Les seules hypothèses que l'expérience nous a conduits à faire sur la constitution de la matière contiennent en germe la théorie complète de ses propriétés. Si les mouvements moléculaires, dont nous avons admis l'existence, nous échappent individuellement par suite de leur extrême petitesse, ils affectent nos sens d'une autre manière, par suite de leur grand nombre et de leur accumulation. Transmis par l'éther, milieu où nagent toutes les molécules, comme des flotteurs dans la mer, ils nous font éprouver, suivant leur amplitude ou leur vitesse, la sensation de *chaleur* ou la sensation de *lumière*. Ce sont eux également qui produisent vraisemblablement — mais sous une forme qui n'a pas encore été découverte — les phénomènes si curieux et si variés de l'*Électricité* et du *Magnétisme*. C'est à eux enfin qu'il faut rapporter les attractions qui paraissent s'exercer entre tous les corps, soit aux distances infiniment petites des molécules, sous le nom de *Forces moléculaires*, soit aux distances infiniment grandes des astres, sous le nom de *Pesanteur* et de *Gravitation universelle*.

22. **Divisions de la physique.** — L'objet final de la Physique étant « la matière en mouvement », l'enseignement de la Physique doit débuter par la science abstraite du mouvement, c'est-à-dire par la *Mécanique*. Nous commencerons donc par exposer les notions fondamentales de cette science, en renvoyant pour les détails aux ouvrages spéciaux. Conformément à l'esprit du programme d'admission à l'École Polytechnique, nous appliquerons tout d'abord les principes de la Mécanique à l'étude du mouvement des corps pesants (*Pesanteur*) et à celle de l'équilibre des liquides (*Hydrostatique*) et des gaz (*Pneumatique*), soumis à l'action de la *pesanteur*. L'*Acoustique*, ou science du son, nous fournira ensuite un premier exemple très net de mouvements vibratoires de la matière qui engendrent des phénomènes physiques et des phénomènes physiologiques. L'étude de ces vibrations sonores, qu'on peut aisément rendre accessibles aux sens, nous conduira logiquement à l'étude des vibrations lumineuses (*Lumière*) et des vibrations calorifiques (*Chaleur*), qu'on ne peut ni voir, ni toucher d'aucune manière et dont l'existence ne nous est démontrée que par le raisonnement. Nous exposerons ensuite les faits fondamentaux du *Magnétisme* et de l'*Électricité*, sciences nouvelles, ou plutôt renouvelées depuis peu, qu'on ne peut encore rattacher naturellement aux autres parties de la Physique que par la loi de la *Conservation de l'énergie*, principe fondamental de la Mécanique moderne. De plus, après l'étude de la Pesanteur, qui nous aura familiarisés avec les phénomènes physiques, nous intercalerons l'exposé du *Système de mesures*, dites *absolues*, récemment établi

par un Congrès international de physiciens, ainsi que la description des principaux instruments de mesure, dits *Instruments de précision*, employés en physique. Enfin, après la *Pneumatique* nous exposerons les faits principaux de l'*Hydrodynamique* (écoulement des liquides) et de la *Capillarité*, ceux-ci comme une sorte d'exception et ceux-là comme un appendice aux conditions d'équilibre des fluides pesants. Quelques notions de *Météorologie* (science des phénomènes atmosphériques) termineront ce traité.

CHAPITRE III

MÉCANIQUE

NOTIONS DE CINÉMATIQUE.

23. **Divisions de la mécanique.** — La *Mécanique* a pour objet l'étude du mouvement et des causes du mouvement. On appelle *forces* toutes les causes de mouvement, quelles qu'en soient la nature et l'origine.

Le mouvement et les forces sont des phénomènes physiques. C'est donc dans la nature, et non dans l'imagination, qu'il faut chercher les lois fondamentales de la mécanique ; c'est par l'observation, aidée de l'induction, et non par le raisonnement seul, qu'on a pu les découvrir. Mais, ces principes une fois posés, toute la science s'en déduit par l'application rigoureuse de la méthode géométrique. C'est donc à juste titre qu'on considère la mécanique comme une branche des sciences mathématiques : on lui donne le nom de *Mécanique rationnelle*, pour la distinguer de la *Mécanique céleste* et de la *Mécanique appliquée* ou *Mécanique industrielle*, qui sont des applications de la science pure soit au mouvement des astres, soit au fonctionnement des machines. C'est de cette dernière application qu'on a tiré le nom de la science tout entière (de μηχανή, machine).

La Mécanique rationnelle se subdivise ordinairement en deux parties. Dans l'une, la *Cinématique* (de κίνημα, mouvement), on étudie tout d'abord le mouvement *en soi*, à un point de vue purement abstrait et géométrique, sans se préoccuper des forces qui le produisent. La Cinématique est donc une sorte de géométrie du mouvement, qui joint à l'*idée d'espace*, seule base de la géométrie, l'*idée de temps*, corrélative de la notion de mouvement.

L'autre partie de la Mécanique rationnelle comprend l'étude des forces, qu'on considère successivement à l'état d'équilibre (*Statique*, de στατική, équilibre), puis à l'état d'action (*Dynamique*, de δύναμις, puissance).

24. **Définitions préliminaires.** — *Vitesse.* — La notion de mouvement, qui implique celles d'espace et de temps, s'acquiert par la vue d'un objet quelconque qui se déplace, par exemple un corps pesant qui tombe, un projectile qui traverse l'atmosphère, un train de chemin de fer qui passe. On acquiert du même coup la notion de *vitesse*, qui comprend celle d'une vitesse *plus ou moins grande*, d'une *vitesse constante* et d'une *vitesse variable*. On observe ces divers cas de vitesse dans les allures successives que prend un train, au départ d'une station, ou bien à l'arrivée, ou bien, à une certaine distance, dans l'intervalle de deux stations.

Mobile. — On appelle *mobile* tout corps qui est en mouvement.

Point matériel. — Une seule propriété des corps intervient dans l'étude de leur mouvement: c'est l'inertie. Il est commode de supprimer par la pensée toutes les autres, même l'étendue. On ne considère donc que des mobiles sans étendue, c'est-à-dire réduits aux dimensions d'un point géométrique, n'ayant d'autre propriété que d'être *inertes*, c'est-à-dire de résister au mouvement, à des degrés divers, caractérisés par leurs masses : c'est ce qu'on appelle des *points matériels*. Les résultats trouvés pour un point matériel unique pourront être étendus à un mobile de dimensions finies, car on peut considérer un corps quelconque comme un système de points matériels.

Trajectoire. — Le lieu des points géométriques que le mobile occupe successivement dans l'espace s'appelle sa *trajectoire*.

Le mobile étant un point géométrique, sa trajectoire est une ligne géométrique. Suivant que cette ligne est droite ou courbe, on dit que le mouvement est *rectiligne* ou *curviligne*.

25. **Mouvement uniforme.** — 1° *Définition.* — On appelle *mouvement uniforme* celui dans lequel un mobile parcourt des espaces égaux dans des temps égaux, quelque petits que soient ces temps. Le mot *espace* prend ici le sens restreint de *chemin parcouru sur la trajectoire*, ou de *portion de trajectoire*.

Suivant que la trajectoire est rectiligne ou curviligne, le mouvement uniforme est lui-même un mouvement rectiligne ou curviligne.

Ce mouvement est le plus simple qu'on puisse imaginer, mais il est le plus difficile à réaliser dans la pratique et le plus rare dans la nature.

2° *Vitesse.* — On mesure la *vitesse* par l'espace parcouru pendant l'unité de temps. Si l'on prend, comme d'habitude, le mètre pour unité de longueur et la seconde pour unité de temps, on exprimera la vitesse en *mètres par seconde*. On dira, par exemple, que la Terre tourne sur elle-même (mouvement diurne) avec une vitesse *de* 463 *mètres par seconde* pour un point de l'équateur; ou bien l'on dira que *la vitesse du mouvement curviligne uniforme* d'un point de l'équateur terrestre *est de* 463 *mètres par seconde*.

3° *Lois du mouvement.* — Il résulte de cette définition que, dans le mouvement uniforme, la vitesse est constante. Par suite, l'espace parcouru par le mobile au bout de 2, 3, 4.... secondes sera égal à 2, 3, 4.... fois la vitesse : d'où ces lois du mouvement uniforme : 1° Loi des vitesses : *La vitesse est constante.* 2° Loi des espaces : *Les espaces parcourus sont proportionnels aux temps employés à les parcourir.*

4° *Équations du mouvement.* — On appelle *origine des espaces* un point pris sur la trajectoire, à partir duquel on compte les espaces parcourus par le mobile. On appelle *origine du temps* l'instant à partir duquel on compte la durée du mouvement.

Si l'on désigne par v la vitesse d'un mouvement uniforme, et si le mobile parcourt un nombre de mètres par seconde égal à a, la première loi du mouvement s'exprime par la relation simple [1] $v = a$. Elle est indépendante du temps.

Si l'origine des espaces coïncide avec l'origine du temps, c'est-à-dire si l'on compte la durée du mouvement à partir de l'instant où le mobile passe au point O, origine des espaces (fig. 1, trajectoire OX), la loi des espaces s'exprimera par la relation [2] $e = at$, e désignant l'espace parcouru au bout de t secondes. Mais si, à l'origine du temps, le mobile avait déjà parcouru l'espace $OO_1 = e_0$ (fig. 1, trajectoire OY), la loi des espaces s'exprimera par la relation [2′] $e = e_0 + at$. L'une et l'autre des relations [2] et [2′] sont dépendantes du temps; ce sont, comme on dit en algèbre, des *fonctions du temps*.

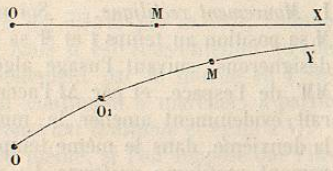

Fig. 1.

Les relations [1] et [2] s'appellent les *équations du mouvement*. La première est l'*équation des vitesses*, l'une ou l'autre des suivantes est l'*équation des espaces*. Un mouvement uniforme, et en général un mouvement quelconque, est complètement déterminé

quand on connaît la trajectoire du mobile et les équations du mouvement.

Remarque. — On tire des équations [2] et [2'], soit $v = \frac{e}{t}$, soit $v = \frac{e - e_0}{t}$.

On peut donc dire que, dans le mouvement uniforme, *la vitesse est le rapport de l'espace parcouru au temps employé à le parcourir*, ou bien *le rapport de l'accroissement de l'espace à l'accroissement du temps*. Par suite, on peut déduire l'équation de la vitesse de l'équation de l'espace. Une seule de ces équations suffit donc pour déterminer le mouvement, quand on connaît la trajectoire.

26. **Mouvement varié.** — 1° *Définition.* — Le *mouvement varié* est celui dans lequel un mobile parcourt en des temps égaux des espaces inégaux. Le mouvement varié peut être *rectiligne* ou *curviligne*.

Un pareil mouvement peut être varié d'une infinité de manières. Il est défini dans chaque cas par la trajectoire du mobile et par l'équation des espaces. Cette équation n'est plus, comme précédemment, du premier degré : elle est plus ou moins compliquée. Par exemple l'équation $e = at^2 + bt + c$ définit le mouvement varié d'un point matériel se mouvant sur la trajectoire rectiligne OX (fig. 2).

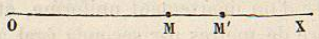

Fig. 2.

2° *Vitesse moyenne pendant un intervalle de temps donné.* — I. *Mouvement rectiligne.* — Soient OX la trajectoire du mobile, M sa position au temps t et M' sa position au temps $t + \Delta t$. (Nous désignerons, suivant l'usage algébrique, par Δe l'accroissement MM' de l'espace, et par Δt l'accroissement du temps.) On pourrait évidemment amener le mobile de la première position à la deuxième, dans le même temps Δt, en lui imprimant un mouvement rectiligne *uniforme*. La vitesse de ce mouvement virtuel serait donnée par l'équation

$$V_m = \frac{\Delta e}{\Delta t},$$

et elle s'exprimerait en mètres par seconde. Ce rapport $\frac{\Delta e}{\Delta t}$ est ce qu'on appelle la *vitesse moyenne* du mouvement varié *pendant l'intervalle de temps* Δt *qui succède à l'instant* t.

Remarquons que cette vitesse V_m dépend à la fois de l'intervalle

de temps Δt et de l'époque t à partir de laquelle on le compte.

II. *Mouvement curviligne.* — Soit un mobile parcourant la courbe MM' avec une vitesse variable (fig. 3). Si M est sa position au temps t et M' sa position au temps $t + \Delta t$, on pourrait amener le mobile de la première position à la deuxième en lui imprimant un mouvement rectiligne et uniforme suivant la corde MM'. La vitesse de ce mouvement virtuel serait $\frac{\text{corde MM'}}{\Delta t}$. Ce quotient est ce qu'on appelle la *vitesse moyenne du mobile pendant l'intervalle de temps* Δt *qui succède à l'instant* t. On voit que cette vitesse moyenne ne dépend pas du chemin réellement parcouru par le mobile, mais seulement de la distance des points de départ et d'arrivée.

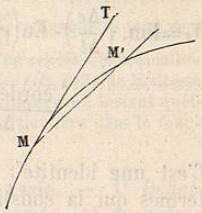

Fig. 3.

3° *Vitesse à un instant* t *quelconque.* — I. *Mouvement rectiligne.* — Si l'on suppose que l'intervalle de temps Δt diminue indéfiniment et tende vers zéro, l'accroissement d'espace MM' (fig. 2) tend simultanément vers zéro; mais le rapport $\frac{\Delta e}{\Delta t}$, c'est-à-dire la vitesse moyenne, tend généralement vers une limite déterminée. c'est la valeur de cette limite qu'on appelle *vitesse* du mouvement varié *à l'instant* t. On a donc

$$V_t = \lim. \left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right).$$

Cette vitesse s'exprime encore en *mètres par seconde*, comme dans le mouvement uniforme; mais il est sous-entendu qu'elle ne désigne pas le trajet fait réellement par le mobile en 1 seconde, mais *celui qu'il ferait* s'il continuait à marcher, à partir de l'instant t, *avec une vitesse demeurant constante* et égale à V_t.

II. *Mouvement curviligne.* — De même, si l'on suppose que l'intervalle de temps Δt diminue indéfiniment et tende vers zéro, le point M' se rapproche indéfiniment du point M (fig. 3) et la corde MM' tend simultanément vers zéro : mais, en général, le rapport $\frac{\text{corde MM'}}{\Delta t}$ tendra vers une limite qu'on appelle *vitesse à l'instant* t. La direction de la vitesse moyenne était celle de la corde MM'; la limite de cette direction est aussi la direction de la vitesse à l'instant t : or on sait que la direction de la corde MM' a pour limite la tangente en M à la courbe.

On a donc $V_t = \lim. \left(\frac{\text{corde } MM'}{\Delta t}\right)$, et cette vitesse est dirigée suivant la tangente en M à la trajectoire curviligne.

Remarque. — On peut d'ailleurs donner à cette vitesse V_t la même expression que dans le mouvement rectiligne, à savoir $V_t = \lim. \left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right)$. En effet, on peut écrire l'égalité

$$\frac{\text{corde } MM'}{\Delta t} = \frac{\text{arc } MM'}{\Delta t} \times \frac{\text{corde } MM'}{\text{arc } MM'}.$$

C'est une identité : elle subsiste, quelque petits que soient les termes qui la constituent; elle existe donc encore à la limite, lorsque Δt tend vers zéro. On a donc

$$\lim. \left(\frac{\text{corde } MM'}{\Delta t}\right) = \lim. \left(\frac{\text{arc } MM'}{\Delta t}\right) \times \lim. \left(\frac{\text{corde } MM'}{\text{arc } MM'}\right).$$

Le premier membre est égal à V_t; le deuxième facteur du second membre est égal à l'unité (d'après un théorème de trigonométrie bien connu). On a donc également

$$V = \lim. \left(\frac{\text{arc } MM'}{\Delta t}\right), \text{ c'est-à-dire} = \lim. \left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right),$$

et cette vitesse est dirigée suivant la tangente en M.

4° *Calcul de* V_t. — Ce calcul se fait de la même manière, dans le cas d'un mouvement varié rectiligne et dans celui d'un mouvement varié curviligne, puisqu'on a dans les deux cas

$$V_t = \lim. \left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right).$$

Supposons que l'équation des espaces soit de la forme donnée ci-dessus (26, 1°) :

$$e = at^2 + bt + c.$$

Le second membre est une fonction du second degré en t, où a, b et c sont des coefficients constants. A l'instant t, l'espace parcouru est donné par l'égalité $e = at^2 + bt + c$. A l'instant t' ($t' = t + \Delta t$), l'espace e' ($e' = e + \Delta e$) est donné par $e' = at'^2 + bt' + c$. En retranchant membre à membre ces deux égalités, il vient

$$e' - e \quad \text{ou} \quad \Delta e = a(t'^2 - t^2) + b(t' - t).$$

En divisant les deux membres par $t' - t$ ou Δt, on a

$$\frac{\Delta e}{\Delta t} = a(t' + t) + b = a(2t + \Delta t) + b.$$

Si l'on fait tendre Δt vers zéro, le premier membre tend vers V_t, et l'on a, à la limite,

$$V_t = 2at + b.$$

On voit que la fonction $2at + b$ est précisément ce qu'on appelle en algèbre la *dérivée première* de la fonction $at^2 + bt + c$. Cela est général : c'est une conséquence de la définition même de V_t. En effet, si l'espace e est représenté par une fonction du temps quelconque $f(t)$, on sait que $\lim. \left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right)$ (lorsque Δt tend vers zéro) est, par définition, la dérivée première de $f(t)$, qu'on représente ordinairement par $f'(t)$. Si donc l'équation du mouvement est $e = f(t)$, celle de la vitesse sera $V_t = f'(t)$. Pour avoir la valeur numérique de la vitesse à un instant quelconque t, il suffira de donner au temps cette valeur particulière dans la fonction $f'(t)$.

27. Mouvement rectiligne uniformément varié. — 1° *Définition.* — Le plus simple des mouvements variés, et en même temps le plus intéressant dans la pratique, est le *mouvement rectiligne uniformément varié.* On dit qu'un mouvement rectiligne est uniformément varié, lorsque la vitesse *croît* ou *décroît* de quantités égales dans des temps égaux, quelque petits qu'ils soient.

Dans le premier cas, le mouvement est *uniformément accéléré :* tel est celui d'un corps qui tombe, abstraction faite de la résistance de l'air. Dans le second, il est *uniformément retardé :* tel est le mouvement d'une pierre lancée verticalement de bas en haut.

La quantité, positive ou négative, dont la vitesse varie dans l'unité de temps, s'appelle *accélération.*

2° *Vitesse.* — On doit la définir de la même manière que dans un mouvement varié quelconque : c'est la limite de $\left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right)$ quand Δt tend vers zéro.

Si l'on connaissait la fonction du temps qui représente l'espace parcouru au bout du temps t, on calculerait par la méthode générale $\lim. \left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right)$, c'est-à-dire V_t pour un instant quelconque. Mais on peut déduire V_t de la définition même du mouvement. En effet, si l'on représente par γ l'accélération, et qu'on suppose le mobile sans vitesse initiale, c'est-à-dire partant du repos, sa vitesse au bout de 1 seconde est γ, au bout de 2 secondes 2γ, et ainsi de suite; donc la vitesse V_t, au bout de t secondes, sera

$$[1] \qquad V_t = \gamma t.$$

Cette relation numérique entre la vitesse et le temps n'est pas autre chose que l'*équation des vitesses.* Dans le cas où le mobile ne part pas du repos et possède une vitesse initiale constante V_0

au moment où son mouvement devient uniformément accéléré, la vitesse au bout du temps t est donnée par l'équation

$$[1'] \qquad V = V_0 + \gamma t.$$

3° *Équation des espaces.* — C'est la relation numérique qui existe entre l'espace e et le temps t. Elle peut se déduire, par le calcul, de l'équation des vitesses, au moyen d'une opération algébrique qu'on appelle *intégration*, et qui consiste à remonter d'une fonction dérivée, telle que la vitesse, à la fonction d'où elle dérive, qu'on appelle *fonction primitive*. En appliquant les règles de l'intégration aux équations [1] et [1'], on trouve

$$[2] \qquad e = \frac{1}{2}\gamma t^2$$

dans le cas où il n'y a pas de vitesse initiale, et

$$[2'] \qquad e = V_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2$$

dans le cas général où il y a une vitesse initiale.

4° *Lois du mouvement uniformément accéléré.* — On énonce les équations du mouvement sous le nom de *lois du mouvement uniformément accéléré.*

I. Loi des vitesses. — *Les vitesses croissent proportionnellement aux temps.* C'est-à-dire qu'après un temps double, triple, quadruple, la vitesse est 2, 3, 4 fois plus grande.

II. Loi des espaces. — *Les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps employés à les parcourir.* C'est-à-dire que, si l'on représente par 1 le chemin parcouru en 1 seconde, les chemins parcourus en 2, 3, 4, 5.... secondes seront représentés par 4, 9, 16, 25....

5° *Mouvement uniformément retardé.* — Les équations sont les mêmes que pour le mouvement accéléré, sauf le signe de γ. On a, dans le cas général, où il entre une vitesse initiale,

$$[1] \qquad V = V_0 - \gamma t,$$

$$[2] \qquad e = V_0 t - \frac{1}{2}\gamma t^2.$$

6° *Réciproque de la loi des espaces.* — L'équation [2] ci-dessus fait voir que, dans tout mouvement uniformément accéléré, les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps; réciproquement, *tout mouvement dans lequel les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps, est uniformément accéléré.*

En effet, si le temps t prend un accroissement très petit Δt, l'espace parcouru e prend un accroissement très petit Δe, et la formule [2] devient

$$e + \Delta e = \frac{1}{2}\gamma (t + \Delta t)^2,$$

ou, en développant les calculs,

$$[3] \qquad e + \Delta e = \frac{1}{2}\gamma (t^2 + 2t\,\Delta t + \Delta t^2).$$

Si de l'égalité [3] on retranche membre à membre l'égalité [2], on obtient

$$[4] \qquad \Delta e = \gamma t\,\Delta t + \frac{1}{2}\gamma \Delta t^2, \quad \text{d'où} \quad \frac{\Delta e}{\Delta t} = \gamma t + \frac{1}{2}\gamma \Delta t.$$

L'équation [4] exprime que les quantités $\left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right)$ et $\left(\gamma t + \frac{1}{2}\Delta\gamma t\right)$ sont égales quelque petit que soit Δt. Lorsque Δt tend vers zéro, chacune de ces quantités tend vers une limite, et l'égalité subsistera toujours jusqu'à la limite. Elle deviendra : $\lim. \left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right) = \lim. \left(\gamma t + \frac{1}{2}\Delta\gamma t\right)$. Or la limite du second membre, c'est évidemment γt; quant à la limite de $\left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right)$, nous avons vu qu'elle représente la vitesse V_t du mouvement varié à l'instant t. L'égalité [4] devient donc $V_t = \gamma t$, formule qui exprime la première loi du mouvement uniformément accéléré.

28. **Accélération dans un mouvement varié quelconque mais rectiligne.** — Elle n'est pas constante comme dans le mouvement rectiligne uniformément varié. On doit définir successivement *l'accélération moyenne pendant un intervalle de temps* Δt, puis *l'accélération à un instant* t.

1° *Accélération moyenne.* — Soit Δv l'accroissement, positif ou négatif, que prend la vitesse, à l'époque t, pendant un intervalle de temps Δt. La variation moyenne de vitesse est évidemment le quotient $\frac{\Delta v}{\Delta t}$. C'est ce qu'on appelle *accélération moyenne* du mouvement varié. Cette quantité dépend à la fois de l'intervalle de temps Δt et de l'époque t à partir de laquelle on le considère.

2° *Accélération à l'instant* t. — Si l'on fait décroître l'intervalle de temps Δt, la variation de vitesse Δv décroîtra également, et le quotient $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ prendra des valeurs différentes, mais toujours bien définies. Lorsqu'on fera tendre Δt vers zéro, la variation de vitesse Δv tendra également vers zéro, mais le quotient $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ tendra, en général, vers une limite déterminée; cette limite est ce qu'on appelle l'*accélération à l'instant* t.

873.
FACULTAD DE INGENIERIA

3° *Expression analytique de l'accélération.* — L'espace e, dans tout mouvement varié, est représenté par une fonction du temps, qu'on peut désigner par $f(t)$. Nous avons vu que la vitesse à l'instant t est aussi une fonction du temps, qui est précisément la dérivée de l'espace par rapport au temps; on la désigne par $f'(t)$. D'après ce qui précède, on voit que l'accélération est à la vitesse ce que celle-ci est à l'espace, c'est-à-dire que la limite de $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ est la *dérivée de la vitesse par rapport au temps.*

Cette dérivée d'une fonction qui est elle-même une dérivée s'appelle la *dérivée seconde* de la fonction primitive, et on la désigne par le symbole $f''(t)$. On peut donc encore dire que *l'accélération à l'instant* t, *dans un mouvement varié quelconque mais rectiligne, est la dérivée seconde de l'espace par rapport au temps, tandis que la vitesse à l'instant* t *en est la dérivée première.* On a donc, pour définir tous les éléments d'un mouvement varié quelconque *mais rectiligne*, les trois équations suivantes :

$$[1] \quad e = f(t); \qquad [2] \quad v = f'(t); \qquad [3] \quad \gamma = f''(t).$$

Il suffit de connaître la première pour calculer les deux autres; quant au calcul inverse, qui consiste à remonter de l'une des fonctions dérivées à la fonction primitive, il est possible dans un grand nombre de cas, mais non dans tous.

Nous verrons plus loin que cette expression simple de l'accélération ne s'applique pas au cas d'un *mouvement varié curviligne.*

29. **Mouvement absolu, mouvement relatif. — Mouvement apparent.** — Jusqu'à présent nous avons supposé que le mobile se déplaçait par rapport à un point *fixe*, l'origine des espaces, sur une trajectoire, droite ou courbe, dont tous les points étaient *également fixes*. Nous nous étions placés dans le cas du *mouvement absolu*, cas idéal, introuvable dans la nature, irréalisable dans la pratique. Cette hypothèse n'infirme d'ailleurs nullement les résultats que nous avons trouvés; car, tant qu'on ne considère que les déplacements d'un point matériel par rapport à des repères donnés, il importe peu que ces repères soient réellement fixes dans l'espace : il suffit qu'ils le soient par rapport au mobile considéré.

Le cas ordinaire est celui où les points de repère ainsi que tous les points de la trajectoire du mobile sont emportés eux-mêmes d'un mouvement commun quelconque, qu'on appelle *mouvement d'entraînement*. Le mouvement que le mobile possède alors dans son propre système est un *mouvement relatif*. Tel est, par exemple, le mouvement des billes d'un billard qui serait installé dans un bateau en marche. Tel est le mouvement du bateau lui-même par rapport aux rives d'un fleuve; car celles-ci participent avec lui au double mouvement de la terre qui tourne sur elle-même tout en se déplaçant sur son orbite autour du soleil. Tels sont enfin tous les mouvements que nous observons soit autour de nous, à la surface de la terre, soit au-dessus de nous, dans les espaces célestes.

En résumé, lorsqu'un mobile M se meut dans un système A, fixe ou supposé fixe, ce mobile a un *mouvement absolu;* mais quand le système A se déplace lui-même par rapport à un autre système B, supposé fixe, le mobile M a un mouvement *relatif* dans le système A et *absolu* dans le système B.

On confond souvent les expressions *mouvement relatif* et *mouvement apparent*, qui ne sont pourtant pas identiques. Le mouvement *apparent* du mobile M peut être, suivant la situation de l'observateur qui considère le mouvement, soit son mouvement relatif dans le système A, soit son mouvement absolu dans le système B. Si l'observateur fait partie du système A, le mouvement qu'il perçoit, qui est *apparent pour lui*, c'est le mouvement relatif de M dans A; si l'observateur fait partie du système B, le seul mouvement qui soit *apparent pour lui*, c'est le mouvement absolu de M dans B.

30. **Composition des mouvements.** — La considération du mouvement relatif et du mouvement absolu conduit au problème général suivant :

Un mobile M *est animé d'un mouvement relatif dans le système* A; *ce système* A *est animé lui-même d'un mouvement d'entraînement dans le système* B : *connaissant ces deux mouvements, trouver le mouvement absolu du mobile* M *dans le système* B.

C'est ce qu'on appelle le *problème de la composition des mouvements*, parce qu'on peut considérer le mouvement de M dans B comme un mouvement *composé* ou *résultant* des deux autres mouvements, lesquels en sont eux-mêmes les *mouvements composants*.

Ce problème a pour complément un problème inverse, celui de la *décomposition* des mouvements. On peut l'énoncer aussi, d'une manière abrégée :

Étant donné le mouvement résultant et l'un des mouvements composants, trouver l'autre mouvement composant.

On peut résoudre ces deux problèmes dans le cas général où le mouvement d'entraînement du système A est un mouvement quelconque. Nous nous contenterons d'en donner la solution dans le cas le plus ordinaire, où ce mouvement d'entraînement est un mouvement de *translation*.

On dit qu'un système A est animé d'un mouvement de *translation*, lorsque tous ses points décrivent, dans le même temps, des droites égales et parallèles. Un mouvement de translation peut être uniforme ou varié.

31. **Principe du mouvement relatif.** — Toutes les règles relatives à la composition des mouvements se déduisent du principe suivant et de son corollaire :