

problema, Newton llegó á comparar entre sí las fuerzas centrales que retienen á cada planeta en su respectiva órbita y á hacer ver que estas fuerzas son proporcionales á las masas á que se aplican, estando en razón inversa de los cuadrados de las distancias, de suerte que varían de un planeta á otro con arreglo á la misma ley que regula la intensidad de cada uno de ellos á las diferentes distancias en que cada planeta se encuentra respecto al Sol en el curso de su revolución elíptica.

¿Qué debía deducirse de estas consecuencias de las leyes de Keplero, sino que una misma fuerza idéntica á la gravedad es la causa de todos los movimientos de los cuerpos celestes en el mundo planetario, y que esta fuerza, á la cual dió Newton el nombre de *gravitación* ó de *atracción*, se ejerce del Sol á los planetas, de éstos á los satélites, y por vía de reacción, de los satélites y de los planetas mismos al Sol?

Pero no consistía todo en formular la ley; era preciso deducir sus consecuencias y seguirla estudiando hasta en sus últimas deducciones. Obra inmensa, tarea aterradora, que aún hoy día distan mucho de haber terminado los astrónomos y geómetras. Newton se consagró con ahinco al estudio de este múltiple problema y tuvo la gloria y la fortuna de resolver muchas de sus importantísimas partes. Así lo expresa admirablemente Biot en su estudio sobre aquel gran genio.

“Tan luego como Newton hubo reconocido como verdadera una ley que por espacio de tantos años le había tenido indeciso por no parecerle rigurosamente conforme con la Naturaleza, se penetró al momento de sus más remotas consecuencias y las fué siguiendo una por una con una fuerza y una constancia y una audacia de pensamientos como no se han visto ni se verán probablemente jamás en otro mortal.

„Porque ¿habrá por ventura otro que sea ya el primero en *demostrar* verdades de esta clase? Todas las partes de la materia gravitan unas hacia otras con una fuerza proporcional á sus masas y recíproca al cuadrado de sus mutuas distancias; esta fuerza retiene á los planetas y cometas en derredor del Sol, lo mismo que á cada sistema de satélites en torno de su cuerpo primario, y en virtud de la comunicación universal de influencias que establece entre las partes materiales de todos estos cuerpos, determina la naturaleza de sus órbitas, la forma de sus masas, las oscilaciones de los fluidos que los envuelven, y sus menores movimientos, ya sea en el espacio ó bien sobre sí mismos, todo ello con arreglo á las leyes observadas. ¿Quién podrá en adelante dar la solución de cuestiones naturales más elevadas que ésta? Averiguar cuál es la masa relativa de los diferentes planetas; determinar las relaciones de los ejes de la Tierra; demostrar la causa de la precesión de los equinoccios; conocer la fuerza del Sol y de la Luna para levantar el Océano: tal fué la magnitud y la sublimidad de los asuntos que se ofrecieron á la reflexiva mente de Newton tan luego como éste hubo conocido la ley fundamental del sistema del Mundo. ¿Debemos admirarnos de que al conocerla se conmoviera hasta el punto de no poder terminar la demostración que de ella le cercioraba?... Veía realizada la idea fija de toda su vida, logrado el objeto constante de sus deseos. Desde aquel punto se entregó por completo á disfrutar los goces que le causaba aquella deliciosa contemplación. Durante los dos años que invirtió en preparar y desarrollar la inmortal obra de los *Principios de la filosofía natural*, en la que están consignados tantos y tan admirables descubrimientos, Newton no vivió sino para calcular y pensar; y si la vida de un ser sujeto á las necesidades de la humanidad puede ofrecer una ligera idea de la existencia pura de una inteligencia celeste, puede decirse que la vida del gran geómetra en aquella sazón presentó esta imagen.

CAPÍTULO V

PERTURBACIONES PLANETARIAS

I

NINGÚN CUERPO CELESTE DE NUESTRO SISTEMA SIGUE RIGUROSAMENTE LAS LEYES DE KEPLERO

Aun cuando el principio de la gravitación universal se descubriera interpretando física ó mecánicamente las leyes de Keplero, es decir, las leyes del movimiento elíptico, en realidad estas leyes no son rigurosamente las de los movimientos planetarios. Lo hemos dicho ya y conviene que insistamos en ello: los planetas no describen elipses perfectas; sus órbitas no son planas, ni las áreas trazadas por los radios vectores proporcionales á los tiempos. En una palabra, la órbita verdadera de un planeta es una curva que difiere más ó menos de la elipse teórica, y cuyos elementos, posición, forma y dimensiones varían por grados. Si imaginamos un planeta ficticio que se mueva con arreglo á las leyes del movimiento elíptico, en este caso el planeta verdadero oscilará á una y otra parte de aquél. Además, la misma órbita ficticia cambiará lenta y progresivamente. Estas oscilaciones, estas variaciones son lo que se conoce en astronomía con el nombre de *perturbaciones* ó *desigualdades*. Diremos desde luego que se las divide en dos categorías: llámase *desigualdades periódicas* á las oscilaciones del planeta verdadero alrededor del planeta ficticio, las cuales se efectúan periódicamente en espacios de tiempo no muy considerable; y *desigualdades seculares* á las variaciones que afectan á los elementos mismos de las órbitas, teniendo éstas períodos de extraordinaria duración. Daremos algunos ejemplos de unas y otras, y así se comprenderá mejor la razón de estas diferentes denominaciones.

Puesto que existen tales anomalías, puesto que el enunciado de las leyes de Keplero está sujeto á las restricciones de que acabamos de hablar, ¿consistirá en que la ley de la gravitación es tan sólo una ley aproximada? Esto sería inferir una grave ofensa á la teoría.

No, no es así. El movimiento elíptico es una hipótesis, y una abstracción, por decirlo así, la que se realizaría si no hubiera en el espacio más que el Sol y un planeta, porque la gravitación se ejerce entre todos los cuerpos del sistema planetario, lo mismo del Sol á cualquier planeta que de este planeta al Sol, ó que de un planeta aislado á todos los demás; en una palabra, porque las atracciones de todos los cuerpos del sistema son universales y recíprocas.

Tan luego como un tercer cuerpo, una tercera masa interpone su acción, agrega su influencia á las influencias de los dos primeros, el movimiento se complica al punto; cada uno de los cuerpos es un perturbador del movimiento de los otros, y esta acción cambia á cada instante en razón de las variaciones que introduce el movimiento en las posiciones respectivas y en las distancias, en razón de las magnitudes de las masas puestas frente á frente. El problema que consiste en determinar con todo rigor, matemáticamente, los movimientos de los tres astros así enlazados, lo que se llama en astronomía

problema de los tres cuerpos, es una cuestión de mecánica racional, de análisis matemática, que todavía no está resuelta, ni lo estará probablemente jamás. Pero debemos agregar que las soluciones aproximadas que han logrado darle los esfuerzos de los geómetras bastan y aun sobran para satisfacer las necesidades actuales de la ciencia.

Además del Sol hay en nuestro sistema ocho grandes planetas, un crecido número de otros más pequeños y seguramente algunas masas desconocidas. Cada uno de ellos es un planeta perturbador respecto de los otros, de lo cual resulta la inmensa complejidad de la mecánica celeste, aun cuando se la limite al estudio del movimiento de los astros que pueblan nuestro mundo.

Lo que nos interesa comprender en este momento es que las perturbaciones lejos de estar en contradicción con la ley física descubierta por Newton, son por el contrario su más brillante confirmación. Todas las desigualdades periódicas ó seculares se explican si se admite la universalidad de la ley, pero sin ella son inexplicables. Esto es lo que resulta de los trabajos que el mismo Newton fué el primero en bosquejar, y que sus sucesores los Euler, d'Alembert, Lagrange, Laplace, Le Verrier, Hansen, Delaunay, etc., han llevado á tal grado de perfección que es imposible la duda.

Procuraremos dar una idea del vínculo que une las perturbaciones de los cuerpos á su causa, esto es, á la gravitación. Empresa temeraria sería tratar de hacer demostraciones rigurosas en un asunto en que apenas bastan todos los recursos de la geometría ó del análisis; pero quizás logremos demostrar al menos la posibilidad de la solución de tan grandes problemas.

II

LAS DESIGUALDADES SEculares EN LOS MOVIMIENTOS DE LOS PLANETAS

Laplace clasifica en tres categorías principales los fenómenos en que se manifiesta la acción de la gravitación.

La primera clase comprende todos los que dependen solamente de la tendencia que tienen los cuerpos celestes á aproximarse. Siendo la forma de todos los astros del sistema planetario parecida á la de una esfera, queda demostrado que actúan unos sobre otros, del propio modo que si las masas de las moléculas que los componen estuvieran condensadas en un punto, en su centro de figura. Los movimientos elípticos de los planetas, los de sus satélites, experimentan de esta suerte perturbaciones recíprocas, independientes de la forma así como de las dimensiones de los astros; siendo las desigualdades llamadas periódicas ó seculares fenómenos de esta primera clase.

Laplace coloca en la segunda á los que consisten en la tendencia de las moléculas de los cuerpos atraídos á reunirse con los centros de los cuerpos atrayentes. En este caso, la forma y las dimensiones del cuerpo atraído ejercen una influencia preponderante en las circunstancias del fenómeno. Tomemos las mareas por ejemplo de esta segunda categoría de fenómenos: dependen aquéllas efectivamente de la acción de la masa de la Luna y de la del Sol sobre las moléculas fluidas que constituyen el Océano terrestre, acción cuyos efectos se combinan con el movimiento de rotación de nuestro globo. Podemos citar otro ejemplo, el de la precesión de los equinoccios, que es un fenómeno producido por la acción de las masas del Sol y de la Luna sobre las moléculas del rehinchimiento ó dilatación ecuatorial: la precesión depende, pues, esencialmente de la forma aplanada de la Tierra y está ligada á la rotación de toda su masa: es una perturbación que afecta al movimiento de rotación del globo terráqueo.

Por último, en la tercera categoría están comprendidos los fenómenos que producen la acción gravítica de las moléculas de los cuerpos atrayentes sobre los centros de los cuerpos atraídos: tales son las desigualdades del movimiento de la Luna engendradas por la forma aplanada de la Tierra; y los fenómenos que resultan de la acción de las moléculas de los cuerpos atrayentes sobre sus propias moléculas, la variación de la gravedad en la superficie de la Tierra y la figura misma de nuestro globo son fenómenos de esta clase, fenómenos que ya hemos descrito y analizado en parte en cuanto dependen de la gravedad terrestre.

Réstanos ahora escoger algunos de los más notables en cada una de estas tres clases, de los más á propósito para patentizar las relaciones de causa á efecto que los caracterizan y los ligan á la gravitación, así como de los más interesantes para la física de nuestro propio planeta. Tan sólo diremos una palabra de las desigualdades que afectan á los movimientos elípticos y nos detendremos algo más al tratar de las desigualdades seculares.

Las excentricidades de las órbitas planetarias varían, pero los períodos de estas variaciones son extraordinariamente prolongados; así es que, por lo que respecta á nuestra Tierra, la elipse que describe alrededor del Sol es unas veces más y otras menos alongada á una y otra parte de una excentricidad media: esta perturbación reconoce por causa principal la acción de los planetas Júpiter y Saturno y también de Venus y Marte.

Las inclinaciones varían: los nodos, es decir, los puntos en que cada órbita planetaria corta el plano de la eclíptica varían también, como asimismo los perihelios ó vértices de los ejes mayores más cercanos al foco común. Únicamente son invariables dos elementos enlazados uno á otro, como es sabido, por la tercera ley de Keplero, es decir, las distancias medias al Sol y los períodos de revolución (podemos decir también los movimientos medios).

Así pues, en la sucesión indefinida de los siglos, cada planeta se mueve en una órbita que cambia de forma, ora dilatándose y acercándose á la forma circular, ora contrayéndose y adquiriéndola más oval; siendo la elipse más alongada ó más excéntrica, pero sin que varíe la dimensión del eje mayor; la distancia media cambia, pero las extremas varían circunscritas á límites definidos. Los planos mismos de estas órbitas oscilan y se desvían en el espacio, y las direcciones de los ejes mayores cambian con lentitud.

Pero, cosa digna de notarse, como esas lentas variaciones no son continuas, como oscilan entre máximas y mínimas que por lo general no son de gran amplitud (1), pue-

(1) Citemos algunos ejemplos de las desigualdades seculares de los principales planetas. He aquí, según Le Verrier, los valores de las excentricidades y de las inclinaciones en 1800, como también los límites superiores á que podrán llegar los mismos elementos en la sucesión de los siglos:

Planetas	Excentricidades en 1800	Inclinaciones sobre la eclipt. en 1800	Límites superiores	
			de las excentricidades	de las inclinaciones
Mercurio. . . .	0.205616	7° 0' 5.9	0.225646	9° 16' 54''
Venus.	0.006862	3 23 28.5	0.086716	5 18 30
La Tierra. . . .	0.016792	0 0 0	0.077747	4 51 42
Marte.	0.093217	1 51 6.2	0.142243	7 9 10
Júpiter.	0.048162	1 18 51.6	0.061548	2 0 48
Saturno.	0.056150	2 29 35.9	0.084919	2 32 39
Urano.	0.046611	0 46 28.0	0.064666	2 33 18

Las desigualdades seculares no tienen períodos fijos; mas para dar una idea de la extraordinaria lentitud con que se efectúan, digamos que la excentricidad de la órbita de la Tierra ha tenido su último máximum

dese deducir de ello que el sistema planetario está dotado de una estabilidad, por decirlo así, indefinida, estabilidad que tan extensiva es al sistema de los satélites como al de los planetas. Según Laplace, la atracción preponderante de la masa del Sol es la que mantiene el conjunto del sistema de los planetas y asegura la regularidad de sus movimientos; así también la poderosa acción de los grandes planetas sobre sus satélites es la causa de la estabilidad de estos sistemas secundarios.

“Si llegara á cesar la acción de Júpiter, dice, sus satélites, que se mueven en torno suyo con orden admirable, se dispersarían al punto, para describir los unos elipses muy alargadas alrededor del Sol, y alejándose indefinidamente los otros en órbitas hiperbólicas.”

III

LA PRECESIÓN DE LOS EQUINOCCIOS. — DESCRIPCIÓN DEL FENÓMENO. — NUTACIÓN

La precesión es un fenómeno astronómico ya conocido unos dos siglos antes de nuestra era; Hiparco, que observaba hace 2,000 años en Alejandría, fué el primer astrónomo que hizo mención de este movimiento,

que hace retrogradar algo más de $50''$ cada año los puntos equinocciales, aumenta progresivamente otro tanto las longitudes de las estrellas contadas á partir de un equinoccio considerado como fijo y establece una diferencia de duración entre el año trópico y el año sidéreo, confundidos hasta entonces.

Antes de demostrar la relación que existe entre este fenómeno y la gravitación, de la cual es consecuencia necesaria, como lo probó Newton, describámosle tan claramente como nos sea posible.

Sábese que las longitudes son una de las coordenadas celestes que fijan las posiciones de los astros con relación al plano de la eclíptica ó de la órbita de la Tierra. Cuéntanse á partir de

un punto llamado *punto vernal*, que no es otro sino el punto equinoccial de primavera, posición ocupada por el centro de la Tierra cuando el plano de su ecuador llega á pasar en cada revolución por el centro del Sol.

Si este origen de las longitudes, que es también el de las ascensiones rectas, permaneciese fijo, las longitudes celestes serían invariables. Pero no sucede así, y según hemos dicho, el astrónomo Hiparco fué el primero que descubrió sus variaciones. Al comparar la longitud de la Espiga, estrella de primera magnitud de la constelación de la Virgen, tal cual resultaba de sus propias observaciones, con la que daban las hechas siglo y medio antes por Timocaris, halló Hiparco un aumento de más de dos grados,

hace 210,065 años, y que continuará decreciendo por espacio de unos 24,000. Otro ejemplo: el movimiento del perihelio de Saturno requiere 60,000 años para efectuar una revolución completa: el de la retrogradación de los nodos de Mercurio tiene un período que no baja de 2,700,000 años!

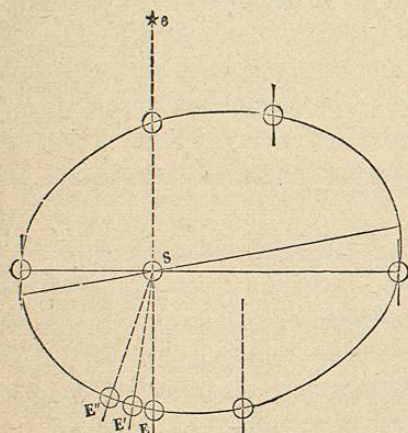


Fig. 126.—Retrogradación de los puntos equinocciales

resultado que también le dieron otras estrellas; pero las distancias de las mismas estrellas al polo de la eclíptica, ó latitudes celestes, habían subsistido invariables. Las observaciones ulteriores contribuyeron á confirmar este aumento lento y progresivo de las longitudes celestes, que podían explicarse, ora por una retrogradación del origen de las coordenadas ó de los puntos equinocciales, ó bien por un movimiento directo de la esfera estrellada alrededor del eje de la eclíptica. De todos modos resultaba que la vuelta del Sol al mismo equinoccio tenía efecto antes que su regreso á la estrella con la cual coincidía en el punto de partida. Por esto se dió al fenómeno el nombre de *precesión de los equinoccios*. Resultaba de él asimismo que el año trópico, es decir, el año definido como el intervalo comprendido entre los equinoccios, de primavera por ejem-

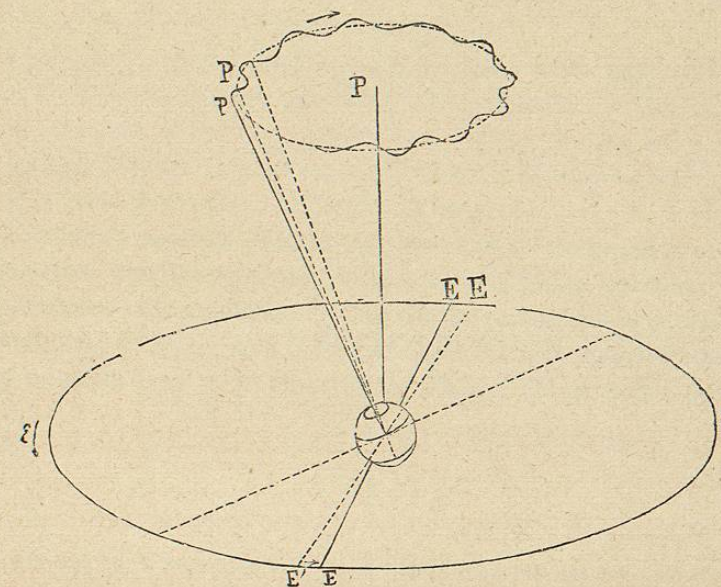


Fig. 127.—Movimiento cónico de la Tierra alrededor del polo de la eclíptica

plo, era de menor duración que el año *sidéreo*, ó sea el intervalo comprendido entre dos pasos sucesivos del Sol por una misma estrella.

Pero ¿cómo representarse el movimiento mismo? Por este concepto no se pueden hacer más que dos hipótesis: la una consiste en admitir que el plano del ecuador terrestre se desvía lentamente, de modo que su intersección con el plano de la eclíptica (línea de los equinoccios) retrograda $50\frac{1}{3}''$ en un año; la segunda en suponer que, permaneciendo inmóvil el ecuador, es la esfera estrellada entera la que gira con movimiento directo alrededor del eje de la eclíptica. Como para los antiguos astrónomos, que consideraban inmóvil á la Tierra, la segunda hipótesis, que es la falsa, era la única admisible, la adoptaron como buena hasta los tiempos de Copérnico. Ahora se sabe que la primera es la verdadera, y que la precesión de los equinoccios reconoce por causa el movimiento del plano del ecuador sobre la eclíptica, que describe de este modo, en un período de 26,000 años, un cono de revolución que tiene por eje el de la eclíptica (fig. 127). También se puede definir este fenómeno diciendo que el eje de rotación de la Tierra gira alrededor del eje de la eclíptica, conservando una inclinación constante sobre el plano de la órbita.

Antes de exponer la teoría mecánica de la precesión, acabemos de indicar algunas

de sus consecuencias astronómicas, pues consideradas desde el punto de vista terrestre son de bastante importancia para que fijemos en ellas un momento la atención.

Puesto que el eje de rotación de la Tierra en torno del cual parece efectuarse el movimiento diurno de las estrellas se desvía de año en año, otro tanto sucede con los polos, que no coinciden ya con los mismos astros que en otro tiempo. Así es que el polo celeste boreal que desde remota fecha va acercándose á la estrella de la Osa menor, llamada *polar* á causa de su proximidad, continuará por espacio de 240 años acercándose á dicha estrella, y siendo hoy de $1^{\circ} 20'$ la distancia que de ella lo separa, entonces

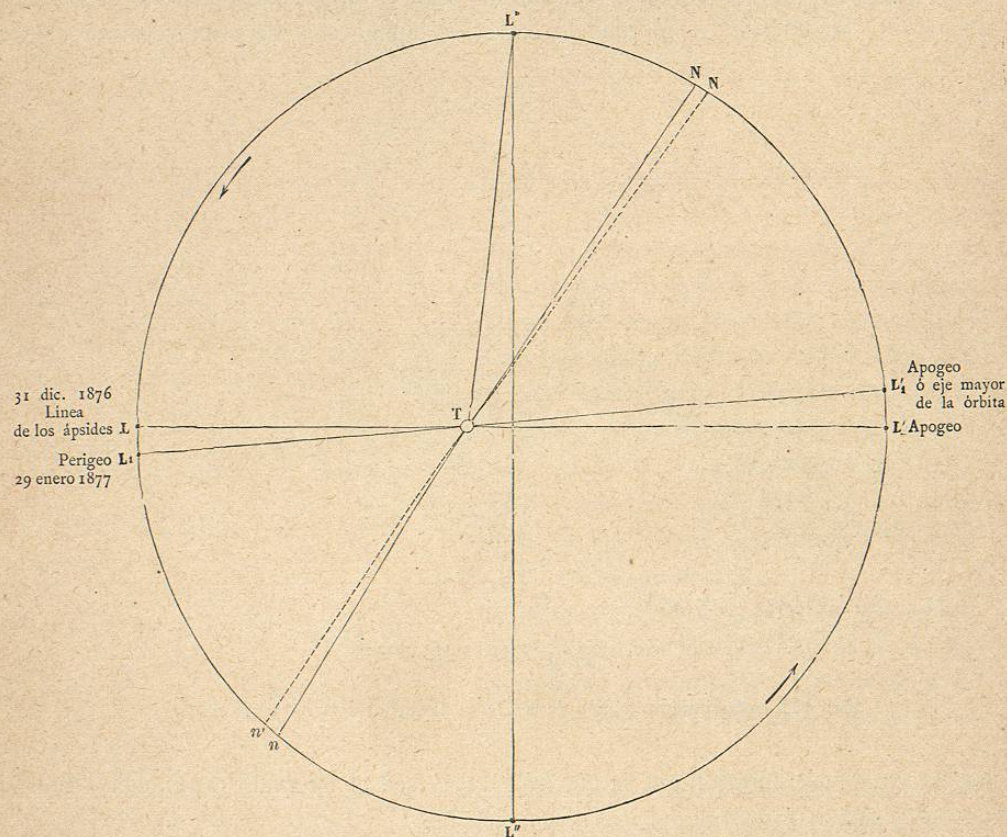


Fig. 128.—Retrogradación de los nodos de la Luna y movimiento del perigeo: LL, movimiento directo del perigeo; nn' NN', movimiento retrógrado de los nodos en el intervalo de una revolución lunar

no será más que de medio grado (fig. 127). Luego se alejará el polo más y más, pasará por la constelación de Cefeo, después por la del Cisne, y al cabo de 13,000 años resultará que ha descrito una semirrevolución; estará en la Lira, casi á 47 grados de nuestra estrella polar actual. Dentro de 12,000 años será la estrella Vega la que por su brillo ha de hacer las veces de estrella polar, aun cuando su distancia al polo boreal sea casi cuádruple de la que hoy la separa de *alfa* de la Osa menor.

Otro de los efectos de la precesión de los equinoccios consiste en el cambio que se efectúa lentamente en las apariencias del cielo estrellado en las mismas épocas del año trópico, es decir, según las estaciones. Por ejemplo, al llegar el Sol en tiempo de Hiparco al equinoccio de primavera, estaba en la constelación de Aries; hoy, en la misma época del año, está á 27 grados de distancia, ó sea en los Peces. Las constelaciones que desfilan por el cielo durante el curso del año se han desviado del mismo modo. Por esta

razón los signos del Zodíaco, cuyas denominaciones antiguas concordaban con las de las constelaciones eclípticas, no están ya hoy en relación con ellas; cada uno de ellos ocupa ahora en la bóveda estrellada poco más ó menos el sitio que ocupaba el signo precedente en la época de Hiparco.

Por una razón semejante, las estrellas visibles en el horizonte de un lugar determinado no son idénticamente las mismas; los círculos de perpetua ocultación y de perpetua aparición cambian con el polo, su centro común, y al paso que ciertas estrellas que no aparecían jamás en el horizonte se hacen visibles, otras desaparecen.

Así pues, la precesión de los equinoccios, tal cual la hemos definido, consiste en una desviación progresiva del plano del ecuador sobre el plano de la eclíptica considerado como fijo, sin que varíe la inclinación del primero sobre el segundo: en una palabra, supónese así que la inclinación de la eclíptica es invariable.

Pero, á decir verdad, la oblicuidad está sujeta á variaciones periódicas, á oscilaciones, cuya duración es precisamente igual á la de la desigualdad lunar que afecta á los nodos. Bradley descubrió en el siglo pasado estas variaciones que hasta entonces habían pasado inadvertidas de los astrónomos, y reconoció la coincidencia de los dos períodos, habiendo dado al fenómeno el nombre de *nutación*.

Se puede definir la *nutación* diciendo que el eje de la Tierra, además de su movimiento de precesión, describe alrededor de una posición media pequeñas elipses cuyo eje mayor es de unos $18''$, resultando de aquí ciertas variaciones en la oblicuidad de la eclíptica que llegan á $9'',65$ en más ó en menos de su valor medio. El período de la nutación, de duración igual á la de la retrogradación de los nodos de la Luna, es de 18 años $\frac{2}{3}$.

IV

CAUSAS FÍSICAS DE LA PRECESIÓN Y DE LA NUTACIÓN. — ACCIÓN DEL SOL Y DE LA LUNA EN LA DILATACIÓN ECUATORIAL

Descritos ya los dos fenómenos de la precesión y la nutación, restaba averiguar su causa física ó mecánica, empresa más delicada y difícil. Newton primero, y después d'Alembert y Laplace, enunciaron su teoría. Estos grandes geómetras demostraron que la atracción que ejercen el Sol y la Luna en el ensanchamiento ecuatorial del esferoide terrestre, basta para explicar entrambos fenómenos y todas las variaciones consignadas por las observaciones astronómicas. Si bien no nos es posible exponer, siquiera de un modo elemental, la teoría, trataremos, según hemos dicho ya, de hacer ver cómo interviene la gravitación para producir en la rotación terrestre las perturbaciones susodichas.

Supongamos ante todo á la Tierra rigurosamente esférica y formada de capas concéntricas homogéneas, de suerte que toda la materia de que se compone esté repartida con uniformidad alrededor de su centro. En esta hipótesis, la acción ejercida sobre sus moléculas por la masa de un astro cualquiera, por la del Sol, de la Luna ó la de un planeta, no podría modificar en lo más mínimo el movimiento de rotación de la esfera terrestre. Todas las acciones del astro sobre las moléculas se distribuirían en grupos simétricos colocados con relación á la línea de los centros: habría una sola resultante que pasaría por el centro de gravedad. El movimiento de este centro en el espacio, y no el de rotación, sería el que sufriera toda la influencia de dicho astro.