Or 9^gr^ du 1^er^ plus 8^gr^ du 2^e^ font 17^gr^ d'alliage.

Ainsi le poids à prendre dans le 1^er^ est les $\frac{9}{17}$ du poids du lingot à former ; le poids à prendre dans le 2^e^ est les $\frac{8}{17}$ du poids du lingot à former.

Pour faire un alliage de 500^gr^, on prendra :

du 1^er^ .... $500 \times \frac{9}{17} = 264^{gr},705$;

du 2^e^ .... $500 \times \frac{8}{17} = 235^{gr},294$.

Le lingot formé contient :

en or pur .... $500^{gr} \times 0,84 = 420^{gr}$.

en cuivre .... $500^{gr} \times 0,16 = 80^{gr}$.

406. *Un lingot au titre de* 0,900 *a été formé avec* 65 *grammes au titre de* 0,835, *le reste étant au titre de* 0,950. *On demande le poids du lingot.*

Brevet supérieur. Aspirantes — Constantine, 1879.

0,835 50 ⎫ On a mis :
0,900 ⎬ pour 50gr du 1er 65gr du 2e
0,950 65 ⎭ ou 10gr du 1er avec 13gr du 2e.

Avec 1gr du 1er on aurait mis 1gr,3 du 2e.
Avec 65gr du 1er on a mis du 2e.......... 1gr,3 × 65 = 84gr,5.
Le poids du lingot est donc : 65gr + 84gr,5 = 149gr,5.

407. *Un orfèvre a deux lingots d'or de* 1800 *grammes chacun, l'un au titre de* 0,920 *et l'autre au titre de* 0,750. *Combien doit-il ajouter de grammes du* 2e *au* 1er *pour obtenir un alliage au titre de* 0,840 ?

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1877.

0,92 9 ⎫ On mettra :
0,84 ⎬ pour 9gr du 1er 8gr du 2e.
0,75 8 ⎭

Or 1800gr sont 200 fois 9gr du 1er.
On mettra donc 200 fois 8gr du 2e, c'est-à-dire 8gr × 200 = 1600gr.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 53.)

408. *Deux lingots sont formés d'argent et de cuivre. L'un pèse* 1043 *grammes et est au titre de* 0,920 ; *l'autre est au titre de* 0,840. *Calculer son poids, en sachant que si on le fond avec le premier, on obtient un troisième lingot au titre de* 0,861.

1er lingot : 1043gr 0,920 21. ⎫ Pour former le 3e lingot
0,861 ⎬ on a pris : 21 parties du 1er
2e lingot : $x$gr 0,840 59. ⎭ avec 59 parties du 2e.

Le poids x du 2e lingot doit donc être les $\frac{59}{21}$ du poids 1043gr du 1er.

On trouve $x = 1043 \times \frac{59}{21} = 2930^{gr},333$.

Réponse. — Le 2e lingot pèse 2930 grammes 333 milligrammes.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 48.)

409. *Un lingot d'argent au titre de* 0,850 *a été fondu avec* 145 *grammes d'un alliage au titre de* 0,900. *Le lingot obtenu est au titre de* 0,865. *On demande le poids du lingot primitif et la valeur du lingot définitif au change des monnaies*.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Loiret, 1878.

0,850 35 ⎫ On a mis dans le mélange :
0,865 ⎬ 35gr du 1er avec 15gr du 2e
0,900 15 ⎭ ou 7gr du 1er avec 3gr du 2e.

1° Le poids du 1er lingot est 7 fois le tiers du poids 145gr du 2e, c'est-à-dire $145^{gr} \times \frac{7}{3} = \frac{1015}{3} = 338^{gr},333$.

Poids du 3e lingot............... 338gr,333 + 145gr = 483gr,333.
Poids de son argent fin......... 483gr,333 × 0,865 = 418gr,083.

2° Le tarif du change à l'Hôtel des monnaies est de 1f,50 par kilogr. d'argent à 0,900.

Pour 900gr d'argent fin, on retient 1f,50 ;

pour 1 gramme $\frac{1^f,50}{900}$; pour 1 kilogr. $\frac{1,50 \times 1000}{900} = 1^f,666$.

Or 4gr,5 d'argent valent 1 fr. ; 1 gramme vaudrait $\frac{1}{4,5} = \frac{2^f}{9}$;

1 kilogramme vaut $\frac{2000^f}{9} = 222^f,222$

Au change le kilogr. vaut......... 222f,222 — 1f,666 = 220f,556.
La valeur du lingot définitif au change est donc

$$220^f,556 \times 0,410083 = 92^f,21.$$

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 50.)

410. *Deux lingots d'or, l'un au titre de* 0,850 *et l'autre au titre de* 0,920, *ont des poids tels que, si on les fond ensemble, on obtient un lingot au titre de* 0,900 *et pesant autant que* 1085 *pièces d'or de* 20 *francs. Calculer les poids de ces deux lingots*.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Mars 1881.

Le poids de 20 fr. en argent est 100 grammes.
Le poids de 1085 fois 20 fr. en argent serait 108 500gr.
Le poids de 1085 pièces d'or de 20 fr. sera 108 500 : 15,5 = 7000gr.
La question revient maintenant à chercher combien il faut prendre de grammes du 1er lingot à 0,85 et combien du 2e à 0,92 pour avoir 7000 gr. au titre de 0,90.

0,85 2 ⎫
0,90 ⎬ Pour 2 gr. du 1er il faut 5 gr. du 2e.
0,92 5 ⎭

Or 2gr du 1er plus 5gr du 2e font 7gr d'alliage.
Pour un lingot de 7000 grammes, on a donc pris :

2000 grammes du 1er et 5000 grammes du 2e.

411. *A un morceau d'or, qui a un volume de 8 centimètres cubes, on veut allier de l'argent de telle sorte qu'un centimètre cube de l'alliage pèse* $12^{gr},5$. *Calculer le volume de cet argent, en sachant qu'un centimètre cube d'argent pèse* $10^{gr},4$ *et qu'un centimètre cube d'or pèse* $19^{gr},2$. *On suppose que le volume de l'alliage est la somme des volumes des deux métaux alliés.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Aisne, 1877.

Or	$19^{gr},2$	21	Avec 21 centimètres cubes d'or
	$12^{gr},5$		
Arg.	$10^{gr},4$	67	on mettra 67 centim. cubes d'argent.

Le volume de l'argent doit être les $\frac{67}{21}$ du volume de l'or; il est donc égal à

$$8^{cc} \times \frac{67}{21} = \frac{536}{21} = 25^{cc},5238.$$

Réponse. — Volume de l'argent 25 cent. cubes 524 mill. cubes.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 54.)

412. *On veut faire de l'argent au titre de* 0,835 *en fondant ensemble de l'argent au titre de* 0,900 *et du cuivre. Combien faudra-t-il prendre d'argent à* 0,900 *et combien de cuivre pour avoir* 1 *kilogr. d'argent à* 0,835 ?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1877.

1re MÉTHODE. — 1^{kg}. d'argent à 0,9 contient 900^{g} d'argent pur.

Dans le lingot qui sera formé de ce kilogr. d'argent et du cuivre à lui ajouter, les 900^{g} d'argent pur seront les 0,835 du poids du lingot.

0,001 de ce poids serait .... $900^{gr} : 835$

Ce poids sera........................ $900\,000 : 835 = 1077^{gr},844$.

Ainsi, pour avoir $1077^{gr},844$ d'alliage à 0,835 il faudrait :

1000^{gr} d'argent à 0,9 et $77^{gr},844$ de cuivre.

Pour avoir 1 kilogramme de cet alliage, il faudra :

$$\frac{1000^{gr}}{1,077844} \text{ d'argent à } 0,9 \text{ et } \frac{77^{gr},844}{1,077844} \text{ de cuivre.}$$

En effectuant les divisions on trouve :

$1000 : 1,077844 = 927^{gr},777$ d'argent à 0,9;

$77,844 : 1,077844 = 72^{gr},222$ de cuivre.

2e MÉTHODE. — La méthode algébrique est plus rapide.

Soit x le nombre de grammes qu'il faut prendre dans le lingot donné, pour faire 1 kilogr. de l'alliage demandé.

Le poids d'argent pur contenu dans ces x grammes est $x \times 0,9$.

Le rapport entre ce poids et le poids total 1000^{gr} devant être 0,835, on peut écrire

$$\frac{x \times 0,9}{1000} = 0,835.$$

De là on obtient

$$x \times 0,9 = 835$$
$$x \times 9 = 8350.$$

$$x = \frac{8350}{9} = 927^{gr},777.$$

413. *On a trois alliages composés d'or et de cuivre, ayant les titres de* 0,750 ; 0,840 ; 0,920. *Trouver quels poids il faut prendre de chacun pour obtenir un alliage pesant* 4 *kilogr.* 5 *décagr. au titre de* 0,890, *le poids pris dans le* 1er *lingot devant être les* $\frac{2}{7}$ *du poids pris dans le second.*

Brevet supérieur. Aspirants.

1° On forme d'abord un lingot auxiliaire en prenant :

2 kilogr. du 1er et 7 kilogr. du 2e.

Dans les 2^{kg} le poids d'or fin est.. $2^{kg} \times 0,75 = 1^{kg},50$

Dans les 7^{kg} le poids d'or fin est.. $7^{kg} \times 0,84 = 5^{kg},88$

Dans 9^{kg} de ce lingot il y a en or fin.... $7^{kg},38$.

Le titre de ce lingot est donc $7,38 : 9 = 0,820$.

2° On a maintenant à résoudre cette question : *deux lingots sont l'un au titre de* 0,820 *et l'autre au titre de* 0,920 ; *trouver quels poids il faut prendre de chacun pour former un alliage de* 4050 *grammes au titre de* 0,890.

0,82		3	On devra prendre :
	0,89		avec 3 gr. du lingot auxiliaire 7 gr. du 3e.
0,92		7	Or 3 gr. de l'un et 7 gr. de l'autre font 10 gr.

Le poids à prendre dans le lingot auxiliaire doit être 0,3 du poids total ; il est donc

$$4050^{gr} \times 0,3 = 1215^{gr}.$$

Le poids à prendre dans le 3e doit être 0,7 du poids total ou

$$4050^{gr} \times 0,7 = 2835^{gr}$$

3° Il reste à partager 1215^{gr} en deux parties dont l'une soit les $\frac{2}{7}$ de l'autre. Pour cela on partage 1215 en 9 parties égales.

On trouve : 1215^{gr} : 9 = 135^{gr}.
1re partie . 135^{gr} × 2 = 270^{gr}. ; 2^{e} partie 135^{gr} × 7 = 945^{gr}.

Réponse. — Du 1er lingot, 270 gr.; du 2^{e}, 945 gr.; du 3^{e}, 2 835 gr.

414. *On a deux lingots d'or, l'un du poids de* 2500 *grammes au titre de* 0,850 *et l'autre du poids de* 1120 *grammes au titre de* 0,700. *On demande :* 1° *quelle quantité du* 1er *il faudrait ajouter au* 2^{e} *pour obtenir un lingot au titre de* 0,800; 2° *quel serait le volume de ce lingot, la densité de l'or étant* 19,26 *et celle du cuivre* 8,85; 3° *quelle serait la densité du lingot obtenu.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Douai, 1879.

1° 2500^{gr}	0,85		10	Le poids à prendre dans le 1er lingot
		0,80		doit être le double du poids à prendre
1120^{gr}	0,70		5	dans le 2^{e}.

Au 2^{e} lingot pesant 1120^{gr}, on ajoutera .... 2240^{gr} du 1er.
2° Poids de l'alliage formé 2240^{gr} + 1120^{gr} = 3360^{gr}
Poids d'or pur de cet alliage 3360^{gr} × 0,8 = 2688^{gr}
Poids de cuivre 3360^{gr} × 0,2 = 672^{gr}
Volume de l'or.............. 2688 : 19,26 = 139^{cc},563
Volume du cuivre........... 672 : 8,85 = 75^{cc},932
Volume de l'alliage........... 215^{cc},495.

3° La densité du lingot est égale à son poids en grammes divisé par son volume en centimètres cubes.
Cette densité est 3360 : 215,495 = 15,59.

415. *Deux lingots d'or, le premier au titre de* 0,910 *et le second au titre de* 0,860, *ont des poids tels qu'en les fondant ensemble on obtiendrait un alliage au titre de* 0,900; *en outre, la valeur du* 1er *surpasse de* 2866^{fr},458 *la valeur du* 2^{e}. *Trouver les poids et les valeurs de chacun de ces lingots.*

On rappelle que le kilogramme d'or pur vaut 3437 *fr., et que la valeur d'un alliage se réduit à celle de l'or pur qu'il contient.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Dijon.

0,91		4		Avec 4 grammes du 1er il faut 1 gramme du 2^{e}.
	0,90			
0,86		1		

Le poids du 1er lingot est donc quadruple du poids du 2^{e}
Les poids d'or pur dans 1 gramme de chacun sont :

pour le 1er 0^{gr},91 ; pour le 2^{e} 0^{gr},86.
Les valeurs sont :
pour 4^{gr} du 1er.................. 3^{f},437 × 0,91 × 4 = 12^{f},51068
pour 1^{gr} du 2^{e}...................... 3^{f},437 × 0,86 = 2^{f},95582
La différence entre ces valeurs est...................... 9^{f},55486
Autant de fois cette différence est contenue dans 2866^{f},458, autant il y a de grammes dans le poids du 2^{e} lingot.
Le poids du 2^{e} lingot est............ 2866,458 : 9,55486 = 300^{gr}.
Le poids du 1er est......................... 300^{gr} × 4 = 1200^{gr}
Les valeurs des deux lingots sont :

pour le 1er $\dfrac{12^{f},51068}{4}$ × 1200 = 3753^{f},204 ;

pour le 2^{e}.... 2^{f},95582 × 300 = 886^{f},746.

416. *On a deux lingots d'or et le premier, qui est au titre de* 0,900, *pèse* 820 *grammes de moins que le second, qui est au titre de* 0,850. *On demande le poids de chacun d'eux, en sachant que le* 2^{e} *vaut* 1693^{f},441 *de plus que le* 1er. *Le prix du cuivre est à négliger.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Juillet 1881.

1° Cherchons le prix de l'or. 100^{gr} d'argent monnayé valent 20 fr.
100^{gr} d'or à 0,900 valent.................. 20^{f} × 15,5 = 310 fr.
1^{gr} d'or à 0,900 vaut donc 3^{f},10.
Les frais de fabrication étant de 6^{f},70 par kilogramme d'or à 0,900, le prix du gramme d'or à 0,900 est seulement

$$3^{f},10 - 0^{f},0067 = 3^{f},0933.$$

La valeur du gramme d'or à 0,850 sera

$$\frac{3^{f},0933 \times 85}{90} = 0^{f},03437 \times 85 = 2^{f},92145.$$

2° Supposons qu'on donne au 1er lingot le même poids qu'au 2^{e}, c'est-à-dire que son poids augmente de 820^{gr}. Sa valeur augmentera de

$$3^{f},0933 \times 820 = 2536^{f},506.$$

L'excès de sa valeur sur celle du 2^{e} est alors

$$2536^{f},506 - 1693^{f},441 = 843^{f},065.$$

La différence entre la valeur du gramme d'or à 0,900 et celle du gramme d'or à 0,850 est

$$3^{f},0933 - 2^{f},92145 = 0^{f},17185.$$

Autant de fois cette différence sera contenue dans $843^{f},065$, autant il y aura de grammes dans le poids du 2e lingot.

Le poids du 2e lingot est donc.. $843,065 : 0,17185 = 4905^{gr},819.$

Le poids du 1er lingot est .... $4905^{gr},819 - 820^{gr} = 4085^{gr},819.$

417. *Un alliage d'or et de cuivre au titre de* 0,91 *pèse* 4 *fois autant qu'un autre alliage au titre de* 0,86 *; d'autre part, la valeur du* 1er *surpasse celle du* 2e *de* $2866^{f},458$. *On sait que le kilogramme d'or pur vaut* 3437 *francs, et que la valeur d'un alliage se réduit à celle de l'or pur qu'il contient. Trouver le poids de chacun des deux alliages et dire quel serait le titre du lingot résultant de leur fusion.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Poitiers, 1878.

1° La valeur de 1 gramme d'or fin est $3^{f},437$.

L'excès du poids d'or fin du 1er lingot sur le poids d'or fin du 2e est

$$2866,458 : 3,437 = 834 \text{ grammes.}$$

Pour abréger, désignons par x le poids en grammes du 2e lingot; le poids du 1er sera $4x$.

Le poids d'or fin du 2e est .... $x \times 0,86.$

Le poids d'or fin du 1er est............ $4x \times 0,91$ ou $x \times 3,64.$

Or ce dernier poids surpassant l'autre de 834^{gr}, on peut écrire

$$3,64 \times x - 0,86 \times x = 834.$$

ou

$$2,78x = 834.$$

Ainsi 278 fois la 100e partie du poids du 2e lingot sont 834^{gr}.

Le poids du 2e lingot sera donc .... $83\,400 : 278 = 300^{gr}.$

Le poids du 1er sera .... $300^{gr} \times 4 = 1200^{gr}.$

2° Le poids d'or fin du 1er est $1200^{gr} \times 0,91 = 1092^{gr}.$

Le poids d'or fin du 2e est... $300^{gr} \times 0,86 = 258^{gr}.$

Le lingot de 1500^{gr} contient en or fin... $1350^{gr}.$

Le titre est donc $1350 : 1500 = 0,9.$

(Voir Alg., *Solutions raisonnées.* Problème 51.)

418. *Le doublon, monnaie d'or des îles Philippines, est au titre de* 0,875 *et pèse* $6^{gr},766$*; le double ducat d'or des Pays-Bas est au titre de* 0,983 *et pèse* $6^{gr},988$. *Combien de doublons et combien de doubles ducats faudra-t-il fondre dans un creuset pour faire un alliage qui servira à fabriquer* 1000 *pièces d'or de* 20 *fr. en monnaie française ?*

Brevet supérieur. Aspirants. — Ardennes, 1878.

D'abord 20 000 francs en argent pèseraient 100 000 grammes.

En or le poids de 20 000 fr. sera... $100\,000 : 15,5 = 6451^{gr},612.$

Cherchons dans quel rapport il faut allier de l'or à 0,875 avec de l'or à 0,983 pour obtenir de l'or à 0,900.

$$\left.\begin{array}{lcr} 0,875 & & 83 \\ & 0,900 & \\ 0,983 & & 25 \end{array}\right\}$$

Avec 83 parties de l'or à 0,875 on mettra 25 parties de l'or à 0,983.

Le poids en doublons doit être les $\frac{83}{25}$ du poids en doubles ducats.

Pour trouver ces deux poids, il faut diviser le poids total $6451^{gr},612$ en deux parties, dont la 1re soit les $\frac{83}{25}$ de la 2e.

Pour cela on divise ce poids en $83 + 25 = 108$ parties égales.

La 108e partie est.................... $6451^{gr},612 : 108 = 59^{gr},737.$

Les poids de ces deux monnaies seront :

en doublons .... $59^{gr},737 \times 83 = 4958^{gr},171.$

en doubles ducats.................... $59^{gr},737 \times 25 = 1493^{gr},425.$

Les nombres de pièces seront:

doublons $\frac{[illegible]}{6,766} = 732\,\frac{[illegible]}{6766}$; d.-ducats $\frac{[illegible]}{6,988} = 213\,\frac{4981}{6988}$

Réponse. — On prendra : 732 doublons et $5^{gr},499$ de cet or ; 213 doubles ducats et $4^{gr},981$ de cet or.

419. *Un lingot d'argent est au titre de* 0,825. *On le fait fondre avec* 2025 *grammes d'argent pur, et l'on obtient ainsi un lingot au titre de* 0,950. *Quel était le poids du* 1er *lingot ?*

Brevet supérieur. Aspirants.

Pour simplifier, représentons par x le poids du 1er lingot.

Le poids d'argent pur qu'il contient est $x \times 0,825.$

Le poids d'argent pur contenu dans le 2e lingot est

$$x \times 0,825 + 2025.$$

Or ce poids doit être les 0,950 du poids total $x + 2025$,

On peut donc écrire :

$$(x + 2025) \times 0,950 = x \times 0,825 + 2025,$$

ou

$$x \times 0,950 + 2025 \times 0,950 = x \times 0,825 + 2025.$$

ou

$$x \times 0,950 + 1923,75 = x \times 0,825 + 2025.$$

En retranchant aux deux membres

$$x \times 0{,}825 \text{ et } 1923{,}75,$$

on a

$$x \times 0{,}125 = 101{,}25,$$

et en multipliant les deux membres par 1000 on trouve

$$x \times 125 = 101250.$$

De là on tire pour le poids du 1er lingot

$$x = \frac{101250}{125} = 810 \text{ grammes}.$$

420. *La loi du 14 juillet 1866 a réduit à 0,835 le titre de la pièce d'argent de 2 francs, que la loi du 17 germinal an XI avait fixé à 0,9. Calculer d'après cela :*

1° *La différence, à moins d'un demi-millième près, qui s'est ainsi établie entre la valeur nominale et la valeur intrinsèque de la pièce de 2 francs ;*

2° *Le prix, à moins d'un demi-millième, que cette valeur nominale attribue au kilogramme d'argent pur ;*

3° *Le nouveau rapport qui en résulte, à poids égal, entre la valeur de l'or monnayé et la valeur intrinsèque de l'argent monnayé à 0,835 ;*

4° *Ce que vaut au change des monnaies le kilogramme d'argent monnayé à 0,835 de fin, en sachant que ce change est fixé, par le tarif du 1er avril 1854, à $1^f,50$ par kilogramme d'argent à 0,900 de fin et qu'il varie dans le même rapport que le titre.*

1° L'unité de monnaie nommée franc contient $4^{gr},5$ d'argent fin et 5 décigrammes de cuivre.

Par conséquent 9^{gr} d'argent fin valent 2 fr.

1 gramme d'argent fin vaut................. $2^f : 9 = 0^f,222\,222.$

1 kilogramme d'argent fin vaut........................ $222^f,222.$

La pièce actuelle de 2 fr. est au titre de 0,835.

Son poids d'argent fin est donc.......... $10^{gr} \times 0{,}835 = 8^{gr},35.$

Sa valeur est......................... $0^f,2222 \times 8{,}35 = 1^f,8555.$

Différence entre la valeur nominale et la valeur intrinsèque :

$$2^f - 1^f,855 = 0^f,145, \text{ c'est-à-dire 14 centimes et demi.}$$

2° Au point de vue de la valeur nominale de la pièce actuelle de 2 francs, la valeur de $8^{gr},35$ d'argent serait 2 francs

Celle de 1 gramme serait.................. $2 : 8{,}35 = 0^f,239\,520.$

Ainsi le kilogramme d'argent fin vaudrait $239^f,52$

3° La valeur de l'or monnayé est 15 fois et demie aussi grande que celle d'un même poids d'argent monnayé au titre de 0,900.

Si l'argent était au titre de 0,001, la valeur de l'or serait 900 fois celle de cet argent, c'est-à-dire $15{,}5 \times 900$.

Quand l'argent est au titre de 0,835, il vaut 835 fois plus qu'au titre de 0,001 ; par conséquent, la valeur de l'or par rapport à celle de l'argent à 0,835 est 835 fois moindre que pour l'argent à 0,001.

Ainsi, la valeur de l'or monnayé par rapport à celle de l'argent à 0,835 est égale à

$$\frac{15{,}5 \times 900}{835} = \frac{13950}{835} = 16{,}706.$$

4° Dans ce qui précède, on n'a pas tenu compte des frais de fabrication. Or, depuis 1854, ils sont fixés à $1^f,50$ par kilogramme d'argent au titre de 0,900.

Au tarif du change de l'Hôtel des monnaies, la valeur du kilogramme d'argent à 0,900 est

$$200^f - 1^f,50 = 198^f,50.$$

Si le titre était seulement 0,001, cette valeur serait 900 fois moindre, c'est-à-dire $\frac{198^f,50}{900}$.

Au titre de 0,835 elle est 835 fois celle de l'argent à 0,001.

La valeur du kilogramme d'argent monnayé à 0,835 est donc au tarif du change

$$\frac{198^f,50 \times 835}{900} = 184^f,16.$$

Nota. — Les frais de fabrication pour la monnaie d'or sont plus forts que pour l'argent ; ils ont été fixés à $6^f,70$ par kilogramme d'or au titre de 0,900.

Réponse. — 1° La valeur de la pièce de 2 francs est diminuée de 14 centimes et demi ;

2° Le prix du kilogramme d'argent pur serait de $239^f,52$;

3° Le nouveau rapport serait 16,706 ;

4° La valeur du kilogramme d'argent monnayé au titre de 0,835 serait de $184^f,16$ au change

Note sur la fabrication de l'orfèvrerie et de la bijouterie.

(Extrait de l'*Annuaire du Bureau des longitudes.*)

La fabrication des ouvrages d'or et d'argent est régie en France par la loi du 19 brumaire an VI, relative à la surveillance du titre et à la perception des droits de garantie des matières et ouvrages d'or et d'argent.

Les titres dont les fabricants peuvent faire usage sont :

pour l'or, 920 millièmes, 840 millièmes, 750 millièmes ;

pour l'argent, 950 millièmes, 800 millièmes.

La tolérance de titre est :

pour l'or, 3 millièmes ; pour l'argent, 5 millièmes.

Aucun objet d'or ou d'argent ne peut être mis en vente, sans avoir été présenté à un bureau de garantie et revêtu de l'empreinte des poinçons de l'Etat, après essai constatant qu'il est au titre légal.

Il y a en France soixante-sept bureaux de garantie; il en existe en outre sept en Algérie.

Aux termes de l'article premier de l'arrêté des consuls du 5 germinal an XII, il ne peut être frappé de médailles ou jetons ailleurs que dans les ateliers de la Monnaie, à moins d'une autorisation spéciale du gouvernement.

Le titre des médailles et jetons frappés à la Monnaie de Paris est de 916 millièmes pour l'or et 950 millièmes pour l'argent.

Note sur le change à l'Hôtel des monnaies.

(Extrait de l'*Annuaire du Bureau des longitudes.*)

La retenue à opérer pour frais de fabrication sur les matières versées au change a été maintenue par le décret du 31 octobre 1879, à 6f,70 par kilogramme d'or au titre de 900 millièmes et à 1f,50 par kilogramme d'argent au même titre.

Sont seuls admis de droit au change :

1° Les lingots propres au monnayage, affinés, au titre minimum de 994 millièmes et du poids de 6kg à 7kg pour l'or et de 30kg à 35kg pour l'argent;

2° Les monnaies étrangères inscrites au tarif;

3° Les ouvrages d'or et d'argent marqués des poinçons de titres français.

Les titres sont exprimés en millièmes et dix-millièmes.

Les pesées sont effectuées au décigramme pour l'or et au gramme pour l'argent.

CHAPITRE VIII

PROBLÈMES SUR LES INTÉRÊTS

Règles et conseils.

RÈGLES. — 1° *Pour trouver l'intérêt d'un capital au bout d'un an, on multiplie le capital par le taux et on divise le produit par* 100.

Remarque. — Au taux de 5 %, l'intérêt est la 20e partie du capital, et réciproquement le capital vaut 20 fois l'intérêt.

2° *Pour trouver l'intérêt au bout d'un certain nombre de mois, on multiplie le capital par le taux et par le nombre de mois, et on divise le produit par* 1200.

Remarque. — S'il s'agit de l'intérêt pour 6 mois, on prend la moitié de celui d'un an ; pour 3 mois, on prend le quart de l'intérêt d'un an ; pour 4 mois, on prend le tiers de l'intérêt d'un an.

3° *Pour trouver l'intérêt au bout d'un certain nombre de jours, on multiplie le capital par le taux et par le nombre de jours, et on divise le produit par* 36 000.

Remarque. — Il importe, surtout aux candidats du brevet supérieur, de ne pas ignorer la simplification suivante de la règle, pour les taux de 6, 5, $4\frac{1}{2}$ et 4 %.

On multiplie le capital par le nombre de jours et on divise le produit : par 6000 *au taux de* 6 % *; par* 7200 *au taux de* 5 % *; par* 8000 *au taux de* 4,5 % *; par* 9000 *au taux de* 4 %.

CONSEILS. — 1° Lorsque, dans les compositions de l'examen, les candidats ont à chercher l'une des quatre quantités : l'inté-

Note sur la fabrication de l'orfèvrerie et de la bijouterie.

(Extrait de l'*Annuaire du Bureau des longitudes.*)

La fabrication des ouvrages d'or et d'argent est régie en France par la loi du 19 brumaire an VI, relative à la surveillance du titre et à la perception des droits de garantie des matières et ouvrages d'or et d'argent.

Les titres dont les fabricants peuvent faire usage sont :

pour l'or, 920 millièmes, 840 millièmes, 750 millièmes ;
pour l'argent, 950 millièmes, 800 millièmes.

La tolérance de titre est :

pour l'or, 3 millièmes ; pour l'argent, 5 millièmes.

Aucun objet d'or ou d'argent ne peut être mis en vente, sans avoir été présenté à un bureau de garantie et revêtu de l'empreinte des poinçons de l'Etat, après essai constatant qu'il est au titre légal.

Il y a en France soixante-sept bureaux de garantie ; il en existe en outre sept en Algérie.

Aux termes de l'article premier de l'arrêté des consuls du 5 germinal an XII, il ne peut être frappé de médailles ou jetons ailleurs que dans les ateliers de la Monnaie, à moins d'une autorisation spéciale du gouvernement.

Le titre des médailles et jetons frappés à la Monnaie de Paris est de 916 millièmes pour l'or et 950 millièmes pour l'argent.

Note sur le change à l'Hôtel des monnaies.

(Extrait de l'*Annuaire du Bureau des longitudes.*)

La retenue à opérer pour frais de fabrication sur les matières versées au change a été maintenue par le décret du 31 octobre 1879, à 6f,70 par kilogramme d'or au titre de 900 millièmes et à 1f,50 par kilogramme d'argent au même titre.

Sont seuls admis de droit au change :

1° Les lingots propres au monnayage, affinés, au titre minimum de 994 millièmes et du poids de 6kg à 7kg pour l'or et de 30kg à 35kg pour l'argent ;

2° Les monnaies étrangères inscrites au tarif ;

3° Les ouvrages d'or et d'argent marqués des poinçons de titres français.

Les titres sont exprimés en millièmes et dix-millièmes.

Les pesées sont effectuées au décigramme pour l'or et au gramme pour l'argent.

CHAPITRE VIII

PROBLÈMES SUR LES INTÉRÊTS

Règles et conseils.

Règles. — 1° *Pour trouver l'intérêt d'un capital au bout d'un an, on multiplie le capital par le taux et on divise le produit par* 100.

Remarque. — Au taux de 5 %, l'intérêt est la 20e partie du capital, et réciproquement le capital vaut 20 fois l'intérêt.

2° *Pour trouver l'intérêt au bout d'un certain nombre de mois, on multiplie le capital par le taux et par le nombre de mois, et on divise le produit par* 1200.

Remarque. — S'il s'agit de l'intérêt pour 6 mois, on prend la moitié de celui d'un an ; pour 3 mois, on prend le quart de l'intérêt d'un an ; pour 4 mois, on prend le tiers de l'intérêt d'un an.

3° *Pour trouver l'intérêt au bout d'un certain nombre de jours, on multiplie le capital par le taux et par le nombre de jours, et on divise le produit par* 36 000.

Remarque. — Il importe, surtout aux candidats du brevet supérieur, de ne pas ignorer la simplification suivante de la règle, pour les taux de 6, 5, 4 $\frac{1}{2}$ et 4 %.

On multiplie le capital par le nombre de jours et on divise le produit : par 6000 *au taux de* 6 % ; *par* 7200 *au taux de* 5 % ; *par* 8000 *au taux de* 4,5 % ; *par* 9000 *au taux de* 4 %.

Conseils. — 1° Lorsque, dans les compositions de l'examen, les candidats ont à chercher l'une des quatre quantités : l'intérêt, le capital, le taux et le temps, les trois autres étant données, ils ne doivent pas se contenter d'énoncer la règle et de l'appliquer, mais exposer le raisonnement tout entier comme si la règle ne leur était pas connue, en ayant soin cependant d'éviter les trop longs détails.

2° Au lieu de conserver le diviseur 100 comme dénominateur, il est préférable d'effectuer la division par 100 au moyen de la virgule.

3° Quand on doit chercher l'intérêt d'un capital composé seulement d'un nombre de centaines de francs, il serait puéril de chercher d'abord l'intérêt de 1 franc. Dans ce cas, il n'y a qu'à multiplier le taux par le nombre des centaines du capital.

4° Le plus souvent, il y a avantage à remplacer le capital 100 fr. par le capital plus simple de 1 fr. Par exemple, on veut chercher le capital qui, augmenté de son intérêt au bout de 3 mois à 4 %, a pris une valeur de $832^f{,}24$.

On raisonne de la manière suivante :

1 fr. au bout de 1 an produit $0^{fr}{,}04$.

Au bout de 3 mois l'intérêt serait $0^f{,}01$.

Au bout de 3 mois 1 fr. devient $1^f{,}01$.

Donc le capital cherché contient autant de francs qu'il y a de fois 1,01 dans $832^f{,}24$.

Ce capital est $832{,}24 : 1{,}01 = 824$ fr.

De là cette règle : *pour trouver le capital qui, augmenté de son intérêt au bout d'un certain temps, a pris une valeur donnée, il faut diviser cette valeur par 1 plus l'intérêt de 1 franc pendant ce temps.*

NOTA. — Il serait trop long d'indiquer toutes les simplifications a appliquer dans ces calculs. On les verra dans les solutions développées qui suivent.

§ 1. — PROBLÈMES SUR LES INTÉRÊTS SIMPLES

421. *Quelle est la somme qui à 4 % par an rapporte $295^f{,}73$ d'intérêt en 3 mois ?*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1880.

En 1 an l'intérêt serait............................ $4^f \times 295{,}73$

Autant de fois il y a 4 fr. dans cet intérêt, autant il y a de fois 100 fr. dans le capital cherché.

Ce nombre de fois est 295,73.

Le capital cherché est donc 29 573 fr.

422. *Quel est le capital qui placé à 5 %, rapporte 424 francs d'intérêt en 147 jours ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Toulouse.

En 1 jour, l'intérêt serait $\frac{424^f}{147}$.

En 1 an, l'intérêt sera $\frac{424^f \times 360}{147} = \frac{50\,880^f}{49}$.

A 5 % le capital vaut 20 fois l'intérêt d'un an.

Le capital cherché est donc

$$\frac{5080^f \times 20}{49} = \frac{1\,017\,600^f}{49} = 20\,767^f\,35.$$

423. *Un capital, placé à 5 % par an, pendant 4 ans et 140 jours, a produit $2772^f{,}16$ d'intérêt simple. Quel est ce capital ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1876.

L'intérêt de 100 fr. pour 4 ans est 20^f.

Pour 140 jours il sera les $\frac{140}{360}$ ou les $\frac{7}{18}$ de 5^f, c'est-à-dire $\frac{35^f}{18}$.

Pour 4 ans et 140 jours l'intérêt de 100 fr. est donc

$$20^f + \frac{35^f}{18} = \frac{360 + 35}{18} = \frac{395^f}{18}.$$

Le capital cherché contient autant de fois 100 fr. qu'il y a de fois $\frac{395}{18}$ dans 2772,16. Ce nombre de fois est

$$2772{,}16 : \frac{395^f}{18} = \frac{2772{,}16 \times 18}{395}.$$

Le capital cherché sera donc

$$\frac{277\,216 \times 18}{395} = \frac{2\,217\,728}{395} = 12\,632^f{,}62.$$

424. *Une personne a placé un certain capital à 5 % pendant 1 an 2 mois 12 jours. Au bout de ce temps, les intérêts joints au capital ont formé une somme de $27\,178^f{,}40$. Quel est ce capital ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1876.

13.

Le temps est $360 + 60 + 12 = 432$ jours.

L'intérêt de 1 franc à 5 % est égal à $1 \times \frac{432}{7200} = \frac{6}{100} = 0^f,06$.

1 fr. aurait pris au bout de ce temps une valeur de $1^f,06$.

Le capital cherché se compose d'autant de francs qu'il y a de fois 1,06 dans 27 178,40.

Ce capital est donc $2\,717\,840 : 106 = 25\,640$ fr.

425. *Quel est le capital qui, réuni à ses intérêts pendant 3 mois et 6 jours, au taux de 4,5 % par an, forme un total de $875^f,38$?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Les 3 mois 6 jours font.............. $30^j \times 3 + 6^j = 96$ jours.

L'intérêt de 1 franc pour ce temps sera

$$\frac{0^f,045 \times 96}{360} = 0^f,012.$$

Ainsi 1 franc au bout de ce temps est devenu $1^f,012$.

Le capital cherché est donc

$$875,38 : 1,012 = 865 \text{ fr.}$$

426. *Calculer le temps au bout duquel un capital de 76 800 fr. au taux de 4,75 % produit un intérêt de 2128 francs.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

L'intérêt de 100 fr. au bout de 1 an est $4^f,75$.

L'intérêt de 76 800 fr. sera $4^f,75 \times 768 = 3648$ fr.

Pour 1 jour, l'intérêt du capital serait

$$\frac{3648}{360} = \frac{1216}{120} = \frac{304^f}{30}.$$

Autant de fois il y a $\frac{304^f}{30}$ dans 2128 fr., autant il y a de jours dans le temps demandé. Ce temps est

$$2128 : \frac{304}{30} = \frac{2128 \times 30}{304} = 210 \text{ jours.}$$

427. *Une somme de 2800 fr. a donné 160 francs d'intérêt au taux de 4,5 %. Pendant combien de temps a-t-elle été placée ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Clermont, 1876.

L'intérêt de la somme en 1 an est........... $4^f,5 \times 28 = 126$ fr.

Autant de fois 126 est contenu dans 160, autant il y a d'années. Le temps demandé est donc

$$\frac{160}{126} = \frac{80}{63} = 1^a,269 = 1^a\,3^m\,7^j.$$

428. *Une somme est déposée chez un banquier, où elle porte intérêt à 3 % par an. On la retire au bout de 255 jours et l'on touche $2859^f,50$ pour le capital et les intérêts. Quelle somme avait-on placée ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Novembre 1881.

L'intérêt de 1 fr. serait :

par an $0^f,03$; pour 1 jour $\frac{0^f,03}{360} = \frac{0^f,001}{12}$;

pour 255 jours $\frac{0^f,001 \times 255}{12} = 0^f,02125$.

Pour 1 fr. au bout de 255 jours on retire $1^f,02125$.

La somme placée contient autant de francs qu'il y a de fois $1^f,02125$ dans $2859^f,50$.

Cette somme est $2859,50 : 1,02125 = 2800$ fr.

429. *Le 1er février 1880 on a placé une certaine somme à intérêts simples, au taux de 4,5 % par an, et le 1er avril 1881, on a retiré en tout, intérêts et capital compris, $6104^f,50$. Quelle était la somme placée ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Novembre 1881.

Du 1er février au 1er avril de l'année suivante il y a 1 an 2 mois, c'est-à-dire 1 an et $\frac{1}{6}$ d'année.

L'intérêt de 1 fr. pour 1 an est............... $0^f,045$

Pour 2 mois il est.. .... $0^f,045 : 6 = 0^f,0075$

L'intérêt de 1 fr. pour 14 mois est........... $0^f,0525$

Au bout de 14 mois 1 fr. est devenu $1^f,0525$.

Autant il y a de fois $1^f,0525$ dans $6104^f,50$, autant il y a de francs dans la somme placée.

Cette somme est $6104,50 : 1,0525 = 5800$ fr.

430. *Un capital placé à 4,5 % s'est accru des $\frac{2}{9}$ de sa valeur à intérêts simples. Combien de temps est-il resté placé ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1877.

Au bout de 1 an, un capital de 1 fr. produit $0^f,045$.

Au bout du temps demandé il produirait $\frac{2}{9}$ de franc.

Ce temps est égal à autant d'années qu'il y a de fois $0^f,045$ dans $\frac{2}{9}$ de franc. Ce nombre d'années sera

$$\frac{2}{9} : 0,045 = \frac{2000}{9 \times 45} = \frac{400}{81} = 4^a\ 11^m\ 7^j$$

431. *On a prêté un capital à un taux tel que le total des intérêts simples pendant 5 ans égale les $\frac{3}{12}$ du capital prêté. Trouver le taux.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Nancy, 1871.

L'intérêt pour 1 an est la 5e partie des $\frac{3}{12}$ du capital, c'est-à-dire $\frac{3}{60}$ ou $\frac{1}{20}$ du capital.

Donc 100 fr. auraient produit en 1 an 5 fr.
Le taux est 5 %.

432. *Une personne avait 16000 francs placés à 6 % chez un banquier, et au bout de 8 mois elle retire 6400 francs. Combien recevra-t-elle à la fin de l'année, si elle retire le reste de son argent avec l'intérêt ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Rennes.

L'intérêt de $16\,000^f$ pour 1 an serait $6^f \times 160 = 960$ fr.

Pour 8 mois ou les $\frac{2}{3}$ de l'année, il sera $\frac{960 \times 2}{3} = 640$ fr.

Le banquier doit alors $16\,000^f + 640^f = 16\,640$ fr
Après qu'on a retiré 6400 fr., il reste chez le banquier

$$16\,640^f - 6400^f = 10\,240 \text{ fr.}$$

L'intérêt de ces 10 240 fr. pour 4 mois ou $\frac{1}{3}$ d'année est

$$\frac{0^f,06 \times 10240}{3} = 204^f,80.$$

La personne retirera donc

$$10\,240^f + 204^f,80 = 10\,444^f,80.$$

433. *Un propriétaire emploie une somme de 73600 francs à achat d'un champ. Ce champ a produit 2480 gerbes de blé ; 5 gerbes fournissent 2 décalitres et demi de blé, et le blé vaut $3^f,80$ le double décalitre. Chercher à quel taux se trouve placé l'argent de ce propriétaire dans cette acquisition.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Bordeaux, 1879.

5 gerbes donnent 25 litres de blé ; 10 gerbes donnent 50 litres.
2480 gerbes ont donné $50^l \times 248 = 12\,400^l = 124$ hectolitres.
Le double décalitre de blé vaut $3^f,80$.
L'hectolitre vaut 5 fois autant ou $3^f,80 \times 5 = 19$ fr.
Le produit du champ a été .... $19^f \times 124 = 2356$ fr.
Un capital de 73 600 fr. a produit 2356 fr.
100 fr. ont produit 736 fois moins, c.-à-d. $2356 : 736 = 3^f,20$.

Réponse. — Le taux du placement est 3,20 %.

434. *J'ai acheté un champ qui rapporte en moyenne 430 francs de revenu par an. Les droits de mutation, les frais de notaire et autres se sont élevés à 10 % du prix d'achat. Calculez ce prix, en sachant que tout compté, mon argent se trouve placé à 4,5 %.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Le capital déboursé pour cette acquisition contient autant de fois 100 fr. qu'il y a de fois 4,5 dans 430.
Or on trouve $430 : 4,5 = 95,5555$.
Ce capital est donc.................. $95,5555 \times 100 = 9555^f,55$.
Il contient le prix d'achat plus 1 dixième de ce prix.
Ainsi 11 dixièmes du prix d'achat valent .... $9555^f,55$.
1 dixième de ce prix serait....................... $9555^f,55 : 11$.

Ce prix est donc $\frac{9555^f,55 \times 10}{11} = 8686^f,868$.

Réponse. — Le prix d'achat était $8686^f,87$.

435. *Une personne a placé à intérêts simples, au taux de 3 %, un capital dont les intérêts au bout de 10 ans 5 mois lui ont servi à acheter un pré de 37 ares 8 centiares, à raison de $0^f,45$ le mètre carré. On demande quel est ce capital.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Caen, 1876.

La surface du pré a $37^a,08$ ou 3708 mètres carrés.
Le prix d'achat a été.................. $0^f,45 \times 3708 = 1668^f,60$.
Or 10 ans 5 mois font 125 mois.
L'intérêt du capital pour 125 mois est.................. $1668^f,60$.
Pour 12 mois il sera.................... $\frac{1668,60}{125} \times 12 = 160^f,185$.

Les 3 centièmes du capital font $160^f,185$.
1 centième en est le tiers, c'est-à-dire $53^f,395$.
Le capital est donc $5339^f,50$.

436. *Les* $\frac{4}{5}$ *d'une somme placés à* 3,95 °/₀ *rapportent* 1125 *fr. d'intérêt en* 9 *mois. Quelle est cette somme?*

Certificat d'études primaires. — Canton de Chaumont, 1881.

Le capital qui porte intérêt est placé pendant 9 mois ou $\frac{3}{4}$ d'année.

Pendant $\frac{3}{4}$ d'année, ce capital a produit 1125 fr.

Pendant $\frac{1}{4}$ d'année, il en produirait le tiers, c'est-à-dire $\frac{1125}{3} = 375$ fr.
Pendant 1 an, l'intérêt aurait été $375^f \times 4 = 1500$ fr.
Or l'intérêt de 1 fr. en 1 an serait $0^f,0395$.
Le capital contient donc autant de francs qu'il y a de fois $0^f,0395$ dans 1500 fr.
Ce capital est $1500 : 0,0395 = 37\,974^f,68$.
Ce capital n'est que les 4 cinquièmes de la somme demandée.

$\frac{1}{5}$ de la somme serait......... $\frac{37\,974^f,68}{4} = 9493^f,67$
Ajoutons à ce nombre le capital........... $37\,974^f,68$
On a pour la somme demandée........... $47\,468^f,35$.

437. *Un homme a placé son argent à* 4 °/₀ *pendant* 8 *mois. S'il l'avait placé à* 4,50 °/₀ *pendant le même temps, il aurait retiré* 20 *francs d'intérêt de plus. Trouver quel était le capital placé.*

100 fr. placés à 4,5 °/₀ rapportent $0^f,50$ de plus qu'à 4 °/₀.
Les 20 fr. sont donc l'intérêt du capital demandé qui aurait été placé à $0^f,50$ °/₀ pendant 8 mois.
Pour 1 mois, l'intérêt de ce capital serait...... $20^f : 8 = 2^f,50$.
Pour 1 an, l'intérêt sera...................... $2^f,50 \times 12 = 30^f$.
Le capital est égal à autant de fois 100 fr. qu'il y a de fois $0^f,50$ dans 30 fr. Ce nombre de fois est 60.
Le capital est donc 6000 fr.

438. *Un capital et ses intérêts forment au bout de* 15 *mois une somme de* $1309^f,75$. *Au bout de* 8 *mois, le même capital avec ses intérêts s'élèverait à* $1277^f,20$. *Trouver le capital et le taux.*

Certificat d'études primaires. — Meurthe-et-Moselle, 1880.

La différence entre 15 mois et 8 mois est de 7 mois.
Pour ces 7 mois l'intérêt du capital est

$$1309^f,75 - 1277^f,20 = 32^f,55.$$

L'intérêt pour 8 mois serait :

$$\frac{32^f,25 \times 8}{7} = 37^f,20$$

Le capital est donc................ $1277^f,20 - 37^f,20 = 1240^f$.
Or 8 mois sont les 2 tiers de l'année.
L'intérêt de 1240 fr. pour 1 tiers d'année sera $37^f,20 : 2 = 18^f,60$.
Pour 1 an, il sera.......................... $18^f,60 \times 3 = 55^f,80$.

L'intérêt de 100^f en 1 an sera......... $\frac{55^f,80}{1240} \times 100 = 4,5$.

Le taux est donc 4 et demi pour 100.

439. *Une institutrice ayant fait des économies a placé à la fin de chaque trimestre de l'année* 1879 *des sommes égales rapportant intérêt à* 4 °/₀ *l'an. Au* 1^er^ *janvier* 1880, *elle avait à son compte* 1218 *francs, comprenant les sommes placées et les intérêts. Quelle somme avait-elle placée à la fin de chaque trimestre?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Supposons un placement de 1 fr. à la fin de chaque trimestre.
L'intérêt de 1 fr. à 4 °/₀ sera :
pour 3 mois $0^f,01$; pour 6 mois $0^f,02$; pour 9 mois $0^f,03$.
Les valeurs prises par les quatre placements sont, au 1er janvier : pour le 1er $1^f,03$; pour le 2e $1^f,02$; pour le 3e $1^f,01$; pour le 4e 1^f.
Ainsi le placement de 1 fr. à la fin de chaque trimestre forme au 1er janvier un total égal à

$$1^f,03 + 1^f,02 + 1^f,01 + 1 = 4^f,06.$$

Chaque placement contient donc autant de francs qu'il y a de fois $4^f,06$ dans 1218 fr.

Le montant du placement est $\frac{1218}{4,06} = 300$ fr.

440. *On a placé les* $\frac{2}{3}$ *d'un capital à* 5 °/₀ *et le reste à* 4,5 °/₀ *et on a retiré au bout de l'année* 15 725 *francs, intérêt et capital réunis. Trouver ce capital.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Grenoble, 1879.

Supposons un capital de 3 francs; il y aura:
2 francs placés à 5 °/₀ et 1 franc à 4,5 °/₀.

L'intérêt de 2 fr. pour 1 an à 5 % sera........ $0^f,10$
L'intérêt de 1 fr. à 4,5 % sera.................. $0^f,045$

L'intérêt de 3 fr. ainsi placés sera.............. $0^f,145$.
Au bout de 1 an un capital de 3 fr. devient .. $3^f,145$

Donc autant de fois il y a $3^f,145$ dans $15\,725^f$, autant il y a de fois 3^f dans le capital demandé.

Ce nombre de fois est.................... $15\,725 : 3,145 = 5000$.
Le capital est donc $3^f \times 5000 = 15\,000$ fr.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 59.)

441. *Un homme place les $\frac{2}{5}$ d'un capital à 6 % et en retire un revenu annuel de $939^f,60$. Le reste du capital est placé à 4,5 %. Trouver le revenu total que cet homme a au bout de l'année ; trouver aussi le taux unique auquel il faudrait placer tout le capital pour avoir le même revenu.*

Admission à l'École normale d'instituteurs. — Paris, 1875.

1° Les $\frac{2}{5}$ du capital contiennent autant de fois 100 francs qu'il y a de fois 6^f dans $939^f,60$. Ils valent donc [illegible] $= 15\,660$ fr.

$\frac{1}{5}$ du capital est $15\,660 : 2 = 7830^f$.
Le capital entier est .... $7830 \times 5 = 39\,150^f$ fr.
Les $\frac{3}{5}$ du capital valent............. . $7830^f \times 3 = 23\,490$ fr.
A 4,5 % l'intérêt de cette seconde partie est pour 1 an

$$0^f,045 \times 23\,490 = 1057^f,05.$$

Le revenu total est .... $939^f,60 + 1057^f,05 = 1996^f,65$.
2° Un capital de $39\,150^f$ rapporte $1996^f,65$.
100 fr. rapporteront $\frac{[illegible]}{391,5} = \frac{19966,5}{3915} = 5^f,10$.

Réponse. — Revenu total $1996^f,65$. Taux unique 5,10 %.

442. *Une personne place les $\frac{2}{5}$ de son capital à 3 % et le reste 4,5 % ; elle en retire ainsi 1950 fr. de rente. Trouver ce capital ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Rennes, 1871.
Admission à l'École normale des instituteurs de la Seine. — 1875

Supposons un capital de 10 fr.

Les $\frac{2}{5}$ de 10 fr. sont 4 fr. ; le reste est 6 fr.

4^f à 3 % rapportent............... $0^f,03 \times 4 = 0^f,12$
6^f à 4,5 % rapportent............ $0^f,045 \times 6 = 0^f,27$

10 fr. ainsi placés rapportent..................... $0^f,39$.

Autant de fois $0^f,39$ sont contenus dans 1950^f, autant de fois il y a 10 fr. dans le capital demandé.

Ce capital est $10^f \times \frac{1950}{0,39} = 50\,000$ fr.

443. *Une personne place les $\frac{3}{4}$ d'un capital à 4,75 % et le reste à 5,5 % et retire ainsi 493 francs d'intérêt pour 72 jours. Trouver ce capital. (On comptera l'année de 360 jours.)*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Lyon, 1876. — Caen, 1879.

D'abord 72 jours sont la 5^e partie de l'année.
L'intérêt du capital pour 1 an serait donc $493 \times 5 = 2465$ fr.

Supposons un capital de 4 fr. ; les $\frac{3}{4}$ sont 3^f et le reste 1^f.

3^f à 4,75 % produisent en 1 an $0^f,0475 \times 3 = 0^f,1425$
1^f à 5,5 % produit........................... $0^f,0550$

L'intérêt de 4 fr. ainsi placés serait............ $0^f,1975$.

Le capital cherché est égal à autant de fois 4 francs qu'il y a de fois $0^f,1975$ dans 2465 fr.

Ce capital est $\frac{[illegible]}{0,1975} \times 4 = \frac{9\,860\,000}{1975} = 49\,924^f,05$.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 58.)

444. *Une personne a placé les $\frac{3}{5}$ de ses fonds à 4 % et le reste à 6 % ; elle a ainsi une rente annuelle de 9984 francs. On demande : 1° dans quel rapport sont entre elles les deux portions de la rente annuelle et quelles sont les valeurs de ces deux portions ; 2° quelles sont les valeurs des deux parties du capital, placées l'une à 4 % et l'autre à 6 % ; 3° quel est le total du capital et à quel taux moyen il se trouve ainsi placé.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

1° Supposons un capital de 5 fr.

Les $\frac{3}{5}$ de ce capital sont 3 fr. et les $\frac{2}{5}$ sont 2 fr.

3^f à 4 % produisent en 1 an.............. $0^f,04 \times 3 = 0^f,12$.
2^f à 6 % produisent en 1 an.............. $0^f,06 \times 2 = 0^f,12$.
Ainsi les deux parties du capital produisent des intérêts égaux.
L'intérêt de chaque partie est 9984 : 2 = 4992 fr.
2° A 4 %, le capital vaut 25 fois l'intérêt.
Donc la partie placée à 4 % égale 4992 × 25 = 124 800 fr.

La partie placée à 6 % est les $\frac{2}{3}$ de la première, c'est-à-dire

$$124\,800 \times \frac{2}{3} = 41\,600 \times 2 = 83\,200 \text{ fr.}$$

Le capital total est.............. 124 800 + 83 200 = 208 000 fr.
3° Les 2080 centaines de francs produisent 9984 fr. d'intérêt.
L'intérêt de 100 fr. serait.................. 9984 : 2080 = $4^f,80$.
Le taux moyen du placement est donc 4,80 %.

445. *Un homme a placé les 0,35 d'un capital à 4 % ; les 0,45 à 5 % et le reste à 6 %. Il retire ainsi un revenu annuel de 15 132 fr. Trouver ce capital et ses trois parties.*

Admission à l'École des arts et métiers. — 1876.

La 1re partie et la 2e font 0,35 + 0,45 = 0,80 du capital.
La 3e partie est donc les 0,20 du capital.
Supposons que le capital soit de 100 francs. Il y aura :
35^f à 4 % ; 45^f à 5 % ; 20^f à 6 %.

35^f à 4 % rapportent............ $0^f,04 \times 35 = 1^f,40$
45^f à 5 % rapportent............ $0^f,05 \times 45 = 2^f,25$
20^f à 6 % rapportent............ $0^f,06 \times 20 = 1^f,20$
Intérêt de 100^f...................... $4^f,85$.

Autant de fois il y a $4^f,85$ dans $15\,132^f$, autant de fois il y aura 100 francs dans le capital cherché.
On trouve 15 132 : 4,85 = 3120.
Le capital est donc.................... $100^f \times 3120 = 312\,000^f$.
Les trois parties sont :

A 4 %.................. $312\,000^f \times 0,35 = 109\,200^f$.
A 5 %.................. $312\,000^f \times 0,45 = 140\,400^f$.
A 6 %.................. $312\,000^f \times 0,20 = 62\,400^f$.

446. *Un capital a fourni trois placements différents. Les $\frac{2}{3}$ ont été placés à 4 % ; $\frac{1}{6}$ à 4,5 % ; le reste à 5 %. Au bout de 16 mois, on a retiré intérêts et capital et on a touché une somme totale de 38 991 francs. On demande : 1° quelle était la valeur du capital primitif ; 2° à quel taux unique il eût fallu le placer tout entier pour arriver au même résultat au bout du même temps.*

Brevet supérieur. Aspirants. — 1880.

1° Supposons un capital de 600 francs.
Les $\frac{2}{3}$ ou les $\frac{4}{6}$ sont 400^f ; le 6e est 100 fr. ; le reste est 100 fr.

Or 16 mois font 1 an $\frac{1}{3}$ ou $\frac{4}{3}$ d'année.

Les intérêts de ces trois parties pendant 16 mois seront :

pour 400^f à 4 %........ $4 \times 4 \times \frac{4}{3} = \frac{64^f}{3} = 21^f\,\frac{1}{3}$

pour 100^f à 4,5 %.......... $4,5 \times \frac{4}{3} = \frac{18^f}{3} = 6^f$

pour 100^f à 5 %.............. $5 \times \frac{4}{3} = \frac{20^f}{3} = 6^f\,\frac{2}{3}$

Total... 34^f.

Un capital de 600 fr. devient ainsi 634^f au bout de 16 mois
Autant de fois il y aura 634^f dans $38\,991^f$, autant de fois il y aura 600^f dans le capital cherché. Ce capital est donc

$$600 \times \frac{38\,991}{634} = 36\,900 \text{ fr.}$$

2° L'intérêt produit est.............. 38 991 — 36 900 = 2091 fr.
Le taux est celui où 600^f produisent 34^f en 16 mois.
D'après la règle, ce taux t sera

$$t = \frac{34 \times 1200}{600 \times 16} = 4,25.$$

447. *Une personne place $\frac{1}{4}$ de sa fortune à 3 % ; les $\frac{2}{5}$ à 4 % et le reste à 6 %. Au bout de 3 mois, elle retire pour les intérêts réunis de ces trois parties la somme de 4000 fr. Quel capital avait-elle ? Quelles sont les trois parties placées à 3, 4, 6 % ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Toulouse, 1871.

Les deux premières parties du capital font

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{5}{20} + \frac{8}{20} = \frac{13}{20} \text{ de la fortune.}$$

Il reste pour la 3e partie $\frac{20}{20} - \frac{13}{20} = \frac{7}{20}$ de la fortune.

Supposons un capital de 20 fr. Il y aura :
5^f à 3 % : 8^f à 4 % ; 7^f à 6 %.

En 1 an, 5^f à 3 % produisent..... $0^f,03 \times 5 = 0^f,15$
— 8^f à 4 % produisent..... $0^f,04 \times 8 = 0^f,32$
— 7^f à 6 % produisent..... $0^f,06 \times 7 = 0^f,42$

En 1 an, 20^f ainsi placés produisent.............. $0^f,89$
En 3 mois l'intérêt est le quart, c'est-à dire.......... $0^f,2225$.
Le capital égale autant de fois 20 fr. qu'il y a de fois $0^f,2225$ dans 4000 fr.

Le capital est donc $20^f \times \frac{[illegible]}{0,2225} = 359\,550^f,56$.

Les trois parties du capital sont :

à 3 % $359\,550^f,56 : 4 = 89\,887^f,64$
à 4 % $359\,550^f,56 \times 0,4 = 143\,820^f,22$
à 6 % $359\,950^f,56 \times \frac{7}{20} = 125\,842^f,70$
Total............. $359\,550^f,56$.

448. *Un homme a placé deux capitaux à intérêt simple, le 1er à 4 % et le 2e à 5 %. Il a retiré au bout de 7 ans 9 mois une somme de 23 800 francs pour le capital et les intérêts réunis. Trouver quels sont ces deux capitaux, en sachant que le 1er n'est que les – du 2e.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Aix, 1879.

Supposons 5 fr. placés à 4 % ; il y aura 6 fr. placés à 5 %.
5 fr. à 4 % produiront en 1 an.............................. $0^f,20$.
6 fr. à 5 % produiront.............................. $0^f,30$.

En 7 ans $\frac{3}{4}$ ou $7^a,75$, l'intérêt sera :

pour les 5 fr.............................. $0,20 \times 7,75 = 1^f,55$.
pour les 6 fr.............................. $0^f,30 \times 7,75 = 2^f,325$.
Total.............................. $3^f,875$

11 fr. deviennent donc $11^f + 3^f,875 = 14^f,875$
Autant de fois $14^f,875$ seront contenus dans 23 800 fr., autant de fois le 1er capital contient 5 fr. et autant de fois le 2e capital contient 6 fr.
On trouve ainsi :

1er capital $\frac{23\,800}{14,875} \times 5 = 1600 \times 5 = 8000$ fr.

2e capital $\frac{23\,800}{14,875} \times 6 = 1600 \times 6 = 9600$ fr.

449. *Un propriétaire ayant vendu son domaine s'est fait une rente annuelle de 1450 francs, en plaçant les $\frac{2}{3}$ du produit de la vente à 5 %. Quelle était l'étendue de la propriété en hectares, ares et centiares, le prix du mètre carré étant de $0^f,24$?*

Certificat d'études primaires. — Charente, 1880.

A 5 % le capital vaut 20 fois l'intérêt.

Les – du prix du domaine sont $1450 \times 20 = 29\,000$ fr.

Le tiers est $\frac{29\,000}{2} = 14\,500$ fr. ; le prix entier $14\,500 \times 3 = 43\,500$ fr.

Le prix de l'are est 24 francs.

Le nombre d'ares du domaine est $\frac{43\,500}{24} = 1812,5$

c'est-à-dire 18 hectares 12 ares 50 centiares.

450. *On achète une propriété pour 10 700 fr. ; les droits d'enregistrement sont de $5\frac{1}{2}$ pour cent, plus le double décime sur les mêmes droits. Dire : 1° le prix total de revient de cette propriété ; 2° le taux auquel se trouve placé le capital de cette acquisition, si la propriété rapporte 375 francs par an.*

Certificat d'études primaires. — Vaucluse, 1880.

Prix d'achat.............................. $10\,700^f,00$
Droits d'enregistrement......... $5^f,5 \times 107 = 588^f,50$
Double décime sur $588^f,50$...... $0,2 \times 588,5 = 117^f,70$
Prix total de revient... $11\,406^f,20$

Le revenu de $11\,406^f,20$ est.............................. 375 fr.

Le revenu de 100 fr. sera.................... $\frac{375 \times 100}{11\,406,2} = 3^f,28$

451. *Un négociant achète des marchandises à raison de 360 fr. le quintal métrique et les revend 5 mois et demi après à raison de 3765 fr. la tonne. A quel taux a-t-il placé son argent ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

Le prix de vente du quintal est........................ $376^f,50$.
Le bénéfice égale.................... $376^f,50 - 360^f = 16^f,50$.
Avec 360 fr., au bout de $5^m,5$ on a gagné $16^f,50$.
Au bout de 1 mois le bénéfice serait $16,5 : 5,5 = 3$ fr.
Au bout de 1 an le bénéfice serait $3^f \times 12 = 36$ fr.
36 fr. étant la 10e partie de la somme 360 fr., on a gagné le 10e du capital, c.-à-d. 10 %.

452. *La fortune d'une personne est partagée en deux parties égales, et la 1re partie placée à 5 °/o rapporte annuellement 60 fr. de plus que la 2e moitié qui est placée à 4, 5 °/o. Quelle est la fortune de cette personne ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Cantal, 1877.

100 fr. de la 1re partie produisent un intérêt de 5 fr.
100 fr. de la 2e partie produisent.............. $4^f,5$.
La différence de ces deux intérêts est......... $0^f,50$.
Autant de fois il y a $0^f,50$ dans 60 fr., autant de fois il y a 100 fr. dans chaque moitié de la fortune.
Or $0^f,50$ ou 1 demi-franc est contenu 120 fois dans 60 francs. Chaque partie est donc 120 fois 100 fr., c'est-à-dire 12 000 fr.
La fortune entière est de 24 000 fr.

453. *Une citerne ayant* $3^m,4$ *de long,* $1^m,7$ *de large et* $2^m,7$ *de profondeur est pleine de vin jusqu'aux* $\frac{3}{5}$ *de sa hauteur. Ce vin est vendu à raison de* $44^f,50$ *l'hectolitre et le prix en est placé à 6 °/o par an. On demande quel est le revenu mensuel que retire ainsi le propriétaire.*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1880.

Capacité de la citerne :

$$3,4 \times 1,7 \times 2,7 = 15^{mc},606 = 15\,606 \text{ litres.}$$

Volume du vin........ $15\,606 \times 0,6 = 9363^l,6 = 93^{hl},636$.
Produit de la vente. $44^f,5 \times 93,636 = 4166^f,802$.
Intérêt de 100 fr. par mois...................... $6 : 12 = 0^f,50$.
Revenu mensuel du propriétaire :

$$0^f,5 \times 41,668 = 20^f,83.$$

454. *Un ménage a acheté à crédit le 4 décembre 1876 un ameublement estimé 675 fr. et il doit payer l'intérêt à 6 °/o. Le 15 mai 1877, il a versé 260 fr. ; le 12 décembre suivant, 325 fr. On demande de régler le compte au 15 juin 1878.*

Examen des cours d'adultes. — Paris, 1878.

Du 4 décembre inclus jusqu'au 15 mai exclus, il y a 162 jours

L'intérêt dû à cette époque est $\frac{675 \times 162}{6000} = 18^f,225$.

Au 15 mai, la dette est $675^f + 18^f,22 = 693^f,22$.

Après le versement de 260 fr., il est redû :

$$693^f,22 - 260 = 433^f,22.$$

Du 15 mai inclus au 12 décembre exclus, il y a 180 jours.

L'intérêt dû alors est $\frac{433,22 \times 180}{6000} = 12^f,996$.

A ce moment, la dette est $433^f,22 + 13^f = 446^f,22$.
Après le versement de 325 fr. il est redû :

$$446^f,22 - 325^f = 121^f,22.$$

Du 12 décembre inclus au 15 juin exclus, il y a 186 jours.

L'intérêt dû alors est $\frac{121,22 \times 186}{6000} = 3^f,757$.

Au 15 juin on redoit $121^f,22 + 3^f,76 = 124^f,98$.

455. *Deux sœurs veulent acheter en commun 3800 francs de rentes 5 °/o. Quel capital devront-elles fournir, le cours du 5 °/o étant à 117,25 et les frais s'élevant à 8 francs pour 1000 francs de rente ?*

Certificat d'études primaires. — Ardennes, 1880.

Prix de 10 fr. de rente $117^f,25 \times 2 = 234^f,50$
Prix de 3800 fr. de rente.... $234^f,5 \times 380 = 89\,110$ fr.
Frais........................ $0^f,008 \times 3800 = 30^f,40$
Total à débourser.... $89\,140^f,40$.

456. *Le 10 novembre 1881, le cours de la rente 3 °/o était 86,40. le cours de la rente 5 °/o était 117,20. A quels taux plaçait-on son argent, en achetant ce jour-là chacune de ces deux rentes ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

En 3 °/o $86^f,40$ rapportent 3 fr. d'intérêt.

1^f rapporterait $\frac{3^f}{86,4}$; 100^f rapportent $\frac{300}{86,4} = 3^f,47$.

En 5 °/o $117^f,20$ rapportent 5 fr.

1^f rapporterait $\frac{5^f}{117,2}$; 100^f rapportent $\frac{500}{117,2} = 4^f,266$.

Réponse. — Le taux est 3,47 en 3 °/o ; 4,266 en 5 °/o

457. *Une personne veut acheter de la rente 5 °/o. A quel prix doit-elle l'acheter pour que son argent lui rapporte 5,5 °/o ? Quel capital doit-elle placer pour avoir 2000 francs de revenu ?*

Certificat d'études primaires. — Sceaux, 1878.

1° Une rente de $5^f,50$ doit coûter 100 fr.

Une rente de 1 fr. coûterait $\frac{100}{5,5} = \frac{200^f}{11}$.

Une rente de 5 fr. coûtera $\frac{200 \times 5}{11} = 90^f,909$.

2° Pour avoir une rente de 2000 fr., il faudra autant de fois $90^f,909$ qu'il y a de fois 5 dans 2000.

Or on trouve $2000 : 5 = 400$

Le capital a employer est donc....... $90,909 \times 400 = 36\,363^f,60$

Réponse. — Cours de la rente 90,91. — Capital 36,363f.60

458. *La rente 3 % étant à 76,75, à quel taux place-t-on l'argent en achetant de cette rente ? Quelle somme faut-il débourser pour avoir 1200 fr. de rente ?*

Examen des cours d'adultes. — Paris, 1878.

1° $76^f,75$ produisent 3 fr.; 1 fr. produirait $\frac{3^f}{76,75}$.

100 produiront $\frac{3 \times 100}{76,75} = 3^f,90$.

2° Pour avoir 1200 de rente, il faut employer autant de fois $76^f,75$ qu'il y a de fois 3 fr. dans 1200 fr.

Or on a $1200 : 3 = 400$.

Le capital à employer est donc........ $76^f,75 \times 400 = 30\,700$ fr.

Reponse. — Taux du placement 3,90 %. — Capital 30 700 fr.

459. *Une personne retire 30 000 fr. placés à 4, 6 % et elle achète 23 obligations du chemin de fer de l'Ouest, qui rapportent $6^f,98$ % par semestre et qui lui coûtent chacune 308 fr. Avec le reste de son argent, elle achète de la rente 5 % au prix de $103^f,80$. Aura-t-elle plus ou moins de revenu que dans le 1er placement et quelle sera la différence ?*

Brevet supérieur. Aspirants. — Rennes, 1876.

Intérêt des 30 000 francs : $4^f,6 \times 300 = 1380$ fr.

Prix d achat des obligations : $308^f \times 23 = 7084$ fr

Reste du capital.... $30\,000^f - 7084 = 22\,916$ fr.

Les obligations rapportent : par semestre $6,98 \times 23 = 160^f,54$.

par an $160^f,54 \times 2 = 321^f,08$.

Le reste en rentes 5 % rapporte autant de fois 5 fr. qu'il y a de fois 103,80 dans 22 916.

Cet intérêt est $\frac{22\,916}{103.8} \times 5 = 1103^f,855$.

Revenu du 2e placement $321^f,08 + 1103^f,85 = 1424^f,93$

Revenu du 1er.............................. $1380^f,00$

Différence... $44^f,93$

NOTA. — Pour avoir le véritable résultat de cette opération financière, il serait nécessaire de tenir compte des frais de vente et d'achat.

460. *Calculer la valeur d'une somme dont les $\frac{3}{5}$ sont placés à 5 % et le reste à 4, 5 %, en sachant que l'intérêt total annuel est inférieur de $151^f,43$ au titre de rente 5 % qu'on aurait acheté au cours de 112,50 avec un capital de 28 800 fr. On tiendra compte des frais de courtage qui sont $\frac{1}{8}$ % du capital et $1^f,80$ de timbre.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Grenoble, 1879.

Prélevons $1^f,80$ sur le capital ; il reste $28\,798^f,20$.

$\frac{1}{8}$ % revient à $0^f,125$ pour 100 fr.

Pour employer 100 fr. dans l'achat, il faut donner à l'agent de change $100^f,125$. La somme nette qui sera employée à l'achat de la rente contiendra donc autant de fois 100 fr. qu'il y a de fois $100^f,125$ dans $28\,798^f,20$.

Cette somme est

$$\frac{28\,798,20}{100,125} \times 100 = 28\,762^f,24.$$

La rente 5 % achetée avec cette somme au cours de 112,50 sera

$$\frac{5 \times 28\,762,24}{112,5} = \frac{287\,622,4}{225} = \frac{1\,150\,489,6}{900} = 1278^f,32$$

L'intérêt de la somme demandée est seulement

$$1278^f,32 - 151^f,43 = 1126^f,89.$$

Supposons que la somme soit de 5 fr.

Il y a 3 fr. placés à 5 % et 2 fr. placés à 4,5 %.

L'intérêt de 3 fr. est $0^f,15$; celui des 2 fr. est $0^f,09$.

Les 5 francs produiraient ainsi.......... $0^f,15 + 0^f,09 = 0^f,24$.

La somme cherchée contiendra autant de fois 5 fr. qu'il y a de fois $0^f,24$ dans $1126^f,89$. Cette somme est donc

$$\frac{1126,89}{0,24} \times 5 = \frac{11\,268,9}{0,48} = 23\,476^f,87.$$

461. *Une personne a prêté pour une entreprise une somme de 20 000 francs à 4 %, avec la condition qu'elle recevrait en plus des intérêts le 20ᵉ des bénéfices. Au bout d'un an, elle a reçu 1250 francs. Trouver d'après cela : 1° le montant des bénéfices de l'entreprise ; 2° le chiffre des affaires, si les bénéfices sont les 15 centièmes de ce chiffre.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Caen.

L'intérêt de 20 000 fr. à 4 % est .... $4^f \times 200 = 800$ fr.
La part des bénéfices donnée au prêteur est

$$1250 - 800 = 450 \text{ fr.}$$

Le montant des bénéfices est.............. $450 \times 20 = 9000$ fr.
Les 15 centièmes du chiffre des affaires sont 9000 fr.
1 centième de ce chiffre serait $9000^f : 15 = 600$.
Le chiffre d'affaires est 100 fois cette somme, c'est-à-dire 60 000 fr.

462. *Une personne achète au prix de $1^f,25$ le mètre carré un enclos de 20 ares 8 centiares. Il lui manque $\frac{1}{5}$ de la valeur de cette acquisition et elle l'emprunte au taux de 5 %. Au bout de 18 mois elle rembourse cet emprunt avec l'intérêt et envoie le montant par la poste, qui demande 1 % de la somme versée, 25 centimes de timbre et 15 centimes d'affranchissement. Quelle somme totale doit-on remettre à la poste ?*

Certificat d'études primaires. — Corbeil, 1880.

L'achat de l'enclos a coûté $1^f,25 \times 2008 = 2510$ fr.
Le 5ᵉ ou les 0,2 de cette somme $251 \times 2 = 502^f,00$.
Les intérêts de 502 fr. sont :

pour 1 an	$0^f,05 \times 502 =$	25,10
pour 6 mois		12 55
Somme à envoyer................................		$530^f,65$
Frais de poste...........	$5^f,398 + 0^f,25 + 0^f,15 =$	$5^f,796$
Somme totale à verser..........		$545^f,45$

463. *Quelle somme faut-il placer actuellement pour recevoir, au bout de 3 ans 18 jours, 875 fr., intérêts et capital compris, le taux étant de 5 % par an ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Caen, 1876.

L'intérêt de 100^f au bout de 3 ans est.................... 15 fr.
L'intérêt pour 18 jours est le 20ᵉ de 5 fr., c'est-à-dire..... $0^f,25$.
Au bout de 3 ans 18 jours, 100 fr. sont devenus........ $115^f,25$.
Autant de fois il y a $115^f,25$ dans 875 fr., autant il y a de fois 100 fr. dans le capital cherché.

Ce capital est $\frac{875}{115,25} \times 100 = 759^f,21$.

464. *Un particulier a prêté un certain capital à 5 % à intérêts simples. Au bout de 2 ans, on le lui rend avec les intérêts, et il place le tout dans une industrie qui lui donne un revenu de 7 %. Ce revenu étant de 1450 fr., trouver quel était le capital.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Somme, 1875.

La somme qui produit 1450 fr. par an contient autant de fois 100 fr. qu'il y a de fois 7 dans 1450.

Cette somme est donc $100 \times \frac{1450}{7} = \frac{145\,000}{7} = 20\,714^f,275$.

Or 1 fr. à 5 % produirait $0^f,10$ au bout de 2 ans.
1 fr. au bout de 2 ans a pris une valeur de $1^f,10$.
Donc le capital prêté vaut autant de francs qu'il y a de fois $1^f,10$ dans $20\,714^f,275$.
Ce capital est.................... $20\,714,275 : 1,1 = 18\,831^f,16$.

465. *Un négociant a deux capitaux. Le 1ᵉʳ, placé à 4,75 %, rapporte $2077^f,65$ d'intérêt par an ; le 2ᵉ, qui surpasse le 1ᵉʳ de 8100 francs et qui est placé à 5,50 %, produit dans le même temps $2851^f,20$ d'intérêt. Trouver ces deux capitaux.*

Brevet élémentaire. — Lot, 1875.

Le 1ᵉʳ capital contient autant de francs que $0^f,0475$ intérêt de 1 franc est contenu de fois dans 2077,65.
Le 1ᵉʳ capital est donc............ $2538,65 : 0,0475 = 43\,740$ fr.
Le 2ᵉ capital est.................. $43\,740^f + 8100^f = 51\,840$ fr.

Nota. — L'intérêt du 2ᵉ capital est inutile pour la résolution du problème.

466. *Une personne qui devait payer une dette le 10 novembre ne l'a payée que le 15 janvier suivant, ce qui a augmenté sa dette* *de 42 francs. Le taux de l'intérêt étant à 5 %, calculer quelle est la somme que devait cette personne.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Douai, 1876.

Du 10 novembre au 15 janvier il y a 66 jours.
L'intérêt de 1 fr. serait en 1 an .... $0^f,05$;
en 1 jour, $\frac{0^f,05}{360}$; en 66 jours, $\frac{0,05 \times 66}{360} = \frac{0,66}{72} = \frac{0,11}{12}$.

La dette contient autant de francs que l'intérêt de 1 fr. pendant 66 jours est contenu de fois dans 42 fr. Cette dette est donc

$$42 : \frac{0,11}{12} = \frac{42 \times 12 \times 100}{11} = 4581^f,818.$$

Réponse. — La dette était de $4581^f,82$.

467. *Un agriculteur a du blé à vendre et on lui offre $27^f,60$ par quintal métrique. Il refuse cette offre et ne peut plus se défaire de son blé que 7 mois après, au prix de $26^f,30$. A cette époque, son blé s'étant desséché a perdu 2 % de son poids. Combien cet agriculteur a-t-il perdu par quintal en refusant la première offre, si l'on tient compte de l'intérêt de l'argent à $4\frac{1}{2}$ %?*

Brevet élémentaires. Aspirants. — Mars 1881.

Au bout de 7 mois le poids du quintal s'est réduit à 98 kilogr.
A ce moment, le prix de vente du kilogr. est $0^f,263$.
Le quintal primitif rapporte alors seulement

$$0,263 \times 98 = 25^f,774.$$

La perte est ainsi .... $27,60 - 25,774 = 1^f,826$.
L'intérêt de $27^f,60$ pour 7 mois à 4,5 % est

$$\frac{27,60 \times 4,5 \times 7}{1200} = 0^f,724.$$

La perte par quintal est $1,826 + 0,724 = 2^f,55$.

468. *La construction d'une maison a coûté 18 500 francs. Elle est bâtie au milieu d'un terrain rectangulaire dont la longueur est de $76^m,25$ et la largeur de $28^m,95$. Le terrain a été payé à raison de 6870 fr. l'hectare. Combien faut-il louer la propriété pour qu'elle rapporte 5 % de revenu?*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1877.

Surface du terrain .... $76,25 \times 28,95 = 2207^{mq},4375$.
Prix du mètre carré du terrain, $0^f,687$.

Prix du terrain .... $0^f,687 \times 2207,43 = 1516^f,50$.
Prix total .... $18\,500^f + 1516^f,50 = 20\,016^f,50$.
Le prix du loyer doit être le 20e du prix total, c'est-à-dire

$$20\,016,50 : 20 = 1000^f,82.$$

469. *Dans un terrain rectangulaire de 36 mètres de long sur $22^m,50$ de large, payé 24 000 fr. l'hectare, on a construit une maison qui a coûté 8100 francs. La 5e partie du prix du loyer étant absorbée par les impôts et les frais d'entretien, trouver combien il faudra louer la propriété pour retirer un revenu qui représente 5 % du capital.*

Certificat d'études primaires. — Aisne, 1880.

Surface du terrain .... $36 \times 22,5 = 810^{mq} = 8^a,10$.
Prix de l'are du terrain .... $24\,000^f : 100 = 240$ fr.
Prix du terrain .... $240^f \times 8,1 = 1944$ fr.
Prix de la propriété .... $1944^f + 8100^f = 10\,044$ fr.
Revenu à retirer .... $10\,044 : 20 = 502^f,20$.
Ce revenu ne vaut que 4 fois la 5e partie du prix du loyer.
La 5e partie du prix du loyer sera .... $502^f,20 : 4 = 125^f,55$.
Le loyer doit être $125^f,55 \times 5 = 627^f,75$.

470. *Pour un terrain rectangulaire de $27^m,50$ de largeur acheté le 25 novembre 1879, au prix de 85 francs l'are, on a payé le 17 juin 1880, en capital et intérêts simples à 5 %, une somme totale de $2146^f,30$. Calculer la longueur de ce terrain.*

Certificat d'études des cours d'adultes. — Paris, 1880.

Du 25 novembre 1879 au 17 juin 1880 il y a:

$$6 + 31 + 31 + 29 + 31 + 30 + 31 + 16 = 205 \text{ jours}$$

L'intérêt de 1 fr. en 205 jours à 5 % est $\frac{1 \times 205}{7200}$.

Pour 1 fr. d'achat, on aurait payé .... $1 + \frac{205}{7200} = \frac{7405}{7200}$.

Le prix d'achat est donc

$$2146,30 : \frac{7405}{7200} = \frac{2146,30 \times 7200}{7405} = 2086^f,88.$$

La surface du terrain est

$$2086,88 : 85 = 24^a,55 = 2455 \text{ mètres carrés.}$$

La longueur du rectangle est

$$2455 : 27,5 = 89^m,27.$$

471. *Un marchand possède une pièce de drap de 60 mètres. Il la revend de telle sorte que ce qu'il en retire lui permet d'acheter 45 francs de rente 3 °/₀ au cours de 78,50. Combien le mètre avait-il coûté au marchand, si celui-ci a gagné dans la vente 8 °/₀ sur le prix d'achat ?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

45 francs de rente 3 °/₀ contiennent 15 fois 3 francs.
La somme payée pour acheter 45^f de rente est donc

$$78^f,50 \times 15 = 1177^f,50.$$

Ce que le marchand avait payé 1 fr. a été revendu 1^f,08
Le prix d'achat égale autant de francs qu'il y a de fois 1^f,08 dans 1177^f,50.

Le prix d'achat est donc.................. $\dfrac{1177,50}{1,08} = 1090^f,277.$

Le prix d'achat du mètre a été

$$1090^f,277 : 60 = 18^f,17.$$

472. *Un terrain de la contenance de 16 hectares 80 centiares a été vendu à raison de 1^f,75 le mètre carré, et le prix en a été placé en rentes 5 °/₀ qui ont été achetées au cours de 98,50. Ce terrain était loué auparavant 11 000 francs. Trouver le taux de l'augmentation de revenu que le propriétaire a ainsi obtenue.*

Concours d'admission aux Écoles supérieures de Paris. — 1876.

La surface du terrain en mètres carrés est 160 080^{mq}.
Le prix de vente a été............ $1^f,75 \times 160\,080 = 280\,140$ fr
Le revenu en rentes contient autant de fois 5 fr. qu'il y a de fois 98,50 dans 280 140.

Ce revenu est........................ $\dfrac{280\,140}{98,5} \times 5 = 14\,220^f,30$

Augmentation de revenu...... $14\,220,30 - 11\,000 = 3220^f,30$
Revenu par franc en loyer........ $11\,000 : 280\,140 = 0^f,0392$
Revenu par franc en rentes.............. $5 : 98,5 = 0,0507$
Taux du 1er revenu, 3,92 °/₀; taux du 2^e, 5,07 °/₀.
Augmentation du revenu : 1,15 par cent.

473. *On veut remplacer une inscription de 320 fr. de rente 5 °/₀ au cours de 116,60 par une autre de même chiffre, mais en rente 3 °/₀ au cours de 82,85. Combien coûtera cet échange ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1880.

Produit de la vente du titre de rente 5 °/₀ :

$$116,60 \times \frac{320}{5} = 116,60 \times 64 = 7462^f,40.$$

Prix d'achat du titre de rente 3°/₀ :

$$82,85 \times \frac{320}{3} = \frac{26512}{3} = 8837^f,33.$$

On payera en plus :

$$8837^f,33 - 7462^f,40 = 1374^f,93.$$

Nota. — A cette différence, il faudrait ajouter les frais de négociation à payer à l'agent de change. Cette condition peut être négligée, puisque l'énoncé du problème ne l'indique pas.

474. *Une personne veut échanger 500 francs de rente italienne 5 °/₀ au cours de 66 francs contre une même somme de rente française 3 °/₀ au cours de 59,90. Y aura-t-il pour elle perte ou bénéfice, et quel sera le montant de la perte ou du bénéfice ?*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1875.

Une rente italienne de 5 fr. se vend 66 fr.
La vente de 500 fr. de rente produira 100 fois 66 fr. ou 6600 fr
Une rente française de 3 fr. coûterait 59^f,90.
Pour avoir une rente de 500 fr., il faudra payer autant de fois 59^f,90 qu'il y a de fois 3 fr. dans 500 fr.
La somme à payer sera donc

$$59^f,9 \times \frac{500}{3} = \frac{29\,950}{3} = 9983^f,33.$$

Pour acheter la rente française, il faudra donner en plus

$$9983^f,33 - 6600^f = 3383^f,33.$$

475. *On fait vendre de la rente 3 °/₀ par un agent de change au cours de 64,20. L'agent retient $\frac{1}{8}$ pour cent du capital plus 50 centimes de timbre et remet au vendeur 5129^f,08. Trouver combien celui-ci avait de rente.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Avant le prélèvement du timbre, l'agent aurait remis au vendeur

$$5129^f,08 + 0^f,50 = 5129^f,58.$$

L'agent ayant retenu $\frac{1}{8}$ °/₀, c'est-à-dire $\frac{1}{800}$ du capital provenant de la vente, a remis au vendeur seulement $\frac{799}{800}$ du capital.

La 800ᵉ partie de ce capital serait .... $\frac{5129^f,58}{799}$

Le capital était $\frac{5129,58 \times 800}{799} = 5136^f$

La rente valait autant de fois 3 fr. qu'il y avait de fois 64,20 dans 5136.

On trouve .... $5136 : 64,2 = 80.$

La rente vendue était donc $3^f \times 80 = 240^f$.

476. *Une personne a placé 600 fr. à la Caisse d'épargne au taux de $3\frac{3}{4}$ °/₀. Elle retire au bout de 6 mois 15 jours ce capital avec ses intérêts, et emploie le tout à l'achat de rentes 3 °/₀ au cours de 81,70. Quelle est la rente qu'elle achète ainsi?*

Certificat d'études primaires. — Belfort, 1879.

6 mois et 15 jours font 195 jours.
L'intérêt de 600 francs pendant ce temps est

$$\frac{3,75 \times 6 \times 195}{360} = \frac{3,75 \times 19,5}{6} = 12^f,1875.$$

La rente achetée contient autant de fois 3 fr. qu'il y a de fois $81^f,70$ dans $612^f,1875$. Cette rente est donc

$$\frac{612,1875}{81,7} \times 3 = \frac{18365,625}{817} = 22^f,50.$$

477. *Au 31 décembre dernier, le montant du livret de Caisse d'épargne d'une cuisinière s'élevait à 295 fr. A la fin de janvier, elle fait un versement des $\frac{3}{5}$ du salaire du mois qui est de $45^f,50$. Calculer le montant du livret au 30 avril, le taux de l'intérêt étant de 3,75 °/₀* [1].

Certificat d'études primaires. — Belfort, 1880.

1. L'administration des Caisses d'épargne opère le règlement des comptes en suivant une marche un peu différente du calcul effectué ici.
Voir à la fin du volume la note sur la comptabilité de la Caisse d'épargne.

Du 31 décembre au 30 avril il y a 4 mois.
Capital au 31 décembre .... $295^f,00$
Intérêts de 295 fr. pour 4 mois,
c.-à-d. $\frac{1}{3}$ d'année .... $\frac{0,0375 \times 295}{3} = 3^f,68$
Versement à la fin de janvier .... $45^f,5 \times 0,6 = 27^f,30$
Intérêts de $27^f,30$ pour 3 mois,
c.-à-d. $\frac{1}{4}$ d'année .... $\frac{0,0375 \times 27,3}{4} =$ [illegible]

Montant du livret au 30 avril .... $326^f,23$.

478. *Une personne a pour 1255 francs de rentes 5 °/₀. Elle les échange contre du 3 °/₀ au moment où, à la Bourse, le cours du 5 °/₀ est 116,45 et celui du 3 °/₀ est 83,30. Trouver quel sera le revenu qu'elle aura après cette opération.*

On devra tenir compte de la commission à payer à l'agent de change, commission qui est de $\frac{1}{4}$ pour 100 francs de capital, pour la vente comme pour l'achat, et d'un droit fixe de 2 francs.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Ain, 1880.

Le capital produit par la vente des rentes 5 °/₀ est égal à autant de fois 116,45 qu'il y a de fois 5 fr. dans 1255 fr.
Ce nombre de fois est .... $1255 : 5 = 251.$
Le capital est .... $116,45 \times 251 = 29\,228^f,95.$
$\frac{1}{4}$ °/₀ ou $\frac{1}{400}$ de ce capital est .... $73^f,0723.$
A prélever .... $73^f,07 + 2^f = 75^f,07.$
Reste à employer .... $29\,228^f,95 - 75^f,07 = 29\,153^f,88.$
A prélever 2 fr. pour l'achat ; reste .... $29\,151^f,88.$
Le prix d'achat d'une rente de 3 fr. est $83^f,30$.

Les frais de $\frac{1}{4}$ °/₀ sont $83,30 : 400 = \underline{0^f,208}$

Total .... $83^f,508$.

Après l'achat de cette rente, le revenu de la personne sera égal à autant de fois 3 fr. qu'il y a de fois $83^f,508$ dans 29 151,88.
Ce revenu est

$$\frac{29\,151,88}{83,508} \times 3 = 1047^f,27.$$

479. *Une personne achète une maison pour 7020 fr. ; elle doit payer de plus les frais d'adjudication qui s'élèvent à 15 °/₀. L'acheteur doit payer au moment de l'achat les frais et une somme de*

895 *fr. Le reste est payable dans 4 mois; mais les intérêts à 5 °/₀ de la somme qui est encore due courent à partir du 40ᵉ jour qui suit l'adjudication. A combien s'élève chacun des* ***deux*** *payements?*

Brevet supérieur. Aspirantes.

Frais d'adjudication $0^f,15 \times 7020 = 1053$ fr.
Montant du 1^{er} payement.............. $895^f + 1053^f = 1948$ fr.
Reste à payer $7020^f - 895^f = 6125$ fr.
Plus l'intérêt de 6215 fr. pendant $120^j - 39^j$, c.-à-d. 81 jours
Intérêt de 6125^f pendant 81^j à 5 °/₀ :

$$\frac{6125 \times 81}{7200} = 68^f,90.$$

Montant du 2^e payement........... $6125^f + 68^f,90 = 6193^f,90.$

480. *Un marchand de bestiaux a fourni à un cultivateur 3 vaches et 2 génisses. Les vaches valent chacune 288 francs et les génisses chacune $\frac{3}{7}$ du prix d'une vache. Le payement doit s'effectuer dans 3 ans 5 mois et 12 jours, en y comprenant les intérêts simples à 4,50 °/₀. Quel sera le montant du payement?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Orne, 1876.

Prix de chaque génisse, $288 \times \frac{3}{7} = 123^f,428.$

Prix des deux génisses..... $123^f,428 \times 2 = 246^f,856$
Prix des trois vaches............ $288 \times 3 = 864^f,000$

Prix total de l'achat......................... $1110^f,856$

3 ans 5^m $12^j = 360^j \times 3 + 30^j \times 5 + 12^j = 1242$ jours.
D'après la règle ordinaire, l'intérêt de la somme est

$$\frac{1110,856 \times 4,5 \times 1242}{36\,000} = \frac{1110,856 \times 1242}{8000} = 172^f,46.$$

Le montant du payement sera donc

$$1110^f,85 + 172^f,46 = 1283^f,31.$$

481. *Deux individus possèdent chacun un capital, qu'ils placent dans l'industrie de la verrerie. Celui du 1ᵉʳ produit 6 °/₀ et celui du 2ᵉ, qui surpasse de 9000 francs celui du premier, produit 8 °/₀. Le second touche annuellement en intérêts 1160 francs de plus que le 1ᵉʳ. Trouver le montant de ces deux capitaux.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Seine-et-Marne, 1878.

L'excédent d'intérêts 1160 fr. se compose de deux parties :
1° l'intérêt de 9000 fr à 8 °/₀, qui est......... $8^f \times 90 = 720$ fr.
2° l'intérêt d'un capital égal à celui du 1^{er} et placé à 2 °/₀.
Cette seconde partie est................ $1160^f - 720^f = 440$ fr.
Le capital du 1^{er} placé à 2 °/₀ rapporterait ainsi 440 fr.
Il contient autant de fois 100 fr. qu'il y a de fois 2 fr. dans 440 fr.
Le capital du 1^{er} est 220 fois 100 francs, c.-à-d. à 22 000 fr.
Le capital du 2^e est.......... $22\,000 + 9000 = 31\,000$ fr.

482. *Un particulier a prêté une certaine somme pendant 7 ans et 3 mois au taux de 5 °/₀. Le capital et les intérêts réunis à l'expiration de ce temps sont placés dans une entreprise industrielle qui rapporte 8,25 °/₀, et le particulier se fait ainsi un revenu de 2821 francs. Quel était le capital primitif?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Deux-Sèvres, 1880.

7 ans 3 mois font 87 mois.
La somme placée dans l'entreprise contient autant de fois 100 fr. qu'il y a de fois $8^f,25$ dans 2821 fr.
Cette somme est donc

$$\frac{2821}{8,75} \times 100 = 34\,193^f,93.$$

L'intérêt de 1 fr. à 5 °/₀ pour 87 mois est

$$\frac{0^f,05 \times 87}{12} = 0^f,3625.$$

Au bout de 87 mois 1 fr. est devenu $1^f,3625$.
La capital primitif contient donc autant de fois 1 franc qu'il y a de fois 1,3625 dans 34 193,93.
Le capital demandé est

$$34\,193,93 : 1,3625 = 25\,096^f,50.$$

483. *Un homme a distribué à trois personnes respectivement $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{11}$ de son bien. Le reste, placé à 4,5 °/₀, produit 1179 fr. Quelle est la part de chaque personne et le reste de la fortune?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1880.

La partie de la fortune distribuée aux trois personnes est

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{2}{11} = \frac{77}{308} + \frac{44}{308} + \frac{56}{308} = \frac{177}{308}.$$

Il reste $\frac{308}{308} - \frac{177}{308} = \frac{131}{308}$ de la fortune.

Cette partie contient autant de fois 100 fr. qu'il y a de fois $4^f,50$ dans 1179 fr. ; elle est donc égale à

$$\frac{1179 \times 100}{4,5} = \frac{1\,179\,000}{45} = 26\,200 \text{ fr.}$$

$\frac{131}{308}$ de la fortune égalent 26 200 fr.

$\frac{1}{308}$ de cette fortune vaut $\frac{26\,200}{131} = 200$ fr

La 1re personne a eu............	$200^f \times 77 = 15\,400^f$
La 2e personne a eu............	$200^f \times 44 = 8\,800^f$
La 3e personne a eu............	$200^f \times 56 = 11\,200^f$
Le reste est..................................	$26\,200^f$
Total de la fortune...	$61\,600^f$.

484. *Une personne donne $\frac{1}{3}$ de sa fortune à ses neveux et emploie les $\frac{3}{5}$ du reste à diverses œuvres de bienfaisance. Elle place à 5 % le capital qui lui reste et en tire un revenu annuel de $11\,386^f,39$. A combien s'élevait sa fortune ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Grenoble, 1878.

Le $\frac{1}{3}$ de la fortune étant prélevé pour les neveux, il en reste $\frac{2}{3}$.

En œuvres de bienfaisance on emploie :

$$\frac{3}{5} \text{ de } \frac{2}{3} \text{ ou } \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \text{ de la fortune.}$$

La partie de la fortune donnée aux neveux et aux œuvres de bienfaisance est

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}.$$

Le capital restant est les $\frac{4}{15}$ de la fortune.

Or au taux de 5 % un capital vaut 20 fois son intérêt annuel. Le capital restant est donc

$$11\,386^f,39 \times 20 = 227\,727^f,80.$$

La 15e partie de la fortune sera

$$227\,727^f,80 : 4 = 56\,931^f,95.$$

La fortune entière était

$$56\,931^f,95 \times 15 = 853\,979^f,25.$$

485. *Un enfant est héritier pour la moitié des 3 quarts dans la vente d'une pièce de terre et de sa récolte en blé. La pièce de terre de 4 hectares 5 ares a été vendue 1800 fr. l'hectare. La vente du blé a produit 1600 fr. et celle de la paille 200 fr. Les frais de vente et de moisson se sont élevés à 250 fr. Le produit net a été placé à 5 % au nom de l'enfant, jusqu'à sa majorité survenue au bout de 7 ans 6 mois. Quelle somme touchera l'enfant à cette époque ?*

Certificat d'études primaires. — Corbeil, 1880.

Nous supposerons le placement fait à intérêts simples, quoique l'énoncé ne le dise pas.

Prix de vente du champ...............	$1800^f \times 4,05 = 7290$ fr.
Total de l'héritage...............	$7290 + 1600 + 200 = 9090$ fr
Reste, déduction faite des frais..........	$9090 - 250 = 8840$ fr.

La $\frac{1}{2}$ des $\frac{3}{4}$ est $\frac{3}{8}$.

Les $\frac{3}{8}$ de ce reste sont $8840 \times \frac{3}{8} = 1105 \times 3 = 3315$ fr.

Les intérêts de ce reste sont : pour 1 an $3315 : 20 = 165^f,75$;
pour 7 ans $165,75 \times 7 = 1160,25$
pour 6 mois $165,75 : 2 = 82,875$
Montant des intérêts $1243^f,125$.

Total à retirer.................... $1243^f,12 + 3315 = 4558^f,12$.

486. *Une prairie rapporte en moyenne 735 kilogrammes de foin pour 40 ares de superficie et le regain équivaut au quart de la récolte de foin. Les frais de culture, de fauchage et d'impositions sont évalués à $36^f,25$ par hectare, et le prix du foin est de $35^f,75$ les 100 kilogrammes. Quelle est l'étendue de cette prairie, si, en la payant 3700 fr., on a placé son argent à 5,5 % ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Grenoble, 1878.

A 5,5 %, l'intérêt annuel de 3700^f est...... $5,5 \times 37 = 203^f,50$.
Le poids de foin rapporté par 1 are est $735^{kg} : 40 = 18^{kg},375$.

Le poids rapporté par 1 hectare est........ $1837^{kg},5$
Le poids de regain en est le quart, c.-à-d.. $459^{kg},375$

Le poids total de la récolte d'un hectare est $2296^{kg},875$.
Le produit de vente est... $35^f,75 \times 22,968 = 821^f,106$
On prélève pour les frais .... $36^f,25$

Il reste pour bénéfice net par hectare....... $784^f,85$.

Par are le bénéfice net serait $7^f,8485$.

Autant de fois le produit d'un are sera contenu dans $203^f,50$, autant il y aura d'ares dans la superficie cherchée.

La superficie de la prairie est donc

$$203,50 : 7,8485 = 25^a,92.$$

487. *Une société est formée au capital de 216 800 fr. La 1^re^ année, elle perd 9 % de son capital ; la 2^e^ année, elle perd 4,75 % du capital restant ; la 3^e^ année, elle gagne 44 % du capital qui lui restait au commencement de cette année. Trouver la valeur du capital au bout de la 3^e^ année, et le taux auquel l'argent s'est trouvé placé, en comptant les intérêts simples.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Ariège, 1877.

1° A la fin de la 1^re^ année, la perte étant les 0,09 du capital, la somme qui reste est seulement les 0,91 du capital.

On a donc au bout de la 1^re^ année

$$216\,800^f \times 0,91 = 197\,288^f.$$

La perte pendant la 2^e^ année étant 0,0475 de la somme précédente, cette somme se réduit à 0,9525 de ce qu'elle était.

On a donc au bout de la 2^e^ année

$$197\,288^f \times 0,9525 = 187\,916^f,82.$$

Pendant la 3^e^ année, il y a un bénéfice égal à 0,44 de cette dernière somme.

On a donc à la fin de la 3^e^ année

$187\,916^f,82 \times 1,44 =$ $270\,600^f,22$
Retranchons le capital primitif................ $216\,800^f$

Le bénéfice en 3 ans est... $53\,800^f,22$

En 1 an il en serait le tiers, c'est-à-dire $17\,933^f,40$.
$216\,800^f$ en 1 an ont rapporté...................... $17\,933^f,40$,
100 en 1 an rapporteraient $\frac{17\,933^f,40}{2168} = 8,27$.

Réponse. — La valeur du capital au bout de la 3^e^ année, est de $270\,600^f,22$. — Taux du placement 8,27 %.

488. *Un homme place une somme de 25 320 fr. à 5 %, et 7 mois après un capital de 24 640 fr. à 6 %. Calculer en mois et jours : 1° le temps au bout duquel les intérêts simples produits par les deux capitaux auront la même valeur ; 2° le temps au bout duquel les deux capitaux augmentés de leurs intérêts simples auront pris la même valeur.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Grenoble, 1879.

L'intérêt de 25 320 fr. au bout de 1 mois à 5 % est

$$\frac{0,05 \times 25\,320}{12} = 105^f,50.$$

Pour 7 mois, il est...................... $105^f,50 \times 7 = 738^f,50$.
L'intérêt de 24 640 fr. au bout de 1 mois à 6 % est

$$\frac{0^f,06 \times 24\,640}{12} = 123^f,20.$$

La différence des intérêts des deux capitaux par mois est

$$123^f,20 - 105^f,50 = 17^f,70.$$

Autant il y aura de fois $17^f,70$ dans $738^f,50$, autant il faudra de mois pour que l'intérêt du 2^e^ capital arrive à être égal à l'intérêt du 1^er^ capital. On trouve

$$\frac{738,5}{17,7} = \frac{7385}{177} = 41^m\ 22\ \text{jours}.$$

2° Au bout de 7 mois, le 1^er^ capital est devenu égal à

$$25\,320^f + 738^f,50 = 26\,058^f,50.$$

Il surpasse alors le 2^e^ capital de

$$26\,058^f,50 - 24\,640^f = 1418^f,50.$$

Autant de fois il y aura $17^f,70$ dans $1418^f,50$, autant il faudra de mois. Le temps demandé est

$$1418,5 : 17,7 = 80^m\ 4^j = 6^a\ 8^m\ 4^j.$$

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 63.)

489. *Un propriétaire a la 5^e^ partie de sa fortune placée en valeurs industrielles qui lui rapportent en moyenne 5,65 % ;*

les $\frac{2}{3}$ du reste consistent en maisons dont il retire, tous frais prélevés, 7,35 %; *le surplus est en terres qui ne lui donnent que* 2,70 % *de revenu. Son revenu annuel étant de* 8655 *fr., trouver la valeur de sa fortune.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1880.

Supposons une fortune de 1500 francs.
La partie qui est en valeurs industrielles est 300 fr.

La 2e partie en maisons est les $\frac{2}{3}$ de 1200^f, c'est-à-dire 800 fr.

Le reste en terres est.................. $1500^f - 1100^f = 400$ fr.
La 1re partie produit............ $5^f,65 \times 3 = 16^f,95$
La 2e partie...................... $7^f,35 \times 8 = 58^f,80$
La 3e partie...................... $2^f,70 \times 4 = 10^f,80$
Une fortune de 1500 fr. produirait ainsi $86^f,55$

Or cet intérêt de $86^f,55$ est la 100e partie du revenu annuel qui s'élève à 8655 fr.; donc la fortune cherchée est 100 fois la fortune supposée 1500 fr., c'est-à-dire 150 000 francs.

490. *Un marchand possédant* 300 *pièces de vin désire acheter avec le produit de leur vente une maison de* 44 850 *fr. Mais, de cette vente, il n'a pu retirer qu'une somme telle que, pour payer la maison, il faudrait ajouter à cette somme le* 10e *de cette somme, plus* 1950 *fr. On demande le prix de vente de chaque pièce de vin et pendant combien de temps on devra placer le produit de la vente à* 6 % *à intérêts simples, pour que les intérêts ajoutés au capital constituent une somme égale au prix de la maison.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Poitiers, 1877.

Les $\frac{11}{10}$ du produit de la vente plus 1950 fr. font 44 850 fr.

Les $\frac{11}{10}$ de ce produit valent donc $44850^f - 1950^f = 42900$ fr.

$\frac{1}{10}$ de ce produit est $\frac{42900}{11} = 3900$ fr.

Le produit de la vente est $3900^f \times 10 = 39000$ fr
Le prix de la pièce est $39000 : 300 = 130$ fr
L'intérêt à retirer doit égaler........ $44850^f - 39000 = 5850$ fr.
L'intérêt de 39 000 fr. pour 1 an à 6 % est.. $6^f \times 390 = 2340$ fr.
Le capital devra rester placé autant d'années qu'il y a de fois 2340 fr. dans 5850 fr.
Ce nombre d'années est $5850 : 2340 = 2,5$.

Réponse. — Prix de vente de la pièce de vin, 130 fr.
Durée du placement, 2 ans 6 mois.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 66.)

491. *Une personne qui possède* 61 000 *fr. en a placé une partie à* 4,50 % *et l'autre à* 3,50 %; *elle obtient ainsi un revenu total de* 2445 *fr. Quelles sont ces deux parties ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1878.

Placé tout entier à 3,5 %, le capital produirait
$0^f,035 \times 61000 = 2135$ fr.
L'intérêt obtenu est................ 2445 fr.
Différence... 310 fr.

Si on met 100 fr. à 4,5 %, en laissant le reste à 3,5 %, on gagne en intérêt

$$4,50 - 3,50 = 1 \text{ fr.}$$

Donc autant de fois il y a 1 fr. dans 310 fr., autant de fois il y a 100 fr. dans la partie placée à 4,5 %.
La partie à 4,5 % est.................................. 31 000 fr.
La partie à 3,5 % est.................................. 30 000 fr.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 56.)

492. *Une personne ayant fait deux parts d'un capital de* 45 000 *fr. a placé la* 1re *à* 5,5 % *et la* 2e *à* 4 %, *ce qui lui fait un revenu annuel de* $2002^f,50$. *Quelles sont les deux parts ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1878.

NOTA. — Ce problème ne diffère pas du précédent; nous nous bornons donc à donner la réponse.

Réponse. — A 5,5 %, il y 13 500 fr.; à 4 %, 31 500 fr.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 57.)

493. *On a placé à intérêt simple deux capitaux qui sont entre eux comme* $3\frac{3}{4}$ *et* $4\frac{5}{6}$. *Le* 1er, *placé pendant* 6 *ans* 4 *mois à* 4 %, *a produit* 1071 *fr. d'intérêt de plus que le* 2e, *placé à* 3 % *pendant* 4 *ans et demi. Quels sont ces capitaux ?*

Brevet supérieur. Aspirants. — Aisne, 1879.

On a d'abord :

$$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4} = \frac{45}{12} \quad \text{et} \quad 4\frac{5}{6} = \frac{29}{6} = \frac{58}{12}.$$

Le rapport des deux capitaux étant celui de ces deux nombres fractionnaires est égal à........................... $\frac{45}{12} : \frac{58}{12} = \frac{45}{58}$.

Ainsi le 1er capital est 45 fois la 58e partie du 2e.

1re MÉTHODE. — Supposons que le 1er soit 45 fr.; l'autre sera 58 fr.

L'intérêt de 45 fr. à 4 % pour 6 ans 4 mois ou $\frac{19}{3}$ de mois est

$$0^f,04 \times 45 \times \frac{19}{3} = 11^f,40.$$

L'intérêt de 58 fr. à 3 % pour 4a $\frac{1}{2}$ ou $\frac{9}{2}$ d'année est

$$0^f,03 \times 58 \times \frac{9}{2} = 7^f,83.$$

La différence de ces deux intérêts est

$$11^f,40 - 7^f,83 = 3^f,57.$$

Autant de fois il y a $3^f,57$ dans 1071 fr., autant de fois il y a 45 fr. dans le 1er capital et 58 fr. dans le 2e.

Ce nombre de fois est $\frac{1071}{3,57} = 300$.

On trouve donc :

capital à 4 %............................. $45^f \times 300 = 13\,500$ fr.
capital à 3 %............................. $58^f \times 300 = 17\,400$ fr.

2e MÉTHODE. — D'abord les nombres $3\frac{3}{4}$ et $4\frac{5}{6}$ réduits au même dénominateur deviennent $\frac{45}{12}$ et $\frac{58}{12}$; le rapport des deux capitaux est donc $\frac{45}{58}$, c'est-à-dire que le 1er est les $\frac{45}{58}$ du 2e.

Soit x le 2e capital; le 1er sera $\frac{45x}{58}$.

Pour 6a 4m ou $\frac{19}{3}$ d'année, l'intérêt du 1er à 4 % est :

$$\frac{45x \times 4 \times 19}{58 \times 100 \times 3} \text{ ou } \frac{15x \times 2 \times 19}{2900} = \frac{57x}{290}.$$

Pour 4a $\frac{1}{2}$ ou $\frac{9}{2}$ d'année, l'intérêt du 2e à 3 % est :

$$\frac{x \times 3 \times 9}{100 \times 2} \text{ ou } \frac{27x}{200}.$$

Le 1er intérêt surpassant le 2e de 1071 fr., on a l'équation

$$\frac{57x}{290} - \frac{27x}{200} = 1071.$$

De cette équation on tire :

$$\frac{357x}{5800} = 1071 \text{ d'où } x = \frac{1071 \times 5800}{357} = 17400 \text{ fr.}$$

3e MÉTHODE. — Le rapport entre le 1er capital et le 2e étant $\frac{45}{58}$, si le 2e capital était 58 fr., le 1er serait 45 fr.

L'intérêt du 1er serait $45 \times 0,04 \times \frac{19}{3}$ ou 11,40.

L'intérêt du 2e serait $58 \times 0,03 \times \frac{9}{2}$ ou 7,83.

Le rapport des deux intérêts doit être le même que celui de 11,40 à 7,83, c'est-à-dire de 1140 à 783.

Soit donc y l'intérêt du 2e capital, celui du 1er sera $y + 1071$. On aura la proportion

$$\frac{y}{y + 1071} = \frac{783}{1140} \text{ d'où } y = 2349 \text{ fr.}$$

L'intérêt du 1er capital sera............. $2349 + 1071 = 3420$ fr.

Les intérêts des deux capitaux étant ainsi connus, on trouvera facilement la valeur de chacun des deux capitaux.

494. *Un homme a placé un capital à intérêts simples; d'abord la moitié à 5 %, et 6 mois après l'autre moitié à 6 %. Trois ans et neuf mois après le 2e placement, on lui paye la totalité des intérêts, en lui donnant les 0,9 du poids en or et l'autre 10e en monnaie d'argent. La somme qui lui est ainsi payée pèse 42 kilogrammes 875 grammes. Calculer le total des intérêts et le capital.*

Brevet supérieur, Aspirants. — Poitiers, 1877.

1° *Calcul des intérêts.* — Cet homme a reçu :

en argent le 10e de $428,5^{gr}$, c'est-à-dire $487^{gr},5$;
en or.................. $4287^{gr},5 \times 9 = 38\,587^{gr},5$.

Valeur de 10^{gr} d'argent : 2 fr. — Valeur de 10^{gr} d'or : $2^f \times 15,5 = 31$ fr.

Valeur reçue en argent......... $2^f \times 428,75 = 857^f,50$
Valeur reçue en or....... $31^f \times 3858,75 = 119\,621^f,25$

Total des intérêts... $120\,478^f,75$.

2° *Calcul du capital.* — La 2e moitié du capital à 6 % est restée placée pendant 3 ans 9 mois ou $3^a\frac{3}{4}$, c'est-à-dire $\frac{15}{4}$ d'année.

La 1re moitié à 5 % est restée 6 mois de plus, c'est-à-dire pendant $\frac{17}{4}$ d'année.

Placées toutes deux à 1 %, elles produiraient chacune le même revenu en $\frac{1}{4}$ d'année; soit R ce revenu pour simplifier.

Au bout de $\frac{17}{4}$ d'année, la 1re produirait :

à 1 %, 17 R; à 5 %, 5 fois 17 R, c.-à-d. 85 R.

Au bout de $\frac{15}{4}$ d'année, la 2e produirait :

à 1 %, 15 R, à 6 %, 6 fois 15 R, c.-à-d. 90 R.

L'intérêt total vaut donc (85 + 90) fois R, c.-à-d. 175 R.

Par suite, l'intérêt de la moitié du capital à 1 %, et pour $\frac{1}{4}$ d'année est

$$120\,478^{f},75 : 175 = 688^{f},45.$$

L'intérêt de la moitié à 5 % sera :

pour 1 an......... $688^{f},45 \times 5 \times 4 = 13\,769$ fr.

L'intérêt de la moitié à 6 % est :

pour 1 an......... $688^{f},25 \times 6 \times 4 = 16\,522^{f},80$.

La moitié du capital qui était placée à 5 % vaut 20 fois son intérêt, c'est-à-dire......... $13\,769^{f} \times 20 = 275\,380$ fr.

Le capital est donc........ $275\,380^{f} \times 2 = 550\,760$ fr.

La vérification est facile à faire.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*, Problème 65.)

495. *Expliquer ce qu'on entend par le calcul des intérêts d'après la méthode des nombres et des diviseurs.*

Établir d'après cette méthode l'intérêt que prélèverait un banquier sur les cinq effets suivants escomptés aujourd'hui même (15 juillet) au taux de 5 % :

4500 *fr.*	*à l'échéance du*	25 *août.*
1300 *fr.*	—	30 *décembre.*
3450 *fr.*	—	5 *septembre.*
6490 *fr.*	—	15 *novembre.*
2645f,60	—	20 *octobre.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Douai, 1879.

La règle générale pour trouver l'intérêt i d'un capital c au taux t pour un nombre de jours n est exprimée par la formule

$$i = \frac{c \times t \times n}{36\,000}.$$

Pour les taux fréquemment employés : 6, 5, $4\frac{1}{2}$, 4 %, cette règle est susceptible d'une simplification, provenant de ce que 36 000 est divisible par chacun de ces taux.

En effet, si on supprime le facteur t au numérateur et qu'on divise 36 000 par le taux, on trouve :

$$\text{à } 6\ \% \quad i = \frac{c \times n}{6\,000} = \frac{c \times n}{100} : 60;$$

$$\text{à } 5\ \% \quad i = \frac{c \times n}{7200} = \frac{c \times n}{100} : 72;$$

$$\text{à } 4\tfrac{1}{2}\ \% \quad i = \frac{c \times n}{8000} = \frac{c \times n}{100} : 80;$$

$$\text{à } 4\ \% \quad i = \frac{c \times n}{9000} = \frac{c \times n}{100} : 90.$$

De là cette règle : *pour trouver l'intérêt d'un capital, on multiplie le capital par le nombre de jours; on prend la 100e partie de ce produit et on la divise : par 60 quand le taux est 6 %; par 72 quand le taux est 5 %; par 80 quand le taux est $4\frac{1}{2}$ %; par 90 quand le taux est 4 %.*

Le produit du capital multiplié par le nombre de jours est appelé *nombre* chez les banquiers.

Telle est la méthode des *nombres* et des *diviseurs fixes*, employée dans le calcul des intérêts. Appliquons-la au problème proposé.

Du 15 juillet il y a :

au 25 août 41 jours; au 5 sept. 52 jours;
au 20 oct. 97 jours; au 15 nov. 123 jours;
au 30 déc. 168 jours.

Au lieu de calculer séparément l'escompte pour chaque billet, c'est-à-dire de multiplier chaque billet par le nombre de jours et de diviser le produit par 7200, il revient au même d'additionner ensemble tous les *nombres* et de diviser leur somme par le diviseur 7200. Ces opérations sont indiquées dans le tableau suivant, nommé *bordereau d'escompte*[1].

1. On trouvera dans notre *Cours gradué d'arithmétique pour l'enseignement primaire* (*Degré supérieur*) l'exposé détaillé et complet de toutes les règles relatives à l'intérêt et à l'escompte avec des modèles de comptes-courants d'intérêt.

BORDEREAU des effets présentés à l'escompte à 5 °/₀ le 15 juillet par M. X....

Août........	25	4 500	41	184 500
Septembre..	5	3 450	52	179 400
Octobre.....	20	2 645, 60	97	256 623
Novembre ..	15	6 490	123	798 270
Décembre...	30	1 300	168	218 400
		18 385, 60		1637 173
	Esc. à 5 °/₀	227,38		Diviseur 72
	Net.......	18158, 22		

Dans la 5ᵉ colonne sont les *nombres* correspondant à chaque billet; au-dessous est leur total. En divisant le 100ᵉ de ce total par 72, on trouve pour l'escompte demandé 227ᶠ,38.

§ 2. — PROBLÈMES SUR LES INTÉRÊTS COMPOSÉS

496. *Que devient une somme de 6000 fr. au bout de 3 ans, si on laisse les intérêts s'accumuler, le taux étant 6 °/₀?*
Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1878.

A 6 °/₀, l'intérêt annuel de 1 franc est 0ᶠ,06.
Intérêt de 6000 fr. pendant la 1ʳᵉ année :

$$0^f,06 \times 6000 = 360 \text{ fr.}$$

Valeur du capital au bout de cette année................ 6360 fr.
Intérêt de 6360 fr. pendant la 2ᵉ année :

$$0^f,06 \times 6360 = 381^f,60.$$

Capital au bout de 2 ans.............6360ᶠ + 381ᶠ,60 = 6741ᶠ,60.
Intérêt de cette dernière somme pendant la 3ᵉ année :

$$0^f,06 \times 6741,6 = 404^f,496.$$

Capital au bout de 3 ans : 6741ᶠ,60 + 404ᶠ,496 = 7146ᶠ,096, c'est-à-dire 7146ᶠ,10.

Observation. — La marche qu'on a suivie est toute naturelle et à la portée de tous les candidats. Elle peut être remplacée par une règle plus commode, que nous allons exposer.

1 fr. au bout de 1 an à 6 °/₀ devient 1ᶠ,06.
6000 fr. vaudront 1ᶠ,06 × 6000.
De là cette 1ʳᵉ règle : *pour trouver la valeur acquise par un capital au bout de 1 an par l'augmentation de ses intérêts, on peut multiplier le capital par 1 augmenté de l'intérêt annuel de 1 franc.*

D'après cette règle, le capital 6000 × 1,05, placé au commencement de la 2ᵉ année, devient au bout de cette année

$$6000 \times 1,05 \times 1,05, \text{ c.-à-d. } 6000 \times 1,05^2.$$

Ce nouveau capital, placé au commencement de la 3ᵉ année devient au bout de cette année

$$6000 \times 1,05^2 \times 1,05, \text{ c.-à-d. } 6000 \times 1,05^3.$$

De là cette règle : *Pour trouver la valeur acquise par un capital placé à intérêts composés au bout d'un certain nombre d'années, il faut multiplier ce capital par 1 plus l'intérêt annuel de 1 franc élevé à une puissance d'un degré marqué par le nombre des années.*

497. *Calculer l'intérêt composé à 5 °/₀ et pour 3 ans d'une somme de 1200 fr., en indiquant l'approximation.*
Brevet supérieur. Aspirants. — Caen, 1879.

D'après la règle exposée précédemment, la valeur acquise par 1200 fr. au bout de 3 ans à 5 °/₀ est

$$1200^f \times 1,05^3.$$

On trouve :

$$1,05^3 = 1,157625.$$
$$1200 \times 1,157625 = 1389^f,15.$$

L'intérêt demandé est donc

$$1389^f,15 - 1200^f = 189^f,15.$$

Ce résultat est exact à moins d'un centime près.

498. *Quelle somme faut-il placer actuellement à 5 °/₀ pour tenir 10 000 francs au bout de 5 ans, en laissant les intérêts se pitaliser?*
Brevet supérieur. Aspirants. — Paris, 1876.

En multipliant par 1,05⁵ la somme demandée, on obtiendrait 10 000; donc on aura la somme en divisant 10 000 par 1,05⁵.
Or on a.. $1,05^5 = 1,276282.$
La somme est donc 10 000 : 1,276282 = 7835ᶠ,25.

499. *Une personne place une somme à 6 % à intérêts composés, pendant 3 ans. Au bout de ce temps, on lui rembourse 89 326f,20. Quel était le capital primitivement placé?*

Certificat d'études primaires complètes. — Alpes-Maritimes, 1880.

Au bout de la 1re année, 1 franc est devenu 1f,06.
Pendant la 2e année, 1f,06 est devenu $1^f,06 \times 1,06 = 1,06^2$.
Pendant la 3e année, $1^f,06^2$ est devenu $1,06^2 \times 1,06 = 1,06^3$.
On trouve $1,06^3 = 1,191016$.
Le capital primitif était donc

$$89\,326,20 : 1,191016 = 75\,000 \text{ fr.}$$

500. *Un capital inconnu, placé à intérêts composés à 5 % par an, s'est élevé à 564 921 fr. au bout de 3 ans et 4 mois. Quelle était la valeur de ce capital?*

Brevet supérieur. Aspirants. — Douai, 1879.

La valeur acquise par 1 franc au bout de 3 ans est

$$1,05^3 = 1^f,157625.$$

L'intérêt de cette somme pour les 4 mois suivants ou le tiers de l'année est

$$\frac{0^f,05 \times 1,1576}{3} = 0^f,019293.$$

En ajoutant cet intérêt à la valeur de $1,05^3$, on trouve :
Valeur de 1 fr. au bout de 3 ans 4 mois. .... 1f,176918.
Le capital primitif est égal à autant de francs que cette valeur de 1 fr. est contenue de fois dans 564 921. Ce capital est donc

$$\frac{564\,921}{1,176918} = 480\,000 \text{ fr.}$$

501. *Pour un tapis rectangulaire acheté au prix de 27f,50 le mètre carré, on aurait dû payer au bout de trois ans, y compris les intérêts composés à 5 % la somme de 275f,0517. La largeur du tapis étant les 2 tiers de sa longueur, calculer ses dimensions.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Juillet 1880.

La valeur de 1 fr. au bout de 3 ans à 5 % est

$$1,05^3 = 1,157625.$$

La valeur du tapis au moment de l'achat était donc

$$275,0517 : 1,157625 = 237^f,60.$$

Le nombre de mètres carrés de sa surface est

$$237,6 : 27,5 = 8^{mq},64.$$

Si on représente la longueur par x, la largeur est $\frac{2x}{3}$.

La surface est $x \times \frac{2x}{3}$ ou $\frac{2x^2}{3}$, c.-à-d. $\frac{2}{3}$ du carré de la longueur.

Les $\frac{2}{3}$ de x^2 sont 8,64 ; le $\frac{1}{3}$ de x^2 est 4,32.
On a donc... $x^2 = 4,32 \times 3 = 12,96$, et $x = \sqrt{12,96} = 3^m,60$.
La longueur a 3m,60; la largeur a 2m,40.

502. *A quel taux a été placé un capital de 20 000 fr., dont les intérêts composés se sont élevés au bout de 3 ans à 3152f,50?*

Brevet supérieur. Aspirants.

En désignant par r le revenu annuel de 1 franc, on doit avoir

$$20\,000 \times (1 + r)^3 = 23\,152,50.$$

En divisant les deux membres de cette égalité par 20 000, on obtient

$$(1 + r)^3 = \frac{23\,152,50}{20\,000} = 1,157625.$$

En prenant la racine cubique des deux membres, on trouve

$$1 + r = \sqrt[3]{1,157625},$$
$$1 + r = 1,05$$
$$r = 0,05.$$

Réponse. — Taux demandé, 5 %.

503. *Un oncle a deux neveux âgés l'un de 16 ans et l'autre de 18 ans. En mourant, il leur lègue une somme de 60 000 fr. qu'ils doivent se partager de telle sorte que chaque part, augmentée de ses intérêts composés à 5 %, prenne la même valeur quand le possesseur atteindra l'âge de 20 ans. Que revient-il à chacun?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Besançon, 1879.

La part du plus jeune restera placée pendant 4 ans et celle du plus âgé 2 ans. Si, pour plus de simplicité, on désigne la 1re part par x et la 2e par y, elles vaudront, d'après la règle,

$$x \times 1,05^4 \text{ et } y \times 1,05^2.$$

Ces sommes devant être égales, on peut écrire

$$x \times 1{,}05^4 = y \times 1{,}05^2.$$

Puis en divisant les deux membres par $1{,}05^2$ on obtient

$$x \times 1{,}05^2 = y, \text{ ou } \frac{x}{y} = \frac{1}{1{,}05^2}.$$

Ainsi les deux parts x et y sont proportionnelles aux nombres 1 et $1{,}05^2$. Or on trouve $1{,}05^2 = 1{,}1025$.

En appliquant la règle pour faire ce partage, on obtient :

$$1 + 1{,}1025 = 2{,}1025;$$

$$x = \frac{60\,000}{2{,}1025} \times 1 = 28\,537^{f},45 \text{ pour le cadet;}$$

$$y = \frac{60\,000}{2{,}1025} \times 1{,}1025 = 31\,462^{f},55. \text{ pour l'aîné.}$$

504. *Au taux de 4,5 °/₀, un capital prend, au bout de 2 ans 8 mois, capital et intérêts simples compris, une valeur de 6258 fr. Quel était ce capital?*

Si ce capital avait été placé pendant 3 ans à intérêts composés, quelle valeur aurait-il prise?

Brevet supérieur. Aspirants. — Dijon.

1° L'intérêt de 1 fr. pour 2 ans $\frac{2}{3}$ est

$$0^{f},045 \times 2 + 0^{f},045 \times \frac{2}{3} = 0^{f},12.$$

Le capital vaut autant de francs qu'il y a de fois $1^{f},12$ dans 6258 fr.

Ce capital est .... $6258 : 1{,}12 = 5587^{f},50$.

2° A intérêts composés, ce capital, au bout de 3 ans, devient :

$$5587^{f},50 \times 1{,}045^3 = 5587^{f},50 \times 1{,}141166.$$

La multiplication donne pour produit $6376^{f},26$.

505. *Les sommes déposées à la Caisse d'épargne produisent 3,5 °/₀ d'intérêt annuel. Trouver ce qu'un homme doit retirer de la Caisse 14 mois après un versement de 150 fr., les intérêts étant calculés tous les six mois et ajoutés chaque fois au capital pour produire avec lui de nouveaux intérêts.*

Certificat d'études primaires. — Neuilly, 1876.

D'abord 14 mois font 2 semestres et 2 mois.

L'intérêt de 1 franc au bout de 6 mois est $0^{f},0175$.

La valeur de 150 fr., au bout de 2 semestres, au taux semestriel $0^{f},0175$ sera

$$150 \times 1{,}0175^2 = 150 \times 1{,}035\,306\,25.$$

On trouve ensuite

$$150 \times 1{,}03530 = 155^{f},295,$$

avec une erreur moindre que 150 cent-millièmes, c'est-à-dire moindre que 1 centime.

L'intérêt de cette nouvelle somme pour 2 mois ou la 6ᵉ partie de l'année sera

$$\frac{0^{f},035 \times 155{,}295}{6} = \frac{5{,}435325}{6} = 0^{f},905$$

La somme à retirer au bout de 14 mois sera

$$155^{f},295 + 0^{f},905 = 156^{f},20.$$

TABLEAU des valeurs prises par un capital de 1 franc à intérêts composés aux taux de 3, 4, 5 et 6 °/₀, depuis 1 an jusqu'à 20 ans.

Années	3 °/₀	4 °/₀	5 °/₀	6 °/₀
1	1,030 000	1,040 000	1,050 000	1,060 000
2	1,060 900	1,081 600	1,102 500	1,123 600
3	1,092 727	1,124 864	1,157 625	1,191 016
4	1,125 509	1,169 859	1,215 506	1,262 477
5	1,159 274	1,216 653	1,276 282	1,338 226
6	1,194 052	1,265 319	1,340 096	1,418 519
7	1,229 874	1,315 932	1,407 100	1,503 630
8	1,266 770	1,368 569	1,477 455	1,593 848
9	1,304 773	1,423 312	1,551 328	1,689 479
10	1,343 916	1,480 244	1,628 895	1,790 848
11	1,384 234	1,539 454	1,710 339	1,898 299
12	1,425 761	1,601 032	1,795 856	2,012 196
13	1,468 534	1,665 074	1,885 649	2,132 928
14	1,512 590	1,731 676	1,979 932	2,260 904
15	1,557 967	1,800 944	2,078 928	2,396 558
16	1,604 706	1,872 981	2,182 875	2,540 352
17	1,652 848	1,947 900	2,292 018	2,692 773
18	1,702 433	2,025 817	2,406 619	2,854 339
19	1,753 506	2,106 849	2,526 950	3,025 600
20	1,806 111	2,191 123	2,653 298	3,207 135

CHAPITRE IX

PROBLÈMES SUR L'ESCOMPTE

On appelle *escompte* la diminution faite sur une somme payée comptant ou sur un billet payé avant l'échéance.

ESCOMPTE EN DEHORS. — L'escompte *en dehors*, autrement dit l'escompte *commercial*, d'une somme, n'est autre chose que l'intérêt que produirait cette somme depuis le jour du payement jusqu'à celui de l'échéance.

ESCOMPTE EN DEDANS. — Il n'est pas aussi facile de définir cet escompte que l'autre ; il vaut mieux dire ce que c'est qu'escompter par cette méthode.

Escompter une somme *en dedans*, c'est la remplacer par le capital qui, augmenté des intérêts qu'il produirait depuis le jour du payement jusqu'à celui de l'échéance, prendrait une valeur égale à cette somme.

On trouve ce capital en divisant la somme par 1 augmenté de l'intérêt de 1 fr. pendant le temps indiqué.

PROBLÈMES

506. *A combien reviennent 105 exemplaires d'un ouvrage qui vend $2^f,35$ l'exemplaire, si on donne 14 exemplaires pour 12 et l'on fait en même temps un escompte de 5 %?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Lyon, 1871.

Le nombre d'exemplaires à payer est égal à autant de fois 12 qu'il y a de fois 14 dans 105.

Ce nombre est $12 \times \frac{105}{14} = \frac{6 \times 105}{7} = 90$.

Le prix de 90 exemplaires est.. $2^f,35 \times 90 = 211^f,50$

L'escompte est un 20e de la somme ou........ $10^f,575$

Reste à payer... $200^f,93$.

507. *Calculer l'escompte usuel à 6 % de 9360 fr. pour 8 mois. Chercher ensuite le capital qui, augmenté de ses intérêts à 6 % pendant 8 mois, donne 9360 francs.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

1° Intérêt de 1 fr. pour 8 mois $\frac{0^f,06 \times 8}{12} = 0^f,04$.

Escompte de 9360 fr.................... $0^f,04 \times 9360 = 374^f,40$.

Capital après l'escompte........... $9360^f - 374^f,40 = 8985^f,60$.

2° 1 fr. a pris au bout de 8 mois une valeur de $1^f,04$.

Le capital qui a pris une valeur de 9360 fr. est

$$9360 : 1,04 = 9000 \text{ fr.}$$

508. *Le 4 janvier, un propriétaire livre à un acheteur 3 barriques de vin à 145 fr. la barrique. L'acheteur remet au propriétaire un billet à escompter de 450 fr. dont l'échéance est au 1er octobre et veut payer le reste en espèces. Quel sera le montant de ce payement, l'escompte étant à 6 % et pris en dehors ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

Le prix d'achat est.......................... $145 \times 3 = 435$ fr.

Du 4 janvier au 1er octobre, il y a 270 jours.

L'escompte du billet pour 270^j à 6 % est

$$\frac{450 \times 270}{6000} = \frac{405}{20} = 20^f,25.$$

La valeur du billet au 4 janvier est $450 - 20,25 = 429^f,75$.

Somme à donner en espèces...... $435 - 429,75 = 5^f,25$.

509. *Un marchand a acheté pour 2560 fr. de marchandises à payer dans un an, ou avec une remise de 4 % par an, s'il paye plus tôt. Quelque temps après, il se libère en donnant $2480^f,64$. Au bout de combien de mois et de jours a-t-il fait ce payement?*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

La remise faite est égale à.......... $2560^f - 2480^f,64 = 79^f,36$.

La remise pour 1 an serait............. $0^f,04 \times 2560 = 102^f,40$.

La remise pour 1 jour égale $\frac{102,4}{360} = \frac{2,56}{9}$.

Le nombre de jours cherché est donc $79,36 : \frac{2,56}{9} = 279$ jours.

510. *Un fabricant pourrait vendre au comptant, avec escompte de 2,5 °/₀, quatre pièces de coutil de 86 mètres chacune à $1^f,20$ le mètre, et deux pièces de coutil de $88^m,20$ chacune à $1^f,25$ le mètre. Il refuse, et le soir il est obligé de les donner pour $1^f,15$ en moyenne. Quelle est sa perte?*

Certificat d'études primaires. — Vosges, 1879.

Longueur des 4 premières pièces.. $86^m \times 4 = 344^m$
Longueur des 2 autres pièces... $88^m,2 \times 2 = 176^m,4$
Longueur totale... $520^m,4$.
344^m à $1^f,20$ produiraient...... $1,20 \times 344 = 412^f,80$
$176^m,4$ à $1^f,25$ produiraient... $1,25 \times 176,4 = 220^f,50$
Total... $633^f,30$.
Escompte de 2,5 °/₀ sur ce total. $0,025 \times 633,3 =$ $15^f,83$.
Produit net de la 1re vente $617^f,47$.
Nombre total de mètres, $344 + 176,4 = 520^m,4$.
Produit de la 2e vente, $1,15 \times 520,4 = 598^f,46$.
Perte : $617,47 - 598,46 = 19^f,01$.

511. *Une personne achète de la toile pour faire 4 douzaines et demie de chemises. Il faut $3^m,25$ de toile pour une chemise, et la couturière demande $1^f,40$ de façon. Quel sera le montant de la dépense, si la toile coûte $1^f,85$ le mètre, et si l'on obtient, en payant comptant, un escompte de $3^f,75$ °/₀?*

Concours cantonal d'Arpajon. — Mars 1878.

Nombre de chemises à faire, $12 \times 4 + 6 = 54$.
Nombre de mètres à acheter, $3^m,25 \times 54 = 175^m,50$.
Prix d'achat......................... $1^f,85 \times 175,5 = 324^f,675$.
Escompte de $0^f,0375$ par franc.... $0^f,0375 \times 324,675 =$ $12^f,175$.
Prix net d'achat.. $312^f,50$.
Prix de la façon......................... $1^f,40 \times 54 =$ $75^f,60$.
Dépense totale...... $388^f,10$.

512. *Une personne fait escompter par un banquier un billet de $674^f,40$ payable dans 10 mois; elle reçoit $637^f,87$. Quel était le taux de l'escompte?*

Concours pour l'emploi d'élèves-maîtres. — Paris, 1877.

Le montant de l'escompte est....... $674^f,40 - 637^f,87 = 36^f,53$.
Ce montant est l'intérêt de $674^f,40$ pour 10 mois.

L'intérêt de ce capital pour 1 mois serait................ $3^f,653$.
Pour 1 an, il est........................ $3^f,653 \times 12 = 43^f,836$.
En 1 an, 1 fr. produirait $43^f,836 : 674,4$.
100 fr. produiraient.................... $4383^f,6 : 674,4 = 6^f,50$.

Réponse. — Le taux était 6,50 °/₀.

513. *Un homme a un billet de 1270 fr. payable dans 8 mois; il le fait escompter par un banquier qui lui donne 1225 francs. Quel est le taux de l'escompte?*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1878.

Montant de l'escompte .... $1270^f - 1225^f = 45$ fr.
Intérêt de 1270^f pour 12 mois $\frac{45^f \times 12}{8} = 67^f,50$.
Intérêt de 100 fr. pour 1 an................. $67,5 : 12,7 = 5,315$.

Réponse. — Taux de l'escompte 5,315 °/₀.

514. *Un effet de commerce, escompté 3 mois avant son échéance au taux de 6 °/₀ par la méthode de l'escompte en dehors, est réduit à 3546 fr. Quelle était la valeur nominale du titre?*

Brevet supérieur. Aspirants. — Besançon, 1876.

L'intérêt de 1 fr. pour 3 mois est le quart de $0^f,06$, c.-à-d. $0^f,015$.
1 fr. escompté pour 3 mois se réduit à $1^f - 0^f,015 = 0^f,985$.
La valeur nominale du billet est égale à autant de francs qu'il y a de fois $0^f,985$ dans 3546 fr. Elle est donc égale à

$$3546 : 0,985 = 3600 \text{ fr.}$$

515. *On propose d'escompter un billet de 2 450 fr. payable dans 38 jours. L'escompte est l'escompte commercial à 6 °/₀; de plus le banquier prélève $\frac{1}{4}$ °/₀ pour commission et $\frac{1}{10}$ °/₀ pour frais de correspondance. Trouver le taux réel de l'escompte par an?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Douai, 1876.

1° Escompte pour 38 jours........ $\frac{2450 \times 38}{6000} = 15^f,516$
$\frac{1}{4} + \frac{1}{10}$ ou $\frac{7}{20}$ °/₀ sur le billet ... $\frac{7}{20} \times 24,5 =$ $8^f,575$
Total... $24^f,091$.
Somme à recevoir $2450^f - 24^f,09 = 2425^f,91$.

2° $\frac{7}{20}$ °/₀ pour 38 jours feraient pour 1 jour........ $\frac{7}{20 \times 38}$:

pour 1 an.......................... $\frac{7 \times 360}{20 \times 38} = \frac{7 \times 9}{19} = 3,315.$

Le taux réel d'escompte serait donc

$$6 + 3,315 = 9,315\ \%\ \text{par an.}$$

516. *On escompte à 4,5 % les trois billets suivants : le 1er de 1 550 fr. payable dans 6 mois 20 jours ; le 2e de 1 990 fr. payable dans 3 mois 10 jours ; le 3e de 2480 fr. payable dans 5 mois 25 jours. Que recevra-t-on ? L'année est de 360 jours.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Aix, 1876.

Les trois billets sont :

1550f payables dans 6 mois 20 jours ou 200 jours ;
1990f payables dans 3 mois 10 jours ou 100j ;
2480f payables dans 5 mois 25 jours ou 175j.

Pour avoir l'escompte, c'est-à-dire l'intérêt à 4,5 %, on multiplie le capital par le nombre de jours et on divise le produit par 8000.

Mais, au lieu de multiplier chaque billet par le nombre de jours correspondant, de diviser le produit par 8000, et d'additionner ensuite les trois quotients, on peut additionner les trois produits et diviser leur somme par 8000.

On fera donc les calculs suivants :

$$\begin{array}{rrcl} & 1550 & \times\ 200 = & 310\,000 \\ & 1990 & \times\ 100 = & 199\,000 \\ & 2480 & \times\ 175 = & 434\,000 \\ \hline \text{Total} & 6020 & & 943\,000. \end{array}$$

Montant de l'escompte.............. $\frac{943\,000}{8\,000} = \frac{943}{8} = 117,875.$

A recevoir $6020^f - 117^f,87 = 5902^f,13$.

517. *Un billet de 4500 fr. est payable le 15 juillet 1880, mais on veut le toucher le 5 mai de la même année. On le présente à un banquier qui l'escompte à 6 % et prend en outre $\frac{3}{4}$ % de commission sur la valeur nominale du billet. Quelle somme reçoit-on ?*

L'année est de 360 jours ; on compte le 5 mai et non le 15 juillet.

Concours cantonaux. — Seine-Inférieure.

Du 5 mai au 15 juillet il y a : $27 + 30 + 14 = 71$ jours.
L'escompte de 4500f pour 71 jours est

$$\frac{4500 \times 71}{36000} = \frac{3195}{60} = 53^f,25.$$

La commission de $0^f,75$ par 100 fr. est.... $0^f,75 \times 45 = 33^f,75$
La retenue est égale à.................. $53^f,25 + 33^f,75 = 87$ fr.
Somme reçue $4500^f - 87^f = 4413$ francs.

518. *Un effet de commerce payable à 36 jours a été présenté à un banquier qui, outre l'escompte à 6 %, a prélevé une commission de $\frac{1}{2}$ %. Le banquier a payé $2749^f,42$. Quelle était la somme portée sur le billet.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Besançon, 1877.

36 jours étant la 10e partie de l'année, le taux de 6 % par an revient à 0,6 % pour 36 jours.

En y ajoutant 0,5 % de commission, on a pour le taux total de l'escompte.. $0,6 + 0,5 = 1,1$.

Sur 1 franc l'escompte serait de $0^f,011$.

1 fr. se réduirait par l'escompte à.......... $1 - 0,011 = 0^f,989$.

Le billet portait autant de francs qu'il y a de fois $0^f,989$ dans $2749^f,42$. Le montant du billet était donc

$$2749,42 : 0,989 = 2780\ \text{fr.}$$

519. *Une personne ne peut s'acquitter immédiatement d'une dette qu'elle doit payer aujourd'hui. Son créancier accepte un billet de 12 600 fr. payable dans 10 mois et dans lequel on a tenu compte des intérêts à 6 % pour le retard. Quelle est la somme que doit actuellement cette personne ?*

Que recevra en espèces le créancier, s'il fait escompter aujourd'hui ce billet à 6 % par l'escompte en dehors ?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

1° A 6 % l'intérêt de 1 franc en 1 mois est un demi-centime.

En 10 mois, il sera de 5 centimes.

Ainsi pour 1 franc payable aujourd'hui on devrait donner dans 10 mois $1^f,05$.

La dette actuelle contient donc autant de francs qu'il y a de fois $1^f,05$ dans 12600^f. Cette dette est

$$12600^f : 1,05 = 12000\ \text{fr.}$$

2° L'escompte prélevé sur le billet de 12600 fr. pour 10 mois est

$$5^f \times 126 = 630\ \text{fr.}$$

Le créancier recevra donc après l'escompte

$$12600^f - 630^f = 11970\ \text{fr.}$$

520. *On fait escompter au taux de 6 % un billet payable dans 2 mois et demi et on reçoit du banquier 625f,75. Quelle est la valeur nominale du billet, d'après l'escompte en dedans et d'après l'escompte en dehors?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1880.

1° *Escompte en dedans.* — La valeur actuelle 625f,75, augmentée de son intérêt à 6 % pour 2 mois et demi, c'est-à-dire pour 75 jours doit égaler la valeur nominale du billet.

L'intérêt de 625f,75 pour 75 jours à 6 % est

$$\frac{625^f,75 \times 75}{6000} = 7^f,82.$$

La valeur nominale du billet était

$$625^f,75 + 7^f,82 = 633^f,57.$$

2° *Escompte en dehors.* — L'intérêt de 1 fr. pour 75j à 6 % est

$$\frac{1 \times 75}{6000} = [illegible]$$

Un billet de 1 fr. se réduirait par l'escompte en dehors à

$$1^f - 0^f,0125 = 0^f,9875.$$

Autant de fois il y a 0f,9875 dans 625f,75, autant il y a de fois 1 franc dans le billet escompté.

La valeur nominale du billet est donc

$$625,75 : 0,9875 = 633^f,67.$$

521. *Escompter un billet de 1500 fr. payable dans 3 mois 15 jours, le taux de l'intérêt étant de 4 %.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Caen, 1879.

1° *Escompte en dehors.* — L'intérêt de 100 fr. à 4 % pour 3 mois et demi ou $\frac{7}{2}$ mois est.......................... $\frac{4}{12} \times \frac{7}{2} = \frac{7}{6}$ fr.

L'escompte de 1500 fr. sera

$$\frac{7}{6} \times 15 = \frac{105}{6} = 17^f,50.$$

Le billet se réduit à 1500f — 17f,50 = 1482f,50.

2° *Escompte en dedans.* — L'intérêt de 1 franc est $\frac{7^f}{600}$.

La somme cherchée est donc, d'après la règle (page 254),

$$\frac{1500}{1 + \frac{7}{600}} = \frac{1500 \times 600}{600 + 7} = \frac{900\,000}{607} = 1482^f,70.$$

522. *Une personne a un billet de 1500 fr. payable le 1er septembre 1880; ayant besoin d'argent, elle le porte le 1er juin chez un banquier qui le lui paye immédiatement. Calculer la somme qu'elle reçoit : 1° l'escompte usuel étant pris à 6 %; 2° l'escompte étant pris par la méthode en dedans. On comptera le nombre réel de jours du 1er juin au 1er septembre, mais l'un de ces deux jours seulement et l'année de 360 jours.*

Certificat d'études primaires. — Paris.

1° *Escompte usuel.* — Du 1er juin au 1er septembre : 92 jours.

Intérêt de 1500f à 6 % pour 1 an............ $6^f \times 15 = 90$ fr.

Intérêt pour 92 jours $\frac{90 \times 92}{360} = \frac{92}{4} = 23$ fr.

Somme payée par le banquier........... 1500 — 23 = 1477 fr.

2° *Escompte en dedans.* — L'intérêt de 1f pour 92 jours est

$$\frac{0,06 \times 92}{360} = \frac{0,046}{3}.$$

La somme donnée par le banquier sera

$$\frac{1500}{1 + \frac{0,046}{3}} = \frac{1500 \times 3}{3 + 0,046} = \frac{4500}{3,046} = 1477,347.$$

Par l'escompte en dedans, on recevrait 1477f,35.

523. *Quelqu'un a fait des emplettes dans un magasin qui accorde un escompte de 5 %. Il a acheté : 6m,85 de flanelle à 5f,40 le mètre; une cravate de soie du prix de 8f,75; pour 8f,25 de mérinos à 3f,35 le mètre et une certaine quantité de drap au prix de 17f,45 le mètre. Il a donné comptant un billet de 200 fr. et on lui a rendu 15f,50. Trouver la quantité de drap achetée.*

Certificat d'études primaires. — Aisne, 1877.

Prix de la flanelle............. $5^f,40 \times 6,85 = 36^f,99$
Prix de la cravate.............................. 8f,75
Prix du mérinos.............................. 8f,25

Total pour ces trois objets. 53f,990.

Réduction de 5 % ou du 20e..... 53,99 : 20 = 2f,699

Somme payée pour ces trois objets. 51f,291.

Total donné au marchand, $200^f - 15^f,50 = 184^f,50$

Somme payée pour le drap, $184^f,50 - 51^f,29 = 133^f,21$.

Par l'escompte 1 fr. se réduit à $0^f,95$.

Le prix du drap avant la réduction était égal au nombre de fois que $0^f,95$ sont contenus dans $133^f,21$. Ce prix était

$$133,21 : 0,95 = 140^f,22.$$

Le nombre de mètres achetés est $140,22 : 17,45 = 8^m,03$.

524. *Un marchand a acheté 11 922^{kg},8 d'huile de colza au prix de 62 fr. l'hectolitre. Il paye comptant et on lui fait un escompte de 7 °/₀. Il revend les $\frac{5}{6}$ de l'huile au prix de 73 fr. les 100 kilogrammes et le reste en bloc pour 1890 fr. Calculer son bénéfice. Le litre d'huile pèse 913 grammes.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Aix, 1878.

L'hectolitre d'huile pèse.................... $913^{gr} \times 100 = 91^{kg},3$

Le nombre d'hectolitre achetés est $\frac{11\,922,8}{91,3} = 130^{hl},589$.

L'achat a coûté............ $62^f \times 130,589 = 8096^f,518$

L'escompte est............ $0^f,07 \times 8096,5 = 566^f,755$

Somme déboursée pour l'achat. $7529^f,76$.

Les $\frac{5}{6}$ de l'huile achetée pèsent :

$$11\,922^{kg},8 \times \frac{5}{6} = \frac{59\,614}{6} = 9935^{kg},666.$$

La vente de ce poids a produit :

$$73^f \times 99,3566 = 7253^f,03$$

La vente du reste a produit.................. $1890^f,00$

Produit de la vente totale..... $9143^f,03$

Dépense pour l'achat.............................. $7529^f,76$

Bénéfice du marchand..... $1613^f,27$.

525. *Un commerçant a acheté des marchandises pour 1780 fr. Il paye comptant et profite d'un escompte de 3 °/₀ ; puis, 4 mois après, il vend à 2 mois de crédit les mêmes marchandises pour 1980 fr. Les frais de magasinage, payés le jour où il a vendu ses marchandises, étaient de 20 fr. Combien a-t-il gagné pour cent, si l'on tient compte de l'intérêt de son argent à 6 °/₀ ?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Sur 1780 fr. la remise de 3 °/₀ est........ $0,03 \times 1780 = 53^f,40$.

La somme payée comptant est........ $1780 - 53,40 = 1726^f,60$.

L'intérêt de cette somme à 6 °/₀, pour 4 mois plus 2 mois, c'est-à-dire pour 6 mois, est .... $\frac{0,06 \times 1726,6}{2} = 51^f,80$

L'intérêt des 20 fr. de magasinage pour 2 mois est [illegible] $= 0^f,20$.

La dépense totale jusqu'au jour de la vente est :

$$1726^f,60 + 51^f,80 + 0^f,20 + 20^f = 1798^f,60.$$

Le bénéfice total est donc........... $1980 - 1798,60 = 181^f,40$.

Le bénéfice pour 100 est $\frac{181,4 \times 100}{1798,6} = 10,09$.

526. *Un négociant achète 18 barils d'huile, pesant ensemble 1350 kilogr. poids net, à raison de 105^f,40 les 100 kilogrammes, payables dans 6 mois, mais avec la faculté de faire des avances de payement avec 7 °/₀ d'escompte par an.*

Il donne 800 francs 45 jours après l'achat; puis il solde le reste quelque temps après en donnant 587^f,70. On demande de combien de jours il a dû avancer ce dernier payement.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1878.

Le nombre des barils est inutile à la résolution du problème.

Le prix des 1350^{kgr} est .... $105,4 \times 13,5 = 1422^f,90$.

Le payement des 800^f est devancé de

$$[illegible] - 45^j = 135 \text{ jours.}$$

L'intérêt de ces 800^f pour 135 jours serait :

$$\frac{800 \times [illegible] \times 135}{36\,000} = \frac{56 \times 15}{40} = 21 \text{ fr.}$$

L'acheteur, en donnant 800^f au bout de 45 jours, paye en réalité à l'échéance des six mois 821 fr.

A ce moment il redoit................ $1422,90 - 821 = 601^f,90$.

Or il solde avec une somme de $587^f,70$.

L'escompte est donc .... $601,90 - 587,70 = 14^f,20$.

Pour 1 jour l'escompte sur 1 franc serait $\frac{0,07}{360}$

Pour 1 jour sur $601^f,90$ il serait .... $\frac{0,07 \times 601,9}{360} = \frac{4,2133}{36}$.

Le nombre de jours cherché sera égal au nombre de fois que cet escompte sera contenu dans $14^f,20$. Il est donc :

$$14,2 : \frac{4,2133}{36} = \frac{14,2 \times 36}{4,2133} = [illegible]$$

Réponse. — Le dernier payement a été fait 121 jours avant le terme, 14 jours après le premier payement.

527. *Un minotier a acheté 785 hectolitres de blé à raison de 28f,70 les 80 kilogr. Vérification faite, on trouve que l'hectolitre pesé 78 kilogr. L'acheteur donne, argent comptant, 12 500 fr. et solde le reste en billets à ordre, payables à 5 mois de date. Quel devra être le montant du total de ces billets, pour que leur valeur actuelle complète la somme due pour tout le blé acheté?*

On emploiera l'escompte en dehors au taux de 6 % par an.

Brevet supérieur. Aspirants. — Poitiers, 1871.

Nombre de kilogr. de blé achetés....... $78^{kg} \times 785 = 61\,230^{kg}$.

Prix du kilogramme........................... $\frac{28^f{,}7}{80} = \frac{2^f{,}87}{8}$.

Prix d'achat, $\frac{2^f{,}87}{8} \times 61\,230 = 21\,966^f{,}26$.

Valeur à payer en billets...... $21\,966^f{,}26 - 12\,500^f = 9466^f{,}26$.

L'intérêt de 1^f à 6 % pour 5 mois est $\frac{0{,}06}{12} \times 5 = 0^f{,}025$

Par l'escompte en dehors, 1^f payable dans 5 mois se réduit actuellement à .... $1^f - 0^f{,}025 = 0^f{,}975$.

Autant de fois il y aura $0^f{,}975$ dans $9466^f{,}26$ autant de francs il y aura dans la valeur actuelle des billets.

Ce montant sera $9466{,}26 : 0{,}975 = 9708^f{,}98$.

528. *Trouver la valeur nominale d'un billet qui est payable dans 96 jours, en sachant que la différence entre l'escompte en dehors et l'escompte en dedans à 6 % est aujourd'hui de $1^f{,}28$.*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

L'intérêt de 100^f pour 96 jours à 6 % est

$$\frac{100 \times 96}{6000} = 1^f{,}60.$$

Soit donc un billet de $101^f{,}60$ payable dans 96 jours

L'escompte en dedans de ce ce billet est $1^f{,}60$

L'escompte en dehors est l'intérêt de $101^f{,}60$ pour 96 jours, c.-à-d.

$$\frac{1^f{,}60 \times 101{,}6}{100} = 1^f{,}6256.$$

La différence des escomptes d'un billet de $101^f{,}60$ est

$$1^f{,}6256 - 1^f{,}60 = 0^f{,}0256.$$

Autant de fois cette différence est contenue dans $1^f{,}28$, autant de fois il y aura $101^f{,}60$ dans le montant du billet cherché.

Or on trouve................................ $1^f{,}28 : 0{,}0256 = 50$.

Le billet est donc .... $101^f{,}60 \times 50 = 5080$ fr.

529. *Un billet payable dans 70 jours, escompté aujourd'hui à 6 %, vaudrait $1257^f{,}35$. On demande :*

1° *Quelle est la somme énoncée sur le billet ;*

2° *Quelle serait sa valeur actuelle, si l'échéance était reportée à 90 jours au lieu de 70, sans changer la somme énoncée ;*

3° *A quel taux ce billet devrait-il être escompté, en portant l'échéance à 90 jours, pour se réduire à la même valeur $1257^f{,}35$.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1881.

Faute d'indication, nous prendrons l'escompte commercial.

1° L'intérêt de 1^f pour 70 jours à 6 % est $\frac{1 \times 70}{6000} = \frac{7^f}{600}$.

Une somme de 1^f escomptée pour ce temps se réduirait à

$$1 - \frac{7}{600} = \frac{600 - 7}{600} = \frac{5{,}93}{6}.$$

Autant de fois cette somme réduite sera contenue dans $1257^f{,}35$ autant il y aura de francs dans le montant du billet.

Ce montant est $1257{,}35 : \frac{5{,}93}{6} = \frac{125\,735 \times 6}{593} = 1272^f{,}19$

2° L'échéance, au lieu de 70 jours, est à 90 jours ou $\frac{1}{4}$ d'année.

L'intérêt de 1^f à 6 % pour 90 jours est...... $0{,}06 : 4 = 0^f{,}015$.

L'escompte du billet de $1272^f{,}19$ à 6 % pour 90 jours sera

$$0^f{,}015 \times 1272{,}19 = 19^f{,}08.$$

La valeur actuelle du billet serait donc

$$1272{,}19 - 19{,}08 = 1253^f{,}11.$$

3° Le montant du billet est.......................... $1272^f{,}19$

Sa valeur après l'escompte est....................... $1257^f{,}35$

Le montant de l'escompte est donc....... $14^f{,}84$.

Ce montant est l'intérêt de $1272^f{,}19$ pour un quart d'année.

Pour un an l'intérêt serait................ $14^f{,}84 \times 4 = 59^f{,}36$.

L'intérêt de 1^f serait.............................. $59{,}36 : 1272{,}19$.

L'intérêt de 100^f vaudra 100 fois autant. Le taux est donc

$$\frac{59,36 \times 100}{1272,19} = \frac{593\,600}{127\,219} = 4,665.$$

530. *Un homme a un billet de 1800 fr. à payer le 18 juillet prochain. Le 7 mai, il offre de s'acquitter en donnant : un billet de 500 fr. payable le 25 mai ; un autre billet de 600 fr. payable le 4 septembre et le reste comptant en argent. Quel sera le montant de ce reste, l'escompte étant calculé en dehors à 6 °/₀ ?*

Brevet supérieur. Aspirantes.

Du 7 mai au 18 juillet, il y a 72 jours ou un 5^e d'année.
L'escompte sur 1800^f à 6 °/₀ pour 72 jours est

$$\frac{6^f \times 18}{5} = \frac{108}{5} = 21^f,60.$$

Au 7 mai le billet de 1800^f se réduit par l'escompte à

$$1800^f - 21^f,60 = 1778^f,40.$$

Du 7 mai il y a : 18 jours au 25 mai ; 120 jours au 4 septembre.

L'escompte de 500^f pour 18^j est............ $\frac{500 \times 18}{6000} = 1^f,50.$

L'escompte de 600^f pour 120^j est.......... $\frac{600 \times 120}{6000} = 12$ fr.

Le billet de 500^f est réduit à $500 - 1,50 = 498^f,50$
Le billet de 600^f à.............. $600 - 12 = 588^f,00$
Total des deux billets après l'escompte... $1086^f,50.$

Reste à payer : $1778^f,40 - 1086^f,50 = 691^f,90.$

531. *Trois billets, l'un de 500 fr. à 49 jours d'échéance, le 2^e de 1224 fr. à 62 jours d'échéance, le 3^e de 915 fr. à 30 jours d'échéance, sont présentés à l'escompte par un négociant, et on lui paye en tout $2612^f,96$. Quel est le taux de l'escompte ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Dijon, 1876.

Total des 3 billets............. $500^f + 1224^f + 915^f = 2639$ fr.
Escompte retenu.................... $2639^f - 2612^f,96 = 26^f,04.$
Au taux de 1 °/₀, l'escompte aurait été :

sur 500^f à 49^j.............. $\frac{500 \times 49}{36\,000} = \frac{245}{360} = 0^f,680$

sur 1224^f à 62^j.......... $\frac{1224 \times 62}{36\,000} = \frac{4216}{2000} = 2^f,108$

sur 915^f à 30^j............ $\frac{915 \times 30}{36\,000} = \frac{915}{1200} = 0^f,762$

Total... $3^f,550$

Autant de fois il y aura $3^f,55$ dans $26^f,04$, autant il y aura de fois 1 dans le taux cherché.
Ce taux est................................ $26,04 : 3,55 = 7,33.$

532. *On a fait escompter trois billets (escompte commercial). Le 1^{er} à 5,40 °/₀, payable dans 48 jours, a produit $23^f,50$ d'escompte ; le 2^e de 2575 fr. payable dans 68 jours, a été escompté à $6\frac{2}{3}$ °/₀ ; le 3^e de 4832 fr., payable dans 72 jours, a donné $48^f,40$ d'escompte. Trouver le montant du 1^{er} billet, l'escompte du 2^e et le taux d'escompte du 3^e.*

Concours pour les bourses des écoles supérieures de Paris. — 1878.

L'escompte commercial n'étant autre chose que l'intérêt de la somme portée sur le billet, on peut appliquer ici pour les trois parties du problème la formule des intérêts simples :

$$i = \frac{c \times t \times n}{36\,000}.$$

En multipliant les deux membres par 36 000, on a d'abord

$$36\,000 \times i = c \times t \times n.$$

1° On a pour le montant c du 1^{er} billet :

$$c = \frac{36\,000 \times i}{t \times n} = \frac{36\,000 \times 23,5}{5,4 \times 48} = 3263^f,92.$$

2° On a pour l'escompte i du 2^e billet :

$$i = \frac{c \times t \times n}{36\,000} = \frac{2575 \times 68 \times \frac{20}{3}}{36\,000} = \frac{25,75 \times 68}{18 \times 3} = 32^f,42.$$

3° On a pour le taux t du 3^e billet :

$$t = \frac{36\,000 \times i}{c \times n} = \frac{36\,000 \times 48,4}{4832 \times 72} = 5$$

533. *On présente à l'escompte deux billets payables dans 45 jours et dont l'un surpasse l'autre de 1500 fr. ; on reçoit 5955 fr. Le taux de l'escompte étant 6 °/₀, calculer le montant de chaque billet.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Rennes, 1879.

1re MÉTHODE. — Les deux billets peuvent être regardés comme formant trois billets : l'un de 1500f et deux autres billets égaux dont le montant est inconnu.

L'escompte sur 1500f a été................ $\frac{1500 \times 45}{6000} = 11^f,25.$

Les 1500f se sont réduits à........... $1500 - 11,25 = 1488^f,75.$

Il reste pour les 2 billets égaux.... $5955 - 1488,75 = 4466^f,25.$

Chacun après l'escompte vaut......... $4466,25 : 2 = 2233^f,125.$

Or l'intérêt de 1f pour 45 jours est......... $\frac{1 \times 45}{6000} = 0^f,0075.$

1f par l'escompte se réduirait à......... $1 - 0^f0075 = 0^f,9925$

Le montant d'un billet est donc $2233,125 : 0,9925 = 2250$ fr

Réponse. — 1er billet, 2250 fr. — 2e billet, 3750 fr.

2e MÉTHODE. — L'escompte de 1f pour 45 jours à 6 °/₀ est 0f,0075.

Par l'escompte, 1f se réduit à............ $1 - 0,0075 = 0^f,9925$

Le total des deux billets contient autant de francs qu'il y a de fois 0f,9925 dans 5955f. Ce total est donc

$$5955 : 0,9925 = 6000^f.$$

Le double du plus petit est.............. $6000 - 1500 = 4500^f.$

Le plus petit est.. $2250^f.$

534. *Un marchand a souscrit deux billets, l'un de 4560 fr. payable dans 8 mois et l'autre de 3620 fr. payable dans 10 mois. Le même jour, le créancier consent à recevoir pour payement complet un titre de rentes 5 °/₀ de 380 fr., après avoir escompté le 1er billet à 6 °/₀ et le 2e à 5 °/₀. Calculer quel était le cours de la rente ce jour-là.*

Diplôme de fin d'études. — Angers, 1875.

L'escompte du 1er billet était

$$6^f \times 45,6 \times \frac{8}{12} = 45,6 \times 4 = 182^f,40.$$

L'escompte du 2e billet était

$$5^f \times 36,2 \times \frac{10}{12} = \frac{181 \times 5}{6} = 150^f,83.$$

Le total de ces deux escomptes est...................... 333f,23.

Le total des deux billets était

$$4560^f + 3620^f = 8180 \text{ fr.}$$

La somme payée au banquier le jour de l'escompte était

$$8180^f - 333^f,23 = 7846^f,77.$$

Ainsi 380f de rente coûtaient 7846f,77.

1f de rente aurait coûté 7846f,77 : 380.

5f de rente coûtaient donc

$$\frac{7846,77 \times 5}{380} = 103^f,24.$$

Réponse. — Le cours du 5 °/₀ était 103f,25.

535. *Un billet de 951 fr. a été échangé contre un autre billet de 701 fr. payable dans 3 ans 10 jours. L'escompte en dehors a été calculé à 4 °/₀. Le porteur du 2e billet a dû donner, en outre, 234f,21 pour recevoir le billet de 951 fr. Trouver l'époque de l'échéance de ce dernier billet.*

Brevet supérieur. Aspirants.

D'abord 3 ans 10 jours font $360^j \times 3 + 10^j = 1090$ jours

L'escompte du billet de 701f est......... $\frac{701 \times 1090}{9000} = 84^f,90.$

Par l'escompte, il se réduit à........... $701 - 84,90 = 616^f,10.$

Au moment de l'échange, le porteur de ce billet donne

$$616^f,10 + 234^f,21 = 850^f,31.$$

Cette somme est la valeur à laquelle se réduit l'autre billet.

L'escompte de ce billet est donc $951 - 850,31 = 100^f,69.$

Il s'agit maintenant de chercher le temps au bout duquel 951f produisent un intérêt de 100f,69.

En appliquant la règle, on trouve en jours

$$n = \frac{9000 \times 100,69}{951} = 953 \text{ c.-à-d. 2 ans 233 jours}$$

536. *On veut éteindre une dette de 3310f,12 payable dans 3 ans, à l'aide de trois versements égaux qui auraient lieu à la fin de chaque année. Quel sera le montant de chaque versement, le taux de l'intérêt étant 5 °/₀ et l'escompte étant pris en dehors ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Nancy, 1871.

L'intérêt de 1f au taux de 5 °/₀ est :

0f,05 pour 1 an ; 0f,10 pour 2 ans ; 0f,15 pour 3 ans.

Par l'escompte en dehors aujourd'hui :

1^f payable dans 1 an	se réduit à	....	$0^f,95$
1^f — 2 ans	—	....	$0^f,90$
1^f — 3 ans	—	....	$0^f,85$
		Total...	[illegible]

La somme de $3310^f,12$ payable dans 3 ans se réduit aussi aujourd'hui par l'escompte à

$$0^f,85 \times 3310,12 = 2813^f,60.$$

Le montant de chaque billet sera d'autant de francs qu'il y a de fois $2^f,70$ dans $2813^f,60$.
Ce montant est...................... $2813,60 : 2,70 = 1042^f,07$.

537. *Un homme qui doit payer aujourd'hui une somme de 2000 fr. offre à son créancier de s'acquitter en lui donnant trois billets égaux payables, le 1^er^ à 3 mois, le 2^e^ à 6 mois, le 3^e^ à 9 mois. Calculer le montant de ces trois billets à 6 °/₀. (Escompte en dedans.)*

Brevet supérieur. Aspirants.

Supposons chaque billet de 1^f et l'escompte pris en dedans.
L'intérêt de 1^f à 6 °/₀ est :
pour 3 mois, $0^f,015$: pour 6 mois, $0^f,03$; pour 9 mois, $0^f,045$.
La valeur actuelle de ces trois billets de 1^f sera :

pour le 1^er^......................... $\dfrac{1}{1,015} = 0^f,98522$

pour le 2^e^......................... $\dfrac{1}{1,03} = 0^f,97087$

pour le 3^e^......................... $\dfrac{1}{1,045} = 0^f,95693$

Total... $2^f,91302$.

Le montant de chaque billet sera d'autant de francs que ce total est contenu de fois dans 2000 fr.
Ce montant est donc.................... $2000 : 2,913 = 686^f,57$.

538. *Une personne, pour s'acquitter d'une dette, a donné à son créancier deux billets, l'un de 860 fr., payable dans 8 mois; l'autre de 580 fr., payable dans 11 mois.*

Trois mois plus tard, elle offre de remplacer ces deux billets par un seul payable dans un an. Le créancier accepte, à condition que le billet sera de 1480 fr. A quel taux prête-t-il son argent?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Au jour de la conversion des billets en un seul, l'échéance est :
pour le 1^er^ billet à 5 mois (8 — 3); pour le 2^e^ à 8 mois (11 — 3).
Par la conversion, l'échéance est reculée :
de 7 mois pour le 1^er^ billet (12 — 5); pour le 2^e^ de 4 mois (12 — 8).
Le total des deux billets est .... $860 + 580 = 1440$ fr.
L'intérêt exigé par le créancier est donc.. $1480 - 1440 = 40$ fr.
Ces 40^f comprennent : 1° l'intérêt de 860^f pour 7 mois ;
2° l'intérêt de 580^f pour 4 mois.
L'intérêt de 860^f pour 7 mois est le même que celui d'une somme 7 fois plus forte pour 1 mois ; cette somme serait

$$860 \times 7 = 6020^f.$$

L'intérêt de 580^f pour 4 mois est le même que celui d'une somme 4 fois plus grande pour 1 mois ; cette somme serait

$$580 \times 4 = 2320^f.$$

Le total de ces deux sommes est......... $6020 + 2320 = 8340^f$.
Ainsi les 40^f seraient l'intérêt de 8340^f pour 1 mois.
L'intérêt de 100^f en 12 mois sera

$$\frac{40 \times 12 \times 100}{8340} = \frac{2400}{417} = 5,75.$$

Réponse. — Le taux était 5,75 °/₀.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 71.)

539. *Un négociant a souscrit trois obligations : la 1^re^ de 1200 fr., payable dans 10 mois ; la 2^e^ de 800 fr., payable dans 5 mois ; la 3^e^ de 1000 fr., payable dans 9 mois. On lui propose de se libérer en un seul payement à 6 mois d'échéance, avec un escompte de 5 °/₀. Quelle est la somme à payer à cette date : 1° dans le cas de l'escompte en dehors ; 2° dans le cas de l'escompte en dedans?*

Brevet supérieur. Aspirants.

1° *Escompte en dehors.* — Le billet de 800^f devant être payé 1 mois plus tard doit être augmenté de l'intérêt de 800^f pour 1 mois.

Cette augmentation est égale à.......... $\dfrac{5^f \times 8}{12} = \dfrac{20^f}{6} = 3^f,33$.

Les deux autres billets subiront la réduction d'un escompte : celui de 1200^f pour 4 mois ; celui de 1000^f pour 3 mois.

L'escompte sur 1200^f pour 4 mois est .... $\dfrac{5^f \times 12}{3} = 20$ fr.

L'escompte sur 1000f pour 3 mois est........ $\frac{5 \times 10}{4} = 12^f,50$.

Les trois billets seront donc remplacés :

celui de 1200f par............ $1200^f - 20^f = 1180^f,00$
celui de 800f par............ $800^f + 3^f,33 = 803^f,33$
celui de 1000f par......... $1000^f - 12^f,50 = 987^f,50$

Billet unique payable à 6 mois... $2970^f,83$.

2° *Escompte en dedans.* — L'intérêt de 1f à 5 % sera :

$$\text{pour 4 mois, } \frac{0^f,05}{3}; \text{ pour 3 mois, } \frac{0^f,05}{4} = 0^f,0125.$$

Après l'escompte en dedans les valeurs des deux billets de 1200f et de 1000f sont :

pour le 1er .... $\frac{1200^f}{1 + \frac{0,05}{3}} = \frac{1200 \times 3}{3,05} = 1180^f,32$

pour le 2e.................. $1000^f : 1,0125 = 987^f,65$
Le billet de 800f sera remplacé par........... $803^f,33$

Billet unique payable à 6 mois... $2971^f,30$.

540. *On doit payer aujourd'hui une somme de 1200 fr.; mais on convient avec le créancier d'acquitter cette dette en trois payements égaux, le 1er dans 4 mois, le 2e dans 8 mois et le 3e dans un an. Calculer le montant de ces trois payements, le taux de l'intérêt étant 6 %: 1° par la méthode de l'escompte en dehors; 2° par la méthode de l'escompte en dedans.*

Brevet supérieur. Aspirants.

1° *Escompte en dehors.* — Supposons chaque payement de 1 fr. L'escompte de 1 franc à 6 % sera :

pour 1 an, $0^f,06$: pour 4 mois, $0^f,02$; pour 8 mois, $0^f,04$.

Par l'escompte en dehors, les trois sommes de 1f payables à 4 mois, à 8 mois, à 1 an, se réduisent respectivement :
la 1re à $0^f,98$; la 2e à $0^f,96$; la 3e à $0^f,94$, formant un total de $2^f,88$.

Ces payements partiels de 1f à 4 mois, à 8 mois, à 1 an reviennent au payement fait aujourd'hui de $2^f,88$.

Autant de fois il y a $2^f,88$ dans 1200f, autant il y aura de francs dans chaque payement.

Le montant de chaque payement sera.... $1200 : 2,88 = 416^f,66$.

2° *Escompte en dedans.* — Par l'escompte en dedans, les trois payements de 1f se réduisent aujourd'hui :

le 1er à .... $\frac{1}{1,02} = 0^f,98039$

le 2e à........................... $\frac{1}{1,04} = 0^f,96153$

le 3e à........................... $\frac{1}{1,06} = 0^f,94339$

Total... $2^f,88531$.

Autant de fois il y aura $2^f,88531$ dans 1200f, autant il y aura de francs dans le montant de chaque payement.

Ce montant est : $\frac{1200}{2,88531} = 415^f,90$.

541. *On doit une somme de 2107 fr. payable dans un an, et on veut se libérer en trois payements égaux de 4 en 4 mois, les intérêts étant calculés à 6 %. De combien sera chaque payement : 1° par l'escompte en dehors; 2° par l'escompte en dedans?*

Brevet supérieur. Aspirants.

1° *Escompte en dehors.* — L'intérêt de 1 fr. est :
$0^f,06$, pour 1 an; $0^f,02$ pour 4 mois; $0^f,04$ pour 8 mois.

Par l'escompte en dehors, 1 fr. se réduit :
à $0^f,94$ pour 1 an; $0^f,98$ pour 4 mois; $0^f,96$ pour 8 mois.

Ainsi trois sommes de 1 fr. chacune payables, la 1re dans 4 mois, la 2e dans 8 mois, la 3e dans 1 an, se réduisent, après l'escompte, à un total égal à

$$0^f,98 + 0^f,96 + 0^f,94 = 2^f,88.$$

Le capital 2107 fr. payable dans 1 an se réduit aussi par l'escompte à

$$0^f,94 \times 2107 = 1980^f,58.$$

Autant de fois il y aura $2^f,88$ dans $1980^f,58$, autant il y aura de francs dans le montant de chacun des trois payements.

Ce montant sera...................... $1980,58 : 2,88 = 687^f,70$.

2° *Escompte en dedans.* — Par l'escompte en dedans, 1 franc payable à 4 mois, à 8 mois, à 1 an, se réduit à :

$$\frac{1}{1,02} \text{ pour 4 mois; } \frac{1}{1,04} \text{ pour 8 mois; } \frac{1}{1,06} \text{ pour 1 an.}$$

Ainsi trois sommes de 1 fr. chacune payables, la 1re dans 4 mois, la 2e dans 8 mois, la 3e dans 1 an, se réduisent après l'escompte à un total égal à

$$\frac{1}{1{,}02} + \frac{1}{1{,}04} + \frac{1}{1{,}06}.$$

Pour plus d'exactitude il faut chercher la somme de ces fractions sans les convertir en décimales. On trouve :

$$1{,}04 \times 1{,}06 = 1{,}1024$$
$$1{,}02 \times 1{,}06 = 1{,}0812$$
$$1{,}02 \times 1{,}04 = 1{,}0608$$
$$\text{Total } \overline{3{,}2444}.$$

$$\frac{1}{1{,}02} + \frac{1}{1{,}04} + \frac{1}{1{,}06} = \frac{3{,}2444}{1{,}02 \times 1{,}04 \times 1{,}06}.$$

Or la valeur actuelle du capital 2107 fr. par l'escompte est $\frac{2107}{1{,}06}$.

Autant de fois cette valeur du capital contiendra le total des trois fractions, autant il y aura de francs dans chaque payement.

Ce nombre de francs sera

$$\frac{2107}{1{,}06} : \frac{3{,}2444}{1{,}02 \times 1{,}04 \times 1{,}06} \text{ ou } \frac{2107 \times 1{,}02 \times 1{,}04}{3{,}2444} = 688^f{,}91.$$

Le montant de chaque payement sera $688^f{,}91$.

542. *Une compagnie industrielle fait un emprunt en obligations de 500 fr. payables, soit en une seule fois le 1er juillet avec un escompte de 3,5 %, soit en trois fois par 125 fr. le 1er juillet, 150 fr. le 15 octobre et 225 fr. le 31 janvier de l'année suivante.*

Est-il plus avantageux, pour une personne dont l'argent est placé à 4,5 %, d'adopter la combinaison des trois payements partiels que de ne faire qu'un seul payement?

Brevet supérieur. Aspirants. — Creuse, 1879.

En payant tout au 1er juillet, on donne seulement

$$500^f - 3^f{,}5 \times 5 = 500^f - 17^f{,}50 = 482^f{,}50.$$

Le 1er des trois payements partiels est de 125 fr. donnés le 1er juillet.
Le 2e de 150 fr. est reculé de 3 mois et demi.
Le 3e de 225 fr. est reculé de 7 mois.
L'escompte commercial à 4,5 % est :

$$\text{pour le 2e, } \frac{150 \times 4{,}5 \times 3{,}5}{1200} = 1^f{,}968;$$

$$\text{pour le 3e, } \frac{225 \times 4{,}5 \times 7}{1200} = 5^f{,}906.$$

Ces deux payements équivalent à l'époque du 1er juillet :

$$\text{le 2e à } 150^f - 1^f{,}97 = 148^f{,}03$$
$$\text{le 3e à } 225^f - 5^f{,}90 = 219^f{,}10.$$
$$\text{Le 1er est égal à} \ldots \quad 125^f{,}00$$
$$\text{Total} \ldots \quad \overline{492^f{,}13}.$$

Ainsi le mode des trois payements revient à donner au 1er juillet $492^f{,}13$; en une seule fois, on donne seulement $482^f{,}50$.

Par un seul payement on gagne...... $492{,}13 - 482{,}50 = 9^f{,}63$.

543. *Une personne doit trois billets : le 1er de 520 fr., payable dans 6 mois; le 2e de 740 fr., payable dans 8 mois; le 3e, dont le montant n'est pas connu, payable dans 165 jours.*

Ces trois billets peuvent être équitablement remplacés par un billet unique de 2200 fr., payable dans 7 mois. Quel est le montant du 3e billet, l'escompte étant pris en dehors à 6 %?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Douai, 1879.

L'intérêt de 1 fr. à 6 % est :

$$\text{pour 6 mois } 0^f{,}03; \text{ pour 8 mois } 0^f{,}04;$$

$$\text{pour 165 jours } \frac{1 \times 165}{6000} = 0^f{,}0275;$$

$$\text{pour 7 mois ou 210 jours } \frac{1 \times 210}{6000} = 0^f{,}035.$$

Par l'escompte à 6 % en dehors, 1 franc se réduit :
pour 6 mois à.............................. $1^f - 0^f{,}03 = 0^f{,}97$;
pour 8 mois à.............................. $1^f - 0^f{,}04 = 0^f{,}96$;
pour 165 jours à.......................... $1^f - 0^f{,}0275 = 0^f{,}9725$;
pour 7 mois à.............................. $1^f - 0{,}035 = 0^f{,}965$.

Après l'escompte les billets valent :

$$\text{le 1er } 0^f{,}97 \times 520 = 504^f{,}40;$$
$$\text{le 2e } 0^f{,}96 \times 740 = 710^f{,}40;$$
$$\text{le 3e } 0^f{,}9725 \times x = 0^f{,}9725 \times x;$$
$$\text{le 4e } 0^f{,}965 \times 2200 = 2123^f{,}00.$$

Le total des deux premiers billets après l'escompte est

$$504^f{,}40 + 710^f{,}40 = 1214^f{,}80.$$

La valeur du 3e billet après l'escompte est

$$2123^f - 1214^f{,}80 = 908^f{,}20.$$

On a donc.............................. $0{,}9725 \times x = 908{,}20.$

De là on tire pour la valeur du 3e billet

$$x = \frac{908,20}{0,97225} = 933^f,88.$$

(Voir *Alg.*, *Solutions raisonnées*. Problème 70.)

544. *Un négociant doit trois billets portant la même somme payables, le 1er dans 5 mois, le 2e dans 9 mois, le 3e dans 1 an 3 mois. Il s'acquitte en payant comptant une somme de 1780 fr. et en souscrivant un nouveau billet de 865 fr. payable dans 3 mois. Quelle était la valeur de chaque billet?*

L'escompte est pris en dehors à 6 °/₀.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Douai, 1871.

L'intérêt de 1 fr. à 6 °/₀ est :

pour 1 mois, un demi centime, c'est-à-dire $0^f,005$;
pour 3 mois, $0^f,015$; pour 5 mois, $0^f,025$;
pour 9 mois, $0^f,045$; pour 15 mois, $0^f,075$.

Par l'escompte, le billet de 895 fr. se réduit aujourd'hui à

$$0^f,985 \times 865 = 852^f,025.$$

La somme due aujourd'hui est donc

$$852^f,025 + 1780^f = 2632^f,025$$

Or par l'escompte en dehors à 6 °/₀, un billet de 1 fr. se réduit :

$$\begin{array}{l} \text{pour } 5 \text{ mois, à } 1^f - 0^f,025 = 0^f,975 \\ \text{pour } 9 \text{ mois, à } 1^f - 0^f,045 = 0^f,955 \\ \text{pour } 15 \text{ mois, à } 1^f - 0^f,075 = 0^f,925 \\ \hline \text{Total}\ldots\quad 2^f,855. \end{array}$$

Si les trois billets étaient de 1 franc, leur valeur se réduirait aujourd'hui à $2^f,855$. Ils vaudront autant de francs qu'il y a de fois $2^f,855$ dans $2632^f,025$.

La valeur de chaque billet est donc

$$2632,025 : 2,855 = 921^f,90.$$

545. *Une personne achète le 1er août 1879 une propriété moyennant la somme de 160 000 fr. à payer de la manière suivante : 30 000 fr. comptant; 35 000 fr. au bout de 30 jours; 45 000 fr. au bout de 60 jours et le reste dans 90 jours. Elle*

accepte ensuite l'offre de ne faire qu'un payement unique équivalent. Quelle sera la date de ce payement? On prendra l'escompte au taux de 5 °/₀ et suivant la méthode rationnelle.

Brevet supérieur. Aspirants. — Grenoble, 1879.

D'abord le dernier payement sera de 50 000 francs.

L'intérêt de 1 franc pour 90 jours ou 3 mois est $0^f,05 : 4 = 0^f,0125$.

Pour 30 jours ou 1 mois, il en est le tiers, c'est-à-dire $\frac{0^f,0125}{3}$.

Pour 60 jours ou 2 mois, il sera $\frac{0,0125 \times 2}{3} = \frac{0,025}{3}$.

Calculons la valeur actuelle des quatre payements partiels, en divisant chacun par 1 augmenté de l'intérêt de 1 franc pendant le temps correspondant ; nous aurons ce qui suit :

valeur actuelle des 30 000 fr. payés comptant...... $30\,000^f,00$

valeur actuelle des 35 000 fr. payables dans 1 mois :

$$35\,000 : \left(1 + \frac{0,1025}{3}\right) = \frac{35\,000 \times 3}{3.0125} = 34\,854^f,77$$

valeur actuelle des 45 000 fr. payables dans 2 mois :

$$45\,000 : \left(1 + \frac{0,025}{3}\right) = \frac{45\,000 \times 3}{3\,025} = 44\,628^f,09$$

valeur actuelle des 50 000 fr. payables dans 3 mois :

$$50\,000 : 1,0125 = 49\,382^f,71$$

Valeur actuelle du total $158\,865^f,57$.

Retranchons-la du capital...................... $160\,000^f,00$

Le montant de l'escompte est le reste........... $1134^f,43$.

On cherche ensuite au bout de combien de jours la somme $158\,865^f,67$ produira à 5 °/₀ un intérêt de $1134^f,43$.

D'après la règle, on trouve

$$n = \frac{1134,43 \times 7200}{158\,865,57} = \frac{8\,167\,896}{15\,8865,57} = 51,4.$$

Réponse. — Le payement unique aura lieu dans 51 jours, à partir du 1er août.

ÉCHÉANCE MOYENNE OU COMMUNE

546. *On a souscrit à un banquier trois billets : le 1er de 140 fr., payable dans 5 mois; le 2e de 250 fr., payable dans*

6 mois; le 3e de 100 fr., payable dans 4 mois. Le banquier propose de remplacer ces trois billets par un billet unique, égal à la somme des montants des trois billets. Quelle devra être l'échéance de ce nouveau billet?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Besançon, 1877.

En gardant 140 fr. pendant 5 mois, le débiteur peut en retirer le même intérêt qu'avec une somme 5 fois plus forte qu'il aurait seulement pendant 1 mois.

Cette somme serait .... $140^f \times 5 = 700$ f.

En gardant 250 fr. pendant 6 mois, le débiteur peut en retirer le même intérêt qu'avec une somme 6 fois plus forte pendant 1 mois.

Cette somme serait .... $250^f \times 5 = 1500$ fr.

En gardant 100 fr. pendant 4 mois, le débiteur peut en retirer le même intérêt qu'avec une somme 4 fois plus forte pendant 1 mois

Cette somme serait .... $100^f \times 4 = 400$ fr.

Ecrivons ces égalités les unes sous les autres et faisons le total des billets et des sommes correspondantes placées pendant 1 mois. Nous aurons le tableau suivant :

$$\begin{array}{rcl} 140 \times 5 & = & 700 \\ 250 \times 5 & = & 1500 \\ 100 \times 4 & = & 400 \\ \hline 490 & & 2600 \end{array}$$

Le montant du total des billets est 490 fr. Le total des sommes correspondantes qui seraient placées pendant 1 mois est 2600 fr. On devra garder les 490 fr. pendant un temps suffisant pour qu'on en retire le même intérêt qu'avec 2600 fr. pendant 1 mois.

Or si 490 était 2, 3, 4... fois moindre que 2600, il faudrait garder le montant des billets pendant 2, 3, 4... mois. On aura donc le temps cherché en divisant 2600 par 490.

On trouve ainsi.......................... $2600 : 490 = 5^m$ 9j.

Règle. — De là se déduit une règle facile, que nous appliquerons à l'occasion dans les problèmes suivants, sans en répéter la théorie.

On multiplie chaque somme par le temps correspondant; on fait le total des sommes et le total des produits, et on divise le total des produits par le total des sommes données. Le quotient indique le temps cherché.

547. *Deux billets, l'un de 700 fr. payable au 24 juin, l'autre de 900 fr. payable au 15 août suivant, sont remplacés par un billet unique de 1600 fr. Quelle est l'échéance de ce dernier billet?*

Est-il nécessaire, pour déterminer cette échéance, de connaître la date du jour où le billet unique de 1600 fr. est souscrit?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Besançon, 1876.

La valeur nominale indiquée sur un billet se rapporte à l'époque de l'échéance, quelle que soit l'époque antérieure à laquelle il a été souscrit. Cette époque n'exerce donc aucune influence sur la valeur que porte le billet et, par suite, elle reste étrangère à la détermination de l'échéance moyenne de deux ou plusieurs billets convertis en un seul.

Pour faire le calcul, on rapporte les échéances à une date quelconque et tout naturellement à celle de l'un des billets, par exemple au 24 juin.

Du 24 juin au 15 août, il y a 52 jours.

En appliquant la règle, on a le tableau suivant :

$$\begin{array}{rcl} 700 \times 0 & = & 0 \\ 900 \times 52 & = & 46\,800 \\ \hline 1600 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 46\,800 & 1600 \\ \hline 468 & 16 \\ & \overline{29} \end{array}$$

Réponse. — L'échéance arrivera 29 jours après le 24 juin, c'est-à-dire le 23 juillet.

548. *Une personne remet à son créancier, le 15 avril, trois billets : le 1er de 500 fr., payable le 1er mai; le 2e de 480 fr., payable le 15 juin; le 3e de 600 fr., payable le 10 août. On remplace ces billets par un billet unique de 1580 fr., égal au total des trois billets. A quelle date arrive l'échéance de ce billet?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Besançon, 1880.

A compter du 15 avril :

500 fr., payables le 1er mai, sont à 16 jours d'échéance.
400 fr., payables le 15 juin, sont à 61 jours d'échéance.
600 fr., payables le 10 août, sont à 117 jours d'échéance.

D'après la règle on a :

$$\begin{array}{rcl} 500 \times 16 & = & 8000 \\ 480 \times 61 & = & 29\,280 \\ 600 \times 117 & = & 70\,200 \\ \hline 1580 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 107\,480 & 1580 \\ \hline 10\,748 & 158 \\ 1268 & 68 \\ 0004 & \end{array}$$

Réponse. — L'échéance arrivera 68 jours après le 15 avril, c'est-à-dire le 22 juin.

549. *Un négociant a souscrit trois billets savoir : le 1er de 2500 fr., payable le 18 avril ; le 2e de 1700 fr., payable le 2 mai ; le 3e de 1250 fr. payable le 30 mai. Le 31 mars, il veut remplacer ces trois billets par un seul dont la valeur nominale soit égale à la somme des valeurs nominales des trois autres et dont l'escompte soit égal à la somme de leurs escomptes. On demande quelle sera la date de l'échéance du nouveau billet ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

Du 31 mars, il y a :

au 18 avril 18 jours ; au 2 mai 32 jours ; au 30 mai 60 jours.

En appliquant la règle, on a les calculs suivants :

$$2500 \times 18 = 45\,000$$
$$1700 \times 32 = 54\,400$$
$$1250 \times 60 = 75\,000$$
$$5450 \qquad 174\,400$$

$$174\,400 : 5450 = 32 \quad (14\,440;\ 1\,090;\ 0\,000)$$

Réponse. — L'échéance arrivera 32 jours après le 31 mars, c'est-à-dire le 2 mai.

Observation. — Si l'on veut traiter le problème en parlant de l'escompte, comme semble l'indiquer l'énoncé du problème, on fera le raisonnement suivant.

Soit e l'escompte en dehors de 1 fr. pour 1 jour et x le nombre de jours au bout duquel arrivera l'échéance du billet unique.

L'escompte sera :

sur 2500 fr. pour 18 jours..... $e \times 2500 \times 18 = e \times 45\,000$

sur 1700 fr. pour 32 jours..... $e \times 1700 \times 32 = e \times 54\,400$

sur 1250 fr. pour 60 jours..... $e \times 1250 \times 60 = e \times 75\,000$.

sur 5450 fr. billet unique, l'escompte total sera $e \times 174\,400$.

D'un autre côté, l'escompte du billet unique pour les x jours doit être.. $e \times x \times 5450$.

Ces deux escomptes devant être égaux, on a l'égalité :

$$e \times x \times 5450 = e \times 174\,400,$$

ou en divisant les deux membres par e,

$$x \times 5450 = 174\,400$$

d'où

$$x = \frac{174\,400}{5450} = 32.$$

Remarque. — On voit que le taux de l'escompte est inutile ; car il disparaît par la division.

550. *Un débiteur s'est engagé à payer une somme de 8400 fr. en deux fois, les 2 tiers dans 6 mois et le reste dans 10 mois. Il a les fonds nécessaires pour se libérer immédiatement, mais ils sont placés chez son banquier, qui lui en sert l'intérêt à 4 % par an. Quelle remise doit-on lui faire équitablement, s'il offre de payer comptant ?*

Cette remise n'étant pas concédée, il est convenu que la dette sera payée en une seule fois. Trouver la date de ce payement.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1877.

1° La somme à payer dans 10 mois est $8400^f : 3 = 2800$ fr.

La somme à payer dans 6 mois est $2800^f \times 2 = 5600$ fr.

Or l'intérêt de 1 fr. à 4 % est :

$$\text{pour 6 mois } 0^f,02 ; \quad \text{pour 10 mois } 0,04 \times \frac{10}{12} = \frac{0^f,10}{3}.$$

Les valeurs actuelles des deux sommes sont :

pour les 5600 fr............. $5600 : 1,02 = 5490^f,196$

pour les 2800 fr... $\dfrac{2800}{1 + \dfrac{0,1}{3}} = \dfrac{2800 \times 3}{3,1} = 2709^f,677.$

La somme à payer comptant est........ $8199^f,873$

On la retranche de...................... $8400^f,000$

On trouve pour la remise cherchée...... $200^f,127.$

2° Cette remise n'étant pas concédée, on a à chercher à quelle époque la dette sera payée en une seule fois.

Il n'y a qu'à appliquer ici la règle de l'échéance moyenne.

Voici le tableau des calculs.

$$5600 \times 6 = 33\,600$$
$$2800 \times 10 = 28\,000$$
$$8400 \qquad 61\,600$$

$$61\,600 : 8400 = 7^m\,10^j \quad (616;\ 28;\ 30;\ 840;\ 000)$$

Réponse. — Le payement aura lieu dans 7 mois 10 jours.

551. *On devait payer 3000 fr. dans un an; mais au moyen d'une avance qu'on a faite, il ne reste plus à payer que 1800 fr. dans 18 mois. A quelle époque cette avance avait-elle été faite?*

Brevet supérieur. Aspirantes.

Le montant de cette avance a été....... $3000 - 1800 = 1200$ fr.

Or en gardant 1800 fr. pendant 6 mois après l'époque fixée d'abord pour l'échéance, le débiteur a fait le même bénéfice qu'avec une somme 6 fois plus forte pendant 1 mois.

Cette somme serait....................... $1800 \times 6 = 10\,800$ fr.

Par compensation, le payement des 1200 fr. a dû être anticipé d'un nombre de mois tel que le bénéfice, que le créancier en a retiré, fût égal à celui que le débiteur a en différant de 6 mois le payement des 1800 fr.

En multipliant 1200 fr. par le nombre de mois inconnu, on doit avoir 10 800.

Ce nombre de mois est donc................ $10\,800 : 1200 = 9$.

Ainsi le payement des 1200 fr. a été anticipé de 9 mois avant la fin de l'année.

Réponse. — Le 1[er] payement a eu lieu 3 mois après le commencement de l'année.

552. *Un homme devait payer 6000 fr. dans 4 mois. Il offre de payer 2000 fr. dans 1 mois et 1 000 fr. 1 mois après le 1[er] payement. Combien de temps après le second payement devra-t-il donner le reste?*

Brevet supérieur. Aspirants.

D'abord le 3[e] payement sera de 3000 francs

Des 6000 fr. gardés pendant 4 mois cet homme peut retirer le même intérêt que d'une somme 4 fois plus forte en 1 mois.

Cette somme serait...................... $6000^f \times 4 = 24\,000$ fr.

En second lieu, des 2000 fr. qu'il garde pendant 1 mois il retire un certain intérêt.

Des 1000 fr. qu'il garde pendant 2 mois, il retire le même intérêt qu'avec 2000 fr. gardés pendant 1 mois.

Ainsi en donnant 2000 fr. au bout de 1 mois, puis 1000 fr. au bout de 2 mois, il gagne un intérêt égal à celui que lui donneraient 4000 fr. payés seulement au bout de 1 mois.

Il gardera donc les 3000 fr. du dernier payement assez de mois pour en tirer le même intérêt que celui qu'il tirerait de 20 000 fr. (24 000 — 4000) gardés pendant 1 mois. Ce nombre de mois sera

$$\frac{20\,000}{3000} = \frac{20}{3} = 6^m\,\frac{2}{3}.$$

Réponse. — Le 3[e] payement aura lieu 4 mois 20 jours après le second,

Tableau des calculs:

$$\begin{array}{r|l}
2000 \times 1 = 2000 & 6000 \times 4 = 24\,000 \\
1000 \times 2 = 2000 & 3000 \qquad\qquad\quad 4\,000 \\
\overline{3000} \qquad\quad \overline{4000} & \overline{3000} \qquad\qquad \overline{20\,000} \;\big|\; 3000 \\
 & \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \big|\; 6\,\frac{2}{3}
\end{array}$$

553. *Un particulier a acheté pour 3000 fr. de marchandises dont le payement doit avoir lieu dans 1 an.*

Mais le vendeur accepte deux acomptes : le 1[er] de 1200 fr. au bout de 4 mois; le 2[e] de 600 fr. 2 mois après le 1[er]. De combien de mois sera reculée l'échéance du reste?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Aix, 1871.

En répétant le raisonnement du problème précédent, on aura les calculs suivants:

$$\begin{array}{r|l}
1200 \times 4 = 4800 & 3000 \times 12 = 36\,000 \\
600 \times 6 = 3600 & 1800 \qquad\qquad\quad 8\,400 \\
\overline{1800} \qquad\quad \overline{8400} & \overline{1200} \qquad\qquad \overline{27\,600} \;\big|\; 1200 \\
 & \qquad\qquad\qquad\quad 276 \;\big|\; 12 \\
 & \qquad\qquad\qquad\quad\; 36 \;\big|\; 23 \\
 & \qquad\qquad\qquad\quad\; 00
\end{array}$$

Réponse. — Le reste sera payé au bout de 23 mois à partir du jour de l'achat, c'est-à-dire 1 an 5 mois après le payement du 2[e] acompte.

554. *Un marchand qui a acheté un fonds de magasin s'est engagé à le payer comme il suit : le quart dans 60 jours; le tiers du reste 80 jours après le premier payement; les deux tiers du nouveau reste 70 jours après le 2[e] payement; enfin le solde, c'est-à-dire 4100 fr. 60 jours après le 3[e] payement.*

On demande : 1° le prix de ce fonds de magasin; 2° l'échéance commune de tous ces payements, c'est-à-dire le nombre de jours à dater de celui de l'achat au bout desquels le marchand pourrait se libérer en n'effectuant qu'un seul payement.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Nancy, 1871.

Pour abréger désignons par S le prix d'achat.

Le 1er payement est $\frac{1}{4}$ de S; il reste $\frac{3}{4}$ de S.

Le 2e payement est $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de S, c'est-à-dire $\frac{1}{4}$ de S.

Le 1er et le 2e font $\frac{1}{2}$ de S; il reste, après, $\frac{1}{2}$ de S.

Le 3e payement est $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de S, c'est-à-dire $\frac{1}{3}$ de S.

La partie de S soldée dans ces trois payements est

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6} \text{ de S.}$$

Le 4e payement qui est de 4100 fr. comprend $\frac{1}{6}$ de S.

La somme S vaut donc.................. $4100^f \times 6 = 24\,600$ fr.

Les quatre payements sont:

1er .... $24\,600 : 4 = 6150$ fr. à 60 jours;
2e .... 6150 fr. à 140 jours;
3e............................ $24\,600 : 3 = 8200$ fr. à 210 jours;
4e... 4100 fr. à 270 jours.

Par l'application de la règle, on a:

$$\begin{aligned} 6150 \times 60 &= 369\,000 \\ 6150 \times 140 &= 861\,000 \\ 8200 \times 210 &= 1\,722\,000 \\ 4100 \times 270 &= 1\,107\,000 \end{aligned}$$

$$24\,600 \qquad 4\,059\,000$$

$$\begin{array}{r|l} 4\,059\,000 & 24\,600 \\ \hline 40\,590 & 246 \\ \cline{2-2} 15\,99 & 165 \\ 1\,230 & \\ 000 & \end{array}$$

Réponse. — Prix d'achat 24 600 fr.
L'échéance d'un payement unique serait à 165 jours.

555. *Pour accorder aux particuliers un titre de rente de 50 fr. en 3 °/₀, l'Etat leur demande 15 versements mensuels de chacun 80 fr. et dont le premier aura lieu le 18 mars.*

On demande : 1° à quelle date devrait avoir lieu un payement unique égal à la somme de ces 15 versements; 2° quelle somme devrait verser le 18 mars un particulier désirant s'acquitter d'un

seul coup, l'escompte étant à 5 °/₀ par an; 3° quel est le prix d'émission du 3 °/₀ le 18 mars.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Aisne, 1878.

1° Appliquons la règle de l'échéance moyenne.

Le total des 15 versements est .... $80 \times 15 = 1200$ fr.
Le 1er versement de 80 fr. est fait le jour même de l'emprunt.
Le 2e est gardé 1 mois......................... $80 \times 1 = 80$.
Le 3e est gardé 2 mois......................... $80 \times 2 = 160$.
Le 4e est gardé 3 mois......................... $80 \times 3 = 240$.
....
Le 15e est gardé 14 mois...................... $80 \times 14 = 1120$.

Total des 14 derniers versements: $80 \times 14 = 1120$ fr.

Total des sommes qui en 1 mois produiraient le même intérêt que ces 14 versements:

$$80 \times (1 + 2 + 3 + \ldots + 14) = 80 \times 105 = 8400 \text{ fr.}$$

Nombre de mois à l'échéance du payement unique :

$$8400 : 1200 = 7 \text{ mois.}$$

Le payement unique devrait avoir lieu le 18 octobre.

2° En faisant un payement unique le 18 mars, on a droit à un escompte pour 7 mois. Cet escompte est

$$\frac{1200 \times 5 \times 7}{1200} = 35 \text{ fr.}$$

Somme à payer le 18 mars............. $1200^f - 35^f = 1165$ fr.

3° Le prix d'une rente de 50 fr., au 18 mars est 1165 fr.

Le prix d'une rente de 3 fr. serait $\frac{1165 \times 3}{[illegible]} = 69^f,90$.

CHAPITRE X

PROBLÈMES SUR LES PARTAGES PROPORTIONNELS

1° On appelle *rapport* de deux nombres le quotient de l'un divisé par l'autre. Ainsi, le rapport entre 3 et 4 est $\frac{3}{4}$, ce qui veut dire que le plus petit vaut 3 fois le quart du plus grand.

Pris en sens inverse, le rapport serait $\frac{4}{3}$, ce qui signifie que le plus grand vaut 4 fois le tiers du plus petit.

On ne peut pas établir un rapport entre deux nombres qui exprimeraient des unités de nature différente, par exemple entre 3 francs et 4 mètres.

2° On appelle *proportion* une égalité entre deux rapports.

Par exemple, $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ est une proportion.

Deux nombres sont *proportionnels* à deux autres quand le rapport des deux premiers est égal au rapport des deux derniers. Ainsi, les prix de deux nombres de mètres d'une même étoffe sont proportionnels à ces nombres de mètres.

3° On dit que deux nombres sont *inversement proportionnels* à deux autres, lorsque le rapport des deux premiers est égal au rapport des deux autres pris en sens inverse des deux premiers.

Par exemple, si on demande de partager 100 fr. entre deux enfants âgés l'un de 3 ans et l'autre de 5 ans, en deux parts inversement proportionnelles à leurs âges, ou, comme on dit souvent, en *raison inverse* de leurs âges, cela signifie que le rapport entre la part du cadet et la part de l'aîné doit être égal

au rapport qu'il y a entre l'âge de l'aîné et l'âge du cadet. En d'autres termes, la part du cadet sera les $\frac{5}{3}$ de celle de l'aîné.

PROBLÈMES

556. *Deux tonneaux pleins de vin en contiennent ensemble 418 litres ; mais la capacité du plus petit n'est que les $\frac{5}{6}$ de celle du plus grand. Combien chacun contient-il de litres ?*

Si le plus grand contenait 6 litres, l'autre en contiendrait 5, ce qui fait un total de 11 litres.

Autant de fois il y a 11 litres dans 418 litres, autant de fois il y aura 5 litres dans le plus petit et 6 litres dans le plus grand.

Ce nombre de fois est $418 : 11 = 38$.

Le 1er contient.................... $5^l \times 38 = 190^l$

Le 2e contient.................... $6^l \times 38 = 228^l$

Total... 418^l.

De ce problème se déduit la règle suivante : *Pour partager un nombre en deux parties ayant entre elles un rapport égal à celui de deux nombres entiers, on additionne ensemble les deux termes du rapport : on divise le nombre donné par le total de cette addition; puis en multipliant le quotient par chacun des deux termes, on obtient les deux parties demandées.*

557. *Partager* 180 000 *francs en deux parties telles que l'une placée à* 5 % *par an rapporte autant que l'autre placée à* 4 % *pendant le même temps.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

4 fr. à 5 % rapportent autant que 5 fr. à 4 %, c.-à-d. $0^f,20$.

Si donc le capital était 9 fr., les deux parties seraient 4 fr. et 5 fr.

Or 180 000 contient 20 000 fois 9.

La 1re partie à 5 % sera donc. $4^f \times 20\,000 = 80\,000^f$

La 2e partie à 4 % sera...... $5^f \times 20\,000 = 100\,000^f$

Total... $180\,000^f$

558. *Partager* 310 *francs en deux parties dont le rapport soit le même que celui de $\frac{2}{3}$ à $\frac{5}{6}$.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

Réduites au même dénominateur, les deux fractions deviennent

$$\frac{16}{24} \text{ et } \frac{15}{24}.$$

Le rapport des deux parties doit donc être le même que celui de 16 *vingt-quatrièmes* à 15 *vingt-quatrièmes*, c'est-à-dire que celui de 16 à 15.

On partage 310 fr. en $(16 + 15)$, c.-à-d. en 31 parties égales.
La 31ᵉ partie de 310 francs est 10 francs.
La 1ʳᵉ part sera donc.......................... $10^f \times 16 = 160$ fr.
La 2ᵉ sera................................... $10^f \times 10 = 150$ fr.
De là nous déduirons la règle suivante :

RÈGLE. — *Pour diviser un nombre proportionnellement à deux fractions données, on réduit les deux fractions au même dénominateur et on divise alors le nombre proportionnellement aux numérateurs.*

559. *Partager* 30 *hectares en deux parties qui soient dans le rapport de* $\frac{2}{3}$ *à* $\frac{5}{7}$.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

En appliquant la règle précédente, on trouve :
1ʳᵉ partie, 144828 mètres carrés; 2ᵉ partie 155172 mètres carrés.

560. *Expliquer théoriquement comment on peut trouver deux nombres dont la somme soit* 1,645 *et qui fassent une proportion avec* 3 *et* 4.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Grenoble, 1876.

1ʳᵉ MÉTHODE. — La question revient à trouver deux nombres dont le 1ᵉʳ vaut 3 fois le quart du 2ᵉ, et tels que leur somme soit égale à 1,645.

Le 1ᵉʳ étant 3 fois le quart du 2ᵉ, la somme des deux nombres est égale à 7 fois le quart du 2ᵉ.

7 fois le quart du 2ᵉ nombre valent........... 1,645.
Le quart du 2ᵉ nombre sera...... $1,645 : 7 = 0,235$.
Ce 2ᵉ nombre est donc $0,235 \times 4 = 0,940$.
Le 1ᵉʳ sera........... $0,235 \times 3 = 0,705$.

2ᵉ MÉTHODE. — Soit x le 1ᵉʳ nombre et y le 2ᵉ.
On aura la proportion :

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{4}.$$

Or dans toute proportion, on peut augmenter chaque numérateur de son dénominateur. On a ainsi :

$$\frac{x+y}{y} = \frac{3+4}{4} \text{ ou } \frac{1,645}{y} = \frac{7}{4}.$$

De là on tire :

$$y = 1,645 \times \frac{4}{7} = 0,940.$$

561. *Deux associés se partagent le bénéfice d'une affaire. La part du* 1ᵉʳ, *qui vaut* 7 *fois la part du* 2ᵉ, *la surpasse de* 75 234 *fr. Quelle est la part de chaque associé ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Pour simplifier, représentons par a la part du 2ᵉ associé ; celle du 1ᵉʳ sera $7a$.
La différence entre $7a$ et a étant 75 234 francs, on peut écrire

$$7a - a = 75\,234^f \quad \text{ou} \quad 6a = 75\,234 \text{ fr.}$$

Ainsi 6 fois la part du 2ᵉ égalent 75 234ᶠ.
La part du 2ᵉ est donc......... $75\,234 : 6 = 12\,539^f$
La part du 1ᵉʳ est............ $12\,539 \times 7 = 87\,773^f$
Différence... $75\,234^f$.

562. *Une somme de* 4832 *francs doit être partagée entre trois frères : Jean, Pierre et Paul, proportionnellement à leurs âges; Jean a* 20 *ans, Pierre* 24, *Paul* 26. *Que revient-il à chacun ?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Divisons la somme en $20 + 24 + 26 = 70$ parties égales.
La 70ᵉ partie de cette somme sera $4832 : 70 = 69^f,0285$.
On donnera :

à Jean....	$69,0285 \times 20 = 1380^f,570$, c.-à-d.	$1380^f,57$
à Pierre..	$69,0285 \times 24 = 1656^f,685$, c.-à-d.	$1656^f,69$
à Paul....	$69,0285 \times 26 = 1794^f,742$, c.-à-d.	$1794^f,74$
	Total...	$4832^f,00$.

563. *Deux industriels se sont associés pour une entreprise. Le* 1ᵉʳ, *en qualité de gérant, a prélevé* 10 °/ₒ *sur les bénéfices ; le reste a été partagé proportionnellement aux mises, et le* 1ᵉʳ *a ainsi reçu en tout* 13 250 *fr. Trouver quelle a été la part du* 2ᵉ, *en sachant que sa mise était les* $\frac{3}{5}$ *de celle du premier.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Supposons un bénéfice de 100 fr.

Le 1er prélève d'abord 10 fr.; il reste 90 fr. à partager en deux parties, dont l'une soit les $\frac{3}{5}$ de l'autre.

D'après la règle, on divise 90 par la somme $(3 + 5)$, c'est-à-dire par 8, ce qui donne $11^f,25$; puis en multipliant le quotient par 5, on a la part du 1er, et en le multipliant par 3, on a la part du 2e.

Sur ces 90 fr. on donne donc :

au 1er .... $11^f,25 \times 5 = 56^f,25$;
au 2e .... $11^f,25 \times 3 = 33^f,75$.

Sur 100 francs, on a donné :

$$\text{au } 1^{er},\ 56^f,25 + 10 = 66^f,25\ ;\ \text{au } 2^e,\ 33^f,75.$$

Autant de fois il y a 66,25 dans 13 250, autant de fois il y a $33^f,75$ dans la part du 2e.

La part du 2e est donc :

$$33,75 \times \frac{13\,250}{66,25} = 6750 \text{ fr.}$$

564. *Un père partage sa fortune entre ses trois fils, de façon que leurs parts soient inversement proportionnelles à leurs âges : les enfants ont 7 ans, 8 ans et 12 ans. L'aîné devant recevoir une somme de 37 983 francs, trouver les parts des deux autres.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Dijon, 1878.

1re MÉTHODE. — Si le plus jeune avait 1 an, sa part vaudrait 12 fois celle de l'aîné, c'est-à-dire $37\,983 \times 12$.

Comme il a 7 ans, sa part sera la 7e partie de ce dernier nombre, c'est-à-dire

$$\frac{37\,983 \times 12}{7} = 65\,113^f,71.$$

On trouve de même pour la part du second :

$$\frac{37\,983 \times 12}{8} = 56\,974^f,50.$$

2e MÉTHODE. — Si on veut employer les proportions, on raisonnera de la manière suivante.

Soit x la part du plus jeune. Le rapport entre x et la part de l'aîné doit être égal à l'inverse du rapport qu'il y a entre les âges 7 et 12 ans. On a donc la proportion

$$\frac{x}{37\,983} = \frac{12}{7},\ \text{d'où } x = \frac{37\,983 \times 12}{7}.$$

On aura de même, en désignant par y la part du 2e,

$$\frac{y}{37\,983} = \frac{12}{8},\ \text{d'où } y = \frac{37\,983 \times 12}{8}.$$

565. *La somme de trois nombres est égale à 6,8. Le 2e est la 8e partie du 1er, et le 3e est les 5 septièmes du 2e. Quels sont ces trois nombres ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

La question revient à diviser le nombre 6,8 en trois parties telles que la 2e soit $\frac{1}{8}$ de la 1re, et que la 3e soit les $\frac{5}{7}$ de la 2e.

Supposons que la 1re soit 56 dixièmes, c.-à-d. 5,6.

La 2e sera le 8e de 5,6, c'est-à-dire 7 dixièmes.

La 3e sera les $\frac{5}{7}$ de 0,7, c'est-à-dire 5 dixièmes.

Or la somme de ces trois nombres est précisément 68 dixièmes.

Les trois nombres demandés sont donc :

le 1er 5,6 ; le 2e 0,7 ; le 3e 0,5.

OBSERVATION. — On a choisi ici 56 de préférence à tout autre nombre, parce qu'il est le produit des dénominateurs des deux fractions. (Voir le problème 569.)

566. *Ranger par ordre de grandeurs les remises proportionnelles faites par trois marchands, qui ont livré pour 128^f; $21^f,50$; $7^f,50$ des objets cotés 132^f; $24^f,80$; $9^f,20$.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Chambéry, 1871.

Les remises ont été :

sur le 1er objet .... $132^f - 128^f = 4^f$;
sur le 2e .... $24^f,80 - 21^f,50 = 3^f,30$;
sur le 3e .... $9^f,20 - 7^f,50 = 1^f,70$.

Sur 1 franc, les remises seraient :

pour le 1er, $\frac{4^f}{132}$; pour le 2e, $\frac{3^f,3}{24,8}$; pour le 3e, $\frac{1^f,7}{9,2}$.

Sur 100^f, les remises ont été :

pour le 1er .... $\frac{400}{132} = 3^f,03$.

pour le 2e .... $\frac{3300}{248} = 13^f,30$.

pour le 3e .... $\frac{1700}{92} = 18^f,47$.

567. *Deux associés avaient mis en commun pour une entreprise 72 000 francs; mais la mise du 1^{er} n'était que les $\frac{2}{3}$ de celle du 2^e. Ils ont fait un bénéfice de 36 %. Quel est le bénéfice de chacun?*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

Le bénéfice réalisé est.................. $36^f \times 720 = 25\,920$ fr.

Or, si on suppose le capital mis en commun composé de $(2 + 3)$ ou 5 parties égales, 2 de ces parties ont été fournies par le 1^{er} associé et les 3 autres par le 2^e.

La 5^e partie du bénéfice est $25\,920 : 5 = 5184$ fr.

Les parts des deux associés sont donc :

pour le 1^{er}.............................. $5184 \times 2 = 10\,368$ fr.

pour le 2^e.............................. $5184 \times 3 = 15\,552$ fr.

568. *Deux associés ont mis en commun 60 000 francs en commerce, et quand le bénéfice a été partagé entre eux proportionnellement à leurs mises, le 1^{er} a reçu 1680 francs de plus que le 2^e. Le bénéfice total ayant été de 12 600 francs, trouver la mise de chacun.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

La part du bénéfice du 1^{er} égale celle du 2^e plus 1680 fr.

Le bénéfice total contient donc :

la part du 2^e plus 1680 fr. plus la part du 2^e, c'est-à-dire 2 fois la part du 2^e plus 1680 fr.

Ainsi le double de la part du 2^e égale

$$12\,600 - 1680 = 10\,920 \text{ fr.}$$

La part du 2^e est donc.................... $10\,920 : 2 = 5460$ fr.

La part du 1^{er} est..................... $5460 + 1680 = 7140$ fr.

Pour avoir les mises, on doit partager le capital $60\,000^f$ en deux parties proportionnelles aux deux gains. Les mises sont donc :

pour le 1^{er}........................... $\frac{60\,000}{12\,600} \times 7140 = 34\,000$ fr.

pour le 2^e........................... $\frac{60\,000}{12\,600} \times 5460 = 26\,000$ fr.

569. *On partage une somme de 2704 francs entre trois personnes, de manière que la 1^{re} ait les $\frac{3}{4}$ de la part de la 2^e et que la 2^e ait les $\frac{4}{5}$ de la part de la 3^e. Que revient-il à chacun?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1879.

1^{re} part, $\frac{3}{4}$ de la 2^e;

2^e part, $\frac{4}{5}$ de la 3^e.

Supposons qu'à la 3^e on donne... 20^f

On devra donner :

à la 2^e, les $\frac{4}{5}$ de 20 fr., c'est-à-dire 16^f;

à la 1^{re}, les $\frac{3}{4}$ de 16 fr., c'est-à-dire 12^f:

Le total de ces trois parties est... 48^f.

Autant il y aura de fois 48 fr. dans 2704 fr., autant de fois on donnera :

20^f à la 3^e; 16^f à la 2^e; 12^f à la 1^{re}.

Ce nombre de fois est exprimé par le quotient :

$$\frac{2704}{48} = \frac{676}{12} = \frac{169}{3}.$$

Les trois personnes recevront donc :

la 3^e.............................. $20^f \times \frac{169}{3} = \frac{3380}{3} = 1126^f,67$.

la 2^e.............................. $16^f \times \frac{169}{3} = \frac{2704}{3} = 901^f,33$.

la 1^{re}.............................. $12^f \times \frac{169}{3} = 4 \times 169 = 676^f,00$.

Remarque. — Dans les problèmes de ce genre, on peut adopter un nombre quelconque pour celle des parts dont dépendent les autres; mais afin d'avoir des calculs plus simples, il convient que toutes les parts correspondent à des nombres entiers. On y parvient en prenant pour le nombre qui représente la première part le produit des dénominateurs des fractions, qui dans le problème proposé expriment les relations existant entre les parts demandées.

570. *Une somme de 2100 fr. doit être partagée entre trois personnes. La 1^{re} doit avoir les $\frac{2}{3}$ de la part de la 2^e et la 2^e doit avoir les $\frac{4}{5}$ de la part la 3^e. Que revient-il à chaque personne?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1876.

1^{re} part, $\frac{2}{3}$ de la 2^e;

2^e part, $\frac{4}{5}$ de la 3^e.

Regardons la somme de 2100^f comme composée de plusieurs parties égales.

Supposons que la 3e personne prenne 15 de ces parties.

La 2e aura les $\frac{4}{5}$ de 15 parties, c'est-à-dire 12 parties.

La 1re aura les $\frac{2}{3}$ de 12 parties, c'est-à-dire 8 parties.

Cela fait $15 + 12 + 8 = 35$ parties égales.

Divisant 2100f en 35 parties égales, on trouve pour la valeur d'une partie 60 fr.

La 1re personne aura donc......... $60^f \times 8 = 480^f$
La 2e .... $60^f \times 12 = 720^f$
La 3e .... $60^f \times 15 = 900^f$
Total... 2100^f.

REMARQUE. — Au lieu de supposer ici, comme dans le problème précédent, qu'on donne un certain nombre de *francs* à la 3e personne, on a regardé la somme comme composée d'un certain nombre de *parties égales*. Le raisonnement reste le même ; il n'y a qu'un mot de remplacé par un autre. Mais cette substitution est d'une grande importance, lorsque le problème attribue à une part un certain nombre de francs déterminé en sus ou en moins de ce qu'elle doit être par rapport à la part dont elle dépend : le mot *parties égales* est alors indispensable : c'est ce qu'on voit dans quelques-uns des problèmes suivants, par exemple dans les problèmes 572 et 573.

571. *Trois personnes héritent d'une somme de 2925 francs, qui doit être partagée entre elles, de manière que la 3e ait autant que les deux autres et que la 1re ait 250 francs de moins que la 2e.*

Chercher les trois parts et calculer l'intérêt que chacune rapportera au bout d'un an à 4,5 %.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1877.

1° La 3e devant avoir autant que les deux autres ensemble aura la moitié de la somme, c'est-à-dire $1462^f,50$.

L'autre moitié doit être divisée en deux parties dont l'une surpasse l'autre de 250 fr.

Prélevons 250^f. Il reste $1462^f,50 - 250^f = 1212^f,50$.

La 1re aura.................. $1212^f,50 : 2 = 606^f,25$
La 2e...................... $606^f,25 + 250 = 856^f,25$
La 3e.................................... $1462^f,50$
Total... $2925^f,00$.

2° A 4,5 %, les intérêts rapportés par ces parts sont :
par la 1re............................ $0^f,045 \times 606,25 = 27^f,28$.

par la 2e............................ $0^f,045 \times 856,25 = 38^f,53$.
par la 3e............................ $0^f,045 \times 1462,50 = 65^f,81$.

572. *Partager 1800 francs entre trois personnes, de manière que la 2e ait les $\frac{2}{5}$ de la part de la 1re, plus 150 francs, et que la 3e ait les $\frac{3}{4}$ de la part de la 2e, moins 120 francs.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Dijon, 1879.

2e, $\frac{2}{5}$ de la 1re $+ 150^f$
3e, $\frac{3}{4}$ de la 2e $- 120^f$

Regardons la somme comme composée d'un certain nombre de parties égales.

Supposons que la 1re personne reçoive 20 de ces parties.

La 2e aura les $\frac{2}{5}$ de 20 parties plus 150^f, c.-à-d. $8^p + 150$ fr.

La 3e aura les $\frac{3}{4}$ de 8 parties plus les $\frac{3}{4}$ de 150^f moins 120 fr., c'est-à-dire

$$6^p + 112^f,50 - 120^f \text{ ou } 6^p - 7^f,50.$$

D'après cela, on doit donner :
à la 1re................................ 20^p
à la 2e................................ $8^p + 150^f$
à la 3e................................ $6^p - 7^f,50$
Total... $34^p + 142^f,50$.

On prélève d'abord 142,50 sur les 1800^f ; il reste

$$1800^f - 142^f,50 = 1657^f,50.$$

En divisant ce reste en 34 parties égales on trouve

$$1657,50 : 34 = 48^f,75.$$

Les parts cherchées sont donc :
pour la 1re.................... $48^f,75 \times 20 = 975^f$
pour la 2e.................. $48^f,75 \times 8 + 150^f = 540^f$
pour la 3e................ $48^f,75 \times 6 - 7^f,50 = 285^f$
Total... 1800^f.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 32.)

573. *Dans un département, le nombre des écoles de filles est les $\frac{[illegible]}{8}$ du nombre des écoles de garçons, et le nombre des écoles* *mixtes les* $\frac{2}{7}$ *du nombre des écoles de filles. La population moyenne de chaque école est de 95 élèves ; la population scolaire est les 0,15 de la population totale, et cette population totale est de 383 800 habitants. Trouver le nombre des écoles de garçons.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Mars, 1882.

La population scolaire est 15 fois la 100^e partie de la population totale, c'est-à-dire $3838 \times 15 = 57\,570$ élèves.

Le nombre total des écoles est.............. $57\,570 : 95 = 606$.

Supposons que le nombre des écoles de garçons soit 56.

Celui des écoles de filles sera les $\frac{5}{8}$ de 56, c'est-à-dire 35.

Celui des écoles mixtes sera les $\frac{2}{7}$ de 35, c'est-à-dire 10.

Total... 101

Autant de fois il y a 101 dans 606, autant de fois il y a :
56 écoles de garçons, 35 écoles de filles et 10 écoles mixtes.
Ce nombre de fois est $606 : 101 = 6$.
Les nombres d'écoles sont donc :

Écoles de garçons.............................. $56 \times 6 = 336$.
Écoles de filles.............................. $35 \times 6 = 210$.
Écoles mixtes.............................. $10 \times 6 = 60$

574. *Partager* 6490 *francs entre quatre personnes, sous les conditions suivantes : la* 1^{re} *aura* 100 *fr. de plus que la* 2^e *; la* 2^e, 240 *fr. de plus que la* 3^e *; la* 3^e, 350 *fr. de plus que la* 4^e.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

Pour abréger désignons la part de la 4^e par x.
La part de la 3^e sera $x + 350$.
La part de la 2^e sera $x + 350 + 240$, c'est-à-dire $x + 590$.
La part de la 1^{re} sera $x + 590 + 100$, c'est-à-dire $x + 690$.
La somme à partager étant égale au total des quatre parts, on peut écrire :

$$6490 = x + x + 350 + x + 590 + x + 690,$$

ou

$$6490 = 4x + 1630.$$

Ainsi la somme à partager contient le quadruple de la part de la 4^e personne plus 1630 fr.

Ce quadruple égale donc $6490 - 1630 = 4860$ fr.

La part de la 4^e égalera........... $4860 : 4 = 1215^f$.
Celle de la 3^e est............... $1215 + 350 = 1565^f$.
Celle de la 2^e est............... $1565 + 240 = 1805^f$.
Celle de la 1^{re} est.............. $1805 + 100 = 1905^f$.

Total... 6490^f.

575. *Trois villes doivent se partager* 5940 *fr. proportionnellement à leur population. La population de la* 1^{re} *est à celle de la* 2^e *comme* 3 *est à* 5, *et celle de la* 2^e *est à celle de la* 3^e *comme* 8 *est à* 7. *Quelle somme revient-il à chaque ville ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Bordeaux, 1871.

D'après l'énoncé, la population de la 1^{re} est les $\frac{3}{5}$ de celle de la 2^e ; celle de la 2^e est les $\frac{8}{7}$ de celle de la 3^e.

Supposons donc la somme divisée en un certain nombre de parties égales et donnons-en 35 à la 3^e ville.

La 2^e aura les $\frac{8}{7}$ de 35 parties c'est-à-dire 40 parties ;

la 1^{re} aura les $\frac{3}{5}$ de 40 parties c'est-à-dire 24 parties.

Le nombre total de ces parties est :

$$35 + 40 + 24 = 99.$$

La 99^e partie de la somme est $5940^f : 99 = 60$ fr.
Les parts seront :

pour la 1^{re} ville......................... $60^f \times 24 = 1440^f$.
pour la 2^e............................. $60^f \times 40 = 2400^f$.
pour la 3^e............................. $60^f \times 35 = 2100^f$.

576. *Partager* 9000 *francs entre un homme,* 3 *femmes et* 5 *enfants, de manière que chaque femme reçoive* 3 *fois autant qu'un enfant, et que l'homme ait* 2 *fois ce que reçoit une femme.*

Certificat d'études primaires. — Belfort, 1879.

Si on donnait 1 fr. à un enfant, une femme recevrait 3 fr. et l'homme 6 francs. On donnerait ainsi :
aux 5 enfants 5 fr. ; aux 3 femmes 9 fr. ; à l'homme 6 fr
Le total de ces trois parts serait 20 francs.
Autant de fois il y a 20 fr. dans 9000 fr., autant de fois on donnera 1 fr. à chaque enfant, 3 fr. à chaque femme et autant de fois 6 fr. à l'homme.

Ce nombre de fois est $9000 : 20 = 450$

Les parts sont donc : pour un enfant .... 450 fr.
pour une femme .... $450 \times 3 = 1350$ fr.
pour l'homme .... $1350 \times 2 = 2700$ fr.

577. *Trois ouvriers ont travaillé pour le même patron. Le* 1^{er} *a fait 18 journées à* $3^f,50$*; le* 2^e *15 journées à* $4^f,25$ *; le* 3^e *6 journées à 5 francs. Le patron, étant à court d'argent, leur abandonne en payement un effet de* $187^f,75$ *à partager entre eux. Un agent d'affaires consent à leur échanger cet effet contre espèces avec une diminution de 8 %. Combien revient-il à chacun?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Besançon, 1878.

Au 1^{er} il est dû	$3^f,5 \times 18 =$	$63^f,00$
Au 2^e	$4,25 \times 15 =$	$63^f,75$
Au 3^e	$5^f \times 6 =$	$30^f,00$
	Total...	$156^f,75.$

La réduction sur le montant du billet est

$$0^f,08 \times 187,75 = 15^f,02.$$

Reste à partager entre les trois ouvriers :

$$187^f,75 - 15^f,02 = 172^f,73.$$

Pour un salaire de $156^f,75$ ils reçoivent $172^f,73$.

Pour un salaire de 1 fr. on recevrait $\frac{172,73}{156,75} = 1,1019$

Les trois parts seront donc :

pour le 1^{er} .... $1^f,1019 \times 63 = 69^f,4197$ c.-à-d. $69^f,42$.
pour le 2^e .... $1^f,1019 \times 63,75 = 70^f,2461$ ...... $70^f,25$.
pour le 3^e .... $1^f,1019 \times 30 = 33^f,0570$ ...... $33^f,06$.

578. *On partage une somme de 10 000 fr. entre quatre personnes. La* 1^{re} *doit avoir 2 fois autant que la* 2^e*, moins 2000 fr.; la* 2^e*, 3 fois autant que la* 3^e*, moins 3000 fr.; la* 3^e*, 6 fois autant que la* 4^e*, moins 4000 fr. Trouver la part de chaque personne.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Besançon, 1878.

Supposons que la somme soit composée d'un certain nombre de parties égales.

Donnons à la 4^e personne 1 de ces parties

La 3^e en aura 6 moins 4000 fr., c'est-à-dire $6p - 4000$ fr.

La 2^e aura le triple de la part de la 3^e moins 3000 fr., c'est-à-dire

$$18p - 12\,000^f - 3000^f \text{ ou } 18p - 15\,000 \text{ fr.}$$

La 1^{re} aura le double de la part de la 2^e moins 2000 fr., c'est-à-dire :

$$36p - 30\,000^f - 2000^f \text{ ou } 36p - 32\,000 \text{ fr.}$$

Le total des quatre parts est donc

$$1p + 6p - 4000^f + 18p - 15\,000^f + 36p - 32\,000 \text{ fr.}$$

ou

$$61p - 51\,000 \text{ fr.}$$

On peut donc écrire :

$$61p - 51\,000^f = 10\,000 \text{ fr.}$$

On a par conséquent :

$$61p = 61\,000^f$$

et

$$1p = 1000 \text{ fr.}$$

Ainsi la 4^e personne recevra 1000 fr.

On trouvera ensuite :

pour la 3^e 2000 fr. ; pour la 2^e 3000 fr. ; pour la 1^{re} 4000 fr.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées.* Problème 31.)

579. *Une personne partage sa fortune en trois parties proportionnelles à 3, 7, 9. Elle place la* 1^{re} *partie à 4 %, la* 2^e *à 4,5 %, et la* 3^e *à 5 %. Le revenu annuel ainsi constitué est de 1520 fr. Quelle était la fortune de cette personne?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Bordeaux, 1879.

On a d'abord :

$$3 + 7 + 9 = 19.$$

Supposons que la fortune soit de 1900 francs.

La 1^{re} partie sera 300 fr. ; la 2^e 700 fr. ; la 3^e 900 fr.

L'intérêt de la 1^{re} partie serait......	$4^f \times 3 =$	$12^f,0$
L'intérêt de la 2^e..................	$4^f,5 \times 7 =$	$31^f,5$
L'intérêt de la 3^e..................	$5^f \times 9 =$	$45^f,0$
	Total...	$88^f,5.$

Autant de fois il y a $88^f,5$ dans 1520 fr., autant de fois il y aura 1900 francs dans le montant de la fortune.

Ce nombre de fois est $\frac{1520}{88,5} = \frac{3040}{177}$.

Le montant de la fortune est donc :

$$1900^{f} \times \frac{3040}{177} = 32\,632^{f},76\,.$$

580. *Une somme ayant été partagée entre trois personnes proportionnellement aux nombres* $2\frac{1}{4}$, $7\frac{2}{5}$, $8\frac{1}{2}$, *la 3e a pu acheter 544 mètres de toile à* $1^{f},25$ *le mètre. Calculer la part de chacune et la somme totale.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

La part de la 3e est...................... $1^{f},25 \times 544 = 680$ fr.

Pour plus de simplicité, remplaçons les trois nombres donnés par

$$\frac{9}{4},\ \frac{37}{5},\ \frac{17}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{45}{20},\ \frac{148}{20},\ \frac{170}{20}.$$

La somme a été partagée proportionnellement à :

45 vingtièmes, 148 vingtièmes, 170 vingtièmes.

Supposons la somme partagée en

$$45 + 148 + 170 = 363 \text{ parties égales.}$$

Les trois personnes auraient :

la 3e 170 de ces parties ; la 2e 148 ; la 1re 45.

170 de ces 363 parties valent 680 fr.
1 de ces parties vaut $680^{f} : 170 = 4$ fr.

La 1re a donc reçu..................	$4^{f} \times 45 =$	180^{f}
La 2e............................	$4^{f} \times 148 =$	592^{f}
La 3e............................	$4^{f} \times 170 =$	680^{f}
	Somme totale...	1452^{f}.

581. *Partager 45 francs entre 1 homme, 3 femmes et 5 enfants, de manière que chaque femme reçoive 2 fois et demie autant qu'un enfant, et que l'homme ait les 5 tiers de ce qu'aura une femme.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Lyon, 1879.

Supposons qu'un enfant reçoive 6 centimes.
Chaque femme aura 2 fois et demie 6 centimes, c.-à-d. 15 centimes.
L'homme aurait 5 fois le tiers de 15 centimes, c.-à-d. 25 centimes.

Dans ce cas, les 5 enfants recevraient ensemble 30 centimes ; les 3 femmes 45 centimes ; l'homme 25 centimes.
Le total de ces trois parts est

$$30 + 45 + 25 = 100^{c} = 1 \text{ franc.}$$

Pour 45 francs à partager, les parts seront :

pour les 5 enfants..............	$0^{f},30 \times 45 =$	$13^{f},50$
pour les 3 femmes.............	$0^{f},45 \times 45 =$	$20^{f},25$
pour l'homme..................	$0^{f},25 \times 45 =$	$11^{f},25$
	Total...	$45^{f},00$.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 36.)

582. *Une mosaïque rectangulaire, longue de* $3^{m},50$ *et large de* $2^{m},25$, *est formée de petits carrés blancs, rouges, jaunes et noirs, qui ont tous une surface de 1 centimètre carré 44 millimètres carrés. Les étendues des surfaces blanches, rouges, jaunes et noires sont respectivement proportionnelles aux nombres* 2, 3, $4\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{4}$.

Combien y a-t-il de carrés de chaque couleur?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Aube, 1879.

Surface de la mosaïque $225 \times 350 = 78\,750$ centimètres carrés.
Nombre des petits carrés................ $78\,750 : 1,44 = 54\,687$.
Les quatre nombres donnés convertis en quarts deviennent :

8 quarts, 12 quarts, 18 quarts, 11 quarts.

La question revient donc à partager 54 687 en quatre parties proportionnelles aux nombres 8, 12, 18, 11.
La somme de ces nombres est $8 + 12 + 18 + 11 = 49$.
On trouve ensuite............ $54\,687 : 49 = 1116,061$.
Les nombres de carrés sont :

blancs..............	$1116,061 \times 8 =$	8 928,488 ou	8 928
rouges..............	$1116,061 \times 12 =$	13 392,728	13 393
jaunes..............	$1116,061 \times 18 =$	20 089,192	20 089
noirs...............	$1116,061 \times 11 =$	12 276,671	12 277
		Total...	54 687.

583. *Un ouvrier, sa femme et son fils ont reçu* $183^{f},96$ *pour 25 journées du père, 18 de la femme et 21 du fils. Le prix de la journée de la femme vaut les 0,75 du prix de la journée de l'ouvrier, et la journée du fils les 0,80 du prix de la journée de la* *mère. Quel est le prix de la journée de chacun et combien chacun reçoit-il en tout?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Aisne, 1878.

Supposons que le père ait par jour 1 franc.
La mère a $0^f,75$; le fils a 0,8 de $0^f,75$ ou $0^f,60$.

Dans ce cas la somme reçue par le père serait $25^f,00$.
Celle de la mère............... $0^f,75 \times 18 = 13^f,50$
Celle du fils.................... $0^f,60 \times 21 = 12^f,60$
Total... $51^f,10$.

Autant de fois il y aura $51^f,10$ dans $183^f,96$, autant de fois le père recevra 1 fr. par journée, la mère $0^f,75$ et le fils $0^f,60$.
Ce nombre de fois est

$$\frac{183,96}{51,10} = \frac{1839,6}{511} = 3,6$$

Le père recevait par jour................................ $3^f,60$.
La mère................................ $0,75 \times 3,6 = 2^f,70$.
Le fils................................ $0,60 \times 3,6 = 2^f,16$.
Les sommes payées à chacun sont :
au père...................... $3^f,60 \times 25 = 90^f,00$
à la mère...................... $2^f,70 \times 18 = 48^f,60$
au fils...................... $2^f,16 \times 21 = 45^f,36$
Total... $183^f,96$.

584. *Dans un ménage, le mari gagne $3^f,50$ par journée de travail et la femme $1^f,70$. La dépense de nourriture de la famille est en moyenne de $2^f,425$ par jour, et cette dépense a absorbé par an les $\frac{3}{5}$ des salaires perçus. On sait, en outre, que les nombres des journées de travail de la femme et du mari ont été entre eux, cette année-là, dans le rapport de 5 à 6. Trouver quel a été ce nombre de journées pour chacun dans cette année.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Mars, 1880.

La dépense pour l'année a été
$2^f,425 \times 365 = 885^f,125$.

Cette somme est les $\frac{3}{5}$ ou les 0,6 du gain total.

1 dixième de ce gain est $\frac{885,125}{6} = 147^f,520$.

Le gain total est $147,520 \times 10 = 1475^f,20$.

En 5 jours la femme gagne ...... $1^f,70 \times 5 = 8^f,50$
En 6 jours l'homme gagne....... $3^f,50 \times 6 = 21^f,00$
Total... $29^f,50$.

Autant de fois ce total est contenu dans $1475^f,20$, autant de fois le nombre des journées de la femme vaudra 5; autant de fois le nombre des journées du mari vaudra 6.

Ce nombre de fois est le quotient $\frac{1475,2}{29,5} = 50$.

Le nombre des journées de la femme est....... $5 \times 50 = 250$.
Le nombre des journées du mari est........... $6 \times 50 = 300$.

585. *L'actif d'une faillite, tous frais de liquidation déduits, est de* 168 925 *francs. Faire la répartition entre les quatre créanciers, auxquels il est dû respectivement :*

63 275 *fr.*; 41 835 *fr.*; 91 605 *fr.*; 53 800 *fr.*

On calculera chaque part à moins de 1 *centime près.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1876.

Le total des quatre créances est...................... 250 515 fr.
Pour payer ce total on donne...................... 168 925 fr.

Pour payer 1 fr. on donnerait $\frac{168\,925}{250\,515} = \frac{33\,785}{50\,103}$.

Il reviendra donc :

au 1er $\frac{33\,785}{50\,103} \times 63\,275$; au 2e $\frac{33\,785}{50\,103} \times 41\,835$;
au 3e $\frac{33\,785}{50\,103} \times 91\,605$; au 4e $\frac{33\,785}{50\,103} \times 53\,800$.

En effectuant pour chaque part la multiplication puis la division jusqu'au chiffre des centièmes, on aura chaque part avec le degré d'exactitude demandé.

Observation. — Si l'on veut éviter de faire ici *quatre multiplications* et *quatre divisions*, on peut diviser d'abord 33 785 par 50 103, ce qui donne le bénéfice revenant à une créance de 1 franc; mais il faut alors employer dans ce quotient assez de chiffres décimaux pour que l'erreur dont se trouvera affecté le produit de la multiplication soit moindre que 0,01. Or 91 605, qui est le plus fort des quatre multiplicateurs, étant moindre que 100 000, il suffira que l'erreur dont le quotient restera affecté soit moindre que la 100 000^e partie de 0,01, c'est-à-dire qu'elle soit inférieure à 1 dix-millionième. Pour cela on doit obtenir le quotient avec 7 chiffres décimaux.

On trouve ainsi.............. 33 785 : 50 103 = 0,6743109.

En opérant ensuite, soit par la méthode ordinaire de la multiplication, ce qui serait un peu long, soit par la méthode abrégée, on obtiendrait :

pour le 1er créancier	42 667^f,02
pour le 2^e	28 209^f,80
pour le 3^e	61 770^f,25
pour le 4^e	36 277^f,93
Total....	168 925^f,00.

586. *Deux marchands se sont associés et ont mis* 800 *francs dans un commerce qui leur a rapporté* 150 *francs de bénéfice. Le premier ayant retiré, mise et bénéfice compris,* 570 *francs, on demande la mise de chacun et le bénéfice du second.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Le capital et le bénéfice font un total de 950 fr.
De ce total le 1er marchand a retiré...................... 570 fr.
Le 2^e a reçu le reste c'est-à-dire........... 950 — 570 = 380 fr.
Or le bénéfice 150 fr. est égal à 150 fois la 950^e partie du tota 950 fr. ; il vaut donc :

$$\frac{150}{950} \text{ ou } \frac{15}{95} \text{ ou } \frac{3}{19} \text{ du total des mises et du bénéfice.}$$

Le bénéfice de chaque marchand est ainsi les $\frac{3}{19}$ de la somme qu'il a reçue dans le partage.

Le bénéfice du 1er est .... $570 \times \frac{3}{19} = 90$ fr.

Le bénéfice du 2^e est .... $380 \times \frac{3}{19} = 60$ fr.

La mise du 1er est 570 — 90 = 480 fr.
La mise du 2^e est 380 — 60 = 320 fr.

587. *Trois associés qui ont fait une entreprise en commun en ont retiré un bénéfice de* 10 745 *francs. En se séparant, ils ont eu, mise et gain compris : le* 1er, 39 352 *fr.; le* 2^e, 32 624 *fr.; le* 3^e, 13 984 *fr. On demande la mise et le gain de chacun.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

Le total des mises et des gains est :

$$39\,352 + 32\,624 + 13\,984 = 85\,960 \text{ fr.}$$

La somme des mises est 85 960 — 10 745 = 75 215 fr.

Une mise de 1 fr. aurait rapporté............... $\frac{10\,745}{75\,215} = \frac{1}{7}$ fr.

Une mise de 1 fr. augmentée de son gain serait devenue

$$1 + \frac{1}{7} = \frac{8}{7} \text{ fr.}$$

Les mises des trois associés sont donc :

$$1^{er} \quad 39\,352 : \frac{8}{7} = 39\,352 \times \frac{7}{8} = 39\,352 \times 0{,}875 = 34\,433 \text{ fr.}$$

$$2^e \quad 32\,624 : \frac{8}{7} = 32\,624 \times \frac{7}{8} = 32\,624 \times 0{,}875 = 28\,546 \text{ fr.}$$

$$3^e \quad 13\,984 : \frac{8}{7} = 13\,984 \times \frac{7}{8} = 13\,984 \times 0{,}875 = 12\,236 \text{ fr.}$$

Les bénéfices de chacun sont :

1er..................................	39 352 — 34 433 = 4 919 fr.
2^e..................................	32 624 — 28 546 = 4 078 fr.
3^e..................................	13 984 — 12 236 = 1 748 fr.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 92.)

588. *Trois personnes associées pour une entreprise commerciale avaient mis d'abord* 24 000 *francs chacune; mais au bout de* 3 *mois la* 2^e *augmenta sa mise de* 12 000 *francs, et la* 3^e *en fit autant* 3 *mois après la* 2^e. *Au bout de* 18 *mois, l'entreprise avait rapporté* 15 000 *francs de bénéfice. Calculer la part de chaque associé, en sachant que le* 1er *associé, chargé de diriger l'entreprise, a prélevé avant tout partage* 6 °/$_0$ *sur le bénéfice.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Rennes, 1871.

La 1re prélève d'abord....................... 6^f × 150 = 900 fr.
Il reste à partager.................... 15 000^f — 900^f = 14 100^f.
Or les mises ont été :
pour la 1re, 24 000 fr. pendant 18 mois ;
pour la 2^e, 24 000 fr. pendant 18 mois plus 12 000^f pendant 15 mois ;
pour la 3^e, 24 000 fr. pendant 18 mois plus 12 000 fr. pendant 12 mois.

Les bénéfices de chaque personne doivent être les mêmes que si elles avaient mis pendant 1 mois les sommes suivantes :

la 1re........................ $24\,000 \times 18 = 432\,000^f$
la 2e......... $24\,000 \times 18 + 12\,000 \times 15 = 612\,000^f$
la 3e......... $24\,000 \times 18 + 12\,000 \times 12 = 576\,000^f$
Total... $1\,620\,000^f$.

On a maintenant à partager $14\,100^f$ proportionnellement à ces trois sommes, ou plus simplement aux nombres : 432, 612, 576.
La somme de ces trois nombres est 1620.

En appliquant la règle, on trouve :

$$14\,100 : 1620 = 8{,}703\,703\ldots$$

1re................. $8^f{,}7037 \times 432 = 3759^f{,}9984$ c.-à-d. 3760^f.
2e................. $8^f{,}7037 \times 612 = 5326^f{,}6644$ $5326^f{,}67$.
3e................. $8^f{,}7037 \times 576 = 5013^f{,}3312$ $5013^f{,}33$.
La 1re aura en tout.................. $3660^f + 900^f = 4660$ fr.

589. *Deux associés ont mis dans une entreprise, l'un 80 000 fr. au 1er janvier et l'autre 72 000 francs 3 mois après. Au 1er mai, le 1er a pris sur le bénéfice commun 1800 fr., et le 2e au 1er septembre a pris 2600 fr. Que revient-il à chacun sur le bénéfice restant, qui est de 18 500 fr. au moment du règlement de compte qui est le 1er avril de l'année suivante?*

Brevet supérieur. — Nancy, 1879.

Pour abréger, nommons Jean le premier associé et Paul le second.
1° Paul avec 80 000 fr., en 4 mois (du 1er janvier au 1er mai), doit avoir le même gain qu'avec une somme 4 fois plus forte, au bout de 1 mois.
Cette somme serait.................... $80\,000^f \times 4 = 32\,000$ fr.
Au 1er mai, Paul retirant 1800 fr. a seulement en société :

$$80\,000^f - 1800^f = 78\,200 \text{ fr.}$$

De ce reste Paul doit retirer en 11 mois (1er mai au 1er avril) le même gain qu'avec une somme 11 fois plus forte en 1 mois.
Cette somme serait.................. $78\,200^f \times 11 = 860\,200$ fr.
Le gain qui revient à Paul est donc le même que celui qui serait produit, en 1 mois, par une somme égale à

$$320\,000^f + 860\,200^f = 1\,180\,200 \text{ fr.}$$

2° Jean, avec 72 000 fr. pendant 5 mois (du 1er avril au 1er septembre), doit avoir le même gain qu'avec une somme 5 fois plus grande en 1 mois.

Cette somme serait.................. $72\,000^f \times 5 = 360\,000$ fr.
Au 1er septembre, Jean retirant 2600 fr. a seulement en société :

$$72\,000^f - 2600^f = 69\,400 \text{ fr.}$$

Avec ce reste pendant 7 mois (du 1er septembre au 1er avril) il doit avoir le même gain qu'avec une somme 7 fois plus forte en 1 mois.
Cette somme serait.................. $69\,400^f \times 7 = 485\,800$ fr.
Le gain qui revient à Jean est donc le même que s'il avait mis en société pendant 1 mois :

$$360\,000^f + 485\,800^f = 845\,800^f.$$

3° Il s'agit donc de partager le bénéfice restant 18 500 fr. proportionnellement aux nombres

11 802 centaines et 8458 centaines.

En appliquant la règle, on a :

$$11\,802 + 8452 = 20\,260;$$

part de Paul........... $\dfrac{18\,500}{20\,260} \times 11\,802 = 10\,776^f{,}75$;

part de Jean........... $\dfrac{18\,500}{20\,260} \times 8458 = 7723^f{,}24$.

590. *Trois créanciers ont à se partager, à la suite d'une faillite, une somme de 8729 fr., qui, restée placée pendant 3 ans chez un banquier, a rapporté 3f,75 % d'intérêt par an. Leurs créances sont 7528f,44 pour le 1er, les $\frac{7}{12}$ de cette somme pour le 2e et les $\frac{3}{5}$ du total des deux premières créances pour le 3e.*
On demande ce que chacun recevra.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Ardèche, 1879.

Créance du 1er.............................. $7528^f{,}44$.
Créance du 2e............... $\dfrac{7528{,}44 \times 7}{12} = 4391^f{,}59$.
Créance du 3e........... $11920{,}03 \times 0{,}6 = 7152^f{,}018$.
Total des créances... $19\,072^f{,}048$.

Intérêt de 8729 fr. au bout de 3 ans :

$$3{,}75 \times 87{,}29 \times 3 = 982^f{,}0125.$$

Somme à partager, $8729 + 982,0125 = 9711^f,0125$.

Part revenant à une créance de 1 fr.... $\dfrac{9711,0125}{19072,043} = 0^f,509175$

Les parts sont donc :

au 1er................	$0,509175 \times 7528,44 = 3833^f,293$;
au 2e................	$0,509175 \times 4391,59 = 2236^f,087$;
au 3e................	$0,509175 \times 7152,018 = 3641^f,628$.

Réponse. — On donnera :

au 1er $3833^f,29$; au 2e $2236^f,09$; au 3e $3641^f,63$.

591. *L'air, qui est composé de deux gaz, l'oxygène et l'azote, pèse, à volume égal, 770 fois moins que l'eau. L'oxygène et l'azote entrent dans la composition de l'air selon la proportion suivante :*

en volume, 21 d'oxygène et 79 d'azote pour 100 d'air ;

en poids, 23 d'oxygène et 77 d'azote pour 100 d'air.

D'après cela, on demande de déterminer en volume et en poids les quantités de ces deux gaz contenues dans une chambre dont les dimensions sont : longueur, $3^m,95$; largeur, $3^m,20$; hauteur, $2^m,95$.

Brevet supérieur. Aspirants. — Loiret, 1876.

Volume d'air de la chambre	$3,95 \times 3,2 \times 2,95 = 37^{mc},288$.
Poids de cet air en kilogr.......	$37\,288^{kg} : 770 = 48^{kg},425$.
Volume de l'oxygène en litres..	$37\,288 \times 0,21 = 7830^l,48$.
Volume de l'azote.............	$37\,288 \times 0,79 = 29\,457^l,52$.
Poids de l'oxygène en grammes	$48\,425 \times 0,23 = 11\,137^{gr},75$.
Poids de l'azote..............	$48\,425 \times 0,77 = 37\,287^{gr},25$.

592. *Deux personnes ont hérité ensemble d'une somme de 18 300 fr. La 1re ayant dépensé les $\frac{2}{5}$ de sa part et la 2e les $\frac{3}{7}$ de la sienne, il reste à la 1re 2 fois autant qu'à la 2e. Quelles sont les deux parts d'héritage ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Arras, 1876.

Après la dépense, il reste :

à la 1re, $\frac{3}{5}$ de sa part ; à la 2e, $\frac{4}{7}$ de la sienne.

Ainsi $\frac{3}{5}$ de la 1re part valent $\frac{8}{7}$ de la 2e part, ou, par la réduction au même dénominateur,

$\frac{21}{35}$ de la 1re part valent $\frac{40}{35}$ de la 2e part.

Il résulte de là que 21 fois la 1re part valent 40 fois la 2e.

Par conséquent la 1re part vaut $\frac{40}{21}$ de la 2e part.

Partageons 18 300 fr. en 2 parties, dont la 1re soit les $\frac{40}{21}$ de la 2e.

D'après la règle, on a :

$$40 + 21 = 61 ;$$
$$18\,300 : 61 = 300 ;$$

1re part...........	$300 \times 40 = 12\,000$ fr.
2e part............	$300 \times 21 = 6300$ fr.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 25.)

593. *Trois personnes ont mis chacune en commun une certaine somme dans une spéculation. La mise de la 2e est les 0,75 de celle de la 1re ; celle de la 3e est les 0,50 de celle de la 2e. Elles ont fait un bénéfice de $263^f,50$, qui représente 20 % du capital engagé. Trouver la part du bénéfice qui revient à chaque personne et la valeur du capital.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Remplaçons d'abord les fractions décimales 0,75 et 0,50 par les fractions ordinaires plus simples $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{2}$.

Dans le partage, les parts de ces trois personnes sont :

la 2e les $\frac{3}{4}$ de la 1re ; la 3e la $\frac{1}{2}$ de la 2e.

Supposons que la 1re ait.................................. 8 fr. ;

la 2e aura les $\frac{3}{4}$ de 8 fr., c'est-à-dire .... 6 fr.,

la 3e aura la $\frac{1}{2}$ de 6 fr., c'est-à-dire........................ 3 fr.

Le total de ces parts est.................. $8 + 6 + 3 = 17$ fr.

Autant de fois il y aura 17 fr. dans $263^f,50$, autant de fois la 1re aura 8 fr. ; la 2e 6 fr. ; la 3e 3 fr.

Ce nombre de fois est $263,5 : 17 = 15,5$.

La 1re aura......................	$8^f \times 15,5 = 124^f,00$
La 2e	$6^f \times 15,5 = 93^f,00$
La 3e	$3^f \times 15,5 = 46^f,50$.
Total...	$263^f,50$.

Dire que le bénéfice représente 20 % du capital signifie qu'il est la 5e partie du capital.

Le capital était donc $263^f,50 \times 5 = 1317^f,50$.

594. *Deux ouvrières ont ourlé en un jour, sur deux côtés seulement, 3 douzaines de mouchoirs carrés de 55 centimètres de côté, et elles ont reçu chacune 2 fr. Si on les avait payées proportionnellement au travail fait, l'une aurait reçu 2f,25 et l'autre 1f,75. Cela posé, on demande combien chaque ouvrière a fait de points et le prix payé pour 1000 points, en sachant qu'il y a 84 points dans 12 centimètres d'ourlet.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Longueur d'ourlet pour chaque mouchoir.... $55 \times 2 = 110^{cm}$.
Longueur d'ourlet totale.................. $110 \times 36 = 3960^{cm}$.
Nombre des points dans 1 centimètre d'ourlet $84 : 12 = 7$.
Nombre total de points des deux ouvrières.. $7 \times 3960 = 27720$.
Supposons que le payement soit fait proportionnellement au travail de chaque ouvrière. Le prix total du travail est :

$$2^f,25 + 1^f,75 = 4 \text{ fr. ou } 400 \text{ centimes.}$$

La 1re recevra $2^f,25$, c.-à-d. $\frac{225}{400}$ ou $\frac{9}{16}$ du prix total.

La 2e recevrait $1^f,75$, c.-à-d. $\frac{175}{400}$ ou $\frac{7}{16}$ de ce prix.

Elles ont donc fait :

la 1re, $\frac{9}{16}$ du travail, c.-à-d. $\frac{27720 \times 9}{16} = 15592^p,5$.

la 2e, $\frac{7}{16}$ du travail, c.-à-d. $\frac{27720 \times 7}{16} = 12127^p,5$.

Le prix payé pour 27720 points est 4 francs.

Le prix pour 1000 points sera $\frac{4}{27,720} = \frac{400}{2772} = 0^f,144$.

595. *Dans une fabrique, on dépense 22800 fr. par semaine pour le salaire des ouvriers. Ils sont divisés en trois catégories. Les ouvriers de la 1re catégorie reçoivent 30 fr. par tête et par semaine; ceux de la 2e reçoivent 35 fr. et ceux de la 3e catégorie 40 fr.*

On compte 4 ouvriers de la 1re catégorie pour 12 de la 2e et 4 de la 2e pour 5 de la 3e. Quel est le nombre des ouvriers de chaque catégorie?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Agen, 1875.

Le nombre des ouvriers de la 1re catégorie est $\frac{1}{3}$ du nombre des ouvriers de la 2e, et le nombre de ceux-ci est les $\frac{4}{5}$ du nombre des ouvriers de la 3e.

Supposons dans la 3e catégorie 15 ouvriers.
Il y en aura 12 dans la 2e et 4 dans la 1re.

Dans ce cas, on donnerait chaque semaine :

aux ouvriers de la 1re catégorie.... $30^f \times 4 = 120$ fr.
à ceux de la 2e.................... $35^f \times 12 = 420$ fr.
à ceux de la 3e.................... $40^f \times 15 = 600$ fr.
Total... 1140 fr.

Autant de fois 1140 fr. sont contenus dans 22800 fr., autant de fois il y aura ;
4 ouvriers dans la 1re catégorie, 12 dans la 2e et 15 dans la 3e.
Ce nombre de fois est...................... $22800 : 1140 = 20$
Les nombres d'ouvriers demandés sont donc :

dans la 1re catégorie......... $4 \times 20 = 80$;
dans la 2e.................... $12 \times 20 = 240$;
dans la 3e.................... $15 \times 20 = 300$.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 38.)

596. *Quatre ouvriers ont fait un ouvrage de 3239 mètres. Le travail du 2e est les $\frac{4}{5}$ de celui du 1er; le travail du 3e est les $\frac{2}{3}$ de celui du 2e, et le travail du 4e est les $\frac{3}{4}$ de celui du 3e. L'ouvrage total a été payé 6724 fr. Trouver combien chaque ouvrier a fait de mètres et combien il doit recevoir.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1881.

Regardons l'ouvrage comme composé d'un certain nombre de parties égales.

Supposons que le 1er ouvrier ait fait.......... 60 parties.

Le 2e aura fait les $\frac{4}{5}$ de 60 parties, c'est-à-dire 48 parties.

Le 3e aura fait les $\frac{2}{3}$ de 48 parties, c'est-à-dire 32 parties.

Le 4e aura fait les $\frac{3}{4}$ de 32 parties, c'est-à-dire 24 parties.

Total... 164 parties.

Ces 164 parties contiennent 3239 mètres.

Une de ces parties contient......... .... $\frac{3239}{164} = 19^m,75.$

Les ouvriers ont fait :

le 1^{er}......................... $19^m,75 \times 60 = 1185^m$
le 2^e......................... $19^m,75 \times 48 = 948^m$
le 3^e......................... $19^m,75 \times 32 = 632^m$
le 4^e......................... $19^m,75 \times 24 = 474^m$
Total... 3239^m.

Pour 164 parties, on a payé 6724 francs.

Pour une de ces parties, on aurait payé $\frac{6724}{164} = 41$ fr.

Les sommes payées aux ouvriers sont :

au 1^{er}......................... $41^f \times 60 = 2460$ fr.
au 2^e......................... $41^f \times 48 = 1968$ fr.
au 3^e......................... $41^f \times 32 = 1312$ fr.
au 4^e......................... $41^f \times 24 = 984$ fr.
Total... 6724 fr.

597. *Deux rentiers ont placé leurs capitaux. Le 1^{er}, au taux de 4 %, reçoit en 4 mois autant d'intérêt que le 2^e en un an au taux de 5 %, et le total des deux capitaux est 28 500 fr. Trouver le montant de chaque capital.*

Brevet supérieur. Aspirantes.

Supposons que le 1^{er} ait placé 15 fr.

L'intérêt de 15 fr. à 4 % pour 4 mois, c'est-à-dire $\frac{1}{3}$ d'année, est

$$\frac{0^f,04 \times 15}{3} = 0^f,20.$$

Le capital qui, à 5 % en 1 an, rapporte $0^f,20$ d'intérêt est 20 fois cet intérêt, c'est-à-dire $0^f,2 \times 20 = 4$ fr.

Si donc le 1^{er} avait placé 15 fr., le 2^e aurait placé 4 fr.

Le total de ces deux sommes est 19 fr.

Ainsi le capital du 1^{er} est $\frac{15}{19}$ du total, c'est-à-dire

$$28\,500 \times \frac{15}{19} = 22\,500 \text{ fr.}$$

Le capital du 2^e est $\frac{4}{19}$ du total, c'est-à-dire

$$28\,500 \times \frac{4}{19} = 6000 \text{ fr.}$$

598. *Deux capitaux font un total de 167 280 fr. Le 1^{er}, placé à 4 % pendant 3 mois, produirait un intérêt double de celui du 2^e placé à 5 % pendant 7 mois. Quels sont ces deux capitaux ?*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Supposons le 1^{er} capital égal à 100 fr

L'intérêt de 100 fr. pendant 3 mois à 4 % est 1 franc

Le 2^e capital en 7 mois à 5 % produirait $0^f.50$.

D'après la règle, ce 2^e capital serait

$$\frac{0,50 \times 1200}{5 \times 7} = \frac{120}{7} \text{ fr.}$$

Or il doit y avoir entre le 1^{er} capital et le 2^e le même rapport qu'entre 100 et $\frac{120}{7}$ ou entre $\frac{700}{7}$ et $\frac{120}{7}$.

Il suffit donc de diviser 167 280 en deux parties proportionnelles aux nombres 700 et 120.

La somme de ces nombres est 820.

On aura ainsi :

$$1^{er} \text{ capital, } 167\,280^f \times \frac{700}{820} = 142\,800 \text{ fr.}$$

$$2^e \text{ capital, } 167\,280^f \times \frac{120}{820} = 24\,480 \text{ fr.}$$

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 60.)

599. *Un champ de trèfle de 1 hectare 4 ares, sur la moitié duquel on a répandu 490 kilogr. de plâtre du prix de $2^f.50$ le quintal, a produit 4480 kilogr. de foin estimé 4 fr. le quintal. Le produit en foin de la partie non plâtrée est les $\frac{3}{5}$ du produit de l'autre partie. On demande : 1° quel est le rendement total du champ de trèfle ; 2° quel eût été le rendement, si le champ de trèfle avait été entièrement recouvert de plâtre ; 3° si on aurait réalisé le même bénéfice en plaçant à 3,5 % pendant un an l'argent employé à l'acquisition du plâtre.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Clermont, 1879.

1° Le produit du champ est............ $4^f \times 44,80 = 179^f,20$.

Pour avoir le produit de chacune des deux parties du champ, il faut partager $179^f,20$ en deux parties telles que l'une soit les $\frac{3}{5}$ de l'autre.

D'après la règle on divise 179^f20 par 8, ce qui donne $22^f,40$.

La 1re partie a produit .... $22^f,40 \times 5 = 112^f,00$.
La 2e partie .... $22^f,40 \times 3 = 67^f,20$.

2° Entièrement plâtré, le champ aurait rapporté le double de la moitié plâtrée, c'est-à-dire

$$112^f \times 2 = 224 \text{ fr.}$$

3° Le gain donné par le plâtre est

$$224 - 179,20 = 44^f,80.$$

Le prix d'achat du plâtre est .... $2^f,5 \times 419 = 12^f,25$.
L'intérêt de ce prix à 3,5 °/o serait

$$0^f,035 \times 12,25 = 0^f,42875, \text{ c'est-à-dire } 0^f,43.$$

On a donc gagné beaucoup plus à employer le plâtre qu'à placer à 3,50 °/o le prix qu'aurait coûté l'achat du plâtre.

600. *Un homme achète, à raison de 25 fr. l'are, un champ de forme rectangulaire, ayant 336 mètres de pourtour, et dont la largeur n'est que les $\frac{2}{5}$ de la longueur. Il affecte au payement de ce champ le quart du revenu d'une maison estimée 18 000 fr. et rapportant un intérêt annuel de 4,5 °/o. Combien lui faudra-t-il de temps pour se libérer ?*

Concours d'admission à l'École normale de Dijon. — 1879.

La somme de la longueur et de la largeur est 168 mètres.

Partageons 168 mètres en 2 parties dont l'une soit les $\frac{2}{5}$ de l'autre.

D'après la règle, on divise 168 en (2 + 5) ou 7 parties égales, ce qui donne $168 : 7 = 24^m$.

La longueur a .... $24^m \times 5 = 120^m$.
La largeur a .... $24^m \times 2 = 48^m$.
La surface du champ est $120 \times 48 = 5760^{mq}$.
L'achat a coûté .... $25 \times 57,6 = 1440$ fr.
La maison rapporte ... $4,5 \times 180 = 810$ fr.
La somme payée annuellement est $810 : 4 = 202^f,50$.
Le nombre de payements annuels sera :

$$1440 : 202,5 = 7\,\frac{225}{2025} = 7\,\frac{1}{9}.$$

La dette sera payée en 8 ans; seulement la 8e année on n'aura à payer que la 9e partie de $202^f,50$, c'est-à-dire $22^f,50$.

601. *L'un des côtés d'un champ rectangulaire est les $\frac{4}{5}$ de l'autre, et la somme de ses quatre côtés est 216 mètres.*

On a cultivé dans ce champ des pommes de terre. Les $\frac{2}{3}$ de la récolte ont été employés à faire de la fécule, ce qui a donné un poids de fécule de 4352 kilogr. Or 5 kilogr. de pommes de terre rapportent 965 grammes de fécule, et 1 hectolitre de pommes de terre pèse en moyenne 62 kilogr. On demande combien ce champ rapporte d'hectolitres de pommes de terre par hectare.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Douai, 1871.

1° Le total de la longueur et de la largeur du champ est 108^m.
Si on suppose ce nombre de 108^m divisé en 9 parties égales, la largeur en contiendra 4 et la longueur 5.
Or la 9e partie de 108 est 12.
La largeur a $12 \times 4 = 48^m$; la longueur $12 \times 5 = 60^m$.
La surface du champ a .... $48 \times 60 = 2880^{mq} = 28^a,8$.
Les 2 tiers de la récolte ont donné en fécule 4352^{kg}.
1 tiers donnerait la moitié, c'est-à-dire 2176^{kg}.
Le champ entier aurait donné .... $2176 \times 3 = 6528^{kg}$.
5^{kg} de pommes de terre fournissent 965^{gr} de fécule.
1^{kg} de pommes de terre en fournirait le 5e c'est à dire 193^{gr}.
Le nombre de kilogr. de pommes de terre qui a fourni 6528^{kg} de fécule est donc :

$$6\,528\,000 : 193 = 33\,823^{kg}.$$

Le nombre d'hectolitres de ce poids de pommes de terre est

$$33\,823 : 62 : 545^{hl},53.$$

Ainsi une surface de $28^a,8$ a rapporté $545^{hl},53$ de pommes de terre.

1 are aurait rapporté .... $\frac{545,53}{28.8} = \frac{5455.3}{288} = 18^{hl},94$.

1 hectare a rapporté 1894 hectolitres.

602. *Un industriel lègue à trois employés deux sommes, l'une de 3000 fr. et l'autre de 2000 fr. Il veut que chacun reçoive de la 1re une part directement proportionnelle à la durée de ses services, et de la 2e une part inversement proportionnelle à son âge.*

Trouver ce qui revient à chacun, en sachant que le 1er a 15 ans de services et 56 ans d'âge; le 2e, 20 ans de services et 60 ans d'âge; le 3e, 25 ans de services et 70 ans d'âge.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1881.

1° Les nombres d'années de service sont :

au 1er 15 ans; au 2e 20 ans; au 3e 25 ans.

Or 20^a sont les $\frac{4}{3}$ de 15^a; 25^a sont les $\frac{5}{3}$ de 15^a.

Le 2e aura donc les $\frac{4}{3}$ du 1er; le 3e les $\frac{5}{3}$ du 1er.

Si le 1er recevait 3^f, le 2e aurait 4^f, le 3e aurait 5^f.
Ils auraient ainsi ensemble................ $3 + 4 + 5 = 12$ fr.
Autant de fois il y a 12^f dans 3000^f, autant de fois le 1er aura 3^f, le 2e 4^f, le 3e 5^f.
Ce nombre de fois est $3000 : 12 = 250$.
Sur la première somme, celle de 3000^f on donnera :

au 1er employé.......................... $3^f \times 250 = 750^f$.
au 2e.................................. $4^f \times 250 = 1000^f$.
au 3e.................................. $5^f \times 260 = 1250^f$.

2° Les âges sont :

au 1er 56^a; au 2e 60^a; au 3e 70^a.

Or 56^a sont les $\frac{56}{70}$ ou les $\frac{4}{5}$ de 70^a; 60^a sont les $\frac{6}{7}$ de 70^a.

Mais le rapport entre deux parts doit être égal au rapport inverse des âges correspondants.

La part du 1er employé sera donc les $\frac{5}{4}$ de celle du 3e; celle du 2e sera les $\frac{7}{6}$ de celle du 3e.

Si on donnait 12^f au 3e, le 1er aurait 15 fr.; le 2e aurait 14 fr.
Ensemble ils auraient $12 + 15 + 14 = 41$ fr.
Autant de fois 41^f sont contenus dans la somme à partager 2000^f, autant de fois le 1er aura 15 fr., le 2e 14 fr. et le 3e 12 fr.

Ce nombre de fois est exprimé par $\frac{2000}{41}$.

Sur la somme de 2000 fr., on donnera :

au 1er .... $15^f \times \frac{2000}{41} = \frac{30\,000}{41} = 731^f,707$;

au 2e .... $14^f \times \frac{2000}{41} = \frac{28\,000}{41} = 682^f,926$;

au 3e .... $12^f \times \frac{2000}{41} = \frac{24\,000}{41} = 585^f,365$.

3° Les trois employés recevront donc :

le 1er.................... $750^f + 731^f,71 = 1481^f,71$
le 2e.................... $1000^f + 682^f,93 = 1682^f,93$
le 3e.................... $1250^f + 585^f,36 = 1835^f,36$
Total... $5000^f,00$.

603. *La liquidation d'une faillite s'opère le 3 juin 1879. L'actif comprend un capital de 8640 fr. et une rente sur l'État de 360 fr. en 3 % au cours de 79f,70. Les créanciers sont : Pierre, à qui il est dû 12 650 fr., ainsi que l'intérêt simple à 5 % depuis le 25 octobre 1878; Louis, à qui le failli avait souscrit un billet de 8600 fr. payable sans intérêt au 1er novembre 1879. Selon les usages du commerce, ce billet doit subir l'escompte de 6 % par an.*

Partager l'actif entre les deux créanciers.

Certificat d'études des cours d'adultes. — Paris, 1879.

1° *Calcul de l'actif.* — Le nombre 360 étant égal à 120 fois 3, la rente de 360 fr. sur l'État au cours de 79,70 vaut

$$79^f,70 \times 120 = 9564 \text{ fr.}$$

L'actif de la faillite est donc

$$8640^f + 9564^f = 18\,204 \text{ fr.}$$

2° *Calcul du passif.* — Du 25 octobre 1878 au 3 juin 1879, il y a :
$7 + 30 + 31 + 31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 2 = 221$ jours.
L'intérêt de 12 650 fr. à 5 % pour 221 jours est :

$$\frac{12\,650 \times 221}{7200} = 388^f,28.$$

La somme due à Pierre est..... $12\,650^f + 338^f,28 = 13\,038^f,28$.
Du 3 juin au 1er novembre, il y a :
$28 + 31 + 31 + 30 + 31 = 151$ jours.
L'escompte sur 8600 fr. à 6 % pour 151 jours sera

$$\frac{8600 \times 151}{6000} = 216^f,43.$$

La somme due à Louis au jour de la liquidation est donc

$$8600^f - 216^f,43 = 8383^f,57.$$

Le total du passif est : $13\,038^f,28 + 8\,383^f,57 = 21\,421^f,85$.
3° *Répartition de l'actif.* — Pour payer $21\,421^f,85$ on donne une somme de 18 204 fr.

Pour payer 1 fr., on donnerait $\frac{18\,204}{21\,421,85}$.

Il reviendra donc :

à Pierre $\frac{18\,204}{21\,421,85} \times 13\,038,28$; à Louis $\frac{18\,204}{21\,421,85} \times 8383,5$

Au lieu de faire deux multiplications et deux divisions assez longues, il convient ici d'effectuer d'abord la division de 18 204 par 21 421,85, ce qui donne la somme attribuée à une créance de 1 franc et de multiplier ensuite le quotient par chacun des deux multiplicateurs. Mais comme les résultats doivent être exacts jusqu'aux centimes, il est nécessaire de savoir reconnaître combien ce quotient doit avoir de chiffres décimaux pour que les produits de ce quotient par chaque multiplicateur aient le degré d'approximation demandé. Cette détermination se fait à l'aide des principes de la théorie des approximations[1]; mais on peut ici se borner à appliquer la règle suivante :

Dans une multiplication où l'un des deux facteurs seulement est approché, le nombre des chiffres décimaux à employer dans ce facteur est égal au nombre des chiffres décimaux qu'on veut conserver au produit, plus le nombre des chiffres de la partie entière de l'autre facteur.

Ici il y a 7 chiffres décimaux à obtenir dans le quotient.

On trouvera.................... 18 204 : 21 421,85 = 0,8497865.

Les deux parts seront donc :

à Pierre..........	$0^f,8497865 \times 13\,038,28$ =	$11\,079^f,75$
à Louis...........	$0^f,8497865 \times 8383,57$ =	$7124^f,25$
	Total....	$18\,204^f,00$.

Nota. — En comptant du 25 octobre au 3 juin 7 mois 8 jours ou 218 jours et du 3 juin au 1er novembre 4 mois 28 jours ou 148 jours, on trouverait :

pour Pierre $11\,075^f,78$; pour Louis $7128^f,22$.

604. *On a employé pour exécuter un travail trois compagnies d'ouvriers. La 1re, composée de 26 hommes, aurait terminé à elle seule le travail en 16 jours $\frac{2}{3}$; la 2e, de 37 hommes, y aurait mis 12 jours $\frac{1}{2}$; la 3e, de 41 hommes, aurait eu besoin de 11 jours $\frac{3}{4}$.*

On demande : 1° quel temps les trois compagnies travaillant ensemble ont mis à exécuter le travail; 2° combien a gagné un ouvrier de chaque compagnie, si le travail a été payé 1752 fr.

Brevet supérieur. Aspirants. — Besançon, 1878.

1. Voir la théorie des approximations dans notre *Arithmétique pour l'enseignement secondaire moderne* (Classe de quatrième).

1° En fraction de jour, le temps mis par chaque compagnie pour faire seule le travail est :

$$\text{par la 1}^{\text{re}}\ \frac{50}{3};\ \text{par la 2}^{\text{e}}\ \frac{25}{2};\ \text{par la 3}^{\text{e}}\ \frac{45}{4}.$$

La portion du travail fait en 1 jour par chacune est :

$$\text{par la 1}^{\text{re}}\ \frac{3}{50},\ \text{par la 2}^{\text{e}}\ \frac{2}{25};\ \text{par la 3}^{\text{e}}\ \frac{4}{45}.$$

La portion du travail faite en 1 jour par les trois compagnies travaillant ensemble est :

$$\frac{3}{50}+\frac{2}{25}+\frac{4}{45}=\frac{27}{450}+\frac{36}{450}+\frac{40}{450}=\frac{103}{450}.$$

Autant il y a de fois $\frac{103}{450}$ dans $\frac{450}{450}$, autant il faudra de jours aux trois compagnies travaillant ensemble.

Le nombre de jours est donc :

$$\frac{450}{450}:\frac{103}{450}=\frac{450}{103}=4\frac{38}{103}.$$

2° Les sommes qui reviennent à chaque compagnie, étant proportionnelles au travail qu'elles ont fait pendant un même temps, doivent être proportionnelles aux nombres : 27, 36, 40.

On divisera donc 1752 fr. en 27 + 36 + 40 = 103 parties égales.

La 103e partie est $1752^f : 103 = 17^f\,0097$.

Les parts des trois compagnies seront :

pour la 1re......................	$17^f,0097 \times 27 = 459^f,2619$;
pour la 2e......................	$17^f,0097 \times 36 = 612^f,3492$;
pour la 3e......................	$17^f,0097 \times 40 = 680^f,388$.

Le gain d'un ouvrier de chaque compagnie sera :

dans la 1re........................	$459^f,261 : 26 = 17^f,66$;
dans la 2e........................	$612^f,349 : 37 = 16^f,55$;
dans la 3e........................	$680^f,388 : 41 = 16^f,59$.

605. *Un marchand a acheté 3 barriques de vin de qualités différentes pour les mélanger. Les contenances des fûts sont entre elles comme 3, 4, 5, et les prix de l'hectolitre comme 6, 7, 8. La vente du mélange a produit $227^f,90$, avec un bénéfice de 6 % sur le prix d'achat et de $2^f,15$ par hectolitre. On demande le nombre de litres et le prix du litre de chaque qualité.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Montpellier.

Ce qui avait été acheté 1 fr. a été revendu $1^f,06$.
Le prix d'achat est donc................ $227,90 : 1,06 = 215$ fr.
Le bénéfice de la vente est $227,90 - 215 = 12^f,90$.
Le nombre d'hectolitres acheté est..... $12,90 : 2,15 = 6$ hectol.
Pour avoir les nombres de litres de chaque qualité, il faut partager 600 litres proportionnellement aux nombres 3, 4, 5.
En appliquant la règle, on a :

$$3 + 4 + 5 = 12\text{; puis } 600 : 12 = 50\text{;}$$

1re barrique..............................	$50 \times 3 = 150$ litres ;
2e —	$50 \times 4 = 200$ litres ;
3e —	$50 \times 5 = 250$ litres.

Si le prix de l'hectolitre de la 1re barrique était 6 fr, celui de la 2e serait 7 fr.; celui de la 3e serait 8 fr.
Dans ce cas, les trois achats auraient coûté :

le 1er..............................	$6^f \times 1,5 = 9$ fr.
le 2e..............................	$7^f \times 2 = 14$ fr.
le 3e..............................	$8^f \times 2,5 = 20$ fr.
Total...	43 fr.

Autant de fois il y a 43 fr. dans 215 fr., autant il y a de fois 6 fr. dans le prix de l'hectolitre de la 1re barrique, 7 fr. dans celui de la 2e; 8 fr. dans celui de la 3e.
Or on trouve.................................... $215 : 43 = 5$.
Les prix de l'hectolitre sont donc :

1re qualité..................................	$6^f \times 5 = 30$ fr.;
2e qualité..................................	$7^f \times 5 = 35$ fr.;
3e qualité..................................	$8^f \times 5 = 40$ fr.

606. *Un homme a cultivé les $\frac{2}{5}$ de ses terres en blé, $\frac{1}{3}$ en avoine et le reste, qui contient 15 hectares 84 ares 56 centiares, en betteraves. Le bénéfice qu'il fait par hectare est pour la récolte en blé les $\frac{5}{4}$ et pour la récolte d'avoine les $\frac{7}{9}$ de celui qu'il fait par hectare sur la récolte en betteraves.*
Son bénéfice total étant de $6548^f,79$, trouver le bénéfice qu'il fait par hectare pour chaque espèce de récolte.
Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1880.

La partie cultivée en blé et en avoine est

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15} \text{ des terres.}$$

La partie cultivée en betteraves est

$$\frac{4}{15} \text{ des terres, égalant } 15^{ha},8456.$$

$\frac{1}{15}$ du domaine égale.................... $\frac{15^{ha},8456}{4} = 3^{ha},9614$.
Les surfaces cultivées sont :

en blé.................	$3^{ha},9614 \times 6 = 23^{ha},7684$.
en avoine..............	$3^{ha},9614 \times 5 = 19^{ha},8070$.
en betteraves..........	$3^{ha},9614 \times 4 = 15^{ha},8456$.

Supposons que le bénéfice par hectare ait été en betteraves 36 fr
Il serait :

en blé les $\frac{5}{4}$ de 36^f ou 45 fr.; en avoine les $\frac{7}{9}$ de 36^f ou 28 fr.

Dans ce cas, le bénéfice produit par les trois cultures serait :

en blé....................	$45^f \times 23,7684 = 1069^f,5780$
en avoine.................	$28^f \times 19,8070 = 554^f,5960$
en betteraves............	$36^f \times 15,8456 = 570^f,4416$
Total...	$2194^f,6156$.

Autant de fois ce total sera contenu dans le bénéfice $6548^f,79$, autant de fois il y aura :
$1069^f,578$ dans le produit du champ de blé ;
$554^f,596$ dans le produit du champ d'avoine ;
$570^f,4416$ dans le produit du champ de betteraves.
Ce nombre de fois est exprimé par le quotient

$$\frac{6548,79}{2194,6156} = \frac{65\,487\,900}{21\,946\,156} = \frac{16\,371\,975}{5\,486\,539}.$$

On aura donc pour les bénéfices demandés :

en blé	$1069^f,578 \times \frac{16\,371\,975}{5\,486\,539}$;
en avoine	$554^f,596 \times \frac{16\,371\,975}{5\,486\,539}$;
en betteraves	$570^f,4416 \times \frac{16\,371\,975}{5\,486\,539}$.

Pour trouver les résultats exacts jusqu'aux centimes, il n'y aurait qu'à multiplier le multiplicande par le numérateur de la fraction et à diviser le produit par le dénominateur, ce qui exigerait 3 multiplications et 3 divisions un peu longues.
Il est donc préférable de diviser d'abord le numérateur par le dénominateur et de multiplier ensuite chaque multiplicande par le quotient.

D'après la règle (probl. 603), il y a 6 chiffres décimaux à obtenir au quotient. En effectuant la division, on obtient :

$$16\,371\,975 : 5\,486\,539 = 2{,}984025.$$

On trouve ensuite pour les bénéfices demandés :

en blé	$1069^{f},578 \times 2{,}984\,025 = 3191^{f},65$
en avoine	$554^{f},596 \times 2{,}984\,025 = 1654^{f},93$
en betteraves	$570^{f},4416 \times 2{,}984\,025 = 1702^{f},21$
	Total... $6548^{f},79$.

Le produit par hectare a été :

en blé	$3191^{f},65 : 23{,}7684 = 134^{f},28$.
en avoine	$1654^{f},93 : 19{,}807 = 83^{f},55$.
en betteraves	$1702^{f},21 : 15{,}8456 = 107^{f},42$.

607. *Un propriétaire a réalisé un bénéfice de 7321ᶠ,35 sur son exploitation agricole, en cultivant les $\frac{3}{7}$ de ses terres en blé, les $\frac{3}{8}$ en avoine et le reste contenant 20 hectares 17 ares 7 centiares en betteraves. On demande ce qu'il a gagné par hectare sur chaque espèce de récolte, en sachant que si l'on représente par 1 le bénéfice donné par un hectare de betteraves, les bénéfices produits par un hectare de blé et par un hectare d'avoine sont représentés respectivement par $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{9}$.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Charente, 1876.
Concours d'admission à l'École normale de garçons de l'Aube. — 1879.

Ce problème est semblable au précédent.

Réponse. — Bénéfices donnés par un hectare :
en blé $66^{f},05$; en avoine $68^{f},50$; en betteraves $88^{f},07$.

608. *Une ouvrière et ses deux apprenties font en commun un travail de couture. Elles sont convenues de s'en partager le prix proportionnellement aux heures que chacune d'elles emploierait à ce travail, à la condition que, par heure, la 1ʳᵉ apprentie recevrait 5 centimes de plus que la 2ᵉ, et que l'ouvrière recevrait autant que les deux apprenties ensemble. L'ouvrière a travaillé 2 heures 4 minutes ; la 1ʳᵉ apprentie 5 heures 30 minutes et la 2ᵉ 6 heures 55 minutes. Que revient-il à chacune, l'ouvrage ayant été payé 11ᶠ,45 ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Lyon, 1878.

Prenons pour point de départ la somme qui revient à la 2ᵉ apprentie par heure de travail, et pour abréger désignons-la par x.

La 1ʳᵉ aura par heure $x + 0{,}05$ et l'ouvrière $2x + 0{,}05$.

Les deux apprenties ont travaillé :

la 2ᵉ $6^{h}\,55^{m}$ ou $\frac{415^{h}}{60}$; la 1ʳᵉ $5^{h}\,30^{m}$ ou $\frac{330^{h}}{60}$;

L'ouvrière a travaillé pendant $2^{h}\,4^{m}$ ou $\frac{124^{h}}{60}$.

Elles recevront :

la 2ᵉ apprentie .... $x \times \frac{415}{60}$ ou $\frac{415x}{60}$;

la 1ʳᵉ .... $(x + 0{,}05) \times \frac{330}{60}$ ou $\frac{330x}{60} + \frac{16{,}5}{60}$,

l'ouvrière .... $(2x + 0{,}05) \times \frac{124}{60}$ ou $\frac{248x}{60} + \frac{620}{60}$.

Le total des trois sommes payées aux trois personnes étant égal à $11^{f},50$, on a l'équation

$$\frac{415x}{60} + \frac{330x}{60} + \frac{16{,}5}{60} + \frac{248x}{60} + \frac{6{,}2}{60} = 11{,}45.$$

En multipliant tous les termes par 60 et en faisant la réduction on obtient :

$$993x + 22{,}7 = 687,$$
$$993x = 664{,}3,$$
$$x = \frac{664{,}3}{993} = 0{,}669.$$

Les prix payés par heure de travail sont donc :

à la 2ᵉ apprentie	$0^{f},669$.
à la 1ʳᵉ .... $0^{f},669 + 0^{f},05 =$	$0^{f},719$
à l'ouvrière .... $0^{f},669 \times 2 + 0^{f},05 =$	$1^{f},388$.

Les parts sont par conséquent :

à la 2ᵉ apprentie	$0^{f},669 \times \frac{415}{60} = 4^{f},627$, c.-à-d.	$4^{f},63$
à la 1ʳᵉ	$0^{f},719 \times \frac{330}{60} = 3^{f},954$, c.-à-d.	$3^{f},95$
à l'ouvrière	$1^{f},388 \times \frac{124}{60} = 2^{f},868$, c.-à-d.	$2^{f},87$
	Total...	$11^{f},45$.

609. *Trois personnes associées pour une entreprise y ont consacré chacune un certain capital. La 1ʳᵉ a versé 16 832 francs, et la 2ᵉ 10 625 francs. La 2ᵉ a apporté outre sa mise un brevet* *qui lui donne droit, d'après l'acte de société, au prélèvement de* 8,5 %₀ *sur les bénéfices avant tout partage. Au moment de la liquidation, le* 1er *associé reçoit* 1854f,25 *et le* 3e 2524f,25.

On demande : 1° *le montant du capital engagé par le* 3e *associé ;* 2° *le montant des sommes qui reviennent au* 2e *pour sa mise et son brevet ;* 3° *le bénéfice total de la société.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Poitiers, 1879.

La 2e personne ayant prélevé 8,5 pour 100 ou 85 pour 1000 sur le bénéfice total, les sommes reçues par les deux autres ne sont que les 915 millièmes des parts qu'elles auraient eues avant ce prélèvement. Ces parts auraient été :

pour la 1re .... $\frac{1854,25}{915} \times 1000 = 2026^f,50$;

pour la 3e .... $\frac{2524,25}{915} \times 1000 = 2758^f,74$.

1° Soit x la mise de la 3e personne. Il doit y avoir entre x et la mise 16 832 de la 1re le même rapport qu'entre les parts complètes qui leur revenaient avant le prélèvement. On a donc la proportion

$$\frac{x}{16\,832} = \frac{2758,74}{2026,50}.$$

On en tire

$$x = \frac{16\,832 \times 2758.74}{2026,5} = 22\,913^f,94.$$

2° Soit y le bénéfice qui revenait au 2e associé avant tout prélèvement. Il y a entre y et la part qui revenait au 1er le même rapport qu'entre leurs mises ; on a donc la proportion

$$\frac{y}{2026,50} = \frac{10\,625}{16\,832}.$$

On en tire

$$y = \frac{2026,5 \times 10\,625}{16\,832} = 1279,20.$$

Ajoutons à cette part du 2e associé qui est....... 1279f,20
celle du 1er associé.......................... 2026f,50
celle du 3e.................................. 2758f,74

On a pour le bénéfice total...................... 6064f,44.
Le prélèvement de 8,5 %₀ sur ce total a été
$0,085 \times 6064^f,44 = 515^f,47$.
Il reste à partager.. .... 5548f,97.

Il faut maintenant partager ce reste proportionnellement aux trois mises. En appliquant la règle on trouve :

pour le 1er associé 1854f,25
pour le 3e.................................. 2524f,25.

Le total de ces deux parts est.................... 4378f,50
Retranchons ce total du bénéfice total qui est.... 6064f,44

On trouve pour le 2e associé .... 1685f,94.

Réponse. — Mise du 3e associé, 22 913f,94.
Bénéfice, du 2e 1685f,94. — Bénéfice total, 6064f,44.

610. *Partager* 5600 *francs entre* 5 *personnes, de manière que la* 2e *ait le double de la* 1re *et* 200 *fr. de plus ; la* 3e *le triple de la* 1re *et* 400 *fr. de moins ; la* 4e *la moitié de la somme de la* 2e *et de la* 3e *et* 150 *fr. de plus ; la* 5e *le quart des quatre autres parts réunies plus* 475 *francs.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Aix, 1878.

Soit x la part de la 1re. Les autres parts seront :
pour la 2e, $2x + 200$; pour la 3e $3x - 400$,
pour la 4e, $\frac{5x - 200}{2} + 150$, c'est-à-dire $\frac{5x}{2} + 50$;
pour la 5e, $\frac{x + 2x + 200 + 3x - 400}{4} + \frac{5x}{8} + \frac{50}{4} + 475$
ou $\frac{17x - 300}{8} + 4750$, c'est-à-dire $\frac{17x + 3500}{8}$.

Le total des 5 parts étant 5600, on peut écrire :

$$x + 2x + 200 + 3x - 400 + \frac{5x}{2} + 50 + \frac{17x + 3500}{8} = 5600,$$

ou $$6x + \frac{5x}{2} - 150 + \frac{17x + 3500}{8} = 5600.$$

En réduisant tous les termes au dénominateur commun 8 et en supprimant ce dénominateur, ce qui multiplie tous les termes par 8, on obtient :

$$48x + 20x - 1200 + 17x + 3500 = 44\,800.$$

De là on tire successivement

$$85x + 2300 = 44\,800,$$
$$85x = 44\,800 - 2300,$$
$$85x = 42\,500,$$
$$x = \frac{42\,500}{85} = 500.$$

Réponse. — 1re, 500 fr. — 2e, 1200 fr. — 3e, 1100 fr.
4e, 1300 fr. — 5e 1500 fr.

CHAPITRE XI

PROBLÈMES SUR LES MOBILES ET LES NOMBRES COMPLEXES

Les nombres *complexes* ne sont autre chose que des nombres fractionnaires non décimaux qui, au lieu d'avoir un dénominateur, sont suivis du nom de leurs unités fractionnaires.

Par exemple, dans 1 heure il y a 60 minutes et 60 fois 60 secondes, c'est-à-dire 3600 secondes.

La minute est $\frac{1}{60}$ de l'heure; la seconde $\frac{1}{3600}$ de l'heure.

Par conséquent, on a :

$$2^h\ 7^m\ 13^s = 2^h + \frac{7^h}{60} + \frac{13^h}{3600}.$$

Dans la multiplication et la division, on convertit souvent un nombre complexe en un seul nombre exprimant des unités fractionnaires de la plus petite espèce, ce qui donne un nombre ordinairement assez fort. On a par exemple :

$$2^h\ 7^m\ 13^s = 3600^s \times 2 + 60^s \times 7 + 13^s = 7633^s.$$

S'il y avait 15^s au lieu de 13^s, comme 15^s sont le quart de la minute, il vaudrait mieux, dans ce cas-là, convertir le nombre seulement en minutes et lui ajouter ensuite le quart de minute. On aurait ainsi [1] :

$$2^h\ 7^m\ 15^s = 60^m \times 2 + 7^m\frac{1}{4} = 127^m\frac{1}{4} \text{ ou même } 127^m,25.$$

1. Voir le calcul des nombres complexes dans notre *Cours d'arithmétique pour l'enseignement primaire* (Degré supérieur).

Dans ces problèmes, il faut apporter le plus grand soin à mettre de l'ordre et de la clarté dans l'indication des opérations au milieu du raisonnement.

PROBLÈMES

611. *Deux trains partent au même instant, l'un de Paris et l'autre de Bordeaux, allant l'un au devant de l'autre. Le 1er doit parcourir la distance des deux villes en 13 heures et le 2e en 17 heures. De quelle partie de la distance se sont-ils rapprochés au bout d'une heure ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1889

Au bout de 1 heure, la partie de la distance qui a été parcourue par chaque train est :

$$\text{par le 1}^{\text{er}}\ \frac{1}{13}\ ;\ \text{par le 2}^{\text{e}}\ \frac{1}{17}.$$

Par heure ils se rapprochent d'une partie de la distance égale à

$$\frac{1}{13} + \frac{1}{17} = \frac{17}{221} + \frac{13}{221} = \frac{30}{221} \text{ de la distance.}$$

612. *Un convoi de chemin de fer doit se rendre de Paris à Lyon (512 kilomètres), avec une vitesse de 32 kilomètres par heure. Parvenu aux 3 quarts de sa course, le mécanicien augmente de 6 kilomètres par heure la vitesse de sa locomotive. A quelle heure le convoi arrivera-t-il à Lyon, le départ de Paris ayant eu lieu à $5^h\ 30^m$ du soir ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Le quart de 512 kilomètres est............... $512 : 4 = 128$ kil.
Les 3 quarts sont.......................... $128^k \times 3 = 384$ kil.
Le temps mis pour parcourir ces 384 kilomètres est

$$384 : 32 = 12 \text{ heures.}$$

Pour parcourir le reste, 128 kilomètres, on mettra

$$128 : 38 = 3^h\ 22^m.$$

La durée du trajet sera.... .... $12^h + 3^h\ 22^m = 15^h\ 22^m$.

De $5^h 30^m$, moment du départ, à minuit, il y a $6^h 30^m$.
De minuit, au moment de l'arrivée, il y a

$$15^h 22^m - 6^h 30^m = 14^h 82^m - 6^h 30^m = 8^h 52^m.$$

Réponse. — Le train arrivera à Lyon à 8^h 52^m du matin.

613. *Une voiture est à* 800 *mètres du point où elle doit traverser un chemin de fer et roule avec une vitesse de 9 kilomètres à l'heure. Chercher si elle peut arriver avant le passage d'un train, qui est à 1560 mètres du même point et dont la vitesse n'est plus que les $\frac{5}{6}$ de sa vitesse ordinaire de 40 kilomètres à l'heure.*

Admission des Aspirantes à l'école normale de Besançon. — 1879.

Pour parcourir 90 hectomètres la voiture met 60 minutes.

Pour parcourir 1 hectomètre elle mettrait........... $\frac{6^m}{90} = \frac{2^m}{3}$.

Pour parcourir les 8 hectom. qui la séparent du chemin de fer, elle mettra $\frac{2^m}{3} \times 8 = \frac{16^m}{3} = 5$ minutes $\frac{1}{3}$.

Le train en 60 minutes parcourt $40\,000^m \times \frac{5}{6}$ ou $\frac{100\,000^m}{3}$.

En 1 minute, il parcourt $\frac{100\,000}{3 \times 60} = \frac{10\,000}{18} = \frac{5000^m}{9}$.

Le nombre de minutes qu'il mettra pour arriver au point sera

$$1560 : \frac{5000}{9} = \frac{156 \times 9}{500} = 2^m,8.$$

La voiture mettant 5 minutes $\frac{1}{3}$ arrivera après le train.

614. *Une personne A en poursuit une autre B qui a 450 mètres d'avance. A fait 3 pas de $0^m,70$ quand B en fait 2 de $0^m,75$. On demande combien A doit faire de pas pour atteindre B, et quelle sera la longueur du chemin parcouru.*

Admission aux écoles d'arts et métiers. — 1876.

En faisant 3 pas A avance de................ $0^m,7 \times 3 = 2^m,1$.
Dans le même temps B avance de.......... $0^m,75 \times 2 = 1^m,5$.
En 3 pas A gagne sur B.................. $2^m,1 - 1^m5 = 0^m,6$.
A devra pour atteindre B faire autant de fois 3 pas qu'il y a de fois $0^m,6$ dans 450^m.
Ce nombre de fois est $450 : 0,6 = 750$.

Le nombre de pas faits par A sera........ $3 \times 750 = 2250$ pas.
Le chemin parcouru par A sera $0^m,7 \times 2250 = 1575$ mètres.

615. *Deux courriers, pouvant parcourir une route, l'un en 8 heures et demie et l'autre en 10 heures un quart, se dirigent l'un vers l'autre, en partant au même instant des deux extrémités de la route. On demande quelle est la fraction de la route parcourue par chacun au moment où ils se rencontrent.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Arras, 1880.

Les deux courriers peuvent parcourir la route :

le 1er en $\frac{34}{4}$ d'heure ; le 2e en $\frac{41}{4}$ d'heure.

La partie de la route parcourue en $\frac{1}{4}$ d'heure est :

pour le 1er $\frac{1}{34}$ de la route ; pour le 2e $\frac{1}{41}$ de la route.

ou en réduisant les deux fractions au même dénominateur :

pour le 1er $\frac{41}{34 \times 41}$; pour le 2e $\frac{34}{34 \times 41}$ de la route.

Ainsi au bout d'un même temps ils ont parcouru :
le 1er 41 parties égales de la route et l'autre 34 de ces parties.
Si donc on regarde la route comme composée de (41 + 34) c'est-à-dire de 75 parties égales, les fractions de cette route parcourues par les deux courriers au moment de la rencontre sont :

pour le 1er $\frac{41}{75}$; pour le 2e $\frac{34}{75}$.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 87.)

616. *Deux trains partent de Marseille, l'un à 6 heures du matin et l'autre à 7^h 16^m du matin. Le 1er fait 32 kilomètres à l'heure et l'autre 40 kilomètres, arrêts compris. A quelle heure et à quelle distance de Marseille le 2e atteindra-t-il le premier ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Basses-Alpes, 1878.

Au départ du 2e train, le 1er a marché pendant $1^h 16^m$ ou $1^h \frac{4}{15}$.

Il est en avance d'une distance égale à

$$32^{km} + 32^{km} \times \frac{4}{15} = 32^{km} + \frac{128^{km}}{15} = 40^{km}\,\frac{8}{15}.$$

Au bout de 1^h, le 2e gagne sur le 1er $40^{km} - 32^{km} = 8^{km}$.

Autant de fois il y a 8^{km} dans $40^{km}\,\frac{8}{15}$, autant il faudra d'heures au 2e pour atteindre le 1er. Ce nombre d'heures est

$$40\,\frac{8}{15} : 8 = 5^h\,\frac{1}{15} \text{ ou } 5^h\,4^m.$$

Au moment de la rencontre, il sera $7^h\,16^m + 5^h\,4^m = 12^h\,20^m$.

En $5^h\,\frac{1}{15}$ le 2e a parcouru...... $40^{km} \times 5 + \frac{40^{km}}{15} = 202^{km}\,\frac{2}{3}$.

Réponse. — La rencontre aura lieu à midi 20 minutes et à 202 kilomètres $\frac{2}{3}$ de Marseille.

617. *La distance de Paris à Belfort est de 443 kilomètres. Un train part de Paris à 10 heures 5 minutes du matin et sa vitesse moyenne est de 56 kilomètres par heure. Un autre train part de Belfort à 8 heures 45 minutes du matin et sa vitesse moyenne est de 42 kilomètres. On demande à quelle distance et à quelle heure les trains se croiseront.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Dijon, 1879.

De $8^h\,45^m$ à $10^h\,5^m$, il y a $1^h\,20^m$ ou $1^h\,\frac{1}{3}$ ou $\frac{4^h}{3}$.

Jusqu'à $10^h\,5^m$ le train de Belfort s'est avancé de 4 fois le tiers de 42 kil., c'est-à-dire de 4 fois 14 kil. ou 56 kilomètres.

Au moment où le train de Paris se met en marche, la distance qui sépare les deux trains est $443^k - 56^k = 387$ kil.

En 1^h ils se rapprochent de............... $56^k + 42^k = 98$ kil.

Pour arriver l'un en face de l'autre, il faudra à partir de $10^h\,5^m$ autant d'heures qu'il y a de fois 98 dans 387.

Ce temps est $\frac{387}{98} = 3^h\,57^m$.

La rencontre arrivera à............. $10^h\,5^m + 3^h\,57^m = 14^h\,2^m$.

En $3^h\,57^m$ ou $3^h\,\frac{57}{60}$ le train de Paris a parcouru

$$56^{km} \times 3 + 56^{km} \times \frac{57}{60} = 168^{km} + 53^{km} = 221 \text{ kil.}$$

Réponse. — La rencontre a lieu à $2^h\,2^m$ après midi et à 221 kilomètres de Paris.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 45.)

618. *Deux piétons partent du même point d'une route, l'un à 6 heures 25 minutes, l'autre à 7 heures 10 minutes du matin, marchant dans le même sens. Le 1er fait 80 pas à la minute et le 2e en fait 90. Mais tandis qu'il faut 1800 pas du 1er pour faire 1 kilomètre et demi, il en faut autant du 2e pour faire 1 kilomètre et quart. Trouver à quelle heure ces piétons seront séparés par une distance de 4 kilomètres et un tiers.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Lyon, 1879.

De $6^h\,25^m$ à $7^h\,10^m$ il y a 45 minutes.

Au moment où le 2e piéton se met en marche, le 1er a sur lui une avance de $80 \times 45 = 3600$ pas.

Ces 3600 pas font......................... $1^k,5 \times 2 = 3$ kilom.

Pour avoir l'avance indiquée sur le 2e, il faut qu'il gagne encore 1 kil. $\frac{1}{3}$ ou $\frac{4}{3}$ de kilomètre.

Or 1 pas du 1er vaut................. $\frac{1500^m}{1800}$ c.-à-d. $\frac{30}{36}$ de metre

1 pas du 2e vaut................. $\frac{1250^m}{1800}$ c.-à-d. $\frac{25}{36}$ de mètre

Par minute ils parcourent :

$$\text{le 1}^{\text{er}}\ \frac{30}{36} \times 80 = \frac{2400^m}{36}\,;\ \text{le 2}^{\text{e}}\ \frac{25}{36} \times 90 = \frac{2250^m}{36}.$$

Par minute le 1er gagne sur le 2e :

$$\frac{2400}{36} - \frac{2250}{36} = \frac{150}{36} = \frac{25}{6} \text{ de metre.}$$

Autant de fois il y a $\frac{25}{6}$ de mètre dans $\frac{4000}{3}$ ou $\frac{8000}{6}$ de mètre, autant il faudra de minutes à partir de $7^h\,10^m$.

Ce nombre de minutes sera :

$$\frac{8000}{6} : \frac{25}{6} = \frac{8000}{25} = 320^m = 5^h\,20^m.$$

Réponse. — Au moment demandé, il sera midi 30 minutes.

619. *Deux vaisseaux partent ensemble pour la même destination, éloignée de 860 lieues de leur point de départ, et ils suivent la même route. Le 1er fait 12 lieues $\frac{3}{4}$ en 3 heures et $\frac{1}{4}$;*

le 2ᵉ fait 25 lieues $\frac{1}{2}$ en 6 heures $\frac{3}{4}$. On veut savoir la distance qui les séparera 50 heures après le départ, celui des deux qui arrivera le premier et combien de temps il arrivera avant l'autre. Exprimer ce temps à 1 minute près.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Charente, 1880.

Les fractions qui sont dans l'énoncé pouvant être remplacées par les valeurs exactes en fractions décimales, on a :

$12^l,75$ parcourues en $3^h,25$ par le 1ᵉʳ ;
$25^l,50$ parcourues en $6^h,75$ par le 2ᵉ.

Par heure ils parcourent :

$$\text{le 1}^{\text{er}}\ \frac{12,75}{3,25} = \frac{51^l}{13}\ ; \quad \text{le 2}^{\text{e}}\ \frac{25,50}{6,75} = \frac{34^l}{9}.$$

En 50 heures ils parcourent :

$$\text{le 1}^{\text{er}} \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{51}{13} \times 50 = \frac{2550}{13} = 196^l,15$$
$$\text{le 2}^{\text{e}} \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{34}{9} \times 50 = \frac{1700}{9} = 188^l,88$$

Au bout de 50^h le 1ᵉʳ a gagné sur le 2ᵉ .... $7^l,27$.

Pour parcourir la route, ils mettront :

$$\text{le 1}^{\text{er}} \ldots\ 860 : \frac{51}{13} = \frac{860 \times 13}{51} = 219^h\ 13^m \text{ (par excès).}$$
$$\text{le 2}^{\text{e}} \ldots\ 860 : \frac{34}{9} = \frac{860 \times 9}{34} = 227^h\ 39^m \text{ (par excès) ;}$$

Le 1ᵉʳ à l'arrivée devance le 2ᵉ de $8^h\ 26^m$.

620. *Deux trains de chemin de fer parcourent la même distance, le 1ᵉʳ en 6 heures 25 minutes et le 2ᵉ en 7 heures ; le 1ᵉʳ fait 3 kilom. par heure de plus que le 2ᵉ. Trouver le nombre de kilomètres que chaque train fait par heure et la distance totale parcourue.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Yonne, 1876.

On a : $6^h\,25^m = 6^h\,\frac{25}{60} = 6^h\,\frac{5}{12} = \frac{77^h}{12}$ et $7^h = \frac{84^h}{12}$.

En $\frac{1}{12}$ d'heure les trains parcourent :

1ᵉʳ $\frac{1}{77}$ de la distance totale ; le 2ᵉ $\frac{1}{84}$ de cette distance.

En 1 heure ils en parcourent :

$$\text{le 1}^{\text{er}}\ \frac{12}{77}\ ; \text{ le 2}^{\text{e}}\ \frac{12}{84}.$$

En 1 heure le 1ᵉʳ gagne sur le 2ᵉ une fraction de la distance égale à

$$\frac{12}{77} - \frac{12}{84} = \frac{12 \times 84 - 12 \times 77}{77 \times 84} = \frac{12 \times (84 - 77)}{77 \times 84} = \frac{1}{77}.$$

La 77ᵉ partie de la distance est donc 3 kilomètres.
La distance totale est $3^k \times 77 = 231$ kilomètres.
En 1 heure le 1ᵉʳ a parcouru.............. $3^k \times 12 = 36$ kil.
le 2ᵉ.................................... $231^k : 7 = 33$ kil.

621. *La distance de Mantes à Paris est de 57 kilomètres. Un train partant de Paris à 8^h du matin arrive à Mantes à 9 heures 1 minute. Un train partant de Mantes à $8^h\ 32^m$ du matin arrive à Paris à $10^h\ 20^m$. A quelle heure et à quelle distance de Paris les deux trains passeront-ils l'un à côté de l'autre ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

Cherchons d'abord la vitesse de chaque train.
Pour parcourir 57 000 mètres, le train P de Paris met 61 minutes.
Le train M de Mantes met $10^h\,20^m - 8^h\,32^m = 1^h\,48^m = 108^m$.

La vitesse est en mètres par minute :

$$\text{pour le train P } \frac{57\,000}{61}\ ; \text{ pour le train M } \frac{57\,000}{108}.$$

A $8^h 32^m$ le train P a déjà parcouru

$$\frac{57\,000}{61} \times 32 = 29\,901 \text{ mètres.}$$

A ce moment la distance entre les deux trains est

$$57\,000 - 29\,901 = 27\,099 \text{ mètres.}$$

La distance dont les deux trains se rapprochent par minute est

$$\frac{57\,000}{61} + \frac{57\,000}{108} = 934^m,4 + 527^m,7 = 1462^m.$$

Le nombre de minutes au bout duquel la rencontre aura lieu est

$$27\,099 : 1462 = 18^m,5.$$

Le moment de la rencontre arrive à

$$8^h + 32^m + 18^m = 8^h\,50^m.$$

La distance de Paris au point de rencontre est

$$934^m,4 \times 50 = 46\,720 \text{ mètres} = 46 \text{ kilomètres } 720 \text{ mètres}.$$

622. *Deux courriers séparés par un intervalle de 48 kilomètres vont à la rencontre l'un de l'autre, avec la même vitesse de 10 kilomètres à l'heure. Le 1er part à 7 heures 40 minutes du matin et le 2e à 9 heures 25 minutes. On demande à quelle heure ils se rencontreront et quel chemin chacun aura parcouru.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Caen, 1879.

De 7^h40^m à 9^h25^m il y a :

$$9^h25^m - 7^h40^m \text{ ou } 8^h85^m - 7^h40^m = 1^h45^m = 1^h\,\frac{3}{4}.$$

Au moment où le 2e se met en marche, le 1er a déjà parcouru :

$$10^k + 10^k \times 0,75 = 17^{km},5.$$

La distance qui sépare les deux courriers à ce moment est

$$48^{km} - 17^{km},5 = 30^{km},5.$$

Au bout de 1 heure les deux courriers se rapprochent de 20 kil. A partir de 9^h25^m jusqu'à la rencontre, il y aura autant d'heures qu'il y a de fois 20^{km} dans $30^{km},5$.

Ce temps est donc :

$$\frac{30,5}{20} = \frac{305}{200} = \frac{61}{40} = 1^h31^m,5.$$

Au moment de la rencontre il sera

$$9^h25^m + 1^h31^m,5 = 10^h56^m,5.$$

Le chemin parcouru par le 2e courrier est

$$10^{km} \times \frac{61}{40} = \frac{61^{km}}{4} = 15^{km},25.$$

Le chemin parcouru par le 1er courrier est

$$17^{km},50 + 15^{km},25 = 32^{km},75.$$

623. *Un train express part de Paris à 7h 15m du soir et doit arriver à Lyon à 4h 33m du matin. Un autre express part de Lyon à la même heure que le premier se dirigeant vers Paris, où il doit arriver à 5h 10m du matin. La distance de Paris à Lyon est de 512 kilomètres. Trouver les vitesses moyennes de ces trains, l'heure et la distance de Paris où ils se rencontreront.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Paris, 1878.

1° De 7^h15^m du soir à minuit il y a 4^h45^m.

Le train de Paris pour arriver à Lyon mettra :

$$4^h45^m + 4^h33^m = 9^h18^m = 558 \text{ minutes}.$$

Le train de Lyon pour arriver à Paris mettra :

$$4^h45^m + 5^h10^m = 9^h55^m = 595 \text{ minutes}.$$

La vitesse moyenne par minute est en mètres :

pour le train de Paris .... $512\,000 : 558 = 917^m,56$;

pour le train de Lyon .... $512\,000 : 595 = 860^m,50$.

La vitesse moyenne par heure et en kilomètres sera :

pour le train de Paris .... $0,91756 \times 60 = 55^{kl},053$;

pour le train de Lyon .... $0,86050 \times 60 = 51^{kl},630$.

2° Au bout de 1 minute les deux trains se rapprochent d'une distance égale à $917^m,56 + 860^m,50 = 1778^m,06$.

Autant il y a de fois 1778^m dans $512\,000^m$., autant il y aura de minutes dans le temps demandé. Ce temps est

$$\frac{512\,000}{1778} = 287^m,9 = 4^h48^m.$$

Le moment de la rencontre arrive à

$$7^h15^m + 4^h48^m = 11^h63^m, \text{ c.-à-d. minuit } 3 \text{ minutes}.$$

La distance de Paris au point de rencontre sera

$$917,56 \times 287,9 = 264\,165^m,524.$$

c'est-à-dire 264 kilomètres de Paris.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 47.)

624. *Deux trains partent de Toulouse pour Paris. L'un part à 8 heures 30 minutes du matin et arrive à Brive à 3h 55 minutes du soir ; l'autre part à 11h 20 minutes du matin et arrive à Brive à 5h 49 minutes du soir. A quelle heure se rencontreront-ils ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Toulouse, 1879.

Pour abréger désignons par D la distance de Toulouse à Brive.
De $8^h 30^m$ à $3^h 55^m$ il y a........................ $7^h 25^m$ ou 445^m.
De $11^h 20^m$ à $5^h 49^m$ il y a........................ $6^h 29^m$ ou 389^m.
En 1 minute ils parcourent donc :

$$\text{le } 1^{er}\ \frac{1}{445} \text{ de D ; le } 2^e\ \frac{1}{389} \text{ de D.}$$

Par minute le 2^e train gagne sur le 1^{er}

$$\frac{1}{389} - \frac{1}{445} = \frac{445 - 389}{389 \times 445} = \frac{56}{389 \times 445} \text{ de D.}$$

Mais de $8^h 30^m$ à $11^h 20^m$ il y a................ $2^h 50^m$ ou 170^m
Le 1^{er} train, au moment où le 2^e se met en marche, a sur lui une avance égale à $\frac{170}{445}$ de D.

Par conséquent il faut au 2^e pour atteindre le 1^{er} autant de minutes que la fraction $\frac{56}{389 \times 445}$ est contenue de fois dans $\frac{170}{445}$.
Ce nombre de minutes sera

$$\frac{170}{445} : \frac{56}{389 \times 445} = \frac{170 \times 389}{56} = 1180 \text{ minutes.}$$

Ce nombre de minutes égale $19^h 40^m$.
Au bout de 40^m de marche du 2^e train, il est midi ; puis 12 heures après il est minuit ; il devra marcher encore pendant $7^h 1^m$.

Réponse. — L'un atteindra l'autre à $7^h 1^m$ du matin.

625. *Une montre qui avance chaque jour (24 heures) de 8 minutes et demie est réglée un jour à midi. Au bout de combien de temps marquera-t-elle de nouveau l'heure exacte, si elle continue à marcher sans être réglée ?*
Brevet élémentaire. — Aspirantes.

Au moment demandé elle doit être en avance de 12 heures. Cela arrivera au bout d'autant de fois 24 heures qu'il y a de fois $8^m \frac{1}{2}$ dans 12^h, c'est-à-dire qu'il y a de fois $8^m,5$ dans 720 minutes.
Ce nombre de fois est

$$\frac{720}{8,5} = \frac{1440}{17} = 84 \frac{12}{17}.$$

Le moment demandé arrive au bout de 84 jours plus $\frac{12}{17}$ de 24^h.

On trouve : $24^h \times \frac{12}{17} = \frac{288}{17} = 16^h 56^m \frac{1}{2} = 12^h + 4^h 56^m \frac{1}{2}$.

Il sera donc à ce moment $4^h 56^m \frac{1}{2}$ du matin.

Nota. — Les problèmes relatifs à la marche des aiguilles d'une montre paraissent souvent plus difficiles aux élèves : c'est sans doute parce que le mouvement est curviligne. Qu'ils prennent la précaution de dessiner la figure et tout s'éclaircira.

626. *Une montre avance de 6 minutes par jour (24 heures). Elle est mise à l'heure le 1^{er} du mois à midi. On demande quelle sera l'heure exacte, lorsque le 7 du mois elle indiquera $4^h 37^m$ dans l'après-midi.*
Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1880.

Le 7 à midi, la montre est en avance de 6 fois 6^m ou 36 minutes
A ce moment de midi elle marquerait donc midi 36 minutes
De midi à 4 heures, c'est-à-dire pendant la 6^e partie de 1 jour, elle avance de la 6^e partie de 6 minutes, c.-à-d. de 1 minute
Le 7, à 4 heures, elle marque donc 4 heures 37 minutes.

Réponse. — A $4^h 37^m$ de la montre, il est seulement 4 heures.

Remarque. — La résolution du problème est fort simple à cause du choix de $4^h 37^m$, temps qui correspond exactement à 4^h. Pour mieux indiquer la marche à suivre dans un cas quelconque, nous résoudrons les deux problèmes suivants.

627. *Une montre qui avance de 6 minutes par jour (24 heures) a été réglée à midi. Quelle est l'heure exacte quand elle marque 7 heures 38 minutes?*

L'avance est de 6^m en 24^h et de 1^m en 4^h ou 240^m.
On a........................ $7^h 38^m = 60^m \times 7 + 38^m = 458^m$.
Quand une montre exacte marque 240 minutes, la montre en avance marquerait 241 minutes.

Le temps exact est donc les $\frac{240}{241}$ du temps marqué par la montre en avance.
Ainsi l'heure demandée est

$$458^m \times \frac{240}{241} = \frac{109\,920^m}{241} = 456^m 6^s = 7^h 36^m 6^s.$$

628. *Une montre retarde régulièrement de 5 minutes par jour (en 24 heures). Elle marque $2^h\,48^m$ le lundi, quand il est réellement 3 heures. Quelle sera l'heure exacte le mercredi suivant, quand cette montre marquera midi ?*

Le lundi à 3 heures la montre est en retard de

$$3^h - 2^h\,48^m = 12^m.$$

En 24^h, la grande aiguille d'une montre exacte parcourt 24 fois les 60 divisions du cadran, c.-à-d. $60 \times 24 = 1440$ divisions.

Dans le même temps la grande aiguille de la montre en retard en parcourt seulement 1435.

Le nombre des divisions parcourues par la grande aiguille de la 2ᵉ montre n'est donc que les $\frac{1435}{1440}$ ou les $\frac{287}{288}$ du nombre de divisions parcourues par celle de la 1ʳᵉ dans le même temps.

Or de lundi $2^h\,48^m$ à mercredi midi il y a :

$$45^h\,12^m = 60^m \times 45 + 12^m = 2712^m.$$

Les $\frac{287}{288}$ du nombre de minutes vrai sont 2712^m.

La 288ᵉ partie de ce nombre serait $\frac{2712^m}{287}$.

Le nombre de minutes vrai est donc

$$\frac{2712^m}{287} \times 288 = \frac{781\,056}{287} = 2721^m\,26^s,9.$$

Le retard pendant ce temps a été de

$$2721^m\,27^s - 2712^m = 9^m\,27^s.$$

En ajoutant les 12^m de retard du lundi, on trouve pour le mercredi à midi un retard de $21^m\,27^s$.

Réponse. — Le mercredi, quand il est midi à la montre, l'heure exacte est midi $21^m\,27^s$.

629. *A quel moment entre 2 heures et 3 heures les deux aiguilles d'une montre sont-elles en ligne droite ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1876.

Le problème présente deux cas : 1° les deux aiguilles seront l'une sur l'autre ; 2° elles seront l'une sur le prolongement de l'autre.

Prenons pour unité de distance parcourue les petites divisions du cadran représentant les minutes de temps.

La vitesse de la grande aiguille est 12 fois celle de la petite.

1° La grande aiguille étant sur 12 heures et la petite sur 2 heures la 1ʳᵉ est en arrière de 10 divisions sur la petite.

Or quand la grande s'avance d'une division, la petite avance de $\frac{1}{12}$ de division ; la grande gagne ainsi $\frac{11}{12}$ d'une division sur la petite en 1 minute.

Il lui faudra donc pour atteindre la petite autant de minutes qu'il y a de fois $\frac{11}{12}$ dans 10. Ce nombre de minutes est

$$10 : \frac{11}{12} = \frac{10 \times 12}{11} = 10^m\,\frac{10}{11}.$$

La grande aiguille sera sur la petite à $2^h\,10^m\,\frac{10}{11}$ de minute.

2° A partir de ce moment la grande aiguille doit gagner une avance de 30 divisions sur la petite, pour être en ligne droite avec elle.

Il lui faudra donc autant de minutes qu'il y a de fois $\frac{11}{12}$ dans 30

Ce nombre de minutes sera

$$30 : \frac{11}{12} = \frac{30 \times 12}{11} = 32^m\,\frac{8}{11}.$$

Au moment où la grande aiguille se trouvera sur le prolongement de la petite, il sera

$$2^h\,10^m\,\frac{10}{11} + 32^m\,\frac{8}{11} = 2^h\,43^m\,\frac{7}{11}.$$

630. *Une montre marque 7 heures. Trouver à quel moment la grande aiguille sera éloignée du point 12 heures du cadran de la même distance que la petite aiguille du point 6 heures.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Supposons les deux aiguilles dans cette position et désignons par x le nombre inconnu des divisions du cadran qu'il y a depuis le point 12 jusqu'à la position de la grande aiguille.

Pendant qu'elle a parcouru ces x divisions, la petite en a parcouru seulement $x - 5$.

La vitesse de la grande aiguille étant 12 fois celle de la petite, on a

$$x = (x - 5) \times 12.$$

De là on tire

$$x = 12x - 60$$
$$11\,x = 60$$
$$x = \frac{60}{11} = 5\,\frac{5}{11}.$$

Réponse. — Il sera 7 heures 5 minutes $\frac{5}{11}$ de minute.

631. *Résoudre le même problème, en cherchant à quel moment les deux aiguilles se trouveront à la même distance du point 6 heures du cadran, la grande à droite et la petite à gauche.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Le raisonnement est le même que dans le problème précédent.

Réponse. — Il sera 7 heures 23 minutes 4 secondes $\frac{8}{13}$.

632. *On a deux cadrans, l'un décimal, l'autre duodécimal. Quelle heure doit marquer le premier lorsque le second indique 5 heures 17 minutes 29 secondes?*

Le cadran décimal est divisé en 12 heures, l'heure en 100 minutes et la minute en 100 secondes.

Le cadran duodécimal est divisé en 12 heures, l'heure en 60 minutes et la minute en 60 secondes.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Grenoble, 1878.

Le nombre des secondes pour chaque cadran est :
sur le cadran duodécimal.................. $60^s \times 60 = 3600^s$;
sur le cadran décimal...................... $100^s \times 100 = 10000^s$.

A partir de midi la grande aiguille ayant fait 5 fois le tour du cadran duodécimal, a parcouru jusqu'au moment donné un nombre de secondes égal à

$$3600^s \times 5 + 60^s \times 17 + 29^s = 19049^s.$$

Soit x le nombre de secondes parcourues pendant le même temps sur le cadran décimal par la grande aiguille ; il y a entre x et 19049 le même rapport qu'entre 10000 et 3600.

On a donc.................................... $\frac{x}{19049} = \frac{10\,000}{3600}$.

On en tire $x = \frac{1\,904\,900}{36} = 52\,913\,\frac{8}{9}$.

Ce nombre comprend 5 fois le tour du cadran plus $2913^s\,\frac{8}{9}$.

L'heure marquée sur le cadran décimal est donc

$$5^h\,29^m\,13^s\,\frac{8}{9}.$$

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 46.)

633. *Les villes de Valenciennes et de Cambrai sont reliées par un chemin de fer de* 63 *kilomètres* (1) *et le transport de la houille coûte* 4 *centimes par tonne et par kilomètre.*

En supposant que la tonne de houille coûte 19 *francs à Valenciennes et* $19^{f},50$ *à Cambrai, on demande en quel point de la route la tonne de charbon revient au même prix.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Arras, 1877.

Au milieu de la distance, c'est-à-dire à $31^{km},5$ de chaque ville, la différence de prix serait de 50 centimes, comme aux deux points de départ.

A 1 kil. au delà du milieu du côté de Cambrai, la tonne de Valenciennes coûte 4 centimes de plus et celle de Cambrai 4 centimes de moins, ce qui fait une différence de 8 centimes.

Il y aura donc du milieu au point cherché autant de kilomètres qu'il y a de fois 8 centimes dans la différence de 50 centimes

Ce nombre de kilomètres est

$$50 : 8 = 6^{km},25.$$

Réponse. — Distance de Valenciennes au point cherché $37^{km},75$.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 23.)

634. *La vitesse du son dans l'air est de* 340 *mètres par seconde; sa vitesse dans l'eau est de* 1435 *mètres. Trouver quelle distance il y a entre un bateau qui est sur un lac et une personne placée sur le rivage, en sachant que le bruit d'une explosion produite sur le bateau a été transmis par l'eau à la personne* 4 *secondes plus tôt que par l'air.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1880.

(1) D'après l'indicateur des chemins de fer, la distance entre ces deux villes est de 44 kilomètres par Somain.

Le temps mis par le son pour parcourir 1 mètre est en fraction de seconde :

$$\text{dans l'air, } \frac{1}{340}\text{ ; dans l'eau, } \frac{1}{1435}.$$

La différence entre ces deux fractions est

$$\frac{1}{340} - \frac{1}{1435} = \frac{287}{97\,580} - \frac{68}{97\,580} = \frac{219}{97\,580} \text{ de seconde.}$$

Au bout de 1 mètre, la différence entre les temps employés par le son pour le parcourir est égale à cette fraction de seconde.

Au bout de 2, 3, 4... mètres, cette différence serait 2, 3, 4... fois plus grande.

Donc autant de fois, cette fraction de seconde est contenue dans 4 secondes, autant il y a de mètres dans la distance cherchée.

Cette distance est égale à

$$4 : \frac{219}{97\,580} = \frac{4 \times 97\,580}{219} = 1782 \text{ mètres.}$$

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 7.)

635. *La planète Jupiter a quatre satellites. Le 1er accomplit sa révolution autour de la planète en 42 heures ; le 2e en 85 heures ; le 3e en 172 heures ; le 4e en 400 heures. On demande dans combien de temps ces quatre satellites se retrouveront à la fois dans les mêmes situations relatives qu'ils occupent aujourd'hui.*

On devra dire d'ailleurs combien de révolutions chacun d'eux accomplira d'ici à cette époque.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

Pour mieux comprendre la résolution de ce problème, on fera bien de décrire quatre circonférences ayant pour centre un point qui représentera la position de Jupiter, et de tirer de ce point un rayon jusqu'à la plus grande.

Maintenant désignons par a, b, c, d les positions des quatre satellites en ligne droite sur ce rayon à un moment donné.

Ces satellites reviennent dans leur position première :

le 1er en a au bout de 42 heures ;
le 2e en b — 85 —
le 3e en c — 172 —
le 4e en d — 400 —

Le nombre d'heures au bout duquel les quatre satellites se retrouveront en ligne droite doit contenir un nombre entier de fois chacun des nombres d'heures indiquant la durée de la révolution de chaque satellite. En d'autres termes, le nombre demandé est le plus petit multiple des quatre nombres : 42, 85, 172, 400.

Appliquons la règle habituelle pour trouver ce plus petit multiple.

Ces quatre nombres, décomposés en facteurs premiers, donnent :

$$\begin{aligned} 42 &= 2 \times 3 \times 7 \\ 85 &= 5 \times 17 \\ 172 &= 2^2 \times 43 \\ 400 &= 2^4 \times 5^2 \end{aligned}$$

Le plus petit multiple de ces nombres est

$$2^4 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 17 \times 43 = 6\,140\,400.$$

Ainsi, c'est au bout de 6 140 400 heures que les satellites se retrouveront sur la ligne droite qu'ils occupaient d'abord.

Les nombres de révolutions effectuées par chacun dans cet intervalle de temps sont :

pour le 1er .... $6\,140\,400 : 42 = 146\,200$;
pour le 2 .... $6\,140\,400 : 85 = 72\,240$;
pour le 3e .... $6\,140\,400 : 172 = 35\,700$;
pour le 4e .... $6\,140\,400 : 400 = 15\,351$.

636. *Un mobile A et un mobile B sont actuellement en un même point d'une circonférence. Le mobile A la parcourt d'un mouvement uniforme en 27 jours $\frac{1}{3}$, et le mobile B aussi d'un mouvement uniforme en 365 jours $\frac{1}{4}$.*

On demande de déterminer au bout de combien de temps les deux mobiles A et B se rencontrent de nouveau : 1° quand ils parcourent la circonférence dans le même sens ; 2° quand ils la parcourent en sens contraires.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Nancy, 1876.

On a d'abord .... $27\frac{1}{3} = \frac{82}{3}$; $365\frac{1}{4} = \frac{1461}{4}$.

Pour abréger, désignons par C la circonférence.

A parcourt en $\frac{1}{3}$ de jour $\frac{1}{82}$ de C ; en 1 jour $\frac{3}{82}$ de C.

B parcourt en $\frac{1}{4}$ de jour $\frac{1}{1461}$ de C ; en 1 jour $\frac{4}{1461}$ de C.

Chaque jour A devance B d'une fraction de C égale à

$$\frac{3}{82} - \frac{4}{1461} = \frac{4383 - 328}{119\,802} = \frac{4055}{119\,802} \text{ de C.}$$

Pour arriver à atteindre B, c'est-à-dire à avoir une avance d'une circonférence entière, il faudra autant de jours que cette fraction de C est contenue dans la circonférence entière. Ce nombre de jours sera

$$1 : \frac{4055}{119\,802} = \frac{119\,802}{4055} = 29{,}54.$$

2° Quand les deux mobiles marchent en sens inverse, ils parcourent ensemble par jour une fraction de la circonférence égale à

$$\frac{3}{82} + \frac{4}{1461} = \frac{4383 + 328}{119\,802} = \frac{4711}{119\,802} \text{ de C.}$$

Pour arriver à leur point de rencontre, ils ont à parcourir ensemble la circonférence entière. Il leur faudra pour cela autant de jours que cette fraction de C est contenue dans la circonférence entière. Ce nombre de jours sera

$$1 : \frac{4711}{119\,802} = \frac{119\,802}{4711} = 25{,}43.$$

637. *Une fontaine fournit en 13 heures 26 minutes et demie 143 hectolitres d'eau; combien de mètres cubes d'eau fournirait-elle en 28 jours 17 heures 3 quarts ?*

Brevet de sous-maîtresse. — Paris, 1878.

$13^h\ 26^m\ \frac{1}{2}$ font $60^m \times 13 + 26^m\ \frac{1}{2}$ c.-à-d. $806^m{,}5$.

$28^j\ 17^h\ \frac{3}{4}$ font $24^h \times 28 + 17^h\ \frac{3}{4}$ c.-à-d. $689^h\ \frac{3}{4}$.

$28^j\ 17^h\ \frac{3}{4}$ font $60^m \times 689 + 45^m$ c.-à-d. $41\,385^m$.

En $806^m{,}5$ la fontaine donne 143 hectolitres.

En 1 minute, elle donnerait $\frac{143^{hl}}{806{,}5}$.

En $41\,385^m$ elle donnera............ $\frac{143 \times 41\,385}{806{,}5} = 7337^{hl}{,}9$.

Réponse. — La fontaine donnerait 7338 hectolitres d'eau ou 733 mètres cubes 8 hectolitres.

638. *La distance de deux villes situées sur le même méridien est de 84 400 mètres. On demande le nombre de degrés, minutes et secondes de l'arc de méridien qui joint ces deux villes.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Novembre 1881.

Il y a 10 000 000 de mètres dans 90 degrés du méridien.
Dans $1\,000\,000^m$ ou 10 000 hectomètres il y 9 degrés.

Dans 1 hectomètre le nombre de degrés est $\frac{9^o}{10\,000}$.

Dans 844 hectomètres il y aura

$$\frac{9^o \times 844}{10\,000} = \frac{7596^o}{10\,000}$$

ou en réduisant en minutes

$$\frac{60' \times 7596}{10\,000} = \frac{45\,576'}{1000} = 45'\ 34'',56.$$

Réponse. — L'arc de méridien a 45' 35".

639. *Calculer le nombre de degrés de latitude parcourus par un voyageur qui franchit 1675 kilomètres dans la direction du pôle à l'équateur. Quel chemin doit-il faire pour parcourir 25 degrés ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Caen, 1879.

1° Il y a 10 000 kilomètres dans 90 degrés du méridien terrestre.

1 kilomètre contient $\frac{90}{10\,000} = \frac{9}{1000}$ de degré.

1675 kilomètres contiennent $\frac{9 \times 1675}{1000} = 15^o{,}075$.

La fraction 0,075 vaut la 10^e partie de $\frac{3}{4}$.

Or $\frac{3}{4}$ de degré font 3 fois 15 minutes, c'est-à-dire 45 minutes.

Le nombre demandé est donc $15^o\ 4'\ \frac{1}{2}$.

2° Un arc de 1° contient $\frac{10\,000^{km}}{90} = \frac{1000}{9} = 111^{km}{,}111$.

En parcourant 25 degrés, on a parcouru

$$111^{km}{,}111 \times 25 = 2777^{km}{,}777,$$

c.-à-d. .... 2777 kilomètres 3 quarts.

640. *La latitude de Dunkerque est de 51° 2' 11"; celle de Barcelone est de 41° 22' 59". Trouver quelle est en kilomètres la* *distance qui sépare ces deux villes, si l'on admet qu'elles sont sur le même méridien.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1879.

Dans l'arc de méridien qui unit Dunkerque à Barcelone, il y a :

$$51^\circ\ 2'\ 11'' - 41^\circ\ 22'\ 59''$$

ou $$50^\circ\ 61'\ 71'' - 41^\circ\ 22'\ 59'' = 9^\circ\ 39'\ 12''.$$

Or on a pour le méridien :

$90^\circ = 10\,000\,000$ mètres ;
$1^\circ = 1\,000\,000^m : 9 = 111\,111^m,11$;
$1' = 111\,111^m,11 : 60 = 1851^m,85$;
$1'' = 1851^m,85 : 60 = 30^m,86$.

On obtient donc :

$9^\circ = 10\,000\,000^m : 10 = 1\,000\,000^m$
$39' = 1851^m,85 \times 39 = 72\,222^m,15$
$12'' = 30^m,86 \times 12 = 370^m,32$
Total... $1\,072\,592^m,47$.

Réponse. — La distance de Dunkerque à Barcelone est de 1072 kilomètres et demi.

641. *Deux lieux sont situés sur le même méridien. Leurs latitudes sont 25° 24′ 30″ et 19° 57′ 30″. Evaluer en kilomètres la distance de ces deux lieux : 1° lorsqu'ils sont dans des hémisphères différents ; 2° lorsqu'ils sont dans le même hémisphère.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

1° Désignons les deux lieux par A et B, A étant dans l'hémisphère nord et B dans l'hémisphère sud.

La distance de A à l'équateur est.......... $25^\circ\ 24'\ 30''$
Celle de B à l'équateur est................ $19^\circ\ 57'\ 30''$
L'arc de méridien qui joint A à B a donc $45^\circ\ 22'\ 0''$.

Or 90° du méridien valent 10 000 000 mètres.
1° du méridien vaut $10\,000\,000^m : 90 = 111\,111^m,1$.
$1'$ vaut.... .... $111\,111^m : 60 = 1851^m,85$.
45° valent la moitié de 90°, c'est-à-dire.... $5\,000\,000^m$
$22'$ valent .... $1851^m,85 \times 22 = 40\,740^m$
La distance AB a... $5\,040\,740^m$.

2° Les deux lieux A′ et B′ étant tous deux dans l'hémisphère nord, l'arc A′B′ qui les unit est la différence de leurs latitudes.

La latitude de A′ est....... $25^\circ\ 24'\ 30'' = 24^\circ\ 84'\ 30''$
La latitude de B′ est....... $19^\circ\ 57'\ 30'' = 19^\circ\ 57'\ 30''$
L'arc A′B′ a... $5^\circ\ 27'\ 0''$.

5° valent.............. $111\,111^m,1 \times 5 = 555\,555^m,5$
$27'$ valent .... $1851^m,85 \times 27 = 49\,999^m,9$
Là distance A′B′ est égale est égale à... $605\,555^m$.

642. *Les villes de Remiremont et de Quimper sont situées sur le même parallèle. Leurs longitudes sont :*

pour Remiremont 4° 15′ 18″ à l'orient;
pour Quimper 6° 26′ 26″ à l'occident.

Calculer la distance de ces deux villes, en sachant qu'un degré de ce parallèle égale seulement les 0,744 d'un degré du méridien.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1878.

Distance de Remiremont au 1er méridien.. $4^\circ\ 15'\ 18''$
Distance de Quimper au 1er méridien...... $6^\circ\ 26'\ 26''$
Arc de Remiremont à Quimper............. $10^\circ\ 41'\ 44''$

On a déjà trouvé dans les problèmes précédents pour les arcs de méridien les longueurs suivantes :

$1^\circ = 111\,111^m,11$;
$1' = 1851^m,85$;
$1'' = 30^m,86$.

On a donc sur le parallèle des deux villes :

$10^\circ = 111\,111^m \times 10 \times 0,744 = 826\,666^m,5$
$41' = 1851^m,85 \times 41 \times 0,744 = 56\,488^m,8$
$44'' = 30^m,86 \times 44 \times 0,744 = 1\,010^m,2$
Distance cherchée... $884\,165^m,5$
c'est-à-dire.............................. 884 kilomètres.

643. *La longitude de Corté est de 6° 49 à l'est et celle de Brest est de 6° 49′ 42″ à l'ouest. On demande :*
quelle heure il est à Brest, quand il est midi à Corté ;
quelle heure il est à Corté, quand il est midi à Brest ;
quelle heure il est à Corté et à Brest, quand il est midi à Paris.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1878.

Pour accomplir son mouvement diurne apparent d'orient en occident, c'est-à-dire pour parcourir 360°, le soleil met 24 heures.

Pour 1°, il met la 360e partie de 24^h ou $\frac{1440^m}{360} = 4$ minutes.

Pour un arc de 1', il met la 60e partie de 4^m, c.-à-d. 4 secondes.

Pour un arc de 1", il met un 60e de 4 secondes ou $\frac{1}{15}$ de seconde.

Pour aller du méridien de Corté à celui de Paris, le soleil met :

$$4^m \times 6 + 4^s \times 49 = 24^m + 196^s = 27^m\ 16^s.$$

La longitude de Brest surpassant seulement de 42" celle de Corté le soleil pour aller du méridien de Paris à celui de Brest mettra

$$27^m\ 16^s + \frac{1}{15} \times 42 = 27^m\ 18^s\ \frac{4}{5} \text{ ou } 27^m\ 19^s.$$

Pour aller du méridien de Corté à celui de Brest, le soleil met un temps égal à

$$27^m\ 16^s + 27^m\ 19^s = 54^m\ 35^s.$$

On trouve donc les résultats suivants :

midi à Paris	Corté................	midi $27^m\ 16^s$.
	Brest : $12^h - 27^m\ 19^s = 11^h\ 32^m\ 41^s$.	
midi à Corté	Brest : $12^h - 54^m\ 35^s = 11^h\ 5^m\ 25^s$.	
midi à Brest	Corté................	midi $54^m\ 35^s$.

644. *Une dépêche est envoyée de Londres à San-Francisco, par le télégraphe transatlantique, le 10 juillet à 4 heures 12 minutes du matin, heure de Londres. Elle subit à Valentia* (1), *pour réexpédition, un retard de 17 minutes. Reçue à New-York, elle est réexpédiée directement à San-Francisco avec un nouveau retard de 19 minutes.*

Trouver quelle indication de date et d'heure de réception elle devra porter dans les deux villes de New-York et de San-Francisco, dont les horloges sont réglées sur leur propre méridien. Les longitudes toutes trois occidentales de ces villes sont :

Londres, 2° 26'; New-York, 76° 20'; San-Francisco, 124° 45'.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1880.

Par suite du retard à Valentia, la dépêche en est partie à $4^h\ 29^m$. Or, dans son mouvement diurne (probl. 643), le soleil parcourt :

(1) Valentia, petite île située près de la cote sud-ouest de l'Irlande.

1° en 4 minutes; 1' en 4 secondes; 1" en $\frac{1}{15}$ de seconde.

Entre le méridien de New-York et celui de Londres, il y a :

$$76°\ 20' - 2°\ 26' = 75°\ 80' - 2°\ 26' = 73°\ 54'.$$

Pour parcourir cette distance le soleil met

$$4^m \times 73 + 4^s \times 54 = 4^h\ 55^m\ 36^s.$$

L'heure de New-York étant en retard de cette quantité sur celle de Londres, la dépêche arrive dans la 1re de ces deux villes avant minuit et d'un temps égal à

$$4^h\ 55^m\ 36^s - 4^h\ 29^m = 26^m\ 36^s.$$

A l'arrivée de la dépêche à New-York, il est dans cette ville :

$11^h\ 33^m\ 24^s$ du soir du 9 juillet.

La dépêche ne part de cette ville que 19 minutes plus tard, c'est-à-dire le 9 juillet à $11^h\ 52^m\ 24^s$ du soir.

Entre le méridien de New-York et celui de San-Francisco il y a :

$$124°\ 45' - 76°\ 20' - 48° \quad .$$

Pour parcourir cette distance le soleil met :

$$4^m \times 48 + 4^s \times 25 = 3^h\ 13^m\ 40^s.$$

L'heure de San-Francisco est en retard de ce temps sur l'heure de New-York.

A l'arrivée de la dépêche à San-Francisco, il est dans cette ville :

$$11^h\ 52^m\ 24^s - 3^h\ 13^m\ 40^s = 8^h\ 38^m\ 44^s.$$

Réponse.— **La dépêche partie de Londres le 10 juillet à $4^h\ 12^m$ du matin arrive :**

à New-York, le 9 juillet à $11^h\ 33^m\ 24^s$ du soir ;

à San-Francisco, le 9 juillet à $8^h\ 38^m\ 44^s$ du soir.

645. *Le département de l'Isère est compris entre 44° 43' et 45° 53' 20" de latitude septentrionale, et entre 2° 24' 42" et 4° 1' 15" de longitude orientale.*

1° En supposant que les deux points extrêmes en latitude fussent sur le même méridien, quelle serait en kilomètres leur distance comptée sur ce méridien?

2° *Quelle heure est-il au point le plus oriental du département, quand il est midi au point le plus occidental?*

3° *Quelle heure est-il à Paris, quand il est midi à Grenoble? La longitude de Grenoble est 3° 23′ 36″.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Grenoble, 1878.

1° L'arc de méridien compris entre les deux points extrêmes a

$$45^\circ\ 53'\ 20'' - 44^\circ\ 43^\circ = 1^\circ\ 10'\ 20''$$

On a déjà trouvé dans les problèmes précédents :

pour 1° du méridien		$111\,111^m$.
pour 1′		$1851^m,85$;
pour 1″		$30^m,86$.

La distance est :

pour 1°		$111\,111^m$.
pour 10′		$18\,518^m,5$
pour 20″	$30^m,86 \times 20 =$	$617^m,2$
pour 1° 10′ 20″		$130\,246^m,7$

c'est-à-dire 130 kilomètres.

2° De l'est à l'ouest, la distance entre les deux méridiens passant par les points extrêmes est

$$4^\circ\ 1'\ 15'' - 2^\circ\ 24'\ 42''$$

ou

$$3^\circ\ 60'\ 75'' - 2^\circ\ 24'\ 42'' = 1^\circ\ 36'\ 33''.$$

Dans son mouvement diurne le soleil parcourt :

$$1^\circ \text{ en } 4 \text{ minutes};\ 1' \text{ en } 4 \text{ secondes};\ 1'' \text{ en } \frac{1}{15} \text{ de seconde.}$$

Pour parcourir 1° 36′ 33″, il mettra :

$$4^m + 4^s \times 36 + \frac{33^s}{15} = 4^m + 144^s + 2^s = 6^m\,26^s.$$

Quand il est midi au point le plus occidental, il est au point le plus oriental midi 6 minutes 26 secondes.

3° Entre le méridien de Grenoble et celui de Paris, la distance est 3° 23′ 36″.

De l'un de ces méridiens à l'autre, le soleil met :

pour 3° un temps égal à	$4^m \times 3 =$	12^m
pour 23′	$4^s \times 23 = 92^s =$	$1^m\,32^s$
pour 36″	$36^s : 15 =$	2^s
	Total...	$13^m\,34^s$.

Quand il est midi à Grenoble, l'heure à Paris est

$$12^h - 13^m\,34^s \text{ ou } 11^h\,59^m\,60^s - 13^m\,34^s$$

c'est-à-dire $11^h\,46^m\,26^s$.

646. *Réduire en mètres carrés et subdivisions du mètre carré une surface de 87 toises carrées et demie, en sachant que la toise vaut 6 pieds et que le mètre vaut 3 pieds 11 lignes $\frac{296}{1000}$ de ligne.*

Concours d'admission à l'École des arts et métiers de Châlons. — 1879.

D'abord le pied contient 12 pouces et vaut 144 lignes.
En convertissant la toise et le mètre en lignes, on a :

$$1^T = 6^{pi} = 12^{po} \times 6 = 72^{po} = 12^l \times 72 = 864^l$$

$$1^m = 144^l \times 3 + 11^l,296 = 443^l,296.$$

De là on déduit :

$$1^T = 1^m \times \frac{864}{443,296} = \frac{27^m}{13,853} = \frac{27\,000^m}{13\,853}.$$

$$1^{Tq} = 1^{mq} \times \frac{27\,000^2}{13\,853^2}$$

$$87^{Tq}\,\frac{1}{2} = 1^{mq} \times \frac{27\,000^2 \times 87,5}{13853^2}.$$

En effectuant les multiplications, puis la division, on trouve

$$87^{Tq}\,\frac{1}{2} = \frac{63\,787\,500\,000}{191\,905\,609} = 332^{mq},3899.$$

c'est-à-dire 332 mètres carrés 39 décimètres carrés.

647. *Ayant trouvé dans un vieux livre que 2 livres 10 onces 6 gros 45 grains d'une certaine marchandise ont coûté autrefois 18 sous 10 deniers, on demande quel serait en francs décimes et centimes le prix d'un kilogramme de cette marchandise, en sachant que l'ancienne livre poids valait 16 onces, l'once 8 gros et le gros 72 grains; que l'ancienne livre monnaie valait 20 sous et le sou 12 deniers; que le kilogramme actuel vaut 18 827 grains 15 centièmes; que 80 francs valent 81 livres.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Yonne, 1877.

En représentant la livre poids par L, l'once par O ; le gros par Gr ; le grain par gr et la livre monnaie par ce signe ₶, on a d'abord :

$$\begin{array}{rcl|rcl} 1^{L} & = & 16^{O} & 1^{₶} & = & 20^{S} \\ 1^{O} & = & 8^{Gr} & 1^{S} & = & 12^{d} \\ 1^{Gr} & = & 72^{gr} & 81^{₶} & = & 80^{fr} \end{array}$$

$$18\,827^{gr},15 = 1 \text{ kilogramme.}$$

En convertissant le poids donné en grains, on a :

$$2^{L}\ 10^{O} = 16^{O} \times 2 + 10^{O} = 32^{O} + 10^{O} = 42^{O};$$
$$42^{O}\ 6^{Gr} = 8^{Gr} \times 42 + 6^{Gr} = 336^{Gr} + 6^{Gr} = 342^{Gr};$$
$$342^{Gr}\ 45^{gr} = 72^{gr} \times 342 + 45^{gr} = 24\,624^{gr} + 45^{gr} = 24\,669^{gr}.$$

En convertissant le prix donné en deniers, on a :

$$18^{S}\ 10^{d} = 12^{d} \times 18 + 10^{d} = 216^{d} + 10^{d} = 226^{d}.$$

Ainsi 24 669 grains ont coûté 226 deniers ;

1 grain coûterait.. $\frac{226^{d}}{24\,669}$;

$18\,827^{gr},15$ coûteront $\frac{226^{d} \times 18\,827,15}{24\,669}$.

C'est là le prix du kilogramme en deniers.

Il s'agit de le convertir en francs décimes et centimes.

On a :

$$1^{₶} = \frac{80^{f}}{81}; \quad 1^{S} \text{ (le 20}^{e}\text{ de } 1^{₶}) = \frac{4^{f}}{81};$$

$$1^{d} \text{ (le 12}^{e}\text{ du sou)} = \frac{1^{f}}{243}; \quad 226^{d} = \frac{226^{f}}{243}.$$

En remplaçant 226 deniers par cette valeur dans le prix du kilogramme, on obtient en francs :

$$\text{prix de 1 kilogr.} = \frac{226}{243} \times \frac{18\,827,15}{24\,669}.$$

En effectuant le calcul d'après la règle de la multiplication de deux fractions, on aurait deux multiplications et une division assez longues. Le moyen le plus commode consiste ici à convertir en fractions décimales les fractions

$$\frac{226}{243} \text{ et } \frac{18\,827,15}{24\,669},$$

et à multiplier entre elles les deux fractions décimales.

Les deux facteurs étant moindres que l'unité, si on les obtient exacts jusqu'aux centièmes, l'erreur du produit sera moindre que 1 centième. On trouvera :

$$\frac{226}{243} = 0,93 \text{ et } \frac{18\,827,15}{24\,669} = 0,76$$
$$0,93 \times 0,76 = 0,7068.$$

Réponse. — Prix du kilogr. 71 centimes à moins d'un centime près.

648. *Dans un même lieu la durée de l'oscillation du pendule simple est proportionnelle à la racine carrée de sa longueur. Or un pendule dont la longueur est* $0^{m},993856$ *fait à Paris une oscillation par seconde ; combien faudrait-il de secondes à un pendule ayant* $0^{m},87548$ *pour faire 100 oscillations ?*

Brevet supérieur. Aspirants. — Yonne, 1877.

Si on désigne par x la durée de l'oscillation du pendule qui a pour longueur $0^{m},87548$, on aura, d'après l'énoncé, la proportion

$$\frac{x}{1} = \frac{\sqrt{0,87548}}{\sqrt{0,993856}} \text{ ou } \frac{x}{1} = \sqrt{\frac{875\,480}{993\,856}}.$$

Comme la valeur de x doit être multipliée par 100, il faut que la racine soit connue avec 3 chiffres décimaux ; par conséquent il faudrait, d'après la règle ordinaire de l'extraction de la racine carrée avoir le quotient de 875 480 par 993 856 avec 6 chiffres décimaux. Mais on démontre qu'il suffit de connaître seulement plus de la moitié du nombre des chiffres qu'exigerait cette règle et de remplacer les autres par des zéros [1].

Dans ce cas on calculera le quotient avec 4 chiffres décimaux, ce qui donne 0,8808.

Extrayant ensuite la racine carrée de ce quotient, on obtient :

$$\sqrt{0,880800} = 0,938.$$

La durée d'une oscillation est de 0,938 millièmes de seconde.

La durée de 100 oscillations sera $93^{s},8$ c. à d. 94 secondes.

649. *Lorsqu'on ne tient pas compte de la résistance de l'air, l'espace parcouru par un corps qui tombe est proportionnel au carré du temps écoulé depuis l'origine de sa chute. On demande de trouver le temps que mettra pour atteindre le sol un objet pesant, tombé d'un ballon qui est parvenu à 9808 mètres de hauteur. Dans la* 1^{re} *seconde de sa chute il parcourt* $4^{m},904$.

On demande ensuite quelle est sa vitesse au moment où il atteint le sol, en admettant que cette vitesse soit proportionnelle au temps, et de plus qu'au bout de la 1^{re} *seconde elle était de* $9^{m},808$.

Brevet supérieur. Aspirants, — Agen. 1875.

1° Soit x le nombre de secondes demandé.

1. Voir cette règle dans notre *Arithmétique pour l'enseignement secondaire moderne* (*Classe de quatrième*).

Dans les 2 premières secondes, l'espace parcouru est $4^m,904 \times 2^2$; dans les 3 premières il est .... $4^m,904 \times 3^2$, etc.

Dans les x secondes, il est........................ $4^m,904 \times x^2$.

On a donc l'équation

$$4,904 \times x^2 = 9808.$$

De là on tire

$$x^2 = \frac{9808}{4,904} \text{ et } x = \sqrt{\frac{9808}{4,904}} = \sqrt{2000}.$$

En extrayant la racine carrée, on trouve $x = 44^s,72$

2° Soit v la vitesse demandée.

Au bout de 2 secondes, la vitesse est.............. $9^m,808 \times 2$.

Au bout de 3 secondes, elle est.............. $9^m,808 \times 3$, etc.

Au bout de $44^s,72$, elle est.................. $9^m,808 \times 44,72$.

On a donc

$$v = 9^m,808 \times 44,72 = 438^m,61376,$$

ou

$$v = 438^m,614.$$

650. *On suppose que les deux planètes Vénus et la Terre sont sur un même rayon partant du Soleil, de sorte que Vénus se trouve entre le Soleil et la Terre.*

On demande au bout de combien de temps les deux planètes se retrouveront dans la même position.

La Terre accomplit sa révolution annuelle autour du Soleil en 365j, 2563744 et Vénus fait la sienne en 224j,7007869.

Exprimer le résultat en jours, heures, minutes et secondes.

Brevet supérieur. Aspirants. — Paris, 1879.

Pour abréger désignons par t et v les durées des révolutions de la Terre et de Vénus en jours.

Les arcs décrits en un jour par ces planètes sont :

$$\text{pour la Terre } \frac{360^o}{t} \text{ ; pour Vénus } \frac{360^o}{v}.$$

Le retard de la Terre sur Vénus au bout de 1 jour est

$$\frac{360}{v} - \frac{360}{t} = \frac{360^o \times (t - v)}{t \times v}.$$

Pour que la Terre soit en retard d'une circonférence entière, et par suite se retrouve sur le même rayon que Vénus, il faudra

autant de jours que son retard au bout de 1 jour sera contenu de fois dans 360°. Ce nombre de jours est donc

$$360 : \frac{360 \times (t - v)}{t \times v} = \frac{t \times v}{t - v}.$$

Cherchons le quotient à moins de 1 minute près.

On a........................ $1^j = 24^h = 60^m \times 24 = 1440^m$.

La minute étant la 1440e partie du jour, il suffira d'obtenir le quotient à moins de 1 dix-millième près.

Or on a :

$$\begin{array}{r} t = 365,2563744 \\ v = \underline{224,7007869} \\ t - v = 140,5555875. \end{array}$$

Le produit $t \times v$ aura 5 chiffres à sa partie entière ; car on a

$$t \times v < 400 \times 230 \text{ c. à d. } t \times v < 92\,000,$$
$$t \times v > 300 \times 200 \text{ c. à d. } t \times v > 60\,000.$$

Le quotient du produit $t \times v$ divisé par $t - v$ aura 3 chiffres à sa partie entière et comme il doit avoir 4 chiffres décimaux, on doit obtenir ce quotient avec 7 chiffres. C'est ici le cas d'employer la méthode de la *multiplication abrégée* et de la *division abrégée* (1).

Par l'application de ces règles, on obtiendra :

$$t \times v = 82\,073,3947 \text{ ;}$$
$$\frac{t \times v}{t - v} = 583^j,9212.$$

En convertissant la fraction décimale de jour en heures et minutes, on trouve :

$$0^j,9212 = 24^h \times 0,9212 = 22^h,1088 \text{ ;}$$
$$0^h,1088 = 60^m \times 0,1088 = 6^m,5280.$$

On a donc pour le temps demandé :

$$583^j\ 22^h\ 6^m \text{ et demie.}$$

1. Voir ces règles dans notre *Arithmétique pour l'enseignement secondaire moderne (Classe de quatrième).*

CHAPITRE XII

PROBLÈMES DIVERS

Nous avons classé les problèmes de ce chapitre en trois catégories.

La première contient des problèmes qu'on résout en supposant des nombres arbitraires pour les nombres cherchés et en modifiant ensuite ces nombres d'après le résultat qu'ils fournissent. La règle que l'on suit ainsi est ce que les vieux traités d'arithmétique nomment règle de *fausse position.*

La seconde renferme quelques problèmes qui n'ont pas de caractère commun.

Ceux qui composent la troisième sont des problèmes pour lesquels le raisonnement qui conduit à la solution ne diffère que par la forme de celui qu'emploie l'algèbre.

§ 1. — PROBLÈMES QUI SE RÉSOLVENT A L'AIDE DE NOMBRES SUPPOSÉS.

651. *On demande de payer 800 francs avec 67 pièces d'or, les unes de 20 francs, les autres de 5 francs. Combien donnera-t-on de pièces de chaque espèce?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Loiret, 1877.

D'abord, le nombre des pièces de 5 francs ne peut être qu'un nombre pair, puisque 800 est pair et que la somme formée par les pièces de 20 francs sera aussi un nombre pair.

Supposons qu'on donne 30 pièces de 5 fr. et par conséquent 37 pièces de 20 fr.

Les 30 pièces de 5^f font............ $5^f \times 30 = 150^f$
Les 37 pièces de 20^f font........... $20^f \times 37 = 740^f$
Total... 890^f

On a ainsi une somme trop forte de 90 fr.

Augmentons de 1 le nombre des pièces de 5^f et diminuons de 1 celui des pièces de 20 fr. L'excès de 90^f sera diminué de 20^f et augmenté de 5^f, et en définitive diminué de 15 fr.

Donc, autant de fois il y a 15^f dans 90^f, autant de pièces de 5^f on devra ajouter aux 30 qu'on avait d'abord données.

Ce nombre de fois est $90 : 15 = 6$.

Le nombre des pièces de 5^f est donc........... $30 + 6 = 36$.
Celui des pièces de 20^f sera...................... $37 - 6 = 31$.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées.* Problème 9.)

652. *Dans une maison un peintre a peint 12 chambranles, les uns en marbre à 4 francs la pièce et les autres en granit à* $2^f,50$. *Il a reçu pour le tout* $40^f,50$. *Combien y a-t-il de chambranles en marbre et combien en granit?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1877.

Si tous les chambranles avaient été en marbre, on aurait payé:

$$4^f \times 12 = 48 \text{ fr.}$$

Entre cette somme et la somme donnée, la différence est:

$$48^f - 40^f,50 = 7^f,50.$$

Si on remplace un chambranle en marbre par un en granit, on diminue 48^f de 4^f et on l'augmente de $2^f,50$, ce qui fait une diminution de $1^f,50$ sur la différence de $7^f,50$.

Le nombre des chambranles en granit est donc égal au nombre de fois que $1^f,50$ est contenu dans $7^f,50$.

Le nombre de chambranles en granit est......... $7,5 : 1,5 = 5$.
Celui des chambranles en marbre est............. $12 - 5 = 7$.

653. *On veut distribuer une certaine somme à un certain nombre de pauvres. Si on donne 2 fr. à chacun, il reste 25 fr.; si on donne 3 fr. à chacun, il manque 15 fr. Trouver le nombre des pauvres et la somme à partager.*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

1^{re} MÉTHODE. — Si au lieu de 2 fr., on veut donner à chaque pauvre 1 fr. de plus, on devra donner en plus les 25 fr. qui restent et en outre 15 fr., c'est-à-dire 40 fr.

Il y a donc 40 pauvres.

La somme à partager est .... $80^f + 25^f = 105$ fr.

2[e] MÉTHODE. — Soit x le nombre des pauvres.

Si on donne 2 fr. à chacun, la somme à partager est.. $2x + 25$.

Si on donne 3 fr. à chacun, cette somme est......... $3x - 15$

On a donc : $3x - 15 = 2x + 25$.

De là on tire $x = 25 + 15 = 40$.

654. *Un vigneron doit acheter une maison avec le produit de sa récolte. S'il vendait la barrique de vin 145 francs, il aurait encore 830 francs après avoir payé la maison ; s'il ne la vendait que 130 francs, il lui manquerait 220 francs. Trouver le prix de la maison et le nombre de barriques de vin du vigneron.*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

En vendant la barrique 130^f au lieu de 145^f, on perd par barrique

$$145^f - 130^f = 15^f.$$

La perte totale se compose des 830^f qu'on n'a plus en sus et des 220^f, qui sont en moins ; elle est donc égale à

$$830^f + 220^f = 1050^f.$$

Le nombre des barriques est égal au nombre de fois qu'il y a 15^f dans 1050 fr.

Ce nombre est........................ $1050 : 15 = 70$ barriques.

Or 70 barriques à 130 fr. font $130^f \times 70 = 9100^f$.

Le prix de la maison est donc

$$9100^f + 220^f = 9320^f.$$

655. *Un bassin de la contenance de 3 mètres cubes est alimenté par deux robinets, qui donnent par heure, le premier 480 litres et le second 360 litres. On demande pendant combien de temps il faudrait laisser couler séparément chaque robinet l'un après l'autre pour remplir le bassin en 7 heures.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Niort, 1855.

1^{re} MÉTHODE. — La capacité du bassin est de 3000 litres.

Le 1^{er} robinet en coulant seul pendant 7 heures donnerait

$$480^l \times 7 = 3360 \text{ litres,}$$

c'est-à-dire 360 litres de trop.

Si on laisse couler le 1^{er} seulement pendant 6 heures et le 2[e] pendant l'heure suivante, il y aura sur les 3360 litres une diminution égale à

$$480 - 360 = 120 \text{ litres.}$$

Le nombre d'heures pendant lequel on devra laisser couler le 2[e] robinet est donc égal au nombre de fois que 120^l sont contenus dans 360 litres.

Ce nombre d'heures sera.......................... $360 : 120 = 3$.

2[e] MÉTHODE. — Soit x le nombre d'heures pour le 1^{er} robinet ; le nombre d'heures pour le 2[e] sera $7 - x$.

Pendant x heures le 1^{er} fournit............... $480^l \times x$ ou $480x$.

Pendant $7 - x$, le 2[e] fournit $360 \times (7 - x)$ ou $2520 - 360x$.

On a donc l'équation

$$480x + 2520 - 360x = 3000$$

On en tire

$$120x = 3000 - 2520,$$
$$120x = 480,$$
$$x = \frac{480}{120} = 4.$$

656. *On a partagé une certaine somme entre deux personnes. La part de la 1^{re} égale les $\frac{3}{4}$ de celle de la 2[e], et en ajoutant le 10[e] de la 1^{re} aux $\frac{4}{5}$ de la 2[e], on obtient 100 fr. Trouver la somme entière et les deux parts.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Aisne.

Au lieu de supposer un nombre, il est bien plus simple de représenter par x la part de la 2[e] personne ; celle de la 1^{re} est alors $\frac{3x}{4}$.

Le 10[e] de la 1^{re} est $\frac{3x}{40}$; les $\frac{4}{5}$ de la 2[e] sont $\frac{4x}{5}$.

L'énoncé du problème donne ainsi l'équation

$$\frac{3x}{40} + \frac{4x}{5} = 100.$$

Réponse. — 1^{re} part, $85^f,71$; 2[e] part, $114^f,29$. Total, 200 fr.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 17.)

657. *Un ouvrier travaille chez un tailleur pendant le mois de janvier. Pour chaque jour de travail, il reçoit $5^f,40$; mais pour chaque jour de chômage de sa part, il paye à son patron 3 fr. Le compte réglé, il reçoit $103^f,80$. Le mois ayant eu quatre dimanches, combien l'ouvrier a-t-il fait de journées de travail?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Grenoble, 1878.

Le nombre des jours destinés au travail pendant ce mois est 27
Si l'ouvrier avait travaillé tous les jours, il aurait reçu

$$5^f,40 \times 27 = 145^f,80.$$

Cette somme surpasse celle qu'il a reçue de

$$145^f,80 - 103^f,80 = 42^f.$$

Il a donc perdu des journées de travail.

Pour 1 jour de chômage, il perd $5^f,40$ qu'il aurait reçus plus 3 fr. qu'il doit payer, c'est-à-dire $8^f,40$.

Autant de fois il y a $8^f,40$ dans 42^f, autant il y a de jours de chômage.

Le nombre de jours perdus est .... $42 : 8,4 = 5$

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*, Problème 13.)

658. *Deux ouvrières travaillent dans un même atelier. Le salaire journalier de l'une est égal aux $\frac{3}{4}$ du salaire de l'autre. On sait que 20 journées de celle qui gagne le plus et 25 journées de l'autre ont été payées ensemble $232^f,50$. Combien chacune gagne-t-elle par jour?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Novembre, 1881.

Supposons que la 2e gagne 4^f par jour; la 1re gagnera 3^f
20 journées à 4^f font........................ $4^f \times 20 = 80^f$.
25 journées à 3^f font........................ $3^f \times 75 = 75^f$.
Le total donné aux deux ouvrières serait .... 155^f
Autant de fois il y a 155^f dans $232^f,50$, autant de fois la journée de l'une vaut 3^f et la journée de l'autre 4^f.
On trouve $232,5 : 155 = 1,5$.
Le prix de la journée de la 1re est........... $3^f \times 1,5 = 4^f,50$.
Le prix pour la 2e est........................ $4^f \times 1,5 = 6^f,00$.

659. *Dans une fabrique travaillent 25 ouvriers et 25 ouvrières et le salaire journalier d'une ouvrière est les $\frac{2}{3}$ de celui d'un ouvrier. Le patron paye chaque jour à ces deux groupes de travailleurs une somme totale de $312^f,25$. On demande ce que chaque ouvrier et chaque ouvrière gagnent par jour.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Novembre, 1881.

Supposons que l'ouvrier reçoive 3^f par jour, l'ouvrière recevra 2 fr.
25 journées à 3^f font................ $3^f \times 25 = 75^f$
25 journées à 2^f font................ $2^f \times 25 = 50^f$
Total... 125^f

Autant de fois il y a 125^f dans $312^f,25$, autant de fois il y a 3 fr. dans la journée de l'ouvrier et 2 fr. dans celle de l'ouvrière.
On trouve $312,25 : 125 = 2,498$.
L'ouvrier gagne donc.................... $3^f \times 2,498 = 7^f,494$,
l'ouvrière.............................. $2^f \times 2,498 = 4^f,996$.

660. *Un éditeur fait réimprimer un ouvrage qui avait 13 volumes. Le nombre des pages par volume sera augmenté d'un 8e, le nombre des lignes de la page d'un 12e et le nombre des mots de la ligne sera diminué d'un 9e. Combien la nouvelle édition aura-t-elle de volumes?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Alger, 1878.

Supposons que dans l'édition en 13 volumes il y ait:
8 pages au volume, 12 lignes à la page, 9 mots à la ligne.
Dans la nouvelle édition, il y aura:
9 pages au volume, 13 lignes à la page, 8 mots à la ligne.
Dans la 1re édition, le nombre des mots des 13 volumes serait:

$$9 \times 12 \times 8 \times 13.$$

Si on désigne par x le nombre des volumes dans la 2e édition, le nombre des mots des x volumes sera:

$$8 \times 13 \times 9 \times x.$$

Ces deux nombres de mots dans les deux éditions étant égaux, on a:

$$8 \times 13 \times 9 \times x = 9 \times 12 \times 8 \times 13.$$

En divisant les deux nombres par les facteurs qui leur sont communs, on obtient

$$x = 12.$$

La 2e édition aura donc 12 volumes.

661. *Deux ouvriers travaillent ensemble, et le 1er gagne par jour un tiers de plus que le 2e. Au bout d'un certain temps,* *1er, qui a travaillé 5 jours de plus que le 2e, a reçu 100 francs et le 2e 60 fr. Combien chacun gagnait-il par jour ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Laon, 1879.

Supposons que le prix de la journée du 2e soit 3 fr.; le prix de la journée du 1er sera 4 fr.

Dans ce cas, le nombre des journées du 1er serait 100 : 4 = 25.
Le nombre des journées du 2e serait .... 60 : 3 = 20

Or, la différence entre ces deux nombres de journées se trouvant précisément celle qui est énoncée dans le problème, les prix supposés sont les prix demandés.

Réponse. — Journée du 1er, 4 fr.; journée du 2e, 3 fr.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées.* Problème 74.)

Observation. — La rapidité de cette solution tient au choix exceptionnel des nombres adoptés dans l'énoncé de la question; avec d'autres nombres il n'en serait pas tout à fait ainsi.

Supposons, par exemple, qu'au lieu de 5 jours, le 1er ait travaillé 9 jours de plus que le 2e.

Voici comment on raisonnera.

Le 1er, pour le même nombre de journées que le 2e, aurait reçu 60 fr. plus le tiers de 60 fr., qui est 20 fr., c'est-à-dire 80 fr.

L'excès de 100 fr. sur 80 fr. est le prix des journées faites en sus.

Or le prix de la journée du 1er vaut $\frac{4}{3}$ du prix de la journée du 2e; donc 9 fois les $\frac{4}{3}$ du prix de la journée du 2e, c'est-à-dire 12 fois le prix de la journée du 2e, valent 20 fr.

Le prix de la journée du 2e est...... $20 : 12 = 1^f\frac{2}{3} = 1^f,666$

Le prix de la journée du 1er sera :

$$1\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{3} = 2\frac{2^f}{9} = 2^f,222.$$

Réponse. — Journée du 1er $2^f,22$; journée du 2e $1^f,67$

662. *Il faut payer pour le passage d'un pont 15 centimes par voiture à deux chevaux, 10 centimes par voiture à un cheval, 5 centimes par cavalier et 3 centimes par piéton. Dans la quinzaine le nombre des voitures à deux chevaux a été les $\frac{2}{5}$ de celui*

des voitures à un cheval ; le nombre de ces voitures a été les $\frac{3}{11}$ de celui des cavaliers ; le nombre des cavaliers a été les $\frac{5}{27}$ de celui des piétons. La recette de la quinzaine s'est élevée à $168^f,72$. On demande combien il est passé de voitures à deux chevaux, de voitures à un cheval, de cavaliers et de piétons.

Admission à l'école normale des Ardennes. — 1855.

Pour abréger l'écriture, désignons par P le nombre des piétons, par C le nombre des cavaliers, par V_1 le nombre des voitures à un cheval, par V_2 le nombre des voitures à deux chevaux.

Le produit des dénominateurs des trois fractions

$$\frac{2}{5}, \frac{3}{11}, \frac{5}{27}$$

étant $5 \times 11 \times 27 = 1485$, supposons que P soit......... 1485.

C sera 5 fois le 27e de P, c.-à-d........ $5 \times 11 \times 5 = 275$;
V_1 sera 3 fois le 11e de 275, c.-à-d..... $5 \times 5 \times 3 = 75$;
V_2 sera 2 fois le 5e de 75, c.-à-d....... $5 \times 3 \times 2 = 30$.

Dans ce cas, la recette serait :

pour les piétons............	$0^f,03$	×	1485 =	$44^f,55$
pour les cavaliers...........	$0^f,05$	×	275 =	$13^f,75$
pour les voitures à 1 cheval..	$0^f,10$	×	75 =	$7^f,50$
pour les voitures à 2 chevaux.	$0^f,15$	×	30 =	$4^f,50$
			Total...	$70^f,30$

Autant de fois il y a $70^f,30$ dans $168^f,72$, autant de fois les quatre nombres demandés vaudront les quatre nombres supposés.

Or on trouve.............................. $168,72 : 70,3 = 2,4$.

On a donc :

$$P = 1485 \times 2,4 = 3564;$$
$$C = 275 \times 2,4 = 660;$$
$$V_1 = 75 \times 2,4 = 180;$$
$$V_2 = 30 \times 2,4 = 72.$$

(Voir Alg., *Solutions raisonnées.* Problème 37.)

663. *Pour 5 kilogrammes de chocolat on paye autant que pour 16 kilogrammes de sucre, et 2 kilogrammes de café coûtent autant que 25 hectogrammes de chocolat.*

On a acheté pour $32^f,25$ de ces trois marchandises. Combien vaut le kilogramme de chacune d'elles, si l'on a eu 1 kilogr. 7 hect. de chocolat, 11 hectogr. de sucre et 374 décagr. de café ?

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

De l'énoncé résulte d'abord la relation suivante :

$$4^{kg} \text{ café} = 5^{kg} \text{ chocolat} = 16^{kg} \text{ sucre.}$$

Supposons que 1 kilogr. de sucre coûte.................. 1fr.
1^{kg} chocolat coûtera le 5^e de 16 fr., c.-à-d............. $3^f,20$.
1^{kg} café coûtera le quart de 16 fr., c.-à-d............... $4^f,00$.
Dans ce cas, on aurait payé :
pour $1^{kg},1$ sucre.................................. $1^f,10$
pour $1^{kg},7$ chocolat............ $3^f,2 \times 1,7 = 5^f,44$
pour $3^{kg},74$ café................ $4 \times 3,74 = 14^f,96$
Total... $21^f,50$.

Or la somme de $32^f,25$ est égale à 1 fois et demie $21^f,50$.
Le prix d'achat est donc 2 fois et demie celui qu'on avait supposé
On trouve ainsi pour le prix du kilogramme :

sucre.......... $1^f + 0^f,50 = 1^f,50$;
chocolat.... $3^f,20 + 1^f,60 = 4^f,80$;
café.............. $4^f + 2^f = 6$ fr.

664. *Un marchand a acheté 10 pièces d'étoffe d'égale longueur, à raison de $13^f,75$ le mètre. Il en a vendu la moitié à $15^f,50$ le mètre, la 6^e partie à $16^f,25$, le quart à $17^f,50$ et le reste à 17 fr. le mètre. Il a fait aux divers acheteurs une remise de 2 °/₀ sur le montant de leur facture, et il a ainsi réalisé avec la vente totale un bénéfice de 2349 francs. Trouver combien chaque pièce contenait de mètres et combien le marchand a gagné pour cent.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Loire-Inférieure, 1879.

En trois fois le marchand a vendu

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12} \text{ de toute l'étoffe.}$$

La 4^e fois, il a vendu le reste contenant $\frac{1}{12}$ de toute l'étoffe.

Supposons qu'il n'y ait que 12 mètres en tout.
6^m à $15^f,50$ donnent............. $15^f,50 \times 6 = 93^f,00$
2^m à $16^f,25$ donnent............. $16^f,25 \times 2 = 32^f,50$
3^m à $17^f,50$ donnent............. $17^f,50 \times 3 = 52^f,50$
1^m à 17 fr. donne.................................. $17^f,00$
La vente de 12^m donnerait.................... $195^f,00$.
A déduire $0^f,02$ par franc, c'est-à-dire $0^f,02 \times 195 = 3^f,90$
Produit net de la vente de 12 mètres......... $191^f,10$.
Prix d'achat de 12 mètres...... $13^f,75 \times 12 = 165^f,00$
Bénéfice... $26^f,10$

Autant de fois il y a $26^f,10$ dans 2349 fr., autant il y a de fois 12 mètres dans l'achat des 10 pièces.
On trouve 2349 : 26,1 = 90.
Les 10 pièces contiennent donc............. $12^m \times 90 = 1080^m$.
Chaque pièce a le 10^e de 1080^m, c.-à-d. 108 mètres.
Sur 165 fr. le gain est de $26^f,10$; sur 1 fr. il est $26^f,10$: 165.
Sur 100 fr., le gain est 2610 : 165 = 15,818.

665. *Un propriétaire emploie la 9^e partie de sa fortune pour acheter une maison ; avec le quart du reste il achète un bois ; enfin de ce qui lui reste encore il fait deux parts qui sont entre elles comme 2 et 3. La 1^{re} part étant placée à 4 °/₀ et la 2^e à 5,5 °/₀, il se fait un revenu de 8820 fr. Calculer les deux parts, la fortune entière et le prix du bois.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Douai.

Après l'achat de la maison, il reste $\frac{8}{9}$ de la fortune.

Le bois coûte le quart de ce reste, c'est-à-dire $\frac{2}{9}$ de la fortune.

La maison et le bois ont pris :

$$\frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ de la fortune.}$$

Le capital placé est donc les $\frac{2}{3}$ de la fortune.

Supposons que l'une des deux parts soit 200 fr., l'autre sera 300 fr.
Or 200 fr. à 4 °/₀ rapportent.................. 8 fr.
300 fr. à 5,5 °/₀ rapportent................. $16^f,50$
500 fr. ainsi placés rapportent.............. $24^f,50$.
1000 rapporteraient........................ $24^f,50 \times 2 = 49$ fr.
Autant de fois il y a 49 fr. dans 8820 fr., autant de fois le capital placé vaut 1000 fr. Ce capital est donc

$$\frac{8820}{49} \times 1000 = 180\,000 \text{ fr.}$$

La 1^{re} part est les $\frac{2}{5}$ ou 0,4 du capital ; la 2^e en est les $\frac{3}{5}$ ou 0,6.

La 1^{re} part est donc $18\,000^f \times 4 = 72\,000$ fr.
La 2^e part est...... $18\,000^f \times 6 = 108\,000$ fr.

Le capital placé étant les $\frac{2}{3}$ de la fortune, cette fortune vaut 3 fois la moitié de 180 000 fr. On a donc :

Fortune.................. $90\,000 \times 3 = 270\,000$ fr.
Prix de la maison...... $270\,000 : 9 = 30\,000$ fr.
Prix du bois .... $30\,000 \times 2 = 60\,000$ fr.

§ 2. — PROBLÈMES DE DIVERSES ESPÈCES.

666. *On a déboursé 111 francs pour payer deux ouvriers dont l'un a fait 12 journées et l'autre 15 ; le 2e recevait par journée 2 francs de plus que le 1er. Trouver le prix de la journée de chacun.*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

1re MÉTHODE. — Le 2e ouvrier a reçu 15 fois le prix de la journée du 1er, plus 15 fois 2 francs ou 30 francs.

La somme totale de 111 fr. égale donc 27 fois le prix de la journée du 1er, plus 30 francs.

27 fois la journée du 1er égalent........ $111^f - 30^f$ c.-à-d. 81 fr.

Le prix de cette journée est donc................ $81 : 27 = 3$ fr.

Le prix de la journée du 2e est $3 + 2 = 5$ fr.

2e MÉTHODE. — Écrivons ce qui précède avec la notation algébrique.

Soit x le prix de la journée du 1er évaluée en francs ; le prix de la journée du 2e sera $x + 2$.

Le 1er a reçu $12x$; le 2e $(x + 2) \times 15$, c.-à-d. $15x + 30$.

On a donc l'équation

$$12x + 15x + 30 = 111.$$

On en tire :

$$27x = 81.$$

$$x = \frac{81}{27} = 3.$$

667. *Deux ouvriers ont reçu 120 francs pour un ouvrage. Le premier y avait travaillé 15 jours et le second 12 jours, et le premier faisait 4 mètres pendant que le second en faisait 3. Combien revient-il à chacun ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes.

Le travail de la journée du 1er égale $\frac{4}{3}$ de celui du 2e.

Les 15 journées du 1er valent donc 15 journées du 2e plus le tiers de 15, qui est 5, ce qui fait 20 journées.

La somme doit donc être partagée proportionnellement aux deux nombres 20 et 12.

En appliquant la règle, on a :

$$120^f : 32 = 3^f,75.$$

Part du 1er.... $3^f,75 \times 20 = 75$ fr.

Part du 2e..... $3^f,75 \times 12 = 45$ fr.

668. *Un cultivateur a fait deux acquisitions successives. Il a acheté la 1re fois 2 hectares 75 centiares de vigne et 3 hectares 34 centiares de champ pour la somme totale de 15 042f,25.*

La 2e fois il a acheté deux parcelles de vigne, ayant l'une 1 hect. 72 ares 33 centiares et l'autre 28 ares 42 centiares, et deux parcelles de champ, l'une de 2 hect. 25 ares et l'autre de 4 hect. 53 ares 75 centiares, et pour le tout il a donné 23 316f,25. L'hectare de vigne a été payé le même prix dans ces deux acquisitions, ainsi que l'hectare de champ. Trouver le prix de l'hectare de vigne et celui de l'hectare de champ.

Concours pour les bourses d'enseignement primaire supérieur. — Paris, 1880.

1er achat	vigne..........................	$200^a,75$
	champ..........................	$300^a,34$;
2e achat	vigne.......	$172^a,33 + 28^a,42 = 200^a,75$
	champ....	$225^a,00 + 453^a,75 = 678^a,75$.

La différence est :

entre les surfaces des deux achats......... $378^a,41$ de champ ;

entre les prix payés.......... $23\,316^f,25 - 15\,042^f,25 = 8274$ fr.

Le prix de l'are du champ est donc :

$$8274^f : 378,41 = 21^f,86517.$$

Le prix payé pour le champ dans le 1er achat est :

$$21^f,8651 \times 300,34 = 6\,566^f,96.$$

Le prix des $200^a,75$ de vigne est donc :

$$15\,042^f,25 - 6\,566^f,96 = 8\,475^f,29.$$

Le prix de l'are de vigne est par conséquent :

$$8\,475^f,29 : 200,75 = 42^f,2181.$$

Réponse. — L'hectare de champ a coûté $2186^f,52$.
L'hectare de vigne......... $4221^f,81$.

669. *Une pièce de vin pur contenant 228 litres, on en tire 20 litres que l'on remplace par de l'eau. On tire de nouveau 20 litres du mélange que l'on remplace par de l'eau, et l'on répète indéfiniment cette opération.*

Quelle loi suivront les quantités décroissantes de vin pur contenues dans le tonneau (mêlées à l'eau)? Calculer ce qui restera de vin après la 3e opération.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Dijon, 1879.

Après qu'on a tiré 20 litres de vin, il n'en reste que 208 litres. Ce reste est une fraction du vin primitif exprimée par

$$\frac{208}{228} \text{ ou } \frac{52}{57}.$$

Le tonneau ayant ensuite été rempli avec de l'eau, on tire 20 litres de ce mélange ; il reste 208 litres, c'est-à-dire $\frac{208}{228}$ ou $\frac{52}{57}$ du mélange qui remplissait le tonneau.

Le vin qui reste alors est les $\frac{52}{57}$ des $\frac{52}{57}$ du vin primitif, c.-à-d.

$$\frac{52}{57} \times \frac{52}{57} \text{ ou } \left(\frac{52}{57}\right)^2.$$

En raisonnant de la même manière, on trouve que la fraction du vin primitif qui reste dans le tonneau est :

$$\text{après la } 3^e \text{ opération } \left(\frac{52}{57}\right)^3 ; \text{ après la } 4^e \left(\frac{52}{57}\right)^4, \text{ etc.}$$

Le nombre de litres de vin qui restent dans le tonneau après la 3e opération est

$$228 \times \left(\frac{52}{57}\right)^3 = 228 \times \frac{140\,608}{185\,193} = 173 \text{ litres.}$$

670. *A 28 mètres au-dessous du sol à Paris, la température est constante et égale à $11^d,7$ du thermomètre centigrade ; à 505 mètres au-dessous du sol, la température est $27^d,33$.*

En admettant que l'accroissement de température soit proportionnel à la quantité dont on s'enfonce au-dessous de la couche invariable, on demande à quelle profondeur la température sera de 100 degrés centigrades.

Chercher aussi quelle serait la température du centre de la terre, le rayon moyen de la terre étant de 6366 kilomètres.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1877.

1° De la couche invariable à la profondeur de 505 mètres, la distance est

$$505 - 28 = 477 \text{ mètres.}$$

L'augmentation de température entre ces deux couches est

$$27,33 - 11,70 = 15^d,63.$$

De la couche invariable jusqu'à la couche où la température est de 100 degrés, l'augmentation de température est de

$$100 - 11,7 = 88^d,3.$$

Ainsi une augmentation de température de $15^d,63$ correspond à un abaissement de 477^m à partir de la couche invariable.

Une augmentation de 1 degré correspondrait à une distance de

$$\frac{477}{15,63} = 30^m,52.$$

La distance correspondante à une augmentation de température de $88^d,3$ sera égale à

$$30^m,52 \times 88,3 = 2694^m,9.$$

La profondeur à partir de la surface sera

$$2695 + 28 = 2723 \text{ mètres.}$$

2° La distance de 28 mètres est négligeable par rapport à la distance de 6 366 000 mètres entre la surface et le centre de la terre. En outre, on peut prendre 30 mètres en nombre rond pour la distance moyenne correspondant à une élévation de température de 1 degré.

Dans ce cas, il y aurait autant de degrés dans la température au centre de la terre qu'il y a de fois 30 dans 6 366 000.

On trouverait.................. 6 366 000 : 30 = 212 200 degrés.

671. *Deux frères travaillent chez le même patron, et l'aîné gagne par jour un 5e de plus que le cadet. Au bout du mois le patron règle leur compte. L'aîné qui a travaillé 4 jours de plus que le cadet reçoit 168 francs, tandis que celui-ci ne reçoit que 120 francs. Trouver le prix de la journée pour chacun et le nombre de journées.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Ce problème est semblable au problème 661.

Réponse. — Pour l'aîné : 28 journées à 6 francs ;
Pour le cadet : 24 journées à 5 francs.

672. *Un marchand prélève tous les ans au commencement de chaque année une somme de 4000 francs sur les fonds qu'il a en commerce, et cependant chaque année sa fortune s'augmente du* *tiers de ce qui lui reste. Il se trouve avoir* 118 400 *francs au bout de* 3 *ans. Combien avait-il au commencement de la* 1re *année?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Aisne, 1879.

A la fin de la 3e année, il a 4 fois le tiers de la somme qu'il avait au commencement de cette année après le prélèvement de 4000 fr.
4 tiers de cette somme valent 118 400 fr.
Le tiers vaut.......................... $118\,400^f : 4 = 29\,600$ fr.
La somme est.......................... $29\,600^f \times 3 = 88\,800$ fr.
Il avait donc à la fin de la 2e année :

$$88\,800^f + 4000^f = 92\,800 \text{ fr.}$$

Cette nouvelle somme vaut aussi 4 fois le tiers de ce qu'il avait au commencement de la 2e année, après le prélèvement de 4000 francs. Ce qu'il avait à ce moment était donc

$$\frac{92\,800^f}{4} \times 3 + 4000^f = 69\,600^f + 4000^f = 73\,600 \text{ fr.}$$

Cette dernière somme vaut de même 4 fois le tiers de ce qu'il avait au commencement de la 1re année, après le prélèvement de 4000 fr. Ce qu'il avait en commençant était donc

$$\frac{73\,600^f}{4} \times 3 + 4000^f = 55\,200^f + 4000^f = 59\,200 \text{ fr.}$$

Réponse. — Capital primitif, 59 200 fr.

673. *Une usine produit* 8575 *tonnes de fonte, qui reviennent à* $8^f,40$ *les* 100 *kilogr. plus* $0^f,30$ *pour le salaire des ouvriers. La fonte est vendue* 125 *fr. la tonne. Le capital de l'usine est de* 360 000 *fr. et produit un intérêt de* 10 %. *Le fonds de roulement est de* 340 000 *fr. et produit un intérêt de* 6 %.

On demande : 1° le bénéfice produit par l'usine ; 2° de combien il faudrait diminuer l'intérêt du fonds de roulement pour augmenter le salaire des ouvriers de $\frac{12}{65}$ *sans diminuer le bénéfice.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Caen, 1877.

L'intérêt des $360\,000^f$ est...................... $36\,000^f$
L'intérêt des $340\,000^f$ est........ $6^f \times 3400 =$ $20\,400^f$
On a à payer un intérêt total de... $56\,400^f$.
Le prix de fabrication de 100kg de fonte est $8^f,70$.
Le prix de revient de la tonne de fonte est 87 francs.

La vente de la tonne produit un bénéfice égal à

$$125^f - 87^f = 38 \text{ fr.}$$

Le bénéfice total est.......... $38^f \times 8575 = 325\,850^f$
Retranchons les intérêts à payer.............. $56\,400^f$
On a pour bénéfice net... $269\,450^f$.

2° Le salaire des ouvriers par 100kg, augmenté de ses $\frac{12}{65}$, sera

$$0^f,30 + 0^f,30 \times \frac{12}{65} = 0^f,355.$$

L'excédent de dépense sera donc :
par 100 kilogrammes $0^f,055$; par tonne $0^f,55$;
pour 8575 tonnes $0^f,55 \times 8575 = 4716^f,25$.
On devra réduire l'intérêt du fonds de roulement d'une somme égale à

$$20\,400^f - 4716^f,25 = 15\,683^f,75.$$

674. *Une petite Société au capital de* 14 575 *fr. perd la* 1re *année* 7 % *de son capital ; la* 2e *année elle perd* 6,5 % *du capital restant ; enfin la* 3e *année, elle gagne* 23 % *sur le capital qui lui restait. Quel est le capital à la fin de la* 3e *année ?*
Que reviendra-t-il à chaque action de 25 *fr. ?*

Admission à l'École normale de garçons. — Toulouse, 1879.

Pour abréger, désignons par C le capital de 14 575 francs.
A la fin de la 1re année, la Société a seulement........ $C \times 0,93$.
Pendant la 2e année, la perte est les 0,065 de l'avoir du commencement de cette année ; il n'en reste que les 0,935.
L'avoir à la fin de la 2e année est donc....... $C \times 0,93 \times 0,935$
Pendant la 3e année, on gagne 0,23 de l'avoir du commencement de cette année, c'est-à-dire............ $C \times 0,93 \times 0,935 \times 0,23$.
Le capital à la fin de la 3e année est donc :

$$C \times 0,93 \times 0,935 + C \times 0,93 \times 0,935 \times 0,23$$

ou

$$C \times 0,93 \times 0,935 \times 1,23 = C \times 1,0695465.$$

En effectuant la multiplication, on trouve :
$14\,575 \times 1,0695465 = 15\,588^f,64$
De cette somme ôtons .... $14\,575^f,00$
Le bénéfice réalisé est... $1013^f,64$.
Pour un capital de 14 575 fr., le gain est $1013^f,64$.

Pour un capital de 25 fr., le gain sera

$$\frac{1013,64}{14\,575} \times 25 = \frac{1013,64}{583} = 1,738.$$

Réponse. — Capital final 15 588f,64. — Gain 1f,738 par action.

675. *Un négociant augmente sa fortune du tiers de sa valeur au bout de la 1re année. Au bout de la 2e année elle est augmentée du quart de ce qu'elle était au commencement de cette année; au bout de la 3e année elle est augmentée de la 5e partie de la valeur qu'elle avait au commencement de la 3e année. Elle vaut alors 57 800 fr. Calculer sa valeur primitive.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1878.

Pour plus de clarté, désignons par F la fortune primitive.

Au bout de la 1re année, le capital est $\frac{4}{3}$ de F.

Au bout de la 2e année, le capital vaut :

$$\frac{4}{3} \text{ de F} + \frac{1}{3} \text{ de F, c'est-à-dire } \frac{5}{3} \text{ de F.}$$

Au bout de la 3e année, le capital vaut :

$$\frac{5}{3} \text{ de F} + \frac{1}{3} \text{ de F, c'est-à-dire } \frac{6}{3} \text{ de F ou 2 F.}$$

Le double de F est ainsi 57 800 fr.
La fortune primitive était donc 57 800 : 2 = 28 900 fr.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 43.)

676. *Une personne fait valoir sa fortune de la manière suivante : le 5e est placé à 15 % par an ; les 2 tiers du reste produisent 7f,40 % ; le surplus donne 660 francs d'intérêt à raison de 2f,75 %. Calculer d'après ces données : 1° la fortune totale de cette personne ; 2° son revenu annuel ; 3° le taux moyen auquel est placé le capital.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Clermont, 1878.

Pour abréger, désignons la fortune par F.

1° $\frac{1}{5}$ de F est placé à 15 % ; il reste $\frac{4}{5}$ de F.

Les $\frac{2}{3}$ du reste sont $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$ de F placés à 7,40 %.

Le total de ces deux parties est $\frac{1}{5} + \frac{8}{15} = \frac{11}{15}$ de F.

La 3e partie est $\frac{4}{15}$ de F ; elle produit 660f à 2,75 %.

Elle vaut autant de fois 100 fr. qu'il y a de fois 2f,75 dans 660 fr.

$\frac{4}{15}$ de F valent $\frac{660}{2,75} \times 100 = 24\,000$ fr.

$\frac{1}{15}$ de F vaut le quart de 24 000 fr., c.-à-d. 6000 fr.

La valeur entière de F est.............. 6000f × 15 = 90 000 fr.
2° La 1re partie placée à 15 % est 90 000 : 5 = 18 000 fr.
Son intérêt annuel est.................... 15f × 180 = 2700 fr.
La 2e partie placée à 7,4 % est 6000f × 8 = 48 000 fr.
Son intérêt est.......................... 7f,4 × 480 = 3552 fr.
3° L'intérêt total est........... 2700f + 3552f + 660f = 6912 fr.
Un capital de 90 000 fr. rapporte donc 6912 fr.
Un capital de 100 fr. rapportera 6912 : 900 = 7f,68.

Réponse. — Fortune 90 000 fr. — Revenu annuel 6912 fr.
Taux moyen du placement 7,68 %.

677. *Un spéculateur a augmenté au bout d'un an sa fortune des $\frac{2}{27}$ de sa valeur ; l'année suivante des $\frac{6}{11}$ de sa nouvelle valeur ; au bout de la 3e année des $\frac{7}{18}$ de la valeur qu'elle avait à la fin de la 2e. Elle atteint alors 428 694 fr. Quelle était sa valeur primitive ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Charente, 1876.

Ce problème est semblable au problème 675.

Réponse. — Valeur primitive 185 947f,10.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 41.)

678. *Un commerçant est établi depuis 4 ans. Pendant la 1re année son capital s'est accru de ses* 2/[illegible]*; pendant la 2e année il a diminué de $\frac{1}{8}$ de ce qu'il était après la 1re. Le bénéfice de la 3e année représente la 12e partie du capital primitif. Enfin pendant la 4e année, le gain est égal à celui de l'ensemble des trois* *premières. Au bout des 4 ans, l'avoir du commerçant s'élève à 30 100 francs. Combien avait-il en commençant ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Nevers, 1879.

Pour plus de clarté, désignons par C le capital primitif.

Au bout de la 1re année, on a C + $\frac{2}{7}$ de C ou $\frac{9}{7}$ de C.

Pendant la 2e année, on perd $\frac{1}{8}$ de $\frac{9}{7}$ de C, c'est-à-dire $\frac{9}{56}$ de C.

On a donc à la fin de la 2e année seulement :

$$\frac{7}{8} \text{ de } \frac{9}{7} \text{ de C ou } \frac{9}{8} \text{ de C.}$$

Le bénéfice pendant la 3e année est $\frac{1}{12}$ de C ; on a donc à la fin de la 3e année :

$$\frac{9}{8} + \frac{1}{12} = \frac{27}{24} + \frac{2}{24} = \frac{29}{24} \text{ de C.}$$

Le gain pendant la 4e année est :

$$\frac{2}{7} - \frac{9}{56} + \frac{1}{12} = \frac{48}{168} - \frac{27}{168} + \frac{14}{168} = \frac{35}{168} \text{ de C.}$$

A la fin de la 4e année, l'avoir du commerçant est donc :

$$\frac{29}{24} + \frac{35}{168} = \frac{203}{168} + \frac{35}{168} = \frac{238}{168} = \frac{119}{84} \text{ de C.}$$

119 fois la 84e partie du capital primitif valent ainsi 31 000 fr.

La 84e partie de ce capital vaudrait $\frac{30\,100^f}{119}$.

Le capital entier valait $\frac{30\,100}{119} \times 84 = 21\,247$ fr.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 42.)

679 *Un négociant a acheté du charbon au prix de 48f,65 les 1000 kil. Il paye 4540 fr. pour transport et par hectolitre 18 centimes de droits. En revendant son charbon 5f,40 l'hectolitre, il gagne 15 %. Si l'on admet que le mètre cube de charbon pèse 849 kilogr., on demande le poids du charbon qui a été vendu.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Caen, 1877.

En gagnant 15 % on vend 1f,15 ce qui a coûté 1 fr.
L'hectolitre coûte au marchand 5,40 : 1,15 = 4f,695 652.
Or 1000kg lui avaient coûté 48f,65.
Le mètre cube ou 0,849 de 1000kg coûtaient donc

$$48^f,65 \times 0,849 = 41^f,303\,85$$

Le prix d'achat de l'hectolitre était 4f,130 385.
Avec les droits, l'hectol. coûtait 0f,18 de plus, c.-à-d. 4f,310385
Or le prix de revient est.......................... 4f,695652
Différence... 0f,385267.
Cette différence est le prix du transport par hectolitre.
Le nombre d'hectolitres vendus est donc

$$4540 : 0,385\,268 = 11\,784 \text{ hectolitres.}$$

Le poids du charbon vendu est

$$84^{kg},9 \times 11\,784 = 1\,000\,461 \text{ kilogr.}$$

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 29.)

680. *On a payé 8000 francs un champ de 3 hectares 9 ares. Une partie ensemencée en blé donne un revenu net de 4,25 % ; l'autre partie ensemencée en seigle ne donne que 3,5 %. Le revenu total ayant été de 315 francs, on demande quelle est la superficie de chacune des deux parties.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Douai, 1879.

1re méthode. — Pour un terrain de 100 fr. ensemencé en blé, le revenu serait 4f,25.

Le terrain tout entier produirait 4f,25 × 80 = 340 fr.

La différence entre ce revenu et le revenu donné est

$$340^f - 315^f = 25 \text{ fr.}$$

La différence entre les revenus de 100f de terrain, l'un en blé et l'autre en seigle est

$$4^f,25 - 3^f,50 = 0^f,75.$$

Si on prend sur le champ total un espace du prix de 100 fr. pour le mettre en seigle, la différence de 25 fr. diminue de 0f,75 ; donc autant de fois il y aura 0f,75 dans 25 fr., autant il y a d'espaces au prix de 100 fr. ensemencés en seigle. Ce nombre de fois est

$$\frac{25}{0,75} = \frac{2500}{75} = \frac{100}{3}.$$

La partie ensemencée en seigle vaut donc

$$100^f \times \frac{100}{3} = \frac{10\,000^f}{3}.$$

Or pour 8000 fr. ou $\frac{24\,000^f}{3}$, on a 309 ares.

Pour $\frac{1000^f}{3}$, on aurait .... $\frac{309^a}{24}$

Pour $\frac{10\,000^f}{3}$, le terrain a .... $\frac{309^a}{24} \times 10 = 128^a,75.$

Le terrain en seigle a .... $128^a,75$.
Le terrain en blé a $309 - 128,75 = 180^a,25$.
2e MÉTHODE. — Soit x la valeur de la partie ensemencée en blé.
La valeur de la partie ensemencée en seigle sera $8000 - x$.
Les revenus des deux parties sont :

pour la 1re, $\frac{x \times 4,25}{100}$; pour la 2e, $\frac{8000 - x}{100} \times 3,50$.

On a donc l'équation

$$\frac{x \times 4,25}{100} + \frac{(8000 - x) \times 3,50}{100} = 315.$$

En chassant le dénominateur 100 et multipliant encore tous les termes par 100, on trouve :

$$425x + 2\,800\,000 - 350x = 3\,150\,000$$

De là on tire :

$$75x = 350\,000,$$
$$x = \frac{350\,000}{75} = \frac{140\,000}{3} \text{ fr.}$$

Pour 8000 fr., on a eu 309 ares.
On aurait :

pour 1000 fr., $\frac{309^a}{8}$; pour $\frac{1}{3}$ de 1000 fr. $\frac{309^a}{24}$.

Pour $\frac{14}{3}$ de 1000 fr., on a $\frac{309^a}{24} \times 14 = \frac{103 \times 7}{4} = 180^a,25.$
Le terrain en blé a donc $180^a,25$.

681. *Une personne qui avait emprunté* 6000 *fr. à intérêts simples s'est libérée en* 10 *ans du capital et des intérêts, en payant* 800 *fr. à la fin de chaque année. A quel taux avait-elle emprunté?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Grenoble, 1878.

Supposons le taux de 1 franc.
L'emprunteur doit au bout de 10 ans .... $6000^f + 600^f$.
Les payements successifs de 800 fr. valent à l'époque du remboursement complet :
le 1er, $800^f + 8^f \times 9$; le 2e, $800^f + 8^f \times 8$; le 3e, $800^f + 8^f \times 6$;....
.... l'avant-dernier, $800^f + 8$; le dernier, 800^f
Leur total est :

$$800^f \times 10 + 8^f \times (9 + 8 + 7 + \ldots 2 + 1) = 8000^f + 8^f \times 45 = 8000^f + 360^f.$$

D'un côté l'emprunteur doit .... $6000^f + 600^f$
De l'autre, il donne .... $8000^f + 360^f$
Différence ... $2000^f - 240^f$.

Les 2000 fr. qu'il donne en sus du capital ne sont pas compensés par les 240 fr. d'intérêt qu'il y a en moins.

Quel que soit le taux, le capital de 8000 fr. ne change pas ; la différence 240 fr. seule varie. Si le taux était 2, 3, 4... °/o, elle deviendrait 2, 3, 4... fois plus grande. Donc le taux cherché contient autant de fois 1 fr. qu'il y a de fois 240 dans 2000.

Le taux est .... $2000 : 240 = 8\frac{1}{3}$.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 133.)

682. *Un marchand gagne* 18 °/o *sur son prix d'achat en vendant une pièce de toile à raison de* $2^f,97$ *le mètre. Il vend à ce prix un certain nombre de mètres de la pièce et réalise un bénéfice de* $18^f,80$.

Voulant alors quitter le commerce et écouler plus rapidement sa marchandise, il vend le reste de la pièce avec un rabais de $8\frac{1}{3}$ °/o *sur le prix de vente. Le bénéfice ainsi réalisé dans la vente totale de la pièce étant de* $98^f,20$, *on demande : 1° le prix d'achat du mètre ; 2° le nombre de mètres vendus avant la diminution du prix de vente ; 3° à combien pour cent se trouve réduit le bénéfice, sur le prix d'achat ; 4° le nombre de mètres de la pièce.*

Admission à l'École normale de Charleville. — 1877.

1° *Prix d'achat.* — Pour 1 fr. d'achat, le marchand gagne dans la vente $0^f,18$. Pour 1 fr. d'achat, il retire $1^f,18$.

Donc autant il y a de fois $1^f,18$ dans $2^f,97$, autant il y a de francs dans le prix d'achat du mètre.

Ce prix est .... $\frac{2,97}{1,18} = \frac{297}{118} = 2^f,5169$ c.-à-d. $2^f,517$.

2° *Nombre de mètres de la* 1^{re} *vente.* — Le bénéfice par mètre est

$$2,97 - 2,5169 = 0^f,4531.$$

Le nombre de mètres vendus est égal au nombre de fois que le bénéfice de 1 mètre est contenu dans $18^f,80$.

Ce nombre de mètres est donc......... $18,80 : 0,4531 = 41^m,49$.

3° *Nombre de mètres vendus après le rabais.* — Le bénéfice fait dans cette 2e vente est .... $98^f,20 - 18^f,80 = 79^f,40$.

La réduction de $8\frac{2}{3}$ ou $\frac{26}{3}$ % sur le prix de vente revient à une réduction de $\frac{0,26}{3}$ par franc. Sur le prix de vente, elle est

$$\frac{0,26}{3} \times 2,97 = 0,26 \times 0,99 = 0^f,2574.$$

Le prix du mètre dans la 2e vente est donc

$$2,97 - 0,2574 = 2^f,7126.$$

Le bénéfice par mètre est

$$2,7126 - 2,5169 = 0^f,1957.$$

Le nombre de mètres vendus ainsi est

$$79,40 : 0,1957 = 405^m,72.$$

Le nombre total de mètres dans les deux ventes est

$$41,49 + 405,72 = 447^m,21.$$

4° *Réduction du bénéfice pour 100 sur le prix d'achat.* — Pour l'achat, le marchand a déboursé

$$\frac{2,97}{1,18} \times 447,21 = 2^f,5169 \times 447,21 = 1125^f,58.$$

Pour $1125^f,58$, le bénéfice a été $98^f,20$.

Pour 1 fr., il serait $\frac{98,20}{1125,58}$; pour 100 fr., $\frac{9820}{1125,58} = 8,72$

Le bénéfice primitif est donc réduit à 8,72 pour 100.

683. *On a deux sortes de vin. Le 1er peut être cédé au prix de* $127^f,84$ *la pièce de 270 litres, payable dans 65 jours ; le 2e au prix de* $168^f,21$ *la même pièce, payable dans 83 jours. Combien faut-il prendre de chacune de ces deux qualités de vin pour former 127 hectolitres d'un mélange pouvant être cédé au prix de* $56^f,25$ *l'hectolitre, payable dans 3 mois ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Poitiers, 1879.

1° On cherche d'abord le prix actuel des trois qualités de vin en opérant l'escompte *commercial*. Soit 5 % le taux.

A 5 %, l'escompte est, d'après la règle des *nombres* :

sur $127^f,84$ pour 65 jours,

$$\frac{127,84 \times 65}{7200} = \frac{83,096}{72} = 1^f,154;$$

sur $168^f,21$ pour 83 jours,

$$\frac{168,21 \times 83}{7200} = \frac{139,6143}{72} = 1^f,939;$$

sur $56^f,25$ pour 90 jours,

$$\frac{56,25 \times 90}{7200} = \frac{5,625}{8} = 0^f,703.$$

Après l'escompte, le prix est actuellement :

pour 270^l de la 1re qualité, $127^f,84 - 1^f,154 = 126^f,686$,

pour 1 hectol., $\frac{126,686 \times 100}{270} = 46^f,92$;

pour 270^l de la 2e qualité, $168^f,21 - 1^f,939 = 166^f,271$;

pour 1 hectol., $\frac{166,271 \times 100}{270} = 61^f,58$;

pour 1 hectol. du mélange, $56^f,25 - 0^f,70 = 55^f,55$.

2° Il s'agit maintenant de résoudre le problème suivant.

On a des vins de deux qualités coûtant la 1re $61^f,58$ *l'hectolitre et la 2e* $46^f,92$. *Combien faut-il prendre de litres de chaque qualité pour faire un mélange de 127 hectolitres du prix de* $55^f,55$?

En appliquant la règle ordinaire on trouve :

61,58		863 litres de la 1re qualité
	55,55	
46,92		603 litres de la 2e qualité
	Total...	1466 litres de mélange.

Pour 12 700 litres de mélange, on prendra :

de la 1re qualité, $\frac{863^l}{1466} \times 12\,700 = 7476^l,1$

de la 2e qualité, $\frac{603^l}{1466} \times 12\,700 = 5223^l,8$.

Réponse. — On mettra dans le mélange .
74 hectol. 76 litres de la 1re qualité.
52 hectol. 24 litres de la 2e qualité.

684. *L'année se compose de* 365 *jours* $\frac{1}{4}$ *et une lunaison est égale à* 29 *jours* $\frac{499}{940}$. *Trouver le plus petit espace de temps qui soit un nombre exact d'années et un nombre exact de lunaisons.*
Brevet supérieur. Aspirants. — Saint-Denis (Réunion), 1881.

En convertissant d'abord la durée de l'année et celle de la lunaison en 940es de jour, on trouve :

pour l'année, $365\,\frac{1}{4} = \frac{1461}{4} = \frac{1461 \times 235}{4 \times 235} = \frac{343\,335^j}{940}$,

pour la lunaison, $29\,\frac{499}{940} = \frac{27\,260 + 499}{940} = \frac{27\,759^j}{940}$.

Cherchons le plus petit multiple des deux nombres de 940es de jour.
La décomposition en facteurs premiers donne :

$$343\,335 = 3 \times 5 \times 47 \times 487$$
$$27\,759 = 3 \times 19 \times 487$$
$$940 = 2^2 \times 5 \times 47.$$

Le plus petit multiple des durées de l'année et de la lunaison en 940es de jour est :

$$3 \times 5 \times 19 \times 47 \times 487.$$

Le plus petit nombre de jours qui contiendra un nombre entier de fois la durée de l'année et un nombre entier de fois la lunaison est donc

$$\frac{3 \times 5 \times 19 \times 47 \times 487}{2^2 \times 5 \times 47} = \frac{3 \times 19 \times 487}{4}$$

ou

$$\frac{27\,759}{4} = 6937^j{,}5.$$

Ce nombre de jours vaut :

en années, $\frac{6937{,}5}{365{,}25} = 19^a$;

en lunaisons, $6937{,}5 : \frac{27\,759}{940} = 235^l$.

Réponse. — Le temps demandé est 19 années.

§ III. — PROBLÈMES A RÉSOUDRE PAR L'ALGÈBRE

685. *Deux personnes mettent chacune de côté* 3500 *fr. par an. La fortune de la* 1re *est actuellement de* 315 000 *fr. ; celle de la* 2e *est de* 63 000 *fr. Dans combien de temps la fortune de la* 1re *sera-t-elle quadruple de la fortune de la* 2e *?*
Admission à l'École normale de garçons de l'Yonne. — 1879.

1re MÉTHODE. — La différence des deux fortunes est actuellement

$$315\,000 - 63\,000 = 252\,000 \text{ fr.}$$

Cette différence reste la même à la fin de chaque année.
Si on désigne par F la fortune de la 2e personne à l'époque cherchée, celle de la 1re sera 4 F et on aura

$$4F - F = 252\,000 \quad \text{ou} \quad 3F = 252\,000 \text{ fr.}$$

Ainsi, la différence des deux fortunes est alors le triple de la fortune de la 2e.
La fortune de la 2e est donc........... $252\,000^f : 3 = 84\,000$ fr.
Son accroissement a été.......... $84\,000^f - 63\,000^f = 21\,000$ fr.
Le nombre d'années est donc........... $21\,000 : 3500 = 6$ ans.
2e MÉTHODE. — Soit x le nombre d'années cherché.
A l'époque demandée la fortune est :
pour la 1re personne................. $315\,000 + 3500 \times x$;
pour la 2e.......................... $63\,000 + 3500 \times x$.
On a d'après l'énoncé :

$$315\,000 + 3500 \times x = (63\,000 + 3500 \times x) \times 4.$$

En effectuant les opérations, on trouve successivement :

$$315\,000 + 3500\,x = 252\,000 \times 3500\,x \times 4 \,;$$
$$315\,000 - 252\,000 = 3500\,x \times 3 \,;$$
$$63\,000 = = 10\,500\,x.$$
$$x = \frac{63\,000}{10\,500} = 6$$

686. *Deux lingères économisent l'une le tiers et l'autre le quart de leurs gains journaliers. Au bout de l'année, leurs économies s'élèvent à* 400 *francs. Combien chacune d'elles a-t-elle gagné dans l'année, si le gain total de l'année est de* 1350 *francs ?*
Brevet élémentaire. Aspirantes. — Besançon, 1878.

La 1re économise le tiers de son gain.

Si la 2e économisait aussi le tiers du sien, la somme de leurs économies serait $1350 : 3 = 450$ fr.

Entre cette somme et l'économie réelle, la différence est 50 fr.

Ce nombre est précisément la différence qu'il y a entre le tiers et le quart du gain de la 2e lingère.

Or on a :

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}.$$

La 12e partie du gain de la 2e lingère est donc 50 fr

La 2e gagne par an .... $50^f \times 12 = 600$ fr

La 1re gagne................ $1350 - 600 = 750$ fr

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 24.)

687. *Deux personnes employées dans le même établissement ont des salaires différents, dont la somme s'élève annuellement a 4400 fr. La 1re ne dépense chaque année que les deux tiers de son salaire, et la 2e les 3 quarts du sien. Le montant de leurs économies au bout de l'année est de 1310 francs.*

Trouver le salaire de chacune.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Ariège, 1877.

Soit x le salaire de la 1re ; celui de la 2e est $4400 - x$.

La 1re économise $\frac{x}{3}$; la 2e économise $\frac{4400 - x}{4}$.

Le problème donne l'équation

$$\frac{x}{3} + \frac{4400 - x}{4} = 1310$$

Réduisons tous les termes au dénominateur commun 12 et supprimons ce dénominateur, ce qui revient à multiplier par 12 les deux membres de l'équation ; nous aurons

$$4x + 13\,200 - 3x = 15\,720.$$

De là on tire

$$x = 15\,720 - 13\,200$$
$$x = 2520$$

Réponse. — Le salaire de la 1re est de 2520 fr.
La 2e reçoit $4400 - 2520 = 1880$ fr.

688. *On a acheté 210 litres, les uns de vin et les autres de rhum pour 288 francs. Trouver le prix du litre de vin et celui du*

litre de rhum, si on a acheté 6 fois plus de vin que de rhum et si on a payé 5 litres de rhum autant que 16 litres de vin.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Saint-Denis (Réunion), 1882.

1re MÉTHODE. — Avec 1 litre de rhum, on a pris 6 litres de vin, ce qui fait un total de 7 litres.

Le nombre de litres de rhum est donc la 7e partie du nombre total de litres achetés, c'est-à-dire .... $210 : 7 = 30$ litres.

Le nombre de litres de vin est..... $210 - 30 = 180$ litres.

Mais 5^l de rhum valent 16^l de vin.

1^l de rhum vaut $\frac{16}{5}$ ou $\frac{32}{10}$ du prix du litre de vin.

Supposons que le litre de vin coûte 10 décimes, c'est-à-dire 1 fr

Le litre de rhum coûtera 32 décimes, c'est-à-dire $3^f,20$.

Or 180^l de vin à 1 fr. vaudraient .... 180^f

30^l de rhum à $3^f,20$ vaudraient..... $3^f,2 \times 30 = 96^f$

Total... 276^f.

Autant de fois il y a 276 dans 228, autant de fois le litre de vin vaut 1 fr.; autant de fois le litre de rhum $3^f,20$.

Ce nombre de fois est $\frac{288}{276} = \frac{72}{69} = \frac{24}{23}$.

Le prix du litre est donc :

pour le vin, $1^f \times \frac{24}{23} = 1^f,043$; pour le rhum, $3^f,2 \times \frac{24}{23} = 3^f,339$.

Réponse. — Prix du litre de vin $1^f,04$; du litre de rhum $3^f,34$.

2e MÉTHODE. — Soit x le nombre de litres de rhum ; celui des litres de vin sera $6x$. On aura :

$$x + 6x = 210 \quad \text{d'où } x = \frac{210}{7} = 30 \text{ litres de rhum.}$$

Le nombre des litres de vin est.............. $30 \times 6 = 180$

Soit y le prix du litre de rhum et v celui du litre de vin. On a :

$$5y = 16v, \text{ d'où } v = \frac{5y}{16}.$$

On peut ensuite écrire l'équation

$$30y + 180 \times \frac{5y}{16} = 288.$$

En résolvant, on trouve

$$y = \frac{1152}{245} = 3,339.$$

689. *Le tiers de la valeur d'une pièce de soie est égal au* 5^e *de la valeur d'une pièce de drap. La différence des prix des deux pièces est de 192 fr.; le mètre de drap vaut 8 fr. et la longueur de la pièce de drap est égale à 10 fois le tiers de la longueur de la pièce de soie. Trouver la valeur et la longueur de chaque pièce.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Désignons par D la valeur en francs de la pièce de drap.

Le tiers de la valeur de la pièce de soie sera $\frac{D}{5}$.

La valeur de la pièce de soie sera $\frac{D}{5} \times 3$ c'est-à-dire $\frac{3D}{5}$.

La différence entre les valeurs de ces deux pièces est

$$\frac{3D}{5} - \frac{D}{5}, \text{ c'est-à-dire } \frac{2D}{5}.$$

Cette différence étant égale à 192 fr., on a :

$$\frac{2D}{5} = 192 \text{ d'où } \frac{D}{5} = 96.$$

La valeur de la pièce de drap est donc.. $96 \times 5 = 480$ fr.
Celle de la pièce de soie est.......... $480 - 192 = 288$ fr.
La longueur de la pièce de drap est...... $480 : 8 = 60$ mètres.
La longueur de la pièce de soie est...... $6^m \times 3 = 18^m$.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 79.)

690. *Un industriel emploie deux ouvriers, dont le* 1^{er} *reçoit pour sa journée un salaire double de celui que reçoit le* 2^e. *On donne au* 1^{er} *pour 12 journées 40 francs et 10 litres de vin; au* 2^e *pour 9 journées* $16^f,40$ *et 2 litres de vin. Quel est le prix du litre?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Ardennes, 1878.

On a donné :
au 1^{er} pour 12 journées................. 40 fr. plus 10^l de vin;
au 2^e pour 9 journées.................. $16^f,40$, plus 2^l de vin.
Pour 36 journées (plus petit multiple de 12 et 9), on aurait donné :
au 1^{er} .... 120 fr., plus 30^l de vin;
au 2^e................ $65^f,60$, plus 8^l de vin.
Or le salaire du 1^{er} est le double de celui du 2^e.
Ainsi 120 fr. plus 30^l valent $131^f,20$ plus 16^l.
30^l moins 16^l valent donc $131^f,20$ moins 120 fr.
Donc 14 litres de vin valent $11^f,20$.
Le litre de vin vaut........................ $11^f,20 : 14 = 0^f,80$.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 19.)

691. *Un marchand a vendu à trois personnes une pièce de toile à* $3^f,50$ *le mètre. La* 1^{re} *a pris le tiers de la pièce, plus 4 mètres; la* 2^e *a pris la moitié du reste plus 6 mètres; la* 3^e *a payé le coupon restant* $164^f,50$.

Quelle était la longueur de la pièce et quel est le nombre de mètres acheté par chaque personne?

Concours d'admission à l'École normale de filles. — Troyes, 1873.

D'abord le nombre de mètres pris par la 3^e personne est

$$164,5 : 3,5 = 47 \text{ mètres.}$$

Maintenant désignons par x le nombre de mètres de la pièce.

La 1^{re} personne prend $\frac{x}{3} + 4$. Il reste $x - \frac{x}{3} - 4$, c.-à-d. $\frac{2x}{3} - 4$.

La part de la 2^e est la moitié du reste plus 6 mètres, c'est-à-dire

$$\frac{x}{3} - 2 + 6 \quad \text{ou} \quad \frac{x}{3} + 4.$$

Ainsi la 2^e a pris la même part que la 1^{re}.

Ensemble elles ont $\frac{2x}{3} + 8^m$.

On a donc :

$$x = \frac{2x}{3} + 8 + 47 \text{ ou } \frac{x}{3} = 55.$$

On obtient : $x = 55 \times 3 = 165$ mètres.

Réponse. — Longueur de la pièce 165 mètres.

Part de la 1^{re} personne 59^m; de la 2^e, 59^m; de la 3^e, 47^m.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 33.)

692. *Un fermier, voulant acheter une maison avec le produit de sa récolte de blé, disait à son voisin : Si je vends mon blé 20 fr. le sac, il me restera 2000 fr. après le payement de la maison; mais si je ne le vends que 18 francs, il me manquera* $\frac{1}{25}$ *du prix qui m'est demandé. Trouver d'après cela le prix de la maison et le nombre de sacs de blé du fermier.*

Brevet élémentaire. Aspirants.

Soit x le nombre des sacs et y le prix de la maison.

Le problème donne les deux équations

$$20x - y = 2000$$

et $$18x = y - \frac{y}{25}, \text{ ou } 18x = \frac{24y}{25}.$$

De cette dernière, on tire

$$y = \frac{18x \times 25}{24} = \frac{3x \times 25}{4} = \frac{75x}{4}.$$

En remplaçant dans la 1^{re} y par cette valeur, on a

$$20x - \frac{75x}{4} = 2000.$$

En multipliant tous les termes par 4, on obtient

$$80x - 75x = 8000.$$

De là on tire

$$5x = 8000 \text{ et } x = 1600.$$

Pour connaître y, on a

$$y = \frac{75 \times 1600}{4} = 75 \times 400 = 30\,000.$$

Réponse. — Nombre de sacs 1600 ; prix de la maison 30 000 fr.

693. *On engage une domestique en lui promettant* 300 *francs par an, plus un habillement complet. Au bout de* 9 *mois et* 12 *jours, elle est renvoyée en recevant* 211 *francs et en gardant l'habillement. Quelle est la valeur de cet habillement ?*

(*L'année sera comptée de* 360 *jours*).

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Loiret, 1876.

Pour abréger, désignons par H la valeur de l'habillement.

On a d'abord : $9^m\ 12^j = 30^j \times 9 + 12^j = 282$ jours.

$$282^j = \frac{282}{360} = \frac{47}{60} \text{ de l'année.}$$

Au moment du départ, on devait à la domestique :

les $\frac{47}{60}$ de 300^f, c.-à-d. $300^f \times \frac{47}{60} = 235$ fr., plus les $\frac{47}{60}$ de H.

Or elle a reçu 211 fr. plus H.

Ainsi H plus 211 fr. égalent 235 fr. plus $\frac{47}{60}$ de H.

Par suite H moins $\frac{47}{60}$ de H vaut 24 fr. ; donc $\frac{13}{60}$ de H valent 24 fr.

$\frac{1}{60}$ de H vaut $\frac{24}{13}$; H vaut $\frac{24}{13} \times 60 = 110^f,769$.

Réponse. — L'habillement valait $110^f,77$.

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 14.)

694. *Un terrain est divisé en deux parties inégales dont la différence est de* 29 *ares* 65 *centiares* 3 *dixièmes. Les* $\frac{7}{9}$ *de la* 1^{re} *égalent les* $\frac{10}{11}$ *de la* 2^e. *On demande le prix du terrain tout entier et de chacune des parties, en sachant que l'hectare vaut* 9876 *fr.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1880.

Si on représente par x la surface de la 1^{re} partie en ares, celle de la 2^e sera $x - 29,653$.

Les $\frac{7}{9}$ de x égalent les $\frac{10}{11}$ de $(x - 29,653)$; on écrira donc :

$$\frac{7x}{9} = (x - 29,653) \times \frac{10}{11}.$$

(Voir ALG., *Solutions raisonnées*. Problème 18.)

Réponse. — 1^{re} partie $205^a,29$; prix $20\,274^{fr},44$.
2^e partie $175^a,637$; prix $17\,345^{fr},91$.
Prix total, $37\,620^{fr},35$.

695. *Un train allant de Paris à Bordeaux emmène* 27 *voyageurs de* 1^{re} *classe et* 56 *de* 2^e *classe, qui ont payé en tout* $5405^f,45$. *S'il y avait eu au contraire* 56 *voyageurs de* 1^{re} *classe et* 27 *de* 2^e *classe, la recette eut été de* $5973^f,85$.

On demande le prix du billet de 1^{re} *classe et celui du billet de* 2^e *classe.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, nov. 1882.

Soit x le prix du billet de 1^{re} classe et y celui de la 2^e classe.

Dans le 1^{er} voyage les voyageurs ont payé :

ceux de 1^{re} classe $27\,x$; ceux de 2^e classe $56\,y$.

On a donc l'équation :

$$27\,x + 56\,y = 5405,45.$$

Dans le 2e cas ils auraient payé :

ceux de 1re classe $56\,x$; ceux de 2e classe $27\,y$.

On a donc cette autre équation :

$$56\,x + 27\,y = 5973{,}85.$$

En multipliant tous les termes de la 1re par 56 et ceux de la 2e par 27 on obtient :

$$1512\,x + 3136\,y = 302\,705{,}20,$$
$$1512\,x + 729\,y = 161\,293{,}95.$$

En retranchant la 2e de la 1re membre à membre, on trouve

$$2407\,y = 141\,411{,}25$$

$$\text{d'où} \qquad y = \frac{141\,411{,}25}{2407} = 58^{f},75.$$

En remplaçant y par 58,75 dans la 1re des deux équations du problème, on a :

$$27\,x + 58{,}75 \times 56 = 5405{,}45$$

ou

$$27\,x + 3290 = 5405{,}45.$$

On a ensuite :

$$27\,x = 5405{,}45 - 3290,$$
$$27\,x = 2115{,}45$$
$$x = \frac{2115{,}45}{27} = 78{,}35.$$

Réponse. — Le billet de 1re classe coûte 78 fr. 35 centimes ; celui de 2e classe coûte 58 fr. 75 centimes.

696. *Trouver le traitement d'un instituteur, en sachant qu'il doit subir une retenue égale au 20e de ce traitement ; qu'il dépense par an les $\frac{4}{5}$ de son traitement diminué de la retenue, plus encore 200 francs ; qu'enfin, au bout de 6 ans, il est arrivé à économiser les $\frac{227}{550}$ de son traitement annuel.*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Douai, 1879.

Pour simplifier, représentons par x le traitement demandé.

Après la retenue du 20e, la somme touchée est $\frac{19}{20}$ de x

Les $\frac{4}{5}$ de cette somme étant dépensés, il lui reste $\frac{1}{5}$ de $\frac{19}{20}$ de x, c'est-à-dire $\frac{19}{100}$ de x.

L'instituteur économise ainsi à la fin de l'année $\frac{19}{100}$ de $x - 200^{f}$.

L'économie au bout de 1 an est $\frac{1}{6}$ de $\frac{227}{550}$ de x ou $\frac{227}{3300}$ de x.

Donc $\frac{19}{100}$ de x moins 200 fr. valent $\frac{227}{3300}$ de x.

Par suite, $\frac{19}{100}$ de x moins $\frac{227}{3300}$ de x valent 200 fr.

En effectuant la soustraction des deux fractions, on trouve :

$$\frac{19}{100} - \frac{227}{3300} = \frac{627}{3300} - \frac{227}{3300} = \frac{400}{3300} = \frac{4}{33}.$$

Ainsi $\frac{4}{33}$ de x valent 200 fr. ; $\frac{1}{33}$ de x vaudrait 50 fr.

Le traitement demandé égale donc $50^{f} \times 33 = 1650$ fr.

697. *Avec le même capital on pouvait le 7 mars 1878 acheter 1800 fr. de rente 3 °/o ou 2021f,73 de rentes 5 °/o. L'écart par franc de rente, c'est-à-dire la différence des sommes nécessaires pour acheter 1 franc de rente était 2f,72. Quels étaient les cours de ce jour et le capital ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Rennes, 1878.

Soit x le cours du 5 °/o, c'est-à-dire le prix de 5 fr. de rente.

Le prix d'une rente de 1 franc en 5 °/o serait $\frac{x}{5}$.

Le prix d'une rente de 1 fr. en 3 °/o serait $\frac{x}{5} + 2^{f},72$.

Le prix de 2021f,73 de rentes 5 °/o était :

$$\frac{x}{5} \times 2021{,}73, \text{ c'est-à-dire } 404{,}346 \times x.$$

Le prix de 1800 fr. de rentes 3 °/o était :

$$\left(\frac{x}{5} + 2{,}72\right) \times 1800, \text{ c'est-à-dire } 360\,x + 4896.$$

Ces deux prix étant égaux, on peut écrire :

$$404{,}346 \times x = 360\,x + 4896.$$

En ôtant $360x$ aux deux membres, on obtient :

$$44,346 \times x = 4896 \quad \text{ou} \quad 44346\,x = 4896000.$$

De là on tire $\quad x = \frac{4896000}{44346} = 110,404.$

Le prix de 1 fr. de rente 5 % était

$$110,404 : 5 = 22^{f},0809.$$

Le capital donné pour acheter $2021^{f},73$ de rentes 5 % était

$$22,0809 \times 2021,73 = 44641^{f},62.$$

Le prix de 1 fr. de rente 3 % était

$$22^{f},0809 + 2^{f},72 = 24^{f},8009.$$

Le cours de la rente 3 % était

$$24,8009 \times 3 = 74^{f},40.$$

Réponse. — Le capital était 44 641f,62.
Les cours étaient : 110,40 pour le 5 % ; 74,40 pour le 3 %.

698. *On a acheté 8 kilogr. de sucre, 7 kilogr. de chocolat et 2 kilogr. de thé pour 44f,50. On sait que 3 kilogr. de chocolat ont la même valeur que 5 kilogr. de sucre et que 2 kilogr. de thé valent autant que 6 kilogr. de chocolat. Combien vaut le kilogramme de chacune de ces substances ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Douai, 1873.

De la relation : 3kg Ch. = 5kg S et 6kg Ch. = 2kg Thé
on tire : 3kg Ch. = 5kg S = 1kg Thé.
Supposons que le kilogr. de thé coûte.................... 15 fr.
Le kilogr. de chocolat en coûte le tiers, c'est-à-dire........ 5 fr.
Le kilogr. de sucre coûte le 5e de 15 fr., c'est-à-dire........ 3 fr.
Dans ce cas, on aurait payé :

pour 2 kgr. de thé..................	$15^{f} \times 2 = 30$ fr.
pour 7 kgr. de chocolat..............	$5^{f} \times 7 = 35$ fr.
pour 8 kgr. de sucre.................	$3^{f} \times 8 = 24$ fr.
Total...	89 fr.

Or, la somme déboursée 44f,50 est précisément la moitié de 89 fr. : donc les prix demandés sont la moitié des prix supposés.
Les prix du kilogramme sont donc :

thé, 7f,50 ; chocolat, 2f,50 ; sucre, 1f,50.

(Voir Alg., *Solutions raisonnées*. Problème 90.)

699. *Une personne achète : une 1re fois 15 kilogr. de café et 12 kilogr. de sucre pour 69 francs ; une 2e fois 17 kilogr. de café et 14 kilogr. de sucre pour 79 francs. Quels sont les prix du kilogramme de sucre et du kilogramme de café ?*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris, 1880.

Le plus petit multiple des deux poids de sucre (12 et 14) est 84.
On a, en effet :.................. $84 = 12 \times 7$ et $84 = 14 \times 6$.
Si donc on avait acheté 7 fois plus de marchandises la 1re fois et 6 fois plus la 2e fois, on aurait acheté :

une 1re fois, 105kg de café et 84kg de sucre pour 483 fr. ;
une 2e fois, 102kg de café et 84kg de sucre pour 474 fr.

Le poids de sucre étant le même dans les deux achats, la différence des sommes payées provient de la différence des poids de café achetés.
Ainsi 3 kg de café coûtent $483^{f} - 474^{f} = 9$ fr.
1kg de café coûte le tiers, c'est-à-dire 3 fr.
Les 15 kgr. de café du 1er achat ont coûté..... $3^{f} \times 15 = 45$ fr.
Les 12 kgr. de sucre ont donc coûté......... $96^{f} - 45^{f} = 24$ fr.
Le prix du kilogr. de sucre est.................. $24^{f} : 2 = 2$ fr.

(Voir Alg. *Solutions raisonnées*. Poblème 83.)

700. *On a payé 48f,80 pour 8 kilogr. de sucre et 3 kilogr. de thé. Si l'on avait pris 5 kilogr. de sucre et 7 kilogr. de thé, on aurait dû une somme de 92 francs. Quel est le prix du kilogramme de sucre et le prix du kilogramme de thé ?*

Certificat d'études primaires. — Seine-et-Oise, 1881.

1° Méthode ordinaire. — 1er achat : 3kg sucre et 3kg thé pour 48f,80 ;
2e achat : 5kg sucre et 7kg thé pour 92 fr.

Supposons qu'on ait acheté 5 fois plus de marchandises dans le 1er achat et 8 fois plus dans le 2e, on aurait :

1er achat : 40kg sucre et 15kg thé pour 244 fr. ;
2e achat : 40kg sucre et 56kg thé pour 736 fr.

Différence des marchandises, 41kg thé ; différence de prix, 492 fr.
Prix du kilogr. de thé...................... $492^{f} : 41 = 12$ fr.
Dans le 1er achat, on a donné pour 3kg de thé 36 fr.
Les 8kg de sucre ont donc coûté .... $48^{f},80 - 36^{f} = 12^{f},80$.
Le prix du kilogr. de sucre est.............. $12^{f},80 : 8 = 1^{f},60$.

2° Méthode algébrique. — Soit x le prix du kilogr. de sucre et y celui du kilogr. de thé.
On a les équations :

$$8x + 3y = 48,8$$
$$5x + 7y = 92.$$

En multipliant la 1re équation par 5 et la 2e par 8, on obtient

$$40x + 15y = 244$$
$$40x + 56y = 736.$$

Retranchant la 1re de la 2e, membre à membre, on trouve

$$41y = 492$$

d'où
$$y = \frac{492}{41} = 12.$$

Observation. — Il est bon de remarquer que la 2e méthode ne diffère de la 1re qu'en ce que le raisonnement y est exprimé par la notation abrégée de l'algèbre.

701. *On a dépensé 80 379 francs pour acheter des vignes et des terres. L'hectare de vignes a coûté 819 francs et l'hectare de terres 528 francs. Si l'on avait payé 528 fr. l'hectare de vignes et 819 fr. l'hectare de terres, on aurait dépensé 9894 francs de moins. Quelle est l'étendue des vignes et celle des terres ?*

Brevet élémentaire. Aspirants. — Saint-Denis (Réunion), 1881.

1re méthode. — Dans le 2e cas, on payerait 9894 francs de moins, il y a donc moins d'hectares de terres que d'hectares de vignes.

La différence entre les prix de l'hectare de chaque terrain est

$$819^f - 528^f = 291 \text{ fr.}$$

Autant de fois cette différence sera contenue dans 9894 fr., autant il y aura d'hectares de terres *en moins* ou d'hectares de vignes *en plus*.

On trouve $9894 : 291 = 34$.

Il y a donc 34 hectares de vignes en plus du nombre d'hectares de terres.

Le prix payé pour 34 hectares de vignes a été

$$819^f \times 34 = 27\,846 \text{ fr.}$$

Si on retranche cette somme du prix total d'achat, le reste sera le prix d'un égal nombre d'hectares de vignes et de terres.

Ce reste est........................ $80\,379 - 27\,846 = 52\,533$ fr.

Or le prix total d'un hectare de vignes et d'un hectare de terres est

$$819 + 528 = 1347 \text{ fr.}$$

Autant de fois il y a 1347 dans 52 533, autant il y a d'hectares de terres dans l'achat.

On trouve...................... $52\,533 : 1347 = 39^{ha}$ de terres.

En hectares de vignes, il y a .... $39 + 34 = 73^{ha}$.

2e Méthode algébrique. — Représentons par x le nombre d'hectares de vignes et par y celui des terres.

On a payé : pour les vignes, $819x$; pour les terrres, $528y$.

On a donc l'équation

$$819x + 528y = 30\,379.$$

Dans le 2e cas, on aurait payé :

pour les vignes $528x$; pour les terres $819y$.

En outre le prix d'achat aurait été

$$80\,379 - 9894 = 70\,485 \text{ fr.}$$

On a donc cette autre équation

$$528x - 819y = 70\,485.$$

Les termes étant divisibles par 3 dans chaque équation, on obtient, en faisant cette division, les équations :

$$273x + 176y = 26\,793 \qquad [1]$$
$$176x + 273y = 23\,495. \qquad [2]$$

Pour les résoudre, multiplions tous les termes de l'équation [1] par 176 et tous les termes de l'équation [2] par 273 ; ces équations sont remplacées par les deux suivantes :

$$48\,048x + 30\,976y = 4\,715\,568$$
$$48\,048x + 74\,529y = 6\,414\,135.$$

En retranchant la 1re de la 2e, membre à membre, on obtient

$$43\,553y = 1\,698\,567.$$

d'où
$$y = \frac{1\,698\,567}{43\,553} = 39.$$

Pour avoir la valeur de x, on remplace y par 39 dans l'équation [1], ce qui donne

$$273x + 6864 = 26\,793.$$

De là on tire

$$x = \frac{19\,929}{273} = 73.$$

702. *Pour remplir un tonneau de 450 litres, un marchand emploie une certaine quantité d'eau et trois espèces de vins qui coûtent respectivement 40 francs, 44 francs et 55 francs l'hectolitre. Pour 1 litre de vin de 40 fr. il met 3 litres de vin de 44 fr. et il ajoute 1 litre d'eau pour 24 litres de vin. En vendant le mé-*

lange à raison de 60 centimes le litre, il gagne 54 francs. Combien a-t-il employé de litres de chaque espèce de liquides?

Brevet supérieur. Aspirantes. — Melun, 1879.

La vente des 450 litres rapporte

$$0^{f},60 \times 450 = 270 \text{ fr.}$$

Le prix d'achat était .... $270^{f} - 54^{f} = 216$ fr.

Représentons par x le nombre de litres de la 3e qualité que le marchand met avec 1 litre de la 1re et 3 litres de la 2e.

Ce premier mélange contient un nombre de litres égal à $4 + x$.

On y ajoute un nombre de litres d'eau égal à la 24e partie de $4 + x$; le volume du mélange de vin et d'eau est donc

$$4 + x + \frac{4+x}{24}, \text{ c'est-à-dire } \frac{100 + 25x}{24}.$$

Le litre de la 1re qualité coûte 40 centimes.

Les 3 litres de la 2e coûtent $44^{c} \times 3 = 132^{c}$.

Les x litres de la 3e coûtent $55x$.

Le prix de ce mélange de vin et d'eau est donc en centimes

$$40 + 132 + 55x \text{ ou } 172 + 55x.$$

Le prix du litre sera

$$(172 + 55x) : \frac{100 + 25x}{24}, \text{ c'est-à-dire } \frac{(172 + 55x) \times 24}{100 + 25x}.$$

Le prix de 450 litres sera 450 fois ce prix de 1 litre.

On peut par conséquent écrire

$$\frac{(172 + 55x) \times 24 \times 450}{100 + 25x} = 21\,600.$$

En multipliant les deux membres par le dénominateur du 1er membre, on a :

$$(172 + 55x) \times 24 \times 450 = 21\,600 \times (100 + 25x).$$

Or 216 est égal à 24×9 et 45 est égal à 5×9.

On a donc successivement :

$$(172 + 55x) \times 24 \times 50 \times 9 = 24 \times 9 \times 100 \times (100 + 25x),$$

$$172 + 55x = 2 \times (100 + 25x),$$

$$172 + 55x = 200 + 50x,$$

$$5x = 28$$

$$x = \frac{28}{5} = 5,6.$$

Ainsi, pour 1 litre de la 1re qualité et 3 litres de la 2e, le marchand emploie $5^{l},6$ de la 3e, ce qui fait un total de $9^{l},6$.

Il y ajoute un volume d'eau égal à la 24e partie de ce total, c'est-à-dire $0^{l},4$. Le mélange est ainsi de 10 litres.

Il met donc :

de la 1re qualité		45 litres
de la 2e	$3 \times 45 =$	135 litres
de la 3e	$5,6 \times 45 =$	252 litres
eau		18 litres
	Total...	450 litres.

703. *Un négociant a acheté pour 52 560 francs de vins de qualités différentes : 159 hectol. de la 1re qualité, 186 de la 2e et 428 de la 3e. Le prix de l'hectolitre de la 2e qualité n'a été que les $\frac{5}{6}$ du prix de l'hectolitre de la 1re, et l'hectolitre de la 3e n'a coûté que les $\frac{3}{4}$ du prix de l'hectolitre de la 2e.*

Le négociant a dû vendre le vin de la 2e qualité avec 6 % de perte ; mais il a gagné 18 % sur le vin de la 3e qualité. On demande le prix qu'il doit vendre l'hectolitre de la 1re qualité pour que cette affaire lui rapporte 11 % de bénéfice.

Brevet supérieur. Aspirantes. — Poitiers, 1877.

Représentons par x le prix de l'hectolitre de la 1re qualité.

L'hectol. de la 2e coûte $\frac{5x}{6}$; celui de la 3e $\frac{5x}{6} \times \frac{3}{4}$, c.-à-d. $\frac{5x}{8}$.

Le marchand a payé :

pour la 1re qualité................ $159x$;

pour la 2e qualité, $\frac{5x}{6} \times 186 = 155x$.

pour la 3e......... $\frac{5x}{8} \times 428 = 267,5x$.

La somme déboursée pour ces trois achats est 52560 fr.

On a donc l'équation

$$159x + 155x + 267,5x = 52\,560.$$

En additionnant les trois termes en x, on trouve

$$581,5x = 52\,560,$$

$$\text{d'où} \quad x = \frac{52\,560}{581,5} = 90^{f},3869.$$

Le prix de l'hectol. de la 2e qualité est $90^{f},386 \times \frac{5}{6} = 75^{f},32$.

Celui de l'hectol. de la 3e qualité est $90^{f},386 \times \frac{5}{8} = 56^{f},49$.

Le négociant a perdu dans la vente de la 2e qualité $0^{f},06$ par franc ;
sur 1 hectolitre.............................. $0^{f},06 \times 75,32$;
sur 186 hectolitres.......... $0^{f},06 \times 75,32 \times 186 = 840^{f},59$.
Il a gagné dans la vente de la 3e qualité $0^{f},18$ par franc ;
sur 1 hectolitre.............................. $0^{f},18 \times 56,49$;
sur 428 hectolitres.......... $0^{f},18 \times 59,46 \times 428 = 4352^{f},07$.
Sur ces deux ventes, il gagne

$$4352^{f},07 - 840^{f},59 = 3511^{f},48.$$

Or le bénéfice total à réaliser doit être

$$0^{f},11 \times 52\,560 = 5781^{f},60.$$

Il reste à gagner

$$5781^{f},60 - 3511^{f},48 = 2270^{f},12.$$

Pour les 159^{hl} de la 1re qualité, il a payé :
$90^{f},3869 \times 159 = 14\,371^{f},51$
Ajoutons le gain à faire.................... $2270^{f},12$
La somme à retirer des 159 hectol. sera.... $16\,641^{f},63$.
Le prix de vente de l'hectol. de la 1re qualité sera

$$16\,641^{f},63 : 159 = 104^{f},66.$$

CHAPITRE XIII

PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE

On a déjà énoncé la règle à suivre pour calculer la surface d'un rectangle (chapitre III) et le volume d'un corps à six faces rectangulaires (chapitre IV) ; il convient d'y ajouter les règles qui se trouvent appliquées dans les problèmes suivants (1).

1° La surface d'un triangle est égale au demi-produit de sa base multipliée par sa hauteur.

2° La surface d'un losange est égale au demi-produit des deux diagonales.

3° La surface d'un trapèze est égale au produit de la demi-somme de ses bases multipliée par sa hauteur.

4° La longueur de la circonférence est égale au produit du diamètre par le nombre $\pi = 3,14$ ou $\pi = 3,1416$.

5° La surface d'un cercle est égale au demi-produit de la circonférence par le rayon.

Elle est aussi égale au carré du rayon multiplié par le nombre π.

6° La surface latérale d'un cylindre est égale au produit de la circonférence de sa base multipliée par sa hauteur.

7° Le volume d'un cylindre est égal au produit de la surface de sa base multipliée par sa hauteur.

8° Le volume d'une pyramide est égal au tiers du produit de sa base par sa hauteur.

9° La surface latérale d'un cône est égale au demi-produit de la circonférence de sa base par la distance du sommet à cette circonférence,

(1) Voir la démonstration très élémentaire de ces théorèmes dans notre *Géométrie élémentaire pour l'enseignement primaire*. 1 vol. in-12 cart. Prix : 1 fr. 60 c.

Le prix de l'hectol. de la 2e qualité est $90^f,386 \times \frac{5}{6} = 75^f,32$.

Celui de l'hectol. de la 3e qualité est $90^f,386 \times \frac{5}{8} = 56^f,49$.

Le négociant a perdu dans la vente de la 2e qualité $0^f,06$ par franc ;
sur 1 hectolitre.............................. $0^f,06 \times 75,32$;
sur 186 hectolitres.......... $0^f,06 \times 75,32 \times 186 = 840^f,59$.
Il a gagné dans la vente de la 3e qualité $0^f,18$ par franc ;
sur 1 hectolitre.............................. $0^f,18 \times 56,49$;
sur 428 hectolitres......... $0^f,18 \times 59,46 \times 428 = 4352^f,07$.
Sur ces deux ventes, il gagne

$$4352^f,07 - 840^f,59 = 3511^f,48.$$

Or le bénéfice total à réaliser doit être

$$0^f,11 \times 52\,560 = 5781^f,60.$$

Il reste à gagner

$$5781^f,60 - 3511^f,48 = 2270^f,12.$$

Pour les 159^{hl} de la 1re qualité, il a payé :
$90^f,3869 \times 159 = 14\,371^f,51$
Ajoutons le gain à faire.................... $2270^f,12$
La somme à retirer des 159 hectol. sera.... $16\,641^f,63$.
Le prix de vente de l'hectol. de la 1re qualité sera

$$16\,641^f,63 : 159 = 104^f,66.$$

CHAPITRE XIII

PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE

On a déjà énoncé la règle à suivre pour calculer la surface d'un rectangle (chapitre III) et le volume d'un corps à six faces rectangulaires (chapitre IV) ; il convient d'y ajouter les règles qui se trouvent appliquées dans les problèmes suivants (1).

1° La surface d'un triangle est égale au demi-produit de sa base multipliée par sa hauteur.

2° La surface d'un losange est égale au demi-produit des deux diagonales.

3° La surface d'un trapèze est égale au produit de la demi-somme de ses bases multipliée par sa hauteur.

4° La longueur de la circonférence est égale au produit du diamètre par le nombre $\pi = 3,14$ ou $\pi = 3,1416$.

5° La surface d'un cercle est égale au demi-produit de la circonférence par le rayon.

Elle est aussi égale au carré du rayon multiplié par le nombre π.

6° La surface latérale d'un cylindre est égale au produit de la circonférence de sa base multipliée par sa hauteur.

7° Le volume d'un cylindre est égal au produit de la surface de sa base multipliée par sa hauteur.

8° Le volume d'une pyramide est égal au tiers du produit de sa base par sa hauteur.

9° La surface latérale d'un cône est égale au demi-produit de la circonférence de sa base par la distance du sommet à cette circonférence,

(1) Voir la démonstration très élémentaire de ces théorèmes dans notre *Géométrie élémentaire pour l'enseignement primaire*. 1 vol. in-12 cart. Prix : 1 fr. 60 c.

10° Le volume d'un cône est égal au tiers du produit de sa hauteur multipliée par la surface du cercle qui forme sa base.

11° La surface d'une sphère est égale à 4 fois la surface du cercle qui aurait le même rayon.

12° Le volume d'une sphère est égal au tiers du produit de sa surface multipliée par son rayon ou, ce qui est la même chose, égal à 4 fois le tiers du cube du rayon multiplié par π.

Il est aussi égal à la 6e partie du cube du diamètre multiplié par π.

704. *Un terrain ayant la forme d'un triangle a été vendu à raison de 45f,50 l'are. La base du triangle étant de 118 mètres, trouver la hauteur, en sachant que le prix de vente est de 1449f,63.*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1877.

Surface du terrain, 1449,63 : 45,50 = 31a,86 = 3186mq.

Hauteur du triangle, $3186 : \frac{118}{2} = 3186 : 59 = 54$ mètres.

705. *Un tapis rectangulaire a 5m,74 de long sur 4m,25 de large et coute 8f,75 le mètre carré. On a fait broder au centre une rosace de 1m,36 de diamètre, au prix de 24 fr. le mètre carré et à chaque angle un losange dont les diagonales ont l'une 84 centimètres et l'autre 68 centimètres, à raison de 16 fr. le mètre carré. Quelle est la dépense totale ?*

Certificat d'études des adultes femmes. — Paris, 1879.

Surface du tapis	$5,74 \times 4,25 = 24^{mq},395$.
Surface de la rosace	$0,68^2 \times 3,1416 = 1^{mq},4526$.
Surface des 4 losanges	$0,42 \times 0,68 \times 4 = 1^{mq},1424$.
Prix du tapis	$8^f,75 \times 24,395 = 213^f,45$
Prix de la rosace	$24^f \times 1,4526 = 34^f,86$
Prix des 4 losanges	$16^f \times 1,1424 = 18^f,28$
Dépense totale...	$266^f,59$.

706. *Un parterre de fleurs a la forme d'un cercle dont le diamètre est de 4 mètres, et il est entouré d'un sentier large de 1 mètre. On demande : 1° la longueur du contour du parterre ; 2° la longueur de la bordure extérieure du sentier ; 3° la surface du sentier.*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1879.

Contour du parterre	$4^m \times 3,1416 = 12^m,5664$.
Contour du bord ext. du sentier	$6^m \times 3,1416 = 18^m,8496$.

Surface du cercle limité par le bord extérieur du sentier :

$$3^2 \times 3,1416 = 28^{mq},2744.$$

Surface du parterre :

$$2^2 \times 3,1416 = 12^{mq},5664.$$

Surface du sentier : $28^{mq},27 - 12^{mq},56 = 15^{mq},71$.

Remarque. — Au lieu de multiplier 3^2 et 2^2 par 3,1416 et de retrancher les deux produits l'un de l'autre, il vaut mieux retrancher d'abord 2^2 de 3^2 et multiplier le reste par 3,1416.

La surface du sentier est alors ainsi exprimée :

$$(3^2 - 2^2) \times 3,1416 = 5 \times 3,1416 = 15^{mq},7080.$$

707. *On a acheté 1m,10 de toile cirée de 1m,25 de largeur pour recouvrir une table circulaire de 1m,10 de diamètre. Quelle est la perte éprouvée par suite de la partie non utilisée, si la toile cirée coute 6f,50 le mètre carré ?*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, décembre 1880.

On trouve la surface d'un cercle en multipliant le carré du rayon par le nombre π.

On a : surface achetée	$1,25 \times 1,1 = 1^{mq},3750$
surface de la table	$0,55^2 \times 3,1416 = 0^{mq},9503$
Surface perdue...	[illegible]

La perte en argent est $6^f,5 \times 0,4247 = 2^f,76$.

708. *Un particulier a fait répandre uniformément dans une cour de forme rectangulaire une couche de sable de 3 centimètres d'épaisseur, au prix de 4f,50 le mètre cube. La dépense s'est élevée à 136f,89 et la largeur est exactement les $\frac{2}{3}$ de la longueur.*

On demande les deux dimensions de cette cour.

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Mars 1882.

Le nombre de mètres cubes de sable est égal au nombre de fois que 4f,50 est contenu dans 136f,89. Ce nombre est

$$\frac{136,89}{4,5} = \frac{1368,9}{45} = 30^{mc},420$$

La surface en mètres carrés est le nombre qui multiplié par l'épaisseur 0,03 produit 30,420.

La surface de la cour est donc en mètres carrés :

$$\frac{30,420}{0,03} = \frac{3042}{3} = 1014^{mq}.$$

Soit x la longueur de la cour; sa largeur sera $\frac{2x}{3}$.

Le produit de ces deux dimensions est

$$x \times \frac{2x}{3} \text{ ou } \frac{2x^2}{3}.$$

On a donc l'équation

$$\frac{2x^2}{3} = 1014 \text{ ou } \frac{x^2}{3} = 507.$$

De là on tire

$$x^2 = 507 \times 3 = 1521.$$

En extrayant la racine carrée on trouve

$$x = \sqrt{1521} = 39.$$

Réponse. — La longueur de la cour est de 39 mètres. La largeur en est les 2 tiers, c'est-à-dire 26 mètres.

709. *Sur une nappe de $1^m,80$ de long et de $1^m,30$ de large, on place un napperon carré qui en couvre le tiers. Quelle est la longueur du coté du napperon et quelle en est la surface ?*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1879.

Surface de la nappe .... $1,8 \times 1,3 = 2^{mq},34$.
Surface du napperon .... $2,34 : 3 = 0^{mq},78$.
Côté du napperon .... $\sqrt{0,78} = 0^m,883$.

710. *On veut construire une salle de classe rectangulaire d'une superficie de 60 mètres carrés et dont la longueur soit à la largeur comme 3 est à 2. Calculer à moins d'un centimètre près les dimensions de cette classe.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Troyes, 1878.

Soit x la longueur; la largeur sera $\frac{2x}{3}$.

On aura donc

$$x \times \frac{2x}{3} = 60 \text{ ou } \frac{2x^2}{3} = 60.$$

On en tire ensuite :

$$2x^2 = 180 \text{ d'où } x^2 = 90;$$

et

$$x = \sqrt{90} = 9^m,48.$$

La largeur sera $9,48 \times \frac{2}{3} = 6^m,32$.

Réponse. — Longueur $9^m,48$; largeur $6^m,32$.

711. *Un propriétaire a vendu deux pièces de terre, à raison de $45^f,75$ l'are. La 1^{re} de forme rectangulaire a 100 mètres de long sur 54^m de large; la 2^e qui est triangulaire a 95^m de base et 64^m de hauteur.*

Avec le produit de la vente le propriétaire achète de la rente 3 % au cours de $76^f,85$. Quel sera le montant de la rente achetée ?

Certificat d'études primaires. — Belfort, 1878.

Surface de la 1^{re} pièce : $100 \times 54 = 5400^{mq}$

Surface de la 2^e....... $\frac{95 \times 64}{2} = 3040^{mq}$

Surface totale vendue... $8440^{mq} = 84^a,4$.

Produit de la vente.................. $45^f,75 \times 84,4 = 3861^f,30$.

La rente achetée vaut autant de fois 3^f qu'il y a de fois 76,85 dans $3861^f,30$.

Le montant de cette rente est donc :

$$3 \times \frac{3861,30}{76,85} = \frac{1158390}{7685} = 150^f,73.$$

712. *Un champ en forme de trapèze a $98^m,5$ de hauteur ; l'une des bases a $72^m,6$ et l'autre $64^m,5$. Les 2 tiers de ce champ sont ensemencés en maïs, et le reste en pommes de terre. Le maïs donne 12 hectolitres et demi par hectare et les pommes de terre 16 hectolitres. Le maïs vaut $15^f,20$ l'hectolitre et les pommes de terre $13^f,50$.*

Trouver quel est le revenu réel du champ, si les frais de culture sont les 5 neuvièmes du prix de la récolte.

Certificat d'études primaires. — Paris, 1880.

Surface du trapèze en mètres carrés :

$$\frac{72,6 + 64,5}{2} \times 98,5 = 68,55 \times 98,5 = 6752^{mq},175.$$

Partie en pommes de terre..... $6752 : 3 = 2250^{mq},72 = 22^a,5072$

Partie en maïs .... $2250,72 \times 2 = 4501^{mq},44 = 45^{a},0144$.
Nombres de litres fournis par l'are :
en pommes de terre, 16 litres ; en maïs, $12^{l},5$.
Récolte du champ :
en pommes de terre, $16^{l} \times 22,5072 = 360^{l},11$
en maïs.......... $12^{l},5 \times 45,0144 = 562^{l},68$.
Produit de la récolte :
en pommes de terre....... $13^{f},50 \times 3,6011 = 48^{f},614$
en maïs.................... $15^{f},25 \times 5,6268 = 85^{f},808$
Produit total... $134^{f},422$.

Bénéfice net, $\frac{4}{9}$ de ce produit, c'est-à-dire

$$134^{f},42 \times \frac{4}{9} = \frac{537^{f},68}{9} = 59^{f},74.$$

713. *On a ensemencé en blé un terrain de la forme d'un trapèze dont les deux côtés parallèles ont l'un 82 mètres et l'autre 68 mètres, la distance de ces deux côtés étant de 128 mètres. La récolte a été de 4 gerbes par are et chaque gerbe a donné $3^{lit},04$ de grain. Le blé a été mis dans un grenier de $3^{m},20$ de longueur sur 2 mètres de largeur. On demande: 1° l'épaisseur de la couche de blé ; 2° la valeur de ce blé à raison de $4^{f},95$ le double décalitre.*

Certificat d'études primaires. — Vosges.

Surface du trapèze, $\frac{82 + 68}{2} \times 128 = 9600^{mq} = 96$ ares.

Nombre de gerbes récoltées $4 \times 96 = 384$ gerbes.
Litres de grain obtenus, $3^{l},04 \times 384 = 1167^{l},36$.
Surface du grenier .... $3,2 \times 2 = 6^{mq},4$.
Volume du blé dans le grenier........................ $1^{mc},16736$.
Épaisseur de la couche de blé.......... $1,16736 : 6,4 = 0^{m},182$.
Prix de l'hectolitre de blé, $4^{f},95 \times 5 = 24^{f},75$.
Valeur de la récolte................ $24^{f},75 \times 11,6736 = 288^{f},92$.

714. *Un champ a la forme d'un trapèze dont les bases ont 120 mètres et 80 mètres, leur distance étant de 80 mètres. Ce champ serait vendu au prix de 75 francs l'are. Un acheteur en offre 2000 francs comptant et demande à souscrire un effet par lequel il compléterait le prix du champ. Quel sera le montant de cet effet, s'il est payable au bout de 90 jours, au taux de 6 °/₀ ?*

Certificat d'études primaires. — Ardennes, 1880.

Surface du terrain, $\frac{120 + 80}{2} \times 80 = 8000^{mq} = 80$ ares.

Valeur du champ............................... $75^{f} \times 80 = 6000^{f}$.
Valeur actuelle de l'effet .... $6000^{f} - 2000^{f} = 4000^{f}$.
Intérêt de cette somme pour 3 mois, $\frac{6 \times 40}{4} = 60^{f}$.
Montant du billet à 90 jours.................... 4060^{f}.

715. *Combien de litres de haricots contient un vase cylindrique ayant 30 centimètres de diamètre et 70 de profondeur ?*

Certificat d'études primaires. — Pas-de-Calais, 1877.

La capacité d'un cylindre est égale au produit de la surface de sa base par sa hauteur.
La surface du cercle en décimètres carrés est $\pi \times 1,5^{2}$.
La capacité du cylindre en décimètres cubes est donc

$$\pi \times 1,5^{2} \times 7 = \pi \times 15,75.$$

Si on prend pour π le nombre 3,1416 qui est affecté d'une erreur par excès moindre que 1 dix-millième, l'erreur dont le produit sera affecté sera moindre que 20 dix-millièmes, c'est-à-dire moindre que 2 millièmes seulement. On trouve

$$3,1416 \times 15,75 = 49,480200.$$

Réponse. — Le cylindre contient 49 litres et demi de haricots.

716. *On fait creuser un puits de 12 mètres de profondeur sur $1^{m},50$ de diamètre. Quelle somme doit-on donner à l'ouvrier, à raison de $4^{f},25$ le mètre cube ?*

Certificat d'études primaires. — Paris, 1877.

Surface du fond du puits .... $0,75^{2} \times 3,1416$.
Volume du puits .... $0,75^{2} \times 3,1416 \times 12 = 21^{mc},2058$.
Somme à donner à l'ouvrier........ $4^{f},25 \times 21,2058 = 90^{f},12465$
c'est-à-dire $90^{f},12$.

717. *Dans un tube cylindrique, qui a 10 centimètres carrés de fond, on verse du mercure, de l'eau et de l'huile. Il y a 420 grammes de mercure, $127^{gr},80$ d'eau, en outre, 765 grammes d'huile On demande à quelle hauteur ces trois liquides s'élèveront dans le tube, en sachant qu'un litre de mercure pèse $13^{kg},3$ et qu'un litre d'huile pèse $0^{kg},90$.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Paris. 1881.

Prenons le gramme pour unité de poids et par suite le centimètre cube pour unité de volume.
13500^{gr} de mercure ont un volume de 1000 centimètres cubes.

Le volume de 420^{gr} de mercure est $\frac{1000 \times 420}{13\,500} = 31^{cc},111$

Le volume de $127^{gr},80$ d'eau est................ $127^{cc},800$

Le volume de 765 gr d'huile est ... $\frac{1000 \times 765}{900} = 850^{cc},000$

Le volume total des trois liquides est. $1008^{cc},911$.

Ce volume est un cylindre ayant 10 centimètres carrés de base.

Le volume d'un cylindre étant égal au produit de la base par la hauteur, on aura la hauteur en divisant le volume par la base.

La hauteur cherchée est donc.......... $1008,911 : 10 = 100,8911$.

c'est-à-dire 1 mètre 9 millimètres.

718. *Autour d'une roue de 90 centimètres de rayon on fixe une bande de fer, dont l'épaisseur est de 4 millimètres et la largeur 8 centimètres. Quel sera le prix de cette bande, si le fer coûte 90 centimes le kilogramme? La densité du fer est 7,8.*

Certificat d'études. Cours d'adultes. — Paris, 1880.

Cette bande forme un cylindre creux ayant 8 centimètres de hauteur et 4 millimètres d'épaisseur.

Le rayon intérieur du cylindre creux a 90 centimètres.

Le rayon du cylindre considéré comme massif a $90^{cm},4$.

Le volume de la bande de fer est égal à l'excès du volume du cylindre considéré comme entièrement massif sur le volume du cylindre creux qui en fait le vide.

Le volume de cette bande est donc en centimètres cubes :

$$\pi \times 90{,}4^2 \times 8 - \pi \times 90^2 \times 8 = \pi \times (90{,}4^2 - 90^2) \times 8.$$

En effectuant les multiplications on trouve successivement:

$$\pi \times 72{,}16 \times 8 = \pi \times 577{,}28.$$
$$3{,}1416 \times 577{,}28 = 1813^{cc},582848.$$

On aura le poids en multipliant ce volume par la densité du fer. Ce poids est donc

$$1813{,}582 \times 7{,}8 = 14\,145^{gr},939 = 14^{kg},146.$$

Le prix de la bande sera égal à

$$0^{f},9 \times 14{,}146 = 12^{f},7314$$

c'est-à-dire $12^{f},73$.

719. *Une terrasse ayant $8^{m},50$ de longueur sur $2^{m},50$ de largeur a fourni, un jour de pluie d'orage, une hauteur de 54 centimètres d'eau dans un réservoir cylindrique de 78 centimètres de*

diamètre. On demande quelle est en millimètres l'épaisseur de la couche d'eau qu'aurait formée la pluie restée sur la surface horizontale et imperméable de la terrasse.

Brevet élémentaire. Aspirants. — Paris, 1881.

L'eau dans le réservoir prend la forme d'un cylindre ayant 54 centimètres de hauteur et pour base un cercle d'un diamètre de 78 centimètres c'est-à-dire, un rayon de 39 centimètres.

La surface de ce cercle est $39^2 \times \pi$.

Le volume de l'eau en centimètres cubes est donc

$$39^2 \times \pi \times 54 = 82\,134 \times 3{,}1416 = 258\,032^{cc},1744.$$

Sur la terrasse la couche d'eau aurait la forme rectangulaire avec une base égale en centimètres carrés à

$$850 \times 250 = 212\,500^{cmq}.$$

L'épaisseur demandée est donc

$$258\,032 : 212\,500 = 1^{cm},21, \text{ c'est-à-dire 12 millimètres.}$$

720. *Un tonneau d'arrosage en tôle a la forme d'un cylindre, dont les dimensions intérieures sont $1^{m},55$ pour la longueur et $0^{m},76$ pour le diamètre. Trouver : 1° la capacité de ce tonneau ; 2° la surface de la tôle qui est entrée dans sa construction.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Yonne, 1877.

Prenons le décimètre pour unité de longueur; nous aurons le litre pour unité de capacité.

1° La base du cylindre est un cercle dont le rayon a $3^{dm},8$.

La surface de ce cercle est

$$3{,}8^2 \times \pi = 14{,}44 \times 3{,}1416 = 45^{dq},3647.$$

La capacité du tonneau est

$$45{,}3647 \times 15{,}5 = 703^{l},15285.$$

c'est-à-dire 703 litres ou 7 hectolitres 3 litres.

2° La surface latérale est égale au produit de la circonférence de la base par la hauteur.

On a donc en décimètres carrés :

surface latérale.... $7{,}6 \times 3{,}1416 \times 15{,}5 = 370^{dq},08048$

surface des deux bases.... $45{,}3647 \times 2 = 90^{dq},7294$

Surface de la tôle...... $460^{dq},80988$

c'est-à-dire 4 mètres carrés 60 décim. carrés 81 centim. carrés.

721. *Quel serait le prix de 4000 mètres de fil de fer ayant 18 dix-millièmes de mètre de diamètre, à raison de* $4^f,90$ *la botte de 5 kilogrammes ? Le poids spécifique du fer est 7,8.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Seine-et-Marne, 1879.

Le centimètre étant pris pour unité, le rayon du fil est 0,09.
La surface de la section du cylindre est $0{,}09^2 \times 3{,}1416$.
On aura :

volume du fil............ $0{,}09^2 \times 3{,}1416 \times 400\,000 = 10\,178^{cc},784$.
poids............................. $10\,178{,}784 \times 7{,}8 = 79\,394^{gr},5$.
nombre de bottes........................ $79\,394{,}5 : 5000 = 15{,}8789$.
prix..................... $4^f,9 \times 15{,}8789 = 77{,}80661$. c.-à-d. $77^f,80$.

722. *Dans un cube de fonte de fer, dont l'arête est de 14 centimètres, on a creusé un trou ayant la forme d'une demi-sphère de 11 centimètres de diamètre. Quel est le poids du vase ainsi obtenu, si la densité de la fonte est 7,55 ?*

Concours pour les bourses des écoles municipales de Paris. — 1880.

On trouve le volume d'une sphère en multipliant le cube du diamètre par le nombre π et en divisant le produit par 6.
Le volume du creux en centimètres cubes est donc :

$$\frac{11^3 \times \pi}{12} = \frac{1331 \times 3{,}1416}{12} = \frac{1331 \times 1{,}0472}{4} = 348^{cc},456.$$

Le volume du cube est .... $14 \times 14 \times 14 = 2744^{cc},000$.
Le volume de la fonte du vase est la différence... $2395^{cc},544$.
Le poids du vase est donc $2395{,}544 \times 7{,}55 = 18\,086^{gr},35$
c'est-à-dire 18 kilogrammes 86 grammes.

723. *Un réservoir cylindrique a* $2^m,40$ *de profondeur et une capacité de 1200 litres. Calculer le diamètre de sa base.*

Brevet supérieur. Aspirants.

En divisant la capacité par la hauteur on trouve la surface de la base du cylindre. Prenons le décimètre pour unité.
Cette base a 1200 : 24 = 50 décimètres carrés.
Soit r le rayon de ce cercle ; on aura

$$\pi r^2 = 50 \text{ d'où } r^2 = \frac{50}{\pi}.$$

On obtient ensuite

$$r = \sqrt{\frac{50}{3{,}1416}} = \sqrt{\frac{500000}{31416}} = \sqrt{15{,}91} = 3{,}98.$$

Le diamètre a $3{,}98 \times 2 = 7{,}96$ c'est-à-dire 796 millimètres.

724. *Un cylindre, dont la base a 3 mètres de circonférence et dont la profondeur est de 5 mètres, est rempli d'eau distillée aux trois quarts. Quel est le poids de cette eau ?*

Brevet supérieur. Aspirants.

On a d'abord :

rayon de la base, $\frac{3}{2\pi}$; carré du rayon, $\frac{9}{4\pi^2}$;

surface de la base, $\frac{9}{4\pi^2} \times \pi = \frac{9}{4\pi}$.

La hauteur de l'eau est $5 \times \frac{3}{4} = 5 \times 0{,}75 = 3^m,75$.

Le volume de l'eau est donc :

$$\frac{9}{4\pi} \times 3{,}75 = \frac{2{,}25 \times 3{,}75}{\pi} = \frac{8{,}4375}{3{,}1416}.$$

En effectuant la division, on trouve en mètres cubes et en litres :
pour le volume de l'eau .... $2^{mc},685733 = 2685^l,733$;
pour le poids de l'eau........... 2685 kilogrammes 733 grammes.

725. *Calculer la profondeur du litre cylindrique employé chez les marchands, en sachant qu'elle est double du diamètre.*

Brevet supérieur. Aspirants.

Soit r le rayon de la base en centimètres ; la profondeur sera $4r$.
La surface du fond est exprimée par πr^2.
La capacité sera......................... $\pi r^2 \times 4r = 4\pi r^3$.
D'un autre côté, elle est égale à 1000 centimètres cubes.
On a donc

$$4\pi r^3 = 1000 \text{ ou } \pi r^3 = 250.$$

De cette équation on tire

$$r^3 = \frac{250}{\pi} = \frac{250}{3{,}1416} = 79{,}577.$$

On a ensuite

$$r = \sqrt[3]{79{,}577} = 4{,}30.$$

La profondeur du litre a donc .... $4{,}3 \times 4 = 17{,}2$,
c'est-à-dire 172 millimètres.

726. *Le litre qui sert de mesure est en zinc et la profondeur est double du diamètre du fond. L'épaisseur du métal est de 5 millimètres et sa densité 7,19. Calculer le poids de ce litre.*

Brevet élémentaire. Aspirantes. — Besançon, 1877.

On calcule d'abord le rayon intérieur et la profondeur, ce qui a été fait dans le problème précédent.

En désignant le rayon par r et la profondeur par h, on a trouvé en centimètres :

$$r = 4^{cm},30 \text{ et } h = 17^{cm},2.$$

On cherche ensuite le volume du cylindre comme s'il était massif.
Son rayon R est égal à.................... $4,30 + 0,5 = 4^{cm},80.$
Sa hauteur H est égale à.................. $17,2 + 0.5 = 17^{cm},7.$
On a par conséquent :
surface de la base.................................... $4,8^2 \times \pi$,
volume du cylindre.............. $4,8^2 \times \pi \times 17,7 = 1281^{cmc},1696.$
poids du cylindre massif........... $1281,1696 \times 7,19 = 9211^{gr},61.$
poids du métal qui remplirait le creux.. $1000 \times 7,19 = 7190^{gr},00.$
Poids du litre vide........ $2021^{gr},61.$

727. *Une boule de fonte pèse 20 kilogrammes. Calculer son diamètre, en sachant que la densité de la fonte est 7.*

Brevet supérieur. — Aspirants.

Si on prend le gramme pour unité de poids, l'unité de volume sera le centimètre cube et l'unité de longueur le centimètre.
Le poids de la boule est de.................................. $20\,000^{gr}$
Le poids d'un centimètre cube de fonte est 7^{gr}.

Le nombre de centimètres cubes du volume est donc $\frac{20\,000}{7}$.

Soit d le diamètre de la boule ; son volume est $\frac{\pi d^3}{6}$.

On a donc

$$\frac{\pi d^3}{6} = \frac{20\,000}{7} \text{ d'où } d^3 = \frac{20\,000 \times 6}{7 \times 3,1416} = 5456,72.$$

En extrayant la racine cubique on obtient pour le diamètre

$$d = \sqrt[3]{5456,72} = 17,6 \text{ c'est-à-dire } 176 \text{ millimètres.}$$

728. *On jette dans un vase rempli d'eau jusqu'au bord trois boules de métal, dont les diamètres sont entre eux comme les nombres 3, 5, 7, et il s'écoule 39 centilitres 6 dixièmes d'eau. Calculer le volume de ces boules et le diamètre de la plus petite.*

Brevet supérieur. Aspirants. — Nancy, 1879.

En centimètres cubes le volume de l'eau sortie du vase est 396^{cmc}.
Le volume total des trois boules est donc 396^{cmc}.

Or les volumes des trois sphères étant proportionnels aux cubes de leurs diamètres sont proportionnels aux nombres :

$$3^3 = 27 ;\ 5^3 = 125 ;\ 7^3 = 343.$$

On aura donc les volumes des trois boules en partageant 396 en trois parties proportionnelles aux nombres : 27, 125, 343.
La somme de ces nombres est 495.
Les volumes sont donc :

pour la 1^{re}............. $396 \times \frac{27}{495} = 0,8 \times 27 = 21^{cmc},6.$

pour la 2^e.............. $396 \times \frac{125}{495} = 0,8 \times 125 = 100^{cmc},0.$

pour la 3^e............... $396 \times \frac{343}{495} = 0,8 \times 343 = 274^{cmc},4.$

Soit d le diamètre de la plus petite boule. On a :

$$\frac{\pi d^3}{6} = 21,6 \text{ d'où } d^3 = \frac{21,6 \times 6}{\pi} = \frac{129,6}{3,1416}$$

En effectuant la division et l'extraction de la racine cubique, on obtient :

$$d = \sqrt[3]{41,252} = 3,45.$$

Le diamètre a donc 34 millimètres et demi.

729. *Un homme a acheté à un certain prix convenu un champ ayant la forme d'un trapèze, dont la grande base, qui a 248 mètres, est double de la petite, qui n'est que les $\frac{4}{5}$ de la hauteur.*

Il s'est acquitté de la manière suivante. Il a payé, 6 mois après l'achat, le 1^{er} tiers du prix augmenté de ses intérêts au taux annuel de 5 %; 6 mois plus tard, le 2^e tiers augmenté aussi de ses intérêts ; enfin 6 mois après le 2^e payement, le 3^e tiers avec ses intérêts. Il a ainsi déboursé en tout $6093^f,36$. Trouver d'après cela quel était le prix d'achat de l'hectare.

Brevet supérieur. Aspirants.

1° Grande base du trapèze 248^m. — Petite base 124^m.
Hauteur 5 fois le quart de 124^m, c'est-à-dire $31^m \times 5 = 155^m$.
Surface du champ $\frac{248 + 124}{2} \times 155 = 28\,830^{mq} = 288^a,30.$

2° Supposons que le prix du champ soit 300^f.

Le 1er tiers plus son intérêt pour 6 mois est.. $102^f,50$
Le 2e tiers plus son intérêt pour 1 an est..... $105^f,00$
Le 3e tiers plus son intérêt pour 18 mois est.. $107^f,50$
Total... $315^f,00$.

Pour un achat de 300^f on aurait payé 315^f.

Le prix d'achat est donc les $\frac{300}{315}$ ou les $\frac{20}{21}$ du prix payé,

c'est-à-dire $6093^f,36^f \times \frac{20}{21} = 5803^f,20$.

Le prix de l'are est .... $5803^f,20 : 288,3 = 20^f,129^c$
Le prix de l'hectare est $2012^f,90$

730. *Si l'on suppose que tous les habitants de Paris et de la banlieue, au nombre de 2 400 000, se donnent la main, pour former une immense ronde circulaire, où chaque personne occuperait en moyenne une longueur de $1^m,35$, on demande combien de degrés et de minutes occuperait son diamètre en latitude, et ce que la surface intérieure de ce cercle, supposée plane, serait par rapport à celle de la France, qui est de 52 000 000 d'hectares.*

Brevet supérieur. Aspirantes. — Paris, 1880.

1° La circonférence ainsi formée aura

$$1^m,35 \times 2\,400\,000 = 3\,240\,000 \text{ mètres.}$$

Le diamètre de cette circonférence sera

$$\frac{3\,240\,000}{\pi} = \frac{3\,240\,000}{3,1416} = 1\,031\,321^m,62.$$

Un arc de méridien de 1 degré a en mètres :

$$10\,000\,000 : 90 = 111\,111^m.$$

Le nombre de degrés occupé par ce diamètre sur le méridien est

$$\frac{1\,031\,321}{111\,111} = 9^\circ\ 17' \text{ par excès.}$$

Or la France est comprise entre deux parallèles qui sont :
l'un à 51° 5' de latitude ; l'autre à 42° 20' de latitude.
L'arc de méridien compris entre ces deux parallèles est égal à

$$51^\circ 5' - 42^\circ 20' = 50^\circ 65' - 42^\circ 20' = 8^\circ 45'.$$

La surface du cercle formé par la ronde déborderait donc la surface de la France.

2° La surface du cercle est égale à

$$\frac{3\,240\,000 \times 1\,031\,321,62}{4} = 835\,370\,512\,200 \text{ mètres carrés}$$

c'est-à-dire .... 83 537 051 hectares.

Le rapport entre cette surface et celle de la France est égal à

$$\frac{83\,537\,051}{52\,000\,000} = 1,606.$$

La surface de ce cercle est égale à celle de la France plus 6 fois la 10e partie de celle de la France.

NOTE SUR LE CALCUL DES INTÉRÊTS

A LA CAISSE D'ÉPARGNE

Extrait des règlements. — La loi du 9 avril 1881, relative à l'établissement de la Caisse d'épargne postale, et le décret du 3 décembre de la même année, ont apporté quelques modifications dans les règlements des Caisses d'épargne ordinaires.

Tout versement, soit à la Caisse postale, soit aux autres Caisses, doit être un nombre rond de francs sans centimes, depuis 1 franc jusqu'à 2000 francs, qui est le maximum.

L'intérêt payé par la Caisse postale est de 3 pour 100. L'intérêt payé par les autres Caisses varie entre 3 et 3,75 pour 100.

Il est compté par quinzaines du 1er et du 16 de chaque mois, après le jour du versement ; il cesse de courir à partir du 1er et du 16 qui aura précédé le jour du remboursement.

Au 31 décembre de chaque année l'intérêt acquis s'ajoute au capital et devient lui-même productif d'intérêt. Les fractions de franc ne produisent aucun intérêt.

Lorsque le total des versements et des intérets dépasse 2000 francs, le déposant en est informé pour qu'il retire l'excédent, ou le faire employer par la Caisse en achat de rentes sur l'État.

Calcul des intérêts. — *Paul a versé à la Caisse d'épargne 72 francs le 10 mars ; puis il a retiré 48 francs le 5 septembre. Établir son compte au 31 décembre suivant, au taux de 3 p. 1000*

1° Méthode ordinaire. — Calculons l'intérêt de 72 francs jusqu'à l'époque du remboursement.

Du 16 mars au 1er septembre il y a 11 quinzaines.

L'intérêt de 72 fr. pour 11 quinzaines est

$$\frac{0{,}03 \times 72 \times 11}{24} = 0^f{,}99.$$

Au 1er septembre l'avoir du déposant est......	$72^f{,}99$
Le déposant retire dans la quinzaine qui suit...	$48^f{,}00$
Son avoir au 1er sept. est....	$24^f{,}99$.

Du 1er septembre au 31 décembre il y a 8 quinzaines.

L'intérêt de 24 fr. (les centimes ne produisent pas d'intérêt) pour quinzaines est

$$\frac{0{,}03 \times 24 \times 8}{24} = 0^f{,}24.$$

L'avoir du déposant au 31 décembre est donc

$$24^f{,}99 + 0^f{,}24 = 25^f{,}23.$$

2° Méthode pratiquée a la Caisse d'épargne. — Au moment du dépôt on inscrit avec la somme versée son intérêt jusqu'à la fin de l'année : cet intérêt est dit *intérêt anticipé.*

Du 16 mars à la fin de l'année il y a 19 quinzaines.

L'intérêt de 72 fr. pour 19 quinzaines est

$$\frac{0{,}03 \times 72 \times 19}{24} = 1^f{,}71.$$

Jusqu'au moment de la demande de remboursement des 48 fr. le 5 septembre, il s'est écoulé depuis le commencement de l'année 16 quinzaines; il en reste 8 jusqu'à la fin de l'année.

On calcule l'intérêt que ces 48 fr. auraient produit pendant ces 8 quinzaines. Cet intérêt est

$$\frac{0{,}03 \times 48 \times 8}{24} = 0^f{,}48.$$

Cet intérêt doit être retranché de l'intérêt anticipé; pour cette raison il est dit *intérêt rétrograde.*

On a ainsi le tableau suivant pour le calcul :

Dépôt,	72^f	Int. anticipé,	$1^f{,}71$
Remb.,	48^f	Int. rétrograde,	$0^f{,}48$
	24^f		$1^f{,}23$.

Avoir au 31 décembre $25^f{,}23$.

FIN

Coulommiers. — Imp. Paul BRODARD. — 510-96.

IMP. NOIZETTE, 8, RUE CAMPAGNE-PREMIÈRE, PARIS