grandeur de la résultante R, puisqu'elle donne

$$X - R = 0,$$

d'où

$$R = X = F + F' + F'' + \ldots = \Sigma (F).$$

Les équations [2] donnent successivement

$$\Sigma (zX_1) - cR = 0, \quad \text{d'où} \quad cR = Fz + F'z' + \ldots = \Sigma (Fz),$$
$$\Sigma (yX_1) - bR = 0, \quad \text{d'où} \quad bR = Fy + F'y' + \ldots = \Sigma (Fy).$$

Ces trois équations déterminent déjà deux des coordonnées inconnues. Pour obtenir la troisième, il suffit de remarquer que le centre des forces parallèles ne change pas de position quand on vient à changer la direction de toutes les forces sans modifier leurs rapports de grandeur. Or, si nous amenons toutes les forces à être parallèles à l'axe des z, nous pourrons écrire de même

$$\Sigma (xZ_1) - aR = 0, \quad \text{d'où} \quad aR = xF + x'F' + \ldots = \Sigma (Fx).$$

En résumé, les coordonnées du centre des forces parallèles sont fournies par les trois équations :

$$aR = \Sigma (Fx),$$
$$bR = \Sigma (Fy),$$
$$cR = \Sigma (Fz),$$

R étant déterminé par l'équation

$$R = \Sigma (F).$$

CHAPITRE V

MÉCANIQUE

NOTIONS DE DYNAMIQUE

57. **Définitions.** — La *Dynamique* (de δύναμις, puissance, force) est la partie de la mécanique où l'on étudie les forces, non plus *à l'état statique*, c'est-à-dire se faisant équilibre sur un système matériel, mais *à l'état dynamique*, c'est-à-dire produisant le mouvement.

L'objet de la Dynamique est de résoudre le double problème suivant :

1° Étant données les forces qui agissent sur un corps, déterminer le mouvement de ce corps.

2° Étant donné le mouvement d'un corps, déterminer les forces qui agissent actuellement sur ce corps.

C'est là l'objet même de la Mécanique. On peut dire que la Dynamique est la partie essentielle de cette science, tandis que la Cinématique et la Statique n'en sont que les préliminaires.

La dynamique est fondée sur trois principes généraux, sortes de *postulats*, qu'on a tirés, par induction, de l'observation de certains faits naturels, et qu'on vérifie par l'expérience dans leurs conséquences pratiques. Ce sont :

1° Le *principe de l'inertie*, dont la première idée est due à Képler;

2° Le *principe du mouvement relatif*, énoncé par Galilée ;

3° Le *principe de l'égalité de l'action et de la réaction*, découvert par Newton.

Nous avons dû énoncer plus haut les deux premiers; mais nous les répéterons ici, en y ajoutant leurs conséquences immédiates.

58. **Principe de l'inertie.** — 1° *Un corps ne peut rien changer de lui-même à son état de repos ni à son état de mouvement.*

2° *Si un corps libre n'est sollicité par aucune force, ce corps est en repos, ou bien il est animé d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme.*

La première proposition est le seul énoncé qu'on donne souvent du principe de l'inertie. Cependant elle ne constitue pas, à proprement parler, un principe; elle ne fait qu'exprimer, sous une forme nouvelle, l'existence de cette propriété essentielle de la matière que nous avons déjà définie sous le nom d'*inertie*. La seconde partie de l'énoncé, au contraire, est un véritable postulat. Rien ne pouvait faire deviner *à priori* que le *mouvement naturel* des corps est le mouvement rectiligne et uniforme; on a même longtemps cru que c'était le mouvement circulaire et uniforme. Mais le seul fait d'une bille, lancée sur un sol horizontal bien uni, qui se meut sensiblement en ligne droite avec une vitesse, non pas constante, mais lentement décroissante (à cause du frottement), a suffi pour indiquer ce principe; on l'a ensuite généralisé par induction, puis vérifié expérimentalement dans ses conséquences.

Corollaire. — *Si un corps libre est sollicité par une force quelconque, il prend un mouvement varié; et si, à un instant* t, *on vient à supprimer la force, le corps continue à se mouvoir d'un mouvement rectiligne et uniforme : la vitesse de ce dernier mouvement est précisément la vitesse à l'instant* t *du mouvement varié, et sa direction est celle de la tangente à la trajectoire au point où le corps se trouvait à l'instant* t.

On peut aisément démontrer l'identité de ces deux vitesses. En effet, soit Δs

l'espace que parcourrait le mobile sur sa trajectoire pendant le temps Δt, à partir de l'instant t; on sait que la vitesse à l'instant t est par définition $V_t = \lim. \left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)$ quand Δt tend vers zéro. Considérons un intervalle de temps Δt assez court pour que le mouvement soit constamment accéléré, et soient V_1 et V_2 les vitesses des mouvements uniformes qui succéderaient au mouvement varié si l'on supprimait la force successivement aux instants t et $t + \Delta t$. Il est évident que l'espace Δs, réellement parcouru par le mobile, est plus grand que l'espace $V_1 \Delta t$ qui serait parcouru dans le premier mouvement uniforme, mais plus petit que l'espace $V_2 \Delta t$. On peut donc écrire la double inégalité

$$V_1 \Delta t < \Delta s < V_2 \Delta t, \qquad \text{d'où} \qquad V_1 < \frac{\Delta s}{\Delta t} < V_2.$$

Ces inégalités seront toujours vraies, quelque petit que soit Δt; et comme à la limite $V_2 = V_1$, il s'ensuit que $V_1 = \lim. \left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right) = V_t$.

59. **Principe du mouvement relatif.** — *Dans un système de points matériels animés d'un mouvement de translation, toute force qui agit sur l'un d'eux lui imprime le même déplacement par rapport aux autres que si le système était en repos.*

Nous avons déjà énoncé ce principe en Cinématique, sous une forme un peu différente, qui dispensait de faire intervenir la cause du mouvement. Il n'est indiqué nettement par l'observation que dans le cas où le mouvement de translation est rectiligne et uniforme, comme celui d'un bateau descendant paisiblement une rivière; mais on est amené, par les conséquences qu'on en déduit, à l'admettre aussi dans le cas général d'un système animé d'un mouvement de translation quelconque.

60. **Principe de l'égalité de l'action et de la réaction.** — *Lorsque, dans un système de points matériels, un point* A (fig. 30) *exerce sur un autre point* B *une action représentée par une force* F *dirigée suivant la droite qui joint les deux points, inversement le point* B *exerce sur le point* A *une réaction, représentée par une force* (— F), *dirigée suivant la même droite et égale, mais opposée, à la force* F.

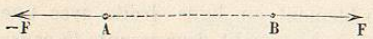

Fig. 30.

Les deux premiers principes permettent de résoudre, pour un point matériel unique, les deux problèmes de la dynamique ; le troisième principe permet d'en généraliser les solutions et de les étendre au cas d'un système matériel. On arrive à ces solutions par l'intermédiaire des théorèmes fondamentaux suivants.

61. **Théorèmes fondamentaux.** — Théorème I. — *Lorsqu'une force constante (en intensité et en direction) agit sur un point matériel, soit en repos, soit animé d'une vitesse initiale dirigée parallèlement à la force, elle lui imprime un mouvement rectiligne et uniformément varié.*

Remarque. — Un système de points matériels ou, autrement dit, un corps libre, prendrait, dans les mêmes conditions, un mouvement de translation uniformément accéléré.

Réciproquement, *lorsqu'une force communique à un point matériel libre un mouvement rectiligne et uniformément varié, cette force est constante en grandeur et en direction.*

Théorème II. — *Si une force variable, qui produit un mouvement varié, devient constante à partir d'un instant* t, *le mouvement devient uniformément varié à partir du même instant, et l'accélération du mouvement final est égale à l'accélération à l'instant* t *du mouvement initial.*

Théorème III. — *Lorsque deux ou plusieurs forces constantes agissent simultanément et dans la même direction sur un même point matériel* (partant du repos), *l'accélération du mouvement qu'elles lui impriment est la somme algébrique des accélérations que chacune d'elles produirait séparément.*

Soient γ, γ', γ''... les accélérations que produirait chacune des forces F, F′, F″..., si, au lieu d'agir simultanément sur le mobile, elles agissaient séparément. L'accélération Γ du mouvement uniformément accéléré et rectiligne qui résulte de leur action simultanée est donnée par l'égalité

$$\Gamma = \gamma \pm \gamma' \pm \gamma'' \pm \ldots.$$

Le signe $\pm$ indique que les forces peuvent agir dans le même sens ou en sens contraire, suivant la même direction.

Dans le cas particulier où le système des forces se compose de n forces égales à F, agissant dans le même sens et suivant la même direction, on a pour l'accélération totale Γ

$$\Gamma = n\gamma.$$

Théorème IV. — *Lorsque deux ou plusieurs forces constantes agissent successivement sur un même corps, elles lui impriment des accélérations proportionnelles à leurs intensités respectives.*

Soient F, F′, F″... les intensités des forces et $\gamma, \gamma', \gamma''$... les accélérations des mouvements correspondants, on a

$$\frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{F}{F'} \quad \text{et} \quad \frac{\gamma}{\gamma''} = \frac{F}{F''}.$$

Des égalités ci-dessus on tire

$$\frac{F}{\gamma}=\frac{F'}{\gamma'}=\frac{F''}{\gamma''}=\ldots.$$

Ces dernières égalités permettent d'énoncer le même théorème sous la forme suivante : *Deux forces* F, F′ *sont proportionnelles aux accélérations* γ, γ' *qu'elles impriment à un même point matériel.*

62. **Masse.** — Ces théorèmes généraux, fondements de la Dynamique, servent à préciser la notion de *masse*, que nous avions déjà introduite à propos de l'inertie de la matière; ils fournissent aussi le moyen d'exprimer par une formule et de mesurer par l'expérience cette qualité essentielle des corps.

1° *Notion de la masse.* — Puisqu'une même force, étant appliquée à des corps différents, leur imprime en général des mouvements d'accélération différents, c'est que les différents corps n'opposent pas la *même résistance* au mouvement; ils ne sont pas *inertes* au même degré. C'est ce qu'on exprime en disant que deux corps, pris au hasard, n'ont *pas la même masse.* Ils seraient, au contraire, *de même masse*, si, étant soumis successivement à la même force, ils prenaient la même accélération.

La masse est une qualité inhérente à chaque corps, indépendante de son état de repos ou de mouvement, ainsi que de sa position par rapport aux autres corps de l'univers. La masse résulte de la *quantité de matière* que le corps renferme.

2° *Définition et formule.* — Puisque, d'autre part, plusieurs forces F, F′, F″..., étant successivement appliquées à un même corps, lui impriment des accélérations différentes γ, γ', γ''... qui sont exactement proportionnelles à ces forces, c'est que l'on peut écrire, à propos de ce corps, la suite des rapports égaux

$$\frac{F}{\gamma}=\frac{F'}{\gamma'}=\frac{F''}{\gamma'}=\ldots=\text{constante}$$

et que cette constante est caractéristique du corps, au point de vue de *sa résistance au mouvement*, ou de *son degré d'inertie.* Il est donc naturel de prendre ce rapport pour définir cette qualité du corps; et c'est à lui qu'on a donné le nom de *masse*, qui équivaut à celui de *coefficient de résistance au mouvement.* On a donc, par définition, en appelant M la masse d'un corps quelconque,

$$M=\frac{F}{\gamma}=\frac{F'}{\gamma'}=\ldots.$$

3° *Mesure de la masse.* — Cette formule permet de mesurer facilement la masse d'un corps quelconque. En effet, parmi les forces constantes qu'on peut faire agir sur un corps, la pesanteur est celle dont on dispose le mieux. Elle entre spontanément en action, dès qu'on enlève au corps toute espèce d'appui : elle le fait tomber vers le sol d'un mouvement qui est rectiligne et uniformément accéléré, ainsi que nous le démontrerons plus loin. L'accélération de ce mouvement est la même pour tous les corps, dans un même lieu : on la désigne par g et on l'appelle *accélération* ou *intensité* de la pesanteur. Quant à la résultante des actions de la pesanteur sur le corps, elle est égale à la *pression* que le corps, avant la chute, exerçait sur son appui : c'est ce qu'on appelle le *poids* P du corps; nous apprendrons plus tard à le mesurer dans chaque cas. On aura donc, en appliquant la formule générale au cas particulier de la pesanteur,

$$M=\frac{P}{g}.$$

La *masse* d'un corps est donc égale au quotient de son *poids* par l'accélération de la pesanteur. Le nombre exprimant cette mesure dépend d'ailleurs des unités choisies pour le poids et pour l'accélération.

63. **Expression d'une force quelconque.** — Inversement, étant donnée la masse d'un mobile, exprimée de la manière précédente et mesurée expérimentalement, cette masse peut servir à exprimer et à mesurer une force quelconque.

Soit d'abord une force F, constante en intensité et en direction; on la fait agir sur le corps de masse M, et l'on mesure l'accélération γ du mouvement uniformément accéléré qui en résulte. On a alors

$$\frac{F}{\gamma}=M,\quad \text{d'où l'on tire l'expression de la force}\quad F=M\gamma.$$

Cette relation est générale. On l'étend aisément au cas d'une *force variable*, et, au moyen des projections, à celui d'une *trajectoire quelconque.* On a toujours, dans tous les cas, $F=M\gamma$, pourvu que F et γ représentent les valeurs de la force et de l'accélération à l'instant t, et l'on peut énoncer ce théorème général :

Dans tout mouvement, la force est égale, à chaque instant, au produit de la masse du mobile par son accélération.

64. **Quantité de mouvement. — Impulsion.** — Soit une force F imprimant à un mobile de masse M un mouvement d'accéléra-

tion γ. On a, entre ces trois grandeurs, la relation fondamentale

$$[1] \qquad F = M\gamma.$$

En multipliant par le temps t les deux membres de cette égalité, on a

$$Ft = M\gamma t.$$

Le produit γt est égal à la vitesse V acquise par le mobile au bout du temps t. On peut donc écrire

$$[2] \qquad Ft = MV.$$

Le produit MV a reçu le nom particulier de *quantité de mouvement :* il représente, en effet, la vitesse *accumulée*, en quelque sorte, par le mobile *pendant l'intervalle de temps* t.

Le produit Ft a également reçu un nom particulier, celui d'*impulsion*. En adoptant ces deux dénominations, on peut énoncer l'équation [2] comme il suit :

L'impulsion d'une force au bout du temps t *est égale à la quantité de mouvement acquise par le mobile.*

La quantité de mouvement intervient, en mécanique, toutes les fois que la force produit *un choc sans pénétration*, et toutes les fois que le résultat qu'on a en vue dépend du temps pendant lequel l'action s'est exercée, plutôt que de l'espace le long duquel elle s'est exercée. Sous la forme MV on a la *mesure de l'effet*, et sous la forme Ft on a la *mesure de la cause*.

65. **Proportionnalité des forces aux quantités de mouvement.** — On a vu que pour une force F agissant sur la masse M et lui imprimant une vitesse V au bout du temps t, on a l'égalité

$$Ft = MV.$$

Pour une autre force F′, agissant sur un autre mobile de masse M′, et lui imprimant au bout du même temps t une vitesse V′, on aurait de même

$$F't = M'V'.$$

En divisant membre à membre ces deux équations, on a

$$\frac{F}{F'} = \frac{MV}{M'V'}.$$

Il résulte de cette équation un moyen de comparer les forces entre elles, sans les appliquer à une même masse. On peut dire, en effet, que *deux forces quelconques sont entre elles comme les quantités de mouvement qu'elles impriment à deux masses différentes.*

Conséquences. — 1° Les forces étant proportionnelles aux quantités de mouvement, il en résulte que, pour une même force, le produit MV est constant, c'est-à-dire que, la masse devenait 2, 3 fois plus grande, la vitesse serait 2, 3 fois plus petite. Ce résultat se déduit de la dernière égalité ci-dessus, en y faisant F = F′, ce qui donne M′V′ = MV, ou $\frac{V'}{V} = \frac{M}{M'}$. Si l'on remplace V et V′ par γt et $\gamma' t$, l'égalité devient $\frac{\gamma'}{\gamma} = \frac{M}{M'}$: donc *les accélérations imprimées par une même force à deux masses inégales sont en raison inverse de ces masses.*

2° Si V = V′, on a $\frac{F}{F'} = \frac{M}{M'}$, c'est-à-dire que *deux forces sont entre elles comme les masses auxquelles elles impriment des vitesses égales dans le même temps.*

66. **Travail et force vive.** — Nous avons dit que, dans tous les cas où la force produit un choc sans pénétration, la *quantité de mouvement*, c'est-à-dire le produit MV, sert de mesure à l'effet, et l'impulsion, c'est-à-dire le produit Ft, sert de mesure à la cause. Ces deux quantités ne suffisent pas dans tous les cas où la force déplace son point d'application d'une manière sensible, par exemple lorsqu'un projectile pénètre dans un obstacle matériel ou animé, ou bien lorsqu'on élève un fardeau à une certaine hauteur, etc. On fait alors intervenir deux nouvelles quantités, qui jouent un rôle très important en mécanique : l'une s'appelle le *travail mécanique* et l'autre la *force vive*. Il existe entre elles une relation analogue à celle qui lie l'impulsion à la quantité de mouvement, mais infiniment plus importante dans la pratique. Nous la ferons connaître, après avoir défini ces deux quantités avec précision.

67. **Travail mécanique d'une force constante en grandeur et en direction.** — 1° *Cas où le point d'application se déplace dans la direction de la force.* — On appelle *travail de la force* (pour amener

Fig. 31.

son point d'application de A en B) *le produit de l'espace* AB = e (évalué en unités de longueur) *par l'intensité* F *de la force* (évaluée en unités de force). On a, en désignant par T le travail, T = Fe.

Si la force agit dans le sens du déplacement XY, on dit qu'elle est *mouvante* et l'on donne au travail le signe + ; si la force agit en sens contraire du chemin parcouru, on dit qu'elle est *résistante* et son travail est négatif : $T = -(Fe)$ (fig. 31).

2° *Cas d'un déplacement rectiligne qui n'est pas dans la direction de la force.* — Le travail est alors *le produit de la force par le déplacement et par le cosinus de l'angle α des deux droites :* $T = Fe \cos \alpha$. Le travail est positif ou négatif, suivant que $\cos \alpha$ est + ou —, c'est-à-dire suivant que α est un angle aigu ou obtus (fig. 32).

Dans le cas où α est un angle aigu, la projection de la force sur

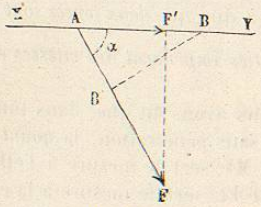

Fig. 32.

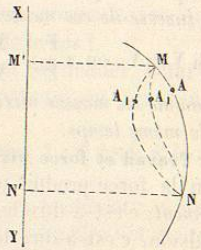

Fig. 33.

la direction du déplacement est dirigée dans le même sens que celui-ci : on peut dire que la projection de la force est mouvante; c'est le contraire dans le cas où α est obtus : la projection de la force est résistante.

Remarque. — On peut aussi considérer le produit $e \cos \alpha$ comme la projection AB′ du déplacement (fig. 32) sur la direction de la force et faire rentrer ce cas dans le cas précédent.

3° *Le point d'application de la force a un déplacement curviligne.* — Le travail est alors *le produit de la force par la projection de l'arc de trajectoire* MN *sur la direction constante* XY *de la force :* $T = F.M'N'$ (fig. 33).

Si l'on partage l'arc MN en une infinité d'arcs élémentaires, tels que MA, on peut substituer à chacun d'eux sa corde : alors le produit de la force par la projection de ce déplacement rectiligne suivant la corde est un travail qu'on appelle *travail élémentaire* de la force. Le travail total est la limite de la somme de ces travaux élémentaires, lorsque le nombre des arcs élémentaires tend vers l'infini.

Il en résulte que le travail d'une force constante en direction ne dépend nullement du chemin réellement parcouru par son

point d'application. En effet, que le déplacement ait lieu suivant l'arc MAN, ou suivant l'arc MA_1N, ou suivant toute autre courbe ayant les mêmes extrémités A et B (fig. 33), le produit $F \times M'N'$ est toujours le même.

4° *Travail de la résultante de plusieurs forces constantes concourantes. — Il est égal à la somme algébrique des travaux des composantes.*

Cela résulte immédiatement des règles de composition d'un système de forces concourantes. En effet, si l'on projette la résultante R sur la direction du déplacement, ainsi que les composantes, on a

$$R \cos \lambda = F \cos \alpha + F' \cos \alpha' + \ldots = \Sigma (F \cos \alpha),$$

en appelant λ, α, α' les angles de ces forces avec la direction du déplacement. En multipliant les deux membres de l'équation par le déplacement e du point d'application, on a

$$Re \cos \lambda = \Sigma (Fe \cos \alpha).$$

Or le premier membre est le travail T de la résultante, et chacun des termes du second membre est le travail $\mathcal{T}$ de l'une des forces composantes. On a donc

$$T = \Sigma (\mathcal{T}).$$

Remarque. — Le théorème est également vrai lorsque le déplacement du point d'application est curviligne.

68. **Travail d'une force variable en grandeur et en direction.** — La trajectoire est alors une courbe quelconque, et, en chaque point de cette courbe, la force prend une intensité et une direction différentes.

1° *Travail élémentaire.* — Soient MN la trajectoire, A la position du point d'application à l'instant t, et F la force, représentée par la longueur AF en grandeur et en direction (fig. 34). Soit A_1 un point infiniment voisin sur la courbe, soit Δe la corde AA_1, soit α l'angle de cette direction AA_1 avec la direction actuelle de la force : le produit $(F \times \Delta e \times \cos \alpha) = \Delta T$ est ce qu'on appelle le *travail élémentaire de la force variable, à l'instant* t. C'est une quantité qui tend vers zéro quand le point A_1 tend vers le point A.

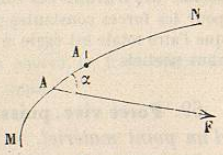

Fig. 34.

2° *Travail total.* — Le travail total, relatif à un déplacement AB, est la limite de la somme des travaux élémentaires quand e nombre des arcs élémentaires tend vers l'infini. On a donc

$$T = \Sigma (F.\Delta e. \cos \alpha) = \Sigma (\Delta T).$$

3° *Représentation graphique du travail d'une force variable.* — Soient deux axes rectangulaires Ox, Oy (fig. 35). Portons sur Ox la longueur OA_1 égale (ou proportionnelle) à la corde AA_1 de la figure; au point A_1 élevons l'ordonnée A_1B_1 parallèle à Oy et égale (ou proportionnelle) à $F \cos \alpha$; le rectangle

$OA_1B_1B'_1$ a une aire égale à $OA_1 \times A_1B_1$, c'est-à-dire $F.\Delta e \cos \alpha$: cette aire représente donc graphiquement le travail élémentaire. Chacun des travaux élémentaires successifs sera de même représenté par l'aire d'un rectangle tel que $A_1A_2B_2B'_2$, etc.

Si l'on suppose que le nombre n des travaux élémentaires croisse sans limite, les points B'_1, B'_2, B'_3 se rapprocheront indéfiniment et formeront à la limite une courbe continue que l'on peut construire par points. La limite de la somme des travaux élémentaires sera donc représentée par la limite de la somme de ces aires, c'est-à-dire par l'aire S du trapèze mixtiligne formé : 1° par la portion OL de l'axe des x, égale à l'arc de trajectoire total développé; 2° par les ordonnées OB_1 et LL_1, égales respectivement aux projections sur les tangentes

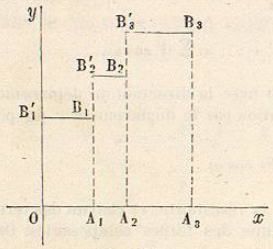

Fig. 35.

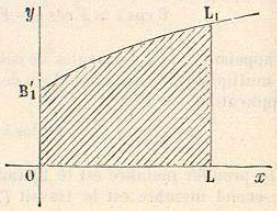

Fig. 36.

aux deux extrémités de l'arc des intensités correspondantes de la force; 3° par la courbe B'_1L_1, lieu des points B_1, B_2 (fig. 36).

Ainsi l'évaluation du travail d'une force variable est ramenée à la mesure d'une aire, c'est-à-dire à ce qu'on appelle, en géométrie, une *quadrature*.

Il existe des procédés mathématiques qui permettent de trouver aisément des valeurs suffisamment approchées des aires ainsi définies et, par suite, des travaux qu'elles représentent. On peut citer en particulier celui de Thomas Simpson et celui de Poncelet.

4° *Le travail de la résultante de plusieurs forces variables est égal à la somme des travaux des composantes.* — C'est le théorème énoncé plus haut pour les forces constantes. On démontre qu'il est général. Cela revient à dire que l'aire totale est égale à la somme des aires partielles figuratives des travaux partiels.

69. **Force vive, puissance vive. — Moments d'inertie.** — 1° *Cas d'un point matériel.* — On appelle *force vive* d'un point matériel, *à l'instant* t, *le produit de la masse de ce point par le carré de la vitesse qu'il a acquise à cet instant.*

Si m est la masse du point, V sa vitesse à l'instant t, et si l'on désigne la force vive par W, on aura, par définition,

$$W = mV^2.$$

Ordinairement, c'est la moitié de ce produit qui entre dans les formules de la mécanique : c'est pourquoi l'on donne quelquefois au produit $\frac{1}{2}mV^2$ un nom particulier, celui de *puissance vive*.

2° *Cas d'un système.* — On appelle *force vive* d'un système de points matériels *la somme des forces vives des différents points qui composent le système.* Cette quantité est donc une somme de produits analogues à mV^2. On désigne cette somme par le symbole Σ, et l'on écrit

$$W = \Sigma (mV^2).$$

Il n'y a pas d'autre relation entre la somme des forces vives des points du système et la force vive de chaque point que celle qui résulte de la définition.

3° *Expression algébrique.* — La fonction $\Sigma (mV^2)$ qui exprime la force vive d'un système est plus ou moins compliquée, suivant les cas. On peut la représenter d'une manière fort simple dans le cas particulier où le système est un corps de figure invariable, animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe.

Soit OX l'axe de rotation, M un point du corps, situé à une distance $MP = r$ de l'axe (fig. 37). Si l'on appelle ω la vitesse à l'instant t d'un point A, situé à l'unité de distance, comme tous les points du corps décrivent dans le même temps des arcs de cercle, tels que AA' et MM', semblables et proportionnels à leurs rayons, la vitesse V du point M, à l'instant considéré, sera $V = r\omega$. Pour ce point M la force vive sera donc $mr^2\omega^2$; pour un autre point M', elle sera $m'r'^2\omega^2$, et ainsi de suite pour tous les autres. On aura donc pour la force vive du système à l'instant t,

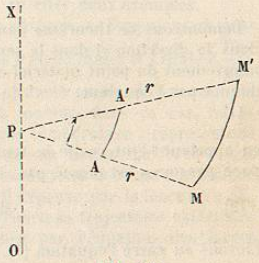

Fig. 37.

$$\Sigma (mV^2) = \Sigma (mr^2\omega^2) = W.$$

Comme ω est le même pour tous les points, on pourra le faire sortir du signe Σ et le mettre en facteur commun. On aura donc

$$W = \omega^2 \Sigma mr^2.$$

La force vive du système se présente donc ici comme le produit de deux facteurs : ω^2 et Σmr^2. Le premier est le carré de la vitesse du point situé à l'unité de distance; cette vitesse ω est un facteur caractéristique du mouvement de rotation : c'est la *vitesse angulaire* du corps à l'instant t. C'est un coefficient constant lorsque le mouvement de rotation est uniforme. Le deuxième facteur est indépendant de la vitesse angulaire et dépend uniquement de la position de l'axe de rotation. C'est un coefficient purement géométrique ; on l'appelle *moment d'inertie du corps* par rapport à l'axe considéré.

On peut le calculer aisément dans le cas d'un corps homogène ayant une figure géométrique. Nous aurons l'occasion de calculer un moment d'inertie à propos du pendule de Borda.

70. **Théorème du travail ou des forces vives.** — 1° *Cas d'un point matériel. — Le travail effectué par une force pour amener un point matériel d'une position à une autre sur sa trajectoire est égal à la variation de puissance vive qu'a subie le point matériel pendant ce déplacement.*

Soient m la masse du point matériel, M sa position initiale et V_0 sa vitesse initiale, N sa position finale et V sa vitesse finale (fig. 38). La variation de puissance vive est égale à la demi-variation de force vive $\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2$.

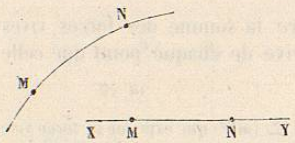

Fig. 38. Fig. 39.

Si T est le travail accompli par la force, le théorème s'exprime par l'équation

$$T = \frac{1}{2}m(V^2 - V_0^2).$$

Démontrons ce théorème dans le cas simple d'une force constante agissant dans la direction et dans le sens du déplacement (fig. 39). On sait qu'alors le mouvement du point matériel est uniformément accéléré. La vitesse en N est donnée par l'équation

$$[1] \qquad V = V_0 + \gamma\theta,$$

en appelant θ l'intervalle de temps qui s'écoule pendant le déplacement ; l'espace parcouru est donné par

$$[2] \qquad MN = V_0\theta + \frac{1}{2}\gamma\theta^2.$$

Élevons au carré l'équation [1], il vient

$$V^2 = V_0^2 + \gamma^2\theta^2 + 2V_0\gamma\theta,$$

d'où

$$(V^2 - V_0^2) = \gamma^2\theta^2 + 2V_0\gamma\theta = 2\gamma\left(V_0\theta + \frac{1}{2}\gamma\theta^2\right).$$

Or la parenthèse est égale à MN. En remplaçant et en multipliant les deux membres par m, il vient

$$\frac{1}{2}m(V^2 - V_1^2) = m\gamma \times MN = F.MN = T. \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

Remarque. — Le théorème se démontre de même dans le cas d'une force constante inclinée sur la direction du déplacement, puis dans le cas d'un déplacement curviligne, dans le cas d'une force variable : il est donc général.

2° *Cas d'un système.* — Le théorème s'applique enfin au cas tout à fait général d'un système de points matériels se déplaçant d'une manière quelconque sous l'influence d'un système de forces quelconques.

La somme des travaux de toutes les forces qui agissent sur les différents points d'un système matériel, pendant un intervalle de temps déterminé, est égale à la demi-somme des variations de force vive de tous ces points.

Ce théorème s'exprime par l'équation suivante :

$$\Sigma(T) = \Sigma\left(\frac{mV^2 - mV_0^2}{2}\right),$$

où m représente la masse de l'un quelconque des points matériels, V et V_0 ses vitesses à la fin et au commencement du déplacement, et T le travail de la force qui a produit le déplacement. C'est ce qu'on appelle l'*équation générale des forces vives.*

71. **Transformation du travail en force vive et de la force vive en travail.** — Entre le travail mécanique et la force vive il n'y a pas seulement une relation numérique, exprimée par l'équation des forces vives; il existe entre ces deux quantités un rapport naturel de transformation réciproque. Dans un grand nombre de circonstances le travail mécanique se transforme en force vive, ou réciproquement ; nous allons en citer deux exemples.

1° *Projectile lancé horizontalement contre un obstacle.* — Supposons un projectile, par exemple un boulet en fonte, de poids P et de masse M $\left(\text{égale à } \frac{P}{g}\right)$, lancé horizontalement par un canon contre un obstacle matériel, par exemple un massif de terre ou de maçonnerie. L'agent moteur, dans ce cas, est la détente d'une masse gazeuse élevée à une haute température : représentons par F son intensité moyenne pendant la durée de son action. La force F agit sur le boulet pendant le temps qu'il met pour aller du fond de l'âme à la bouche du canon : soit L le chemin parcouru, le travail dépensé par la force sera FL.

Le boulet sort du canon et commence à parcourir sa trajectoire extérieure avec une vitesse initiale V, qui est déterminée par l'équation des forces vives

$$\frac{1}{2}MV^2 = FL.$$

Le travail FL s'est donc transformé en la puissance vive initiale $\frac{1}{2}MV^2$ du boulet : il s'y retrouve tout entier.

Négligeons les actions retardatrices, telles que la résistance de l'air traversé et l'attraction de la pesanteur : le boulet arrive donc, avec cette même quantité de force vive, au contact de l'obstacle qu'il doit détruire. L'obstacle lui oppose une résistance qu'on pourrait évaluer en unités de forces : soit F′ sa valeur ; le boulet surmonte cette résistance et pénètre dans le massif jusqu'à ce que sa vitesse soit anéantie. Il s'arrête alors, à une profondeur L′ qui est déterminée par l'équation des forces vives. En effet, le travail résistant F′L′, vaincu par le boulet, est lié à la force vive du boulet par l'équation

$$F'L' = \frac{1}{2}MV^2.$$

Dans ce cas la force vive s'est donc retransformée en travail. C'est ce travail qui constitue le dégât, l'effet destructeur causé par le projectile. Par conséquent la *puissance vive* $\left(\frac{1}{2}MV^2\right)$ mesure la *puissance de destruction* que le boulet emportait avec lui, au sortir du canon. On voit que cette puissance de

destruction est proportionnelle au carré de la vitesse et à la masse, ou au poids du projectile. — Cette loi a été depuis longtemps trouvée empiriquement par les artilleurs[1].

2° *Projectile lancé verticalement de bas en haut*, dans le vide. — Un projectile quelconque de poids P et de masse M $\left(\text{égale à } \frac{P}{g}\right)$ est lancé verticalement de bas en haut, dans le vide, avec une vitesse initiale V, qui lui a été communiquée par un procédé quelconque.

La masse M emporte avec elle une force vive initiale $\frac{1}{2}MV^2$. Bien qu'elle n'ait pas d'obstacle à détruire, elle se trouve pourtant, dès qu'elle s'élève, dans le même cas que le boulet de canon entrant dans un massif de terre. En effet, elle est immédiatement saisie par l'action retardatrice de la pesanteur, qui agit d'une manière continue et *travaille* pour épuiser sa vitesse initiale, comme un frein *travaille* pour épuiser la vitesse d'un train lancé sur la voie ferrée. A une élévation e du mobile correspond un travail résistant Pe de la pesanteur et une diminution de vitesse $(V - V')$ qui est donnée par l'équation des forces vives

$$\frac{1}{2}M(V^2 - V'^2) = Pe.$$

Il y a, dans ce cas, *transformation de la force vive du projectile en travail;* car le projectile ne peut s'élever qu'en triomphant de la résistance de la pesanteur et en dépensant, à son tour, un *travail moteur* égal à ce *travail résistant*. Aussi le mobile s'arrêtera-t-il nécessairement lorsque sa force vive initiale aura été entièrement transformée en travail. La hauteur h, où il sera parvenu alors, est encore déterminée par l'équation des forces vives. Car on doit avoir

$$\frac{1}{2}MV^2 = Ph.$$

Ce travail Ph représente soit *le travail résistant de la pesanteur*, soit *le travail moteur du mobile*. Il est égal à celui que l'agent moteur, quel qu'il soit, avait dépensé pour communiquer au projectile sa force vive initiale.

72. **Énergie actuelle. — Énergie potentielle. — Énergie totale.** — 1° *Énergie actuelle.* — On voit donc que le produit Ph, d'une part, c'est-à-dire le travail, et le produit $\frac{1}{2}MV^2$, d'autre part, c'est-à-dire la puissance vive, sont deux expressions équivalentes d'une même qualité des corps en mouvement, à savoir l'*aptitude à vaincre les obstacles* que possède un corps de masse M, animé d'une vitesse V. C'est cette aptitude qui est proprement appelée *énergie*. Elle peut être exprimée soit par le produit Ph, soit par le produit $\frac{1}{2}MV^2$, de même qu'elle peut se manifester tour à tour sous la forme de *travail* ou sous celle de *force vive*.

Pendant qu'elle se manifeste, sous l'une ou l'autre forme, on lui donne souvent un nom unique, celui d'*énergie actuelle*, qui signifie énergie *en acte*, ou *énergie de mouvement*. On dit encore, dans le même sens, *énergie dynamique*.

2° *Énergie potentielle.* — Quand l'énergie ne se manifeste sous aucune de ces deux formes mécaniques, elle n'en existe pas moins, *à l'état latent*, en quelque sorte, ou bien *en puissance*, comme on dit en philosophie.

Ainsi un corps pesant, une pierre par exemple, de poids P et de masse M $\left(\text{égale à } \frac{P}{g}\right)$, qui serait immobile sur un appui, à la hauteur h, n'est pas du

1. Jouffret, *Introduction à la théorie de l'énergie.*

tout dans les mêmes conditions, au point de vue de l'énergie, qu'une pierre de même poids qui serait immobile sur le sol. En effet, si nous supprimons l'appui, de manière à laisser tomber la première pierre, elle acquerra, par le seul fait de sa chute, une énergie actuelle qui ira en croissant, et qui aura atteint la valeur Ph au moment où la pierre touche le sol. Par conséquent, dans sa position initiale, le corps pesant, tout immobile qu'il était, possédait, *à l'état latent* ou *en puissance*, l'énergie qui s'est ensuite manifestée dans sa chute. C'est à cette sorte d'énergie, énergie tranquille et comme emmagasinée dans le corps, qu'on a donné le nom d'*énergie potentielle* (ou *en puissance*), par opposition à l'énergie actuelle, ou bien d'*énergie de position*, par opposition à l'énergie de mouvement.

Par exemple, une masse d'eau de poids P, située à une hauteur h, constitue un approvisionnement d'énergie potentielle égal à Ph. Cette énergie potentielle est égale à l'énergie actuelle (travail ou force vive) qu'il a fallu dépenser pour élever l'eau à la hauteur h et en remplir le réservoir.

De même, lorsqu'on remonte une montre, on dépense une certaine quantité d'énergie dynamique qui s'emmagasine dans le ressort sous la forme d'*énergie de position*, et qui se retransformera lentement en énergie dynamique, à mesure que le ressort mettra les rouages en mouvement.

3° *Énergie totale.* — La quantité d'énergie de position que possède le ressort de montre, à un moment donné, dépend de la quantité d'énergie dynamique qu'on y a emmagasinée en le remontant. Si l'on n'a donné que deux ou trois tours de clef, le ressort n'aura pas acquis toute l'énergie potentielle dont il est susceptible, et il ne pourra pas créer, par sa détente, assez d'énergie dynamique pour faire parcourir aux aiguilles leur course complète sur le cadran. Mais si l'on a donné au ressort son degré de tension maximum, il produira, en se détendant, toute l'énergie qu'il est capable d'emmagasiner d'abord sous la forme potentielle et puis de restituer sous la forme dynamique : c'est ce qu'on appelle l'*énergie totale* du ressort.

On voit que c'est l'*énergie qu'il est capable soit d'emmagasiner en passant de la limite extrême de détente à la limite extrême de tension, soit de restituer en repassant, au contraire, de l'état de tension maximum à celui de détente complète.*

Il en est de même dans le cas des corps pesants. Si, au lieu de porter la masse d'eau à une hauteur h, on l'élève à des hauteurs successivement croissantes, la pesanteur accomplira sur cette masse un travail de plus en plus grand et lui communiquera une énergie potentielle de plus en plus considérable. Pour donner à la pesanteur la plénitude de son action, et emmagasiner dans la masse son énergie totale, il faudrait la supposer élevée jusqu'à une altitude telle, que l'attraction terrestre devînt insensible.

Ce cas se réalise approximativement pour les astéroïdes que la terre rencontre dans sa révolution autour du soleil, qu'elle entraîne dans sa sphère d'attraction, et qui traversent son atmosphère sous le nom d'*étoiles filantes* ou de *bolides*. L'*énergie totale* d'un de ces bolides, c'est la quantité de force vive qu'il a acquise, depuis l'instant où il a été saisi par la pesanteur jusqu'à l'instant où il touche le sol.

En général, l'énergie totale d'un système matériel, c'est *la quantité maximum d'énergie* que, sous l'influence des forces auxquelles il est soumis, le système peut emmagasiner, sous la forme d'énergie potentielle, pour la restituer ensuite sous la forme d'énergie dynamique.

73. **Principe de la conservation de l'énergie.** — Nous avons vu que lorsqu'un corps pesant, de poids P et de masse M $\left(\text{égale à } \frac{P}{g}\right)$, tombe, dans le vide, d'une hauteur h, il acquiert une force vive $\frac{1}{2}MV^2$ déterminée par l'é-

quation

$$Ph = \frac{1}{2} mV^2;$$

mais, en même temps que son énergie dynamique s'accroît de $\frac{1}{2} mV^2$, son énergie potentielle diminue de la quantité équivalente Ph. Inversement, lorsqu'un corps pesant s'élève suivant la verticale, son énergie potentielle s'accroît, en même temps que son énergie dynamique diminue de la quantité équivalente. Il s'établit donc une compensation exacte entre ces deux sortes d'énergie, de manière que leur somme, qui est l'énergie totale du corps, reste invariable. C'est dans ce fait que consiste le principe de la conservation de l'énergie. Il ne s'applique pas seulement au cas de la pesanteur ; c'est le principe le plus général de la mécanique, et on peut l'énoncer de la manière suivante :

Dans un système matériel qui se meut sous l'influence de forces extérieures et intérieures quelconques, il se fait à chaque instant une compensation exacte entre la variation de l'énergie dynamique du système et celle de son énergie potentielle, en sorte que son énergie totale demeure invariable.

Tel est le principe de la conservation de l'énergie, qui est le fondement de la physique moderne, comme le principe de la conservation de la matière est le fondement de la chimie moderne. Nous avons dit que l'objet de la physique est *la matière en mouvement*. Or l'effet immédiat de la matière en mouvement, c'est l'*énergie ;* et c'est l'énergie qui produit, par ses transformations, non seulement le travail et la force vive, mais toutes les propriétés des corps, tous les agents physiques, le son, la chaleur, la lumière et les forces de toute nature. Nous pouvons donc dire que l'objet de la physique, c'est *l'énergie et ses transformations.*

74. **Unités métriques d'énergie.** — Le travail et la force vive étant deux formes différentes d'une même quantité, l'énergie, il est naturel de les évaluer au moyen de la même unité.

1° *Kilogrammètre.* — C'est le produit Ph, c'est-à-dire l'expression du travail qui a servi au choix de l'unité d'énergie. On a pris le travail correspondant à une force de 1 kilogramme qui déplacerait son point d'application de 1 mètre dans sa propre direction, et on l'a appelé *kilogrammètre.* Telle est l'unité vulgaire d'énergie, c'est-à-dire l'unité correspondant aux unités du système métrique.

Ainsi l'énergie de 1 kilogrammètre, c'est celle en vertu de laquelle une masse de poids égal à 1 kilogramme s'élèverait verticalement à la hauteur de 1 mètre. On peut dire aussi que c'est le *travail* effectué par la pesanteur soit pour anéantir une vitesse initiale définie par l'équation

$$1 = \frac{1}{2} \frac{V^2}{g}$$

$\left(\text{ici, } M = \frac{1}{g}\right)$, soit pour communiquer cette même vitesse à la même masse $\left(\text{égale à } \frac{1}{g}\right)$, tombant de la hauteur de 1 mètre, sans vitesse initiale.

Remarque. — La définition du kilogrammètre est complètement indépendante et du chemin parcouru par le point d'application de la masse soulevée, et du temps employé à la soulever. Cela résulte de la définition même du travail. On sait que le travail ne dépend absolument que de l'intensité de la force et du déplacement de son point d'application (parallèlement à la direction de la force), mais qu'il ne dépend nullement de la trajectoire parcourue par ce point d'application entre les deux points extrêmes de son déplacement, ni par conséquent du temps employé à la parcourir.

2° *Tonne-mètre.* — Dans le cas où l'on n'a affaire qu'à des quantités d'énergie considérables, comme cela a lieu dans les expériences et les calculs des artilleurs, on prend comme unité la *tonne-mètre*, qui vaut *mille kilogrammètres.*

3° *Cheval-vapeur.* — Enfin, on se sert dans l'industrie d'une autre unité, dérivée de la première, et qu'on appelle le *cheval-vapeur.* Comme elle est destinée à évaluer le travail utile que peut fournir une machine, le temps, qui est une denrée fort chère, doit nécessairement entrer dans sa définition. On appelle *cheval-vapeur le travail de 75 kilogrammètres effectué dans 1 seconde.*

Cette unité industrielle de travail s'appelle aussi *unité de puissance.* Elle a été choisie par Watt. Elle équivaut sensiblement à la puissance de 3 chevaux de trait, ou à celle de 7 hommes de peine.

75. **Transmission du travail dans les machines.** — Nous terminerons ces notions de dynamique en faisant une application du théorème des forces vives à la transmission du travail mécanique dans les machines. Nous aurons souvent l'occasion de vérifier, dans l'usage des instruments et appareils de physique, les principes généraux que nous allons établir.

1° *Définitions.* — *Machines.* — Ce sont des appareils destinés soit à faire équilibre à certaines forces, dites *résistances* ou *forces résistantes*, soit à déplacer les points d'application de ces forces, au moyen d'autres forces appelées *puissances* ou *forces mouvantes*, qui ne sont pas directement opposées aux premières.

La transmission des effets des forces dans les machines se fait par l'intermédiaire de leurs *organes*, ou pièces solides qui réagissent l'une sur l'autre Une *machine simple* est celle dont les organes se réduisent à un seul corps solide, assujetti à certaines liaisons : tels sont le levier, le treuil. Une *machine composée* est celle dont les organes sont eux-mêmes des machines simples le type est la machine à vapeur.

Travail moteur et travail résistant. — Dans toute machine en activité, la puissance produit un travail moteur, qui doit être transformé en *travail utile* par l'intermédiaire des organes, tout en détruisant les résistances qui s'opposent au mouvement.

Les *forces mouvantes* sont celles dont la direction fait un angle aigu avec le déplacement du point d'application ; leurs projections sur cette dernière direction sont donc positives et elles effectuent un travail positif. Les *forces résis-*

tantes sont celles dont la direction fait un angle obtus avec le déplacement du point d'application : leurs projections sur ce déplacement sont donc négatives et elles effectuent un travail négatif.

On appelle *travail moteur* de la machine la somme des travaux des forces mouvantes, et *travail résistant* la somme des travaux des forces résistantes. En désignant par T_m le travail moteur et par T_r la valeur absolue du travail résistant, la somme des travaux exécutés à un instant donné par toutes les forces appliquées à la machine est donc exprimée par l'égalité

$$\Sigma(\mathcal{T}) = T_m - T_r.$$

2° *Égalité du travail moteur et du travail résistant.* — Dans une machine en activité, les travaux effectués à un instant t sont liés à la variation des forces vives par l'équation générale

$$\Sigma\left(\frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}\right) = \Sigma(\mathcal{T}) = T_m - T_r.$$

Or on s'arrange de manière à donner aux machines soit un mouvement uniforme, soit un mouvement périodiquement uniforme.

Dans le premier cas, on a constamment $V = V_0$, par suite $\Sigma(\mathcal{T}) = 0$, et $T_m = T_r$.

Dans le deuxième cas, après chaque période égale à θ, la vitesse a repris sa valeur initiale V_0 : par conséquent l'accroissement de force vive est nul pendant cet intervalle de temps, et l'on a encore $T_m = T_r$ pour la durée de la période.

Dans l'un et l'autre cas, on peut dire que *le travail moteur se transforme complètement en travail résistant.*

3° *Résistances passives, travail utile et travail passif.* — Parmi les résistances que les forces mouvantes doivent vaincre, par l'intermédiaire des machines, pour l'accomplissement du travail à effectuer, il y en a de deux sortes. Les unes sont de véritables forces, analogues aux forces mouvantes, telles que le poids des organes de la machine, la réaction du travail à effectuer ; les autres sont inhérentes aux imperfections inévitables de la construction et du jeu des organes dans l'air : ce sont, par exemple, les frottements réciproques des organes, les chocs, la raideur des cordes, la résistance de l'air. Le travail moteur est donc employé, dans toute machine, à vaincre ces deux catégories de résistances : une portion a un effet utile au point de vue de la production, et l'autre portion un effet qui est inutile à ce dernier point de vue, et ne sert qu'à entretenir le jeu de la machine. C'est ce fait qu'on exprime en disant que le travail résistant se décompose en *travail utile* et en *travail passif*, et en écrivant l'égalité $T_r = T_u + T_p$. L'équation du travail moteur et du travail résistant peut donc se mettre sous la forme

$$T_m = T_u + T_p.$$

Comme on ne peut jamais annuler T_p, si parfaite que soit la machine, il en résulte que le travail utile produit est toujours inférieur au travail moteur dépensé.

4° *Rendement.* — Une machine *rend* donc moins en travail utile qu'elle ne reçoit en travail moteur. Elle en garde pour elle-même une partie, qui n'a d'autre effet que d'user ses organes. On appelle *rendement d'une machine* le rapport du travail utile au travail moteur :

$$R = \frac{T_u}{T_m}.$$

Ce rapport est constamment inférieur à l'unité, car on a

$$T_u = T_r - T_p = T_m - T_p,$$

et, par suite,

$$R = 1 - \frac{T_p}{T_m}.$$

Dans les machines les mieux construites, la valeur de R ne dépasse pas 0,80. Elle est plus souvent comprise entre 0,40 et 0,60.

5° *Impossibilité du mouvement perpétuel.* — Le problème chimérique du mouvement perpétuel consiste à réaliser une machine qui fournirait indéfiniment du travail utile sans recevoir de travail moteur, et en conservant la même énergie. L'application des principes précédents démontre que ce problème est insoluble et absurde.

6° *Véritable objet des machines.* — Bien qu'on voie journellement, dans la pratique, les forces se multiplier, pour ainsi dire, avec le secours des machines [1], il ne faudrait pas croire que les machines aient pour fonction de *créer* du travail : elles ne peuvent que *transformer* du travail, en lui faisant subir une perte plus ou moins grande. Elles servent à remplacer les deux facteurs F et L du travail FL dont on dispose (travail moteur), par deux autres facteurs F′ et L′, dont le produit F′L′ constitue le *travail résistant*. En général la résistance F′ est beaucoup plus grande que la puissance F dont on dispose : par suite, le facteur L qui représente le chemin parcouru par la puissance doit être beaucoup plus grand que le facteur L′, qui est le déplacement de la résistance F′L′. C'est ce qu'on exprime en disant : *Ce que la machine gagne en force, elle le perd en chemin parcouru.*

Si donc la machine nous permet de surmonter avec un petit effort une grande résistance, en revanche ce petit effort doit parcourir un chemin d'autant plus grand. Ainsi, pour soulever un poids de 1000 kilogrammes à une hauteur de 10 mètres, il faut dépenser un travail de 10 000 kilogrammètres, et quelque moyen qu'on emploie, on ne pourra jamais dépenser moins. Si l'on dispose d'une *machine parfaite*, c'est-à-dire sans frottement ni réactions, et qu'on ne puisse y appliquer qu'un effort de 10 kilogrammes, cet effort devra parcourir 1000 mètres au lieu de 10 mètres. Mais, comme il n'existe pas de machine parfaite, il faudra en réalité employer une force de 15 ou de 20 kilogrammes et lui faire parcourir tout de même une longueur de 1000 mètres.

Malgré ce défaut inhérent aux machines, elles n'en sont pas moins d'un très grand secours dans la pratique. Car, non seulement elles permettent de substituer à la force dispendieuse de l'homme les forces brutes des animaux ou des agents physiques, mais encore elles nous fournissent le moyen de mieux utiliser les forces limitées dont nous pouvons disposer, en suppléant par le temps ce qui leur manque en intensité [2].

1. Par exemple, un seul homme peut, à l'aide d'une grue, soulever une locomotive du poids de 25 à 30 tonnes.
2. Jouffret, *Introduction à la théorie de l'énergie.*