En una palabra, la velocidad adquirida en un momento dado es constantemente doble que el espacio recorrido desde el origen de la caída hasta este mismo instante.

M. Buignet resume del modo siguiente las ventajas de este medio ingenioso de comprobación de las leyes de la caída de los graves.

"El aparato de M. Bourbouze, dice en sus *Manipulaciones de física*, difiere de la máquina de Atwood y de los demás aparatos en cuatro puntos esenciales que le hacen sumamente precioso desde el punto de vista práctico:

„1.° Establece una coincidencia tan perfecta como pueda desearse entre el origen del tiempo y el origen del espacio;

„2.° Permite variar como se quiera la unidad de tiempo marcando siempre el espacio recorrido que corresponde á la unidad escogida. De este modo se obtienen, en un mismo experimento y en el trazado de un mismo surco, dos, tres y hasta cuatro demostraciones de la ley que se trata de comprobar;

„3.° Como proporciona al operador el medio de reducir la unidad de tiempo, le permite por esto mismo disminuir la altura del aparato, circunstancia que hace á éste más práctico y manejable;

„4.° Por último, no se limita á dar la demostración experimental de las leyes de la caída de los cuerpos, sino que también inscribe por sí mismo estas leyes en el papel destinado á recibir las impresiones, de suerte que al concluir el experimento se puede conservar una imagen fiel y perfectamente exacta de estas leyes (1).„

CAPÍTULO V

LEYES DE LA GRAVEDAD.—EL PÉNDULO

I

ISOCRONISMO DE LAS OSCILACIONES DEL PÉNDULO

Hallándose Newton sentado cierto día en su jardín de Woolstrop, vió que de la copa de un árbol inmediato se desprendía una manzana, la cual fué á caer á sus pies. Tan vulgar circunstancia le sugirió, según se dice, sus profundas investigaciones sobre la naturaleza de la gravedad, haciéndole reflexionar en si esa acción misteriosa á la que están sujetos todos los cuerpos terrestres, cualquiera que sea su altura en la atmósfera y tanto en el fondo de los valles como en la cumbre de las más altas montañas, se extendería también á los que se hallan situados en la Luna. El resultado de los esfuerzos y meditaciones de aquel potente genio fué la solución de tan gran problema; pero aún transcurrieron veinte años antes que quedara construído, en toda su majestuosa belleza, el edificio cuyos cimientos echaron Keplero, Galileo y Huygens, que los sucesores de Newton terminaron, y que ostenta en su frontispicio esta frase hoy triunfante: *gravitación universal*.

(1) He aquí cómo se procede para ello. Terminado el experimento, se quita del cilindro el papel en que están marcadas las vibraciones de la lengüeta, y se le sumerge en éter para que éstas no se borren, cosa que sucedería en breve á causa del roce sobre el negro del humo: en seguida se le pega en una hoja de papel blanco, y ya se pueden trazar las medidas necesarias para las comprobaciones.

Pero ¿es verídica la anécdota contada por los biógrafos del grande hombre? Poco importa (1): lo esencial es que tenga algunos visos de verosimilitud. Engañaríase sin embargo el que creyese que pudo menguar en lo más mínimo la gloria del sabio. Millones de veces había ocurrido la misma casualidad anteriormente á Newton, y pudieron presenciarla sus antecesores lo mismo que sus contemporáneos: un caso tan insignificante como la caída de una manzana no podía suscitar tales ideas sino en un hombre dotado de una imaginación avezada á las más altas especulaciones y movida por una voluntad bastante poderosa para *pensar en ellas siempre*.

Un caso parecido sirvió de punto de partida para las investigaciones de Galileo sobre el movimiento del péndulo. Hacia el año 1582 fué cuando el que debía dar tan gran impulso á la física experimental, y que á la sazón apenas contaba diez y ocho años, preludió sus descubrimientos futuros con la observación siguiente (2): "Un día en que asistía, algo distraído sin duda, á una ceremonia religiosa, fijó sus miradas en una lámpara de bronce, obra maestra de Benvenuto Cellini, que, suspendida de una larga cuerda, oscilaba con lentitud ante el altar. Quizás, con los ojos fijos en aquel metrónomo improvisado, unió su voz á la de los celebrantes; la lámpara se detuvo poco á poco, y atento Galileo á sus últimos movimientos, observó que marcaba siempre el mismo compás.„ (J. Bertrand, *Galileo y sus trabajos.*) Esta última circunstancia fué la que más le llamó la atención. La lámpara, á medida que se acercaba al fin de su movimiento, describía en el espacio arcos de menor amplitud cada vez, permaneciendo empero constante la duración de las oscilaciones. El sabio filósofo italiano repitió muchas veces el experimento, y acabó por descubrir la relación que existe entre esta duración y la longitud de la cuerda que soporta el peso oscilante. Más adelante (en 1673), Huygens completó tan hermoso descubrimiento y formuló la ley matemática de los movimientos del péndulo, basando su demostración en las leyes de la caída de los graves, según las había enunciado Galileo.

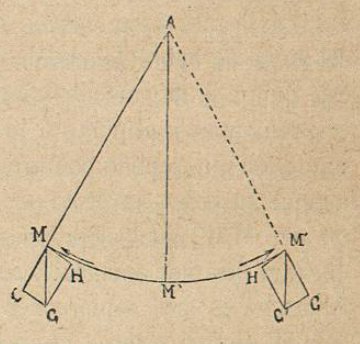

Fig. 37.—Movimiento oscilatorio de un péndulo simple

Procuraremos hacer comprender en qué consiste esta ley y qué relación tiene con la teoría de la gravedad.

Supongamos un punto material y pesado M', suspendido de uno de los extremos de un hilo inextensible y sin masa; esto es imposible realizarlo en la práctica, pero sí accesible en la teoría. Teniendo sujeto el hilo por su extremo superior, la acción de la gravedad obrará sobre el peso y atraerá el hilo hacia la vertical, de modo que el sistema entero permanecerá en reposo; pero si en un espacio privado de aire apartamos el hilo

(1) Aunque ha sido controvertida, tiene en su favor el testimonio de un contemporáneo de Newton y de uno de sus amigos particulares, Pemberton. En los *Elementos de filosofía de Newton*, de Voltaire, se lee lo siguiente: "Cierto día del año 1686, Newton, que residía en el campo, vió caer á sus pies la fruta de un árbol, y, *según me ha contado su sobrina* (Mad. Conduitt), empezó desde entonces á meditar profundamente en la causa que de tal modo atraía á todos los cuerpos.....„ Estos dos testimonios dan al hecho citado gran verosimilitud.

(2) A la sazón estudiaba medicina en Pisa, de cuya universidad llegó á ser profesor algunos años después, habiendo emprendido entonces la serie de experimentos acerca de la gravedad que dejamos relatados hasta descubrir las leyes de la caída de los graves.

de su posición vertical, sin que deje de estar en línea recta, y lo abandonamos á sí mismo, ¿qué sucederá?

En esta nueva posición del hilo, ó sea en AM, la fuerza de gravedad continúa obrando sobre el punto material; pero como esta fuerza sigue siempre la vertical y al hilo no le sucede ya lo propio, la resistencia de éste no puede anularla por completo. El punto material, atraído por ella, caerá; mas como, por otra parte, el hilo es hipotéticamente inextensible, la caída no podrá efectuarse sino á lo largo de un arco de círculo que tiene su centro en el punto A de suspensión y cuyo radio es la longitud AM del mismo hilo (fig. 37): es como si el punto estuviese en un plano inclinado que tuviera en M su cúspide y una inclinación cada vez menor: el movimiento debe, pues, efectuarse cediendo al impulso de una fuerza continua, pero no constante, puesto que irá disminuyendo hasta el punto M' en que, coincidiendo el hilo de nuevo con la vertical, llegará á ser nula la componente de la gravedad. Sin embargo, la velocidad del móvil no habrá dejado de crecer hasta hallarse en dicha posición M'. A partir de este punto, el movimiento continuará en virtud de la velocidad adquirida; pero entonces, remontando el punto á lo largo del arco, la componente de la gravedad ejercerá su acción en sentido contrario al del movimiento, y la velocidad pasará de nuevo, aunque en orden inverso, por valores decrecientes, hasta que el punto haya descrito un arco M'M" igual al primero. Al llegar en M" á la altura del punto M, la velocidad quedará otra vez anulada, y cesará el movimiento para volver á comenzar en seguida. Ahora ya es fácil comprender que el punto material habrá de empezar de nuevo, si bien en sentido inverso, un movimiento análogo y perfectamente igual al primero, toda vez que las circunstancias son las mismas. Este sería el movimiento continuo, si fuera posible realizar el experimento en las condiciones que hemos supuesto.

El instrumento ideal que acabamos de describir lleva el nombre de *péndulo*, y se le llama además *péndulo ideal* ó *simple* por oposición á los péndulos reales, pero *compuestos*, únicos que pueden construirse y cuyo movimiento es dable observar. El movimiento total de M á M" se llama *oscilación* (1), y su duración es naturalmente el tiempo que el móvil invierte en recorrer la oscilación entera. El ángulo M A M", de las dos posiciones extremas, ó el arco recorrido MM'M" lleva el nombre de *amplitud* de la oscilación.

Hemos visto que la observación dió á conocer á Galileo el isocronismo de las oscilaciones del péndulo. Este isocronismo es necesario en la hipótesis del péndulo simple, porque como la oscilación no varía mientras dura el movimiento, los arcos iguales son recorridos evidentemente en tiempos iguales. Pero cuando la amplitud primitiva es algo regular, como en la realidad va disminuyendo por efecto de varias influencias, la duración de las oscilaciones es también variable y cesa el isocronismo.

Por fortuna, la teoría demuestra, y la práctica confirma, la persistencia de la igualdad de la duración de las oscilaciones cuando su amplitud es sumamente pequeña. He aquí en qué términos se puede enunciar esta ley:

Cuando las oscilaciones del péndulo son sumamente pequeñas, su duración es independiente de su amplitud y no varía sino con la longitud del péndulo y con la intensidad de la gravedad.

(1) En Alemania é Inglaterra los físicos entienden por oscilación el doble movimiento de ida y vuelta que hace que el péndulo vuelva á la misma posición, y por lo tanto cada oscilación es doble de como se la define en Francia. La misma diferencia se advertirá en la definición de las vibraciones sonoras ó de las ondulaciones luminosas.

Suponiendo constantes la longitud y la intensidad, la ley precedente se podrá formular así:

Las oscilaciones pequeñísimas de un péndulo son isócronas (1).

¿Qué se entiende por oscilaciones pequeñísimas? Aquellas cuyo ángulo no pasa de tres ó cuatro grados.

II

LEY DE LAS OSCILACIONES DEL PÉNDULO. – RELACIÓN ENTRE LA LONGITUD DEL PÉNDULO Y LA DURACIÓN DE LAS OSCILACIONES

La segunda ley que rige los movimientos del péndulo establece una relación entre la duración de las oscilaciones y la longitud de aquel. Supongamos una serie de péndulos el menor de los cuales marque los segundos, efectuando los otros cada una de sus oscilaciones en 2, 3, 4..... segundos. Las longitudes de estos últimos serán 4, 9, 16..... veces mayores que la del primero. Los péndulos que marcasen $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ de segundo serían, por el contrario, 4, 9, 16..... veces más cortos que el primero. En una palabra, cuando los tiempos siguen la serie de los números simples, las longitudes siguen la serie de los cuadrados de estos números. Exprésase esto en términos generales diciendo:

Las longitudes de los péndulos se hallan en razón directa de los cuadrados de las duraciones de sus pequeñas oscilaciones (2).

La teoría y la observación concuerdan para demostrar esta importante ley. Finalmente, para terminar el enunciado completo de la ley ó leyes de los movimientos del péndulo, añadiremos que las duraciones de oscilaciones sumamente pequeñas varían cuando varía también la intensidad de la gravedad (y pronto veremos cómo ocurren tales variaciones). *Estas duraciones están en razón inversa de las raíces cuadradas de la intensidad de la gravedad.* Y puesto que acabamos de hablar de las comprobaciones prácticas, y sabemos ya que es imposible realizar un *péndulo simple*, será tiempo de decir cómo se aplican las leyes de este péndulo ideal á los péndulos reales ó *compuestos*.

Los péndulos de esta última clase consisten por lo común en una masa lenticular ó bola esférica de metal, y en una varilla que encaja en la dirección del centro de figura de la masa metálica. La varilla va unida por su extremo superior á una cuchilla triangular que descansa por su filo horizontal, ligeramente redondeado, en un plano duro y bruñido, de ágata ó de acero por ejemplo. Lo más frecuente es que la varilla termine

(1) A primera vista parece singular esta igualdad de duración respecto de oscilaciones cuya amplitud disminuye cada vez más, es decir, respecto de caminos desiguales recorridos bajo la influencia de una fuerza invariable. Como no podemos dar aquí la demostración matemática de la ley, procuraremos explicar, aproximadamente al menos, la razón de la igualdad en cuestión. Si se reflexiona un poco, se comprenderá que en el momento en que la amplitud fuese doble, por ejemplo, las fracciones del arco total recorrido tendrán doble longitud que las del arco que correspondería á una amplitud la mitad menor. Pero las componentes de la gravedad y las velocidades adquiridas son dobles también. El péndulo las describe, pues, sucesivamente en tiempos iguales. Desde entonces la suma de estas duraciones elementales, iguales en número en ambos casos, continúa siendo la misma. Aplícase el raciocinio á cualesquiera amplitudes desiguales, si bien con la condición de que sean muy pequeñas, porque únicamente en esta hipótesis se permite confundir el arco con el seno y porque hay proporcionalidad entre las velocidades adquiridas ó las componentes de la gravedad y los arcos que el péndulo ha de recorrer.

(2) O lo que es lo mismo, las duraciones de las oscilaciones de los péndulos son entre sí como las raíces cuadradas de sus longitudes.

en una delgada lámina metálica flexible y elástica encajada en una especie de tenaza fija (fig. 38). Tales son los péndulos que se usan para regular la marcha de las máquinas de los relojes.

En un péndulo de esta clase, lo que se entiende por su longitud no es la distancia que hay del punto ó eje de suspensión á la extremidad inferior de la bola pesada, sino poco más ó menos la distancia que media entre dicho punto y el centro de figura de la bola, en el caso de que ésta sea una esfera de metal muy denso, de platino por ejemplo, y la varilla de suspensión delgada. El centro de suspensión toma en este caso el nombre de *centro de oscilación*. En lugar de un punto, es una línea paralela al eje de suspensión, á la que se da el nombre de *eje de oscilación* si el péndulo oscila, como de costumbre, alrededor del filo de una cuchilla. He aquí las razones de la distinción fundamental relativa á la definición de la *longitud del péndulo:*

Fig. 38.-Péndulo real ó compuesto.

En el péndulo simple sólo hay un punto material, mas en el compuesto hay infinitos, ya en la varilla ó ya en la bola metálica: es como si se tuviera una serie de péndulos simples de distintas longitudes, todos los cuales oscilaran de consuno. Si estos péndulos estuviesen libres, las duraciones de las oscilaciones variarían de unas á otras, en virtud de la ley que enlaza las longitudes á dichas duraciones; pero como se encuentran unidos, el movimiento de cada molécula resulta acelerado para las más apartadas y aminorado para las más próximas al punto ó eje de suspensión. Por consiguiente, entre unas y otras hay algunas cuyas duraciones de oscilación son precisamente las de un péndulo simple de igual longitud. El cálculo enseña á averiguar la posición de estas moléculas, es decir, el punto ó la línea que acabamos de llamar centro ó eje de oscilación.

Huygens demostró una curiosa propiedad del péndulo compuesto, cuya aplicación veremos muy en breve y que puede servir para hallar prácticamente el eje de oscilación. Si, después de hacer oscilar un péndulo compuesto alrededor de su eje de suspensión, se averigua lo que dura una oscilación, y en seguida se invierte el péndulo haciéndolo oscilar alrededor del eje de oscilación, la duración no varía, de suerte que el eje de suspensión primitivo se ha convertido en eje de oscilación, y recíprocamente.

El capitán inglés Káter fué el primero que construyó péndulos que podían oscilar como se quisiera alrededor de dos cuchillas que desempeñaban alternativamente las veces de eje de suspensión y de oscilación, y que por ser su distancia igual á la longitud del péndulo simple tenían la misma duración de oscilación. Siendo una de las cuchillas movible, compréndese que sea posible hallar prácticamente ó por tanteo la posición precisa en que las duraciones de oscilación son iguales. Esta clase de péndulos ha recibido el nombre de *reversibles*.

Las relaciones que expresan las leyes anteriormente enunciadas suponen que el movimiento del péndulo se efectúa en el vacío. Como las observaciones se hacen al aire libre, faltaba saber si la resistencia de este fluido modifica las duraciones de oscilación y el isocronismo. El cálculo demuestra que si las amplitudes ó desviaciones van disminuyendo á causa de dicha resistencia, ésta no altera en nada la duración de la oscilación. Cada media oscilación descendente aumenta en duración á consecuencia de una diminución en la velocidad, pero la semi-oscilación ascendente que sigue queda reducida otro tanto por la diminución de amplitud, que procede de la resistencia misma.

El isocronismo subsiste, así como la relación entre el tiempo que dura la oscilación, la longitud del péndulo y la intensidad de la gravedad.

A decir verdad, la presencia del aire altera el movimiento del péndulo, haciendo que sea de distinto modo de como sería en el vacío. Más adelante se verá que todo cuerpo sumergido en un fluido (1) pierde cierta parte de su peso por efecto de un empuje que obra de abajo arriba, de suerte que es como si resultara disminuída la intensidad de la gravedad. Además, esta pérdida de peso no es la misma para un cuerpo en estado de movimiento que para uno en estado de reposo. Habrá, pues, que hacer una rectificación para que sean comparables las observaciones de los péndulos refiriéndolas *al vacío*, rectificación que dependerá de la densidad de la materia de que se compone el péndulo, comparada con la del aire.

Más adelante trataremos de las importantes aplicaciones que se han hecho de las leyes de las oscilaciones del péndulo á diferentes problemas de física terrestre, entre otros la determinación de la intensidad de la gravedad y de sus variaciones, la de la densidad del globo, la comprobación de las mediciones geodésicas y finalmente la del movimiento de rotación de la Tierra. En cuanto á las aplicaciones del péndulo á la medida del tiempo, serán más adelante objeto de un artículo especial.

Los antiguos y los modernos hasta la época de Galileo profesaban ideas erróneas acerca de la gravedad y de su modo de obrar, así como respecto de los fenómenos por ella ocasionados, y algunos de los cuales hemos recordado ya. Hemos visto también cómo rectificaron dichas ideas los experimentos del sabio florentino, y cómo llegó á reconocer que la desigualdad de la velocidad en la caída de los cuerpos dimanaba de la resistencia del aire. Al hacer Newton su famoso experimento de la caída de los cuerpos en el vacío confirmó aquella inducción deducida de observaciones forzosamente rudimentarias é imperfectas.

Pero en el tubo en que se puede observar el hecho de la velocidad igual de masas desiguales y de substancias muy diferentes, no es fácil que se noten con gran precisión las pequeñas desigualdades características de ciertos movimientos rapidísimos. Newton pudo solventar esta dificultad valiéndose del péndulo, para lo cual se sirvió de bolitas huecas de madera del mismo diámetro suspendiéndolas de hilos de igual longitud; luego las hizo oscilar, después de introducir en ellas pesos iguales de varias substancias, como madera, hierro, oro, vidrio, sal, etc. En tales condiciones, la resistencia que el aire opone á los movimientos de los péndulos es la misma en todas partes, y si la gravedad actuara en los cuerpos con arreglo á otra razón que la de las masas, claro es que la duración de las oscilaciones hubiera sido diferente para cada clase de péndulo. El experimento hecho por Newton demostró que el número de oscilaciones en un tiempo dado era siempre el mismo.

Al mismo Galileo debemos una de las primeras aplicaciones científicas del isocronismo de las oscilaciones del péndulo, habiéndose valido de ellas para medir pequeñas duraciones y comparar las pulsaciones de las arterias. El *pulsílogo*, nombre que dió al pequeño aparato que construyó al efecto, es, pues, muy anterior al hermoso invento de Huygens (2) del que luego hablaremos.

---

(1) Véase el cap. VI, párrafo 3, sobre el *principio de Arquímedes.*

(2) "La primera aplicación en que pensó Galileo, dice M. Bertrand, se la inspiraron sus estudios de medicina. Hacía tiempo que solia tomar el pulso á los enfermos, y aun la lengua médica era muy rica en frases y expresiones para designar el resultado de este examen, según sabemos por Moliere; mas por carecerse de instrumentos á propósito, no se medía la duración exacta de una pulsación. Entonces se le ocurrió á Ga-